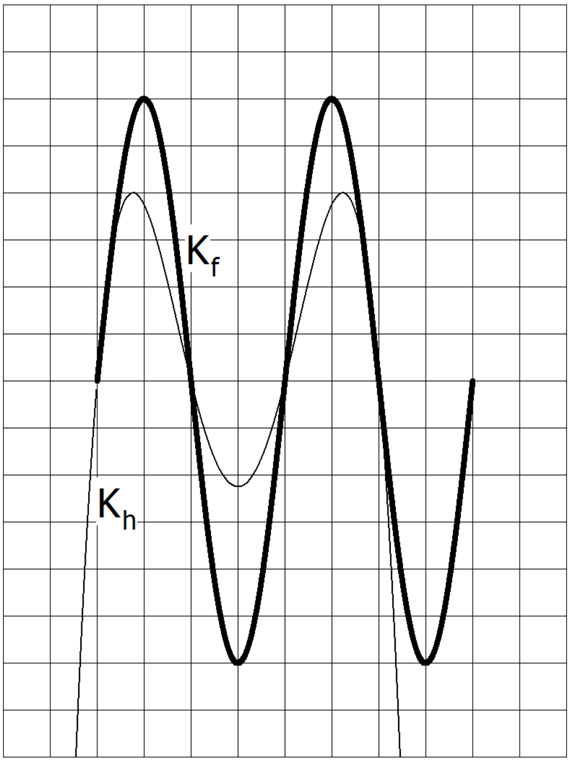
Punkte

4.1 Gegeben ist das Schaubild K_f einer Funktion f und das Schaubild K_h einer Funktion h.
Der Term von f lautet $f(x) = 6\sin(\pi \cdot x)$; $x \in [0;k]$.
Ergänzen Sie die *x*- und die *y*-Achse so, dass die vorgegebene Kurve K_f das Schaubild von f darstellt.



2

4.2 Ermitteln Sie die Periode, die Amplitude, die Nullstellen von f und den Wert von k.
Skalieren Sie dann obiges Koordinatensystem. 4

4.3 Beschreiben Sie, wie K_f aus dem Schaubild der Funktion g mit $g(x) = \sin(x)$ hervorgeht. 3

4.4 In welchen Kurvenpunkten von K_f beträgt die Steigung -6π? 3

Punkte

Der Term von h lautet $h(x) = -4x^4 + 24x^3 - 44x^2 + 24x$; $x \in \mathbb{R}$.

4.5 Berechnen Sie die Gleichung der Tangente an K_h an der Stelle $x = 2$.
Anton behauptet: „Es gibt keine Tangenten an K_h mit einer größeren Steigung als die Tangente an der Stelle $x = 2$.
Nehmen Sie zu dieser Behauptung Stellung. 5

4.6 Die Schaubilder von f und h schneiden sich an den Stellen $x = 0$ und $x = 1$ und schließen eine Fläche ein.
Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche. 5

Welche der folgenden Aussagen sind falsch, welche richtig und welche sind nur bedingt richtig?
Geben Sie für die falschen Aussagen ein Gegenbeispiel an.
Geben Sie für die bedingt richtigen Aussagen eine Bedingung an, unter welcher sie richtig sind.

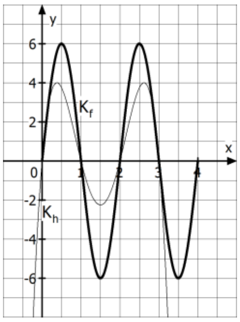
4.7 a) Leitet man die Funktion f mit $f(x) = 2\cos(b \cdot x)$ mehrmals ab, wird die Amplitude der Schaubilder der Ableitungsfunktionen immer größer.
b) Die Funktionen f mit $f(x) = e^{k \cdot x}$; $x \in \mathbb{R}$ ist streng monoton wachsend.
c) Eine Polynomfunktion ungeraden Grades hat mindestens eine Nullstelle.
d) Eine Polynomfunktion 4. Grades, deren Schaubild symmetrisch zur y-Achse ist, hat auf der y-Achse eine Wendestelle. 8

30

Punkte

L Ö S U N G S V O R S C H L A G

4.1 Achsen:



(incl. Skalierung für 4.2) 2

4.2 Periode: 2, Amplitude: 6
Nullstellen: $f(x)=0$ liefert $x_1=0;\ x_2=1;\ x_3=2;\ x_4=3;\ x_5=4$.
Damit ist $k=4$. 4

4.3 Das Schaubild von g wird mit dem Faktor 6 in *y*-Richtung gestreckt und mit dem Faktor $\frac{1}{\pi}$ in *x*-Richtung gestreckt. 3

4.4 $f'(x)=-6\pi$, also $6\pi\cos(\pi\cdot x)=-6\pi$; man erhält $x_1=1$ und $x_2=3$.
Damit sind $P_1(1|0)$ und $P_2(3|0)$ die gesuchten Kurvenpunkte. 3

4.5 Die Tangentengleichung lautet $y=8x-16$, da $h'(2)=8$ und $h(2)=0$. 2
Anton hat nicht recht: da $h''(2)\neq 0$, ist $x=2$ nicht die Stelle mit der größten Steigung zwischen den beiden Extrempunkten.
Alternativ könnte man eine beliebige andere Stelle testen, z. B. $h'(0)=18$. 3

4.6 Man berechnet $\int_0^1 (f(x)-h(x))dx=\int_0^1 (6\sin(\pi x)+4x^4-24x^3+44x^2-24x)dx$.
Mit Hilfe der Stammfunktion erhält man

$$\left[-\frac{6}{\pi}\cos(\pi x)+\frac{4}{5}x^5-6x^4+\frac{44}{3}x^3-12x^2\right]_0^1=\frac{12}{\pi}-\frac{38}{15}\approx 1{,}29.$$ 5

4.7 a) Bedingt richtig für $b>1$
b) Bedingt richtig für $k>0$
c) Richtig
d) Falsch: $f(x)=x^4$ 8

30