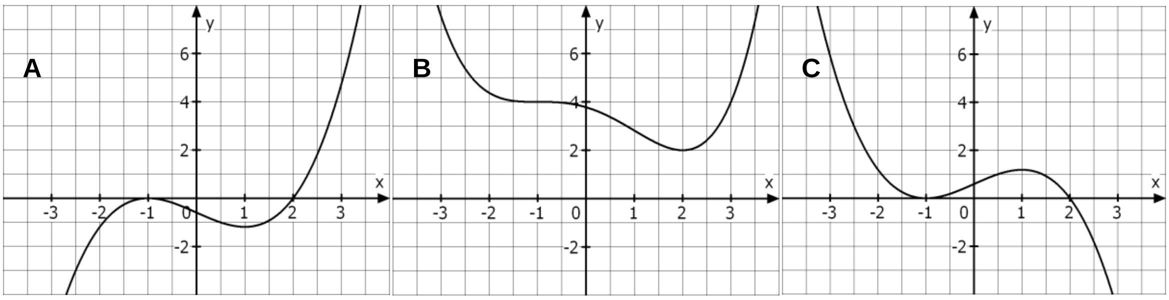
BEISPIEL A **Punkte**

1.1 Geben Sie Lage und Art der Nullstellen der Funktion f mit
$f(x)=\frac{1}{2}(x-3)^2(x+\frac{4}{3})$; $x \in \mathbb{R}$ an. 3

1.2 Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente in $P(2\,|\,f(2))$ an das Schaubild
der Funktion f mit $f(x)=\frac{1}{2}\sin(\frac{\pi}{4}x)+x$; $x \in \mathbb{R}$. 4

1.3 Berechnen Sie die Koordinaten der Wendepunkte des Schaubildes der
Funktion *f* mit $f(x)=\frac{1}{3}x^4-6x^2+13$; $x \in \mathbb{R}$. 4

1.4 Gegeben sind die Abbildungen A, B und C. Sie zeigen die Schaubilder einer Funktion *h*, der Ableitungsfunktion h' von h und einer weiteren Funktion *k*.
Begründen Sie, welche Abbildung zum Schaubild von h, h' und *k* gehört.



3

1.5 Das Schaubild einer Polynomfunktion 4. Grades hat den Hochpunkt *H*(0|4), den Tiefpunkt *T*(1|2) und an der Stelle -1 die Steigung 12.
Bestimmen Sie ein lineares Gleichungssystem, mit dessen Hilfe sich der Term dieser Funktion bestimmen lässt.
(Das Berechnen der Lösungen des LGS ist nicht erforderlich.) 5

1.6 Bestimmen Sie $u>0$ so, dass $\int_0^u \frac{1}{2}x^4\,dx = 3{,}2$. 4

1.7 Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=3e^{-2x}-\frac{5}{2}$; $x \in \mathbb{R}$, ihr Schaubild ist K_f.
Bestimmen Sie die Koordinaten der Achsenschnittpunkte von K_f.
Skizzieren Sie K_f. 5

1.8 Das Schaubild der Funktion f mit $f(x)=\sin(x)$; $x \in \mathbb{R}$ wird um den Faktor 5 in *y*-Richtung gestreckt und um 3 nach rechts verschoben.
Geben Sie den zugehörigen Funktionsterm an. 2

30

BEISPIEL A — **Punkte**

L Ö S U N G S V O R S C H L A G

1.1 Die Nullstellen liegen bei $x_1 = 3$ und $x_2 = -\frac{4}{3}$.

x_1 ist eine doppelte Nullstelle, das heißt das Schaubild berührt die x-Achse,
x_2 ist eine einfache Nullstelle, das heißt das Schaubild schneidet die x-Achse. 3

1.2 $f(2) = 2{,}5$; $f'(x) = \frac{\pi}{8}\cos(\frac{\pi}{4}x) + 1$; $f'(2) = 1$,

die Tangente hat die Gleichung $y = x + \frac{1}{2}$. 4

1.3 $f'(x) = \frac{4}{3}x^3 - 12x$; $f''(x) = 4x^2 - 12$; $f'''(x) = 8x$

$f''(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$; $f'''(x_{1,2}) \neq 0$

$f(\pm\sqrt{3}) = -2$, also $W_{1,2}(\pm\sqrt{3} \mid -2)$ 4

1.4 Das Schaubild in B hat bei $x = -1$ einen Sattelpunkt und bei $x = 2$ einen Tiefpunkt. Somit hat das Schaubild der Ableitung hiervon bei $x = -1$ eine doppelte Nullstelle und bei $x = 2$ eine einfache Nullstelle. Dies trifft auf A und C zu. Da das Schaubild in B für $x < 0$ fällt, kann nur A die Ableitung darstellen.
Damit: B zeigt das Schaubild von h, A das von h' und C das von k. 3

1.5 Ansatz: $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$; $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$

$$\begin{array}{lcrcl}
f(0) = 4 & & & e = & 4 \\
f'(0) = 0 & & d & = & 0 \\
f(1) = 2 & \Rightarrow & a + b + c + d + e = & & 2 \\
f'(1) = 0 & & 4a + 3b + 2c + d & = & 0 \\
f'(-1) = 12 & & -4a + 3b - 2c + d & = & 12
\end{array}$$

5

1.6 $\int_0^u \frac{1}{2}x^4\,dx = 3{,}2 \Leftrightarrow \left[\frac{1}{10}x^5\right]_0^u = 3{,}2 \Leftrightarrow \frac{1}{10}u^5 = 3{,}2 \Leftrightarrow u = \sqrt[5]{32}$ 4

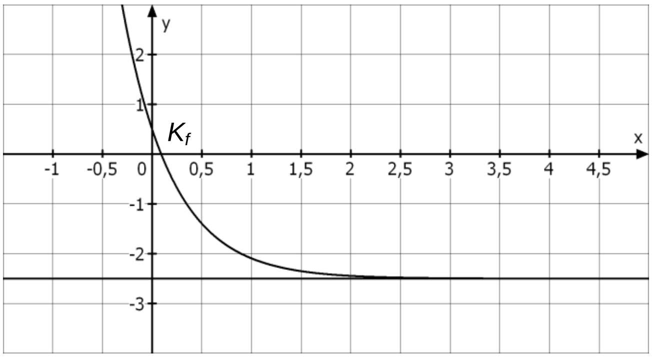
BEISPIEL A **Punkte**

L Ö S U N G S V O R S C H L A G

1.7 Schnittpunkt mit *y*-Achse: $x=0$, $y=f(0)=3e^{-2\cdot 0}-\frac{5}{2}=\frac{1}{2}$, also $S_y(0\,|\,\frac{1}{2})$

Schnittpunkt mit *x*-Achse: $f(x)=0 \;\Rightarrow\; 3e^{-2x}-\frac{5}{2}=0 \;\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}\ln(\frac{5}{6})$, also $N(-\frac{1}{2}\ln(\frac{5}{6})\,|\,0)$

Skizze:



5

1.8 $\tilde{f}(x)=5\sin(x-3)$ 2

30