PRÜFUNG DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.	Hauptprüfung 2 0 0 5
Fach : M a t h e m a t i k	**Aufgabe 1 (Seite 1/2)**

L Ö S U N G S V O R S C H L A G **Punkte**

1.1 $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$

$f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$

$f''(x) = 12ax^2 + 6bx + 2c$

$f(0) = 1{,}25 \quad \Rightarrow \quad e = 1{,}25$

$f'(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad d = 0$

$f''(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad c = 0$

$f(3) = 8 \quad \Rightarrow \quad 81a + 27b + 1{,}25 = 8$

$f'(3) = 0 \quad \Rightarrow \quad 108a + 27b = 0$

Ergebnis: $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + x^3 + 1{,}25$ **6**

1.2 $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + x^3 + 1{,}25$, $f'(x) = -x^3 + 3x^2$, $f''(x) = -3x^2 + 6x$, $f'''(x) = -6x + 6$

$f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2(3-x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \vee x = 3$ w.z.b.w.

$S(0|1{,}25)$; $H(3|8)$

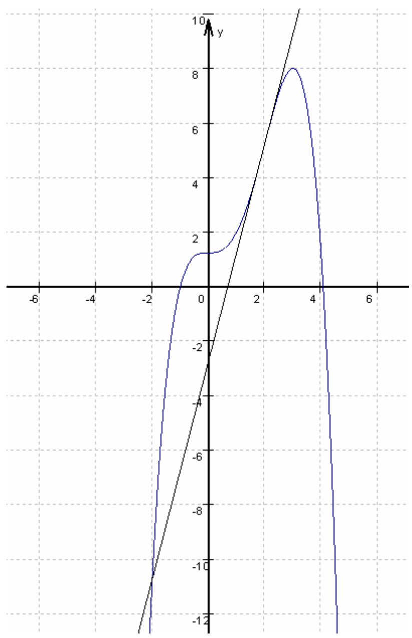
$f''(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x(2-x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \vee x = 2$

$f'''(0) = 6 \qquad f'''(2) = -6$

$W_1(0|1{,}25)$; $W_2(2|5{,}25)$ **6**

$f(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -1 \vee x \approx 4{,}07$

$N_1(-1|0)$; $N_2(4{,}07|0)$



K hat nur zwei Schnittpunkte mit der x-Achse, da Hochpunkt und Sattelpunkt oberhalb der x-Achse liegen und K wie gezeigt keine weiteren Stellen mit waagerechter Tangente hat.

6

L Ö S U N G S V O R S C H L A G **Punkte**

1.3 K und g schneiden sich in $P(-2|-10{,}75)$ und in $W(2|5{,}25)$;

W ist Wendepunkt von K und $f'(2)=4$; g ist also eine Wendetangente von K und deshalb kann es keine weiteren Schnittpunkte von K und g geben.

$$\int_{-2}^{2}\left(-\frac{1}{4}x^4+x^3+\frac{5}{4}\right)-\left(4x-\frac{11}{4}\right)dx=12{,}8$$ **6**

1.4 Tangentensteigung ist maximal für $f''(u)=0$ oder am Rand des gegebenen Intervalls.

$f''(u)=0 \quad \Rightarrow \quad u(2-u)=0 \quad \Rightarrow \quad u=0 \vee u=2$

$f'(0)=0 \qquad f'(2)=4$

Randwerte $f'(-1)=4 \qquad f'(3)=0$

Ergebnis:

Es gibt die beiden Stellen $u=-1 \vee u=2$ im angegebenen Intervall, für die die Steigung von K mit dem Wert 4 maximal ist. **6**

30