PRÜFUNG DER FACHHOCHSCHULREIFE **an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.**	**Hauptprüfung** **2 0 0 5**
Fach : M a t h e m a t i k	**Aufgabe 7 (Seite 1/2)**

L Ö S U N G S V O R S C H L A G **Punkte**

7.1 Bedingungen: $K(10) = 10 \cdot 60$; $\dfrac{K(10) - K(0)}{10} = 30$; $K''(10) = 0$; $K'(10) = 20$. **4**

Mit $K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ folgt daraus:

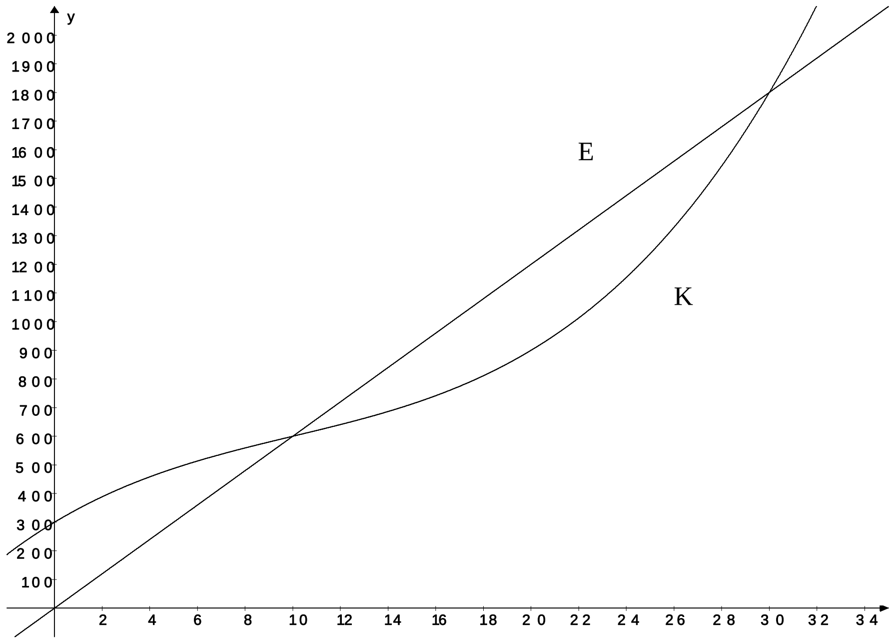
$$\begin{aligned} 1000a + 100b + 10c + d &= 600 \\ 100a + 10b + c &= 30 \\ 60a + 2b &= 0 \\ 300a + 20b + c &= 0 \end{aligned}$$

2

Der GTR liefert: a = 0,1 ; b = -3 ; c = 50 ; d = 300

Also ist $K(x) = 0{,}1x^3 - 3x^2 + 50x + 300$. **1**

7.2.1



4

7.2.2 Es ist $E(x) = 60 \cdot x$
und $G(x) = E(x) - K(x) = -0{,}1x^3 + 3x^2 + 10x - 300$.
Der GTR liefert für $G(x) = 0$ die Lösungen -10 , 10 und 30.
Also ist 10 ME die Nutzenschwelle und 30 ME die Nutzengrenze. **4**

7.2.3 Aus $G'(x) = -0{,}3x^2 + 6x + 10 = 0$ folgt $x \approx -1{,}55$ oder $x \approx 21{,}55$. Bei der positiven Lösung liegt das Gewinnmaximum, es beträgt $G(21{,}55) \approx 307{,}92$. **4**

L Ö S U N G S V O R S C H L A G **Punkte**

7.2.4 Der Gewinn pro Stück ist gleich Preis weniger Stückkosten. Da der Preis konstant ist, liegt das Maximum des Stückgewinns an der Stelle, an der die Stückkosten ihr Minimum haben, also im Betriebsoptimum.

Die Bedingung dafür lautet: $K'(x) = \dfrac{K(x)}{x}$, also

$0{,}3x^2 - 6x + 50 = 0{,}1x^2 - 3x + 50 + \dfrac{300}{x}$. Dies führt auf die Gleichung

$0{,}2x^3 - 3x^2 - 300 = 0$. Der GTR liefert die Näherungslösung 19,11. Bei der Produktion von 19,11 ME sind die Stückkosten minimal, also der Stückgewinn maximal. **5**

7.2.5 Minimum der Grenzkosten: $K''(x) = 0{,}6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 10$

Minimum der variablen Stückkosten: $k_v'(x) = 0{,}2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 15$

Die Produktionsmengen haben das Verhältnis 10 : 15 = 2 : 3 **3**

Für die Grenzkosten gilt $K'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ und für die variablen Stückkosten $k_v(x) = ax^2 + bx + c$.

Für die minimalen Grenzkosten ist $K''(x) = 6ax + 2b = 0$, für die minimalen variablen Stückkosten $k_v'(x) = 2ax + b = 0$.

Aus der ersten Gleichung folgt $x = -\dfrac{b}{3a}$, aus der zweiten $x = -\dfrac{b}{2a}$.

Das Verhältnis der beiden Produktionsmengen ist stets $\dfrac{b}{3a} : \dfrac{b}{2a} = 2:3$. **3**

30