BEISPIEL B | **Punkte**

1.1 Berechnen Sie die Lösungen der Gleichung $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$. 4

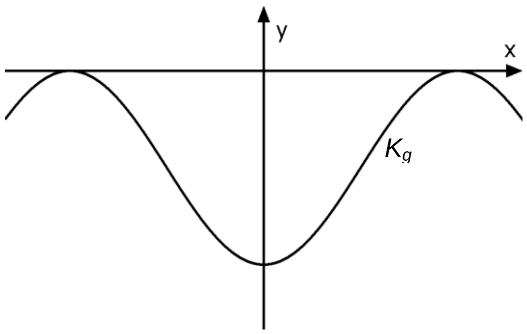
1.2 Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = e^{4x}$ und $g(x) = 3e^{2x}$; $x \in \mathbb{R}$.
Zeigen Sie, dass sich die Schaubilder der Funktionen f und g genau einmal schneiden. 3

1.3 Das Schaubild einer trigonometrischen Funktion hat die benachbarten Hochpunkte $H_1(\frac{\pi}{2} \mid 3)$ und $H_2(\frac{3\pi}{2} \mid 3)$ sowie eine Amplitude von 2.
Geben Sie die Koordinaten des dazwischen liegenden Tiefpunktes und eines Wendepunktes an. 4

1.4 Bestimmen Sie die Stammfunktion von $g(x) = 2e^{-4x} + 4x - 3$; $x \in \mathbb{R}$, deren Schaubild die y-Achse bei 6 schneidet. 4

1.5 Berechnen Sie den Wert des Integrals $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 3\sin(2x)\,dx$. 4

1.6 In der nebenstehenden Abbildung schließen das zur y-Achse symmetrische Schaubild K_g der Funktion g und die x-Achse eine Fläche ein.
In diese wird ein achsenparalleles Rechteck einbeschrieben.
Geben Sie eine Zielfunktion an, mit deren Hilfe das Rechteck mit maximalem Flächeninhalt bestimmt werden kann. 3



1.7 Das Schaubild K_g aus 1.6 ist das Schaubild der Ableitungsfunktion der Funktion h, es gilt also $h' = g$.
Treffen Sie Aussagen über die Lage und Anzahl der Wendestellen von h. 3

1.8 Bestimmen Sie die Lösung des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} x + y - z &= 6 \\ 3x + 2z &= -3 \\ -y - z &= -1 \end{aligned}$$ 5

30

BEISPIEL B — **Punkte**

L Ö S U N G S V O R S C H L A G

1.1 Substitution $a = x^2$ führt zu $a^2 - 7a + 12 = 0$.

$$a_{1,2} = \frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4} - 12} = \frac{7}{2} \pm \frac{1}{2}$$

Resubstitution ergibt die Lösungen $x_{1,2} = \pm 2$ und $x_{3,4} = \pm\sqrt{3}$ — 4

1.2 Gemeinsame Punkte: $f(x) = g(x)$

$$e^{4x} = 3e^{2x} \Leftrightarrow e^{4x} - 3e^{2x} = 0 \Leftrightarrow e^{2x}(e^{2x} - 3) = 0$$

Einzige Lösung ist $x = \frac{1}{2}\ln 3$. — 3

1.3 Tiefpunkt $T(\pi \mid -1)$, Wendepunkt z. B. $W(\frac{3}{4}\pi \mid 1)$ — 4

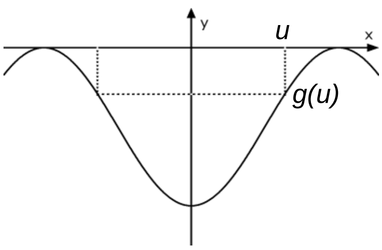
1.4 Stammfunktion von $g(x) = 2e^{-4x} + 4x - 3$: $G(x) = -\frac{1}{2}e^{-4x} + 2x^2 - 3x + C$

Punktprobe mit $(0 \mid 6)$: $-\frac{1}{2} + C = 6 \Leftrightarrow C = 6{,}5$

$G(x) = -\frac{1}{2}e^{-4x} + 2x^2 - 3x + 6{,}5$ — 4

1.5 $$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 3\sin(2x)\,dx = \left[-\frac{3}{2}\cos(2x)\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{3}{2}\cos(\pi) - (-\frac{3}{2}\cos(\frac{\pi}{2})) = \frac{3}{2}$$ — 4

1.6 Skizze (n. v.)



Zielfunktion: $A(u) = 2u \cdot (-g(u))$
(für $u > 0$) — 3

1.7 h' hat drei Extremstellen, somit hat h drei Wendestellen, nämlich eine auf der y-Achse und zwei, die symmetrisch zur y-Achse liegen. — 3

1.8 Lösung des LGS: z. B. Addition aller drei Gleichungen ergibt $4x = 2$.
Somit ist $x = \frac{1}{2}$, $z = -\frac{9}{4}$ und $y = \frac{13}{4}$ — 5

30