Klapptest e-Funktion – nat. Logarithmus

Falte zuerst das Blatt entlang der vertikalen Linie. Löse dann die Aufgaben. ***Hilfsmittel wie CAS oder GTR sind erlaubt***.

1.	Löse mit dem Taschenrechner und trage die Ergebnisse über den Hochwerten in einem Achsenkreuz auf: $e^{-5}; e^{-1}; e^{0}; e^{1}; e^{2}; e^{\ln 2}; e^{-\ln 3}; e^{0{,}5}; e^{0{,}6932}$	$e^{-5} \approx \frac{6{,}7}{1000}$ $e^{-1} \approx 0{,}4$ $e^{0} = 1$ $e^{1} \approx 2{,}718$ $e^{3} \approx 7{,}4$ $e^{\ln 2} = 2$ $e^{-\ln 3} = \frac{1}{3}$ $e^{0{,}5} \approx 1{,}6$ $e^{0{,}6932} \approx 2$
2.	Gib die Definitions- und die Wertemenge der e-Funktion an.	$f(x) = e^{x} \rightarrow D_f = \mathbb{R}, W_f = \mathbb{R}^{+} \setminus \{0\}$
3.	Wie ist der natürliche Logarithmus einer positiven Zahl *b* definiert? Antworte in einem vollständigen Satz!	Der natürliche Logarithmus von b ist genau die Zahl, die (als Hochzahl) die Gleichung $e^{x} = b$ löst.
4.	Wie kann man man sich die Funktion des natürlichen Logarithmus $f(x) = \ln x$ vorstellen?	Der Ausdruck $\ln x$ stellt (für jede Einsetztung von x) die Hochzahl (?) der Gleichung $e^{?} = x$ dar.
5.	Löse mit dem Taschenrechner und trage die Ergebnisse über den Hochwerten in einem Achsenkreuz auf: $\ln(-5); \ln(-1); \ln 0; \ln 1; \ln(3); \ln(e^{2}); \ln(e^{-3}); \ln(-3^{-3}); \ln(2{,}71$	$\ln(-5)$ *error* $\ln(-1)$ *error* $\ln(0)$ *erro* $\ln(1) = 0$ $\ln(3) \approx 1{,}1$ $\ln(e^{2}) =$ $\ln(e^{-3}) = -3$ $\ln(-e^{-3}) =$ *error* $\ln(2{,}718)$
6.	Gib die Definitions- und die Wertemenge der natürlichen Logarithmus-Funktion an.	$f(x) = \ln(x) \rightarrow D_f = \mathbb{R}^{+} \setminus \{0\}, W_f = \mathbb{R}$
7.	Mit den Betragsstrichen wird die Logarithmusfunktion zu einer wichtigen Stammfunktion. Zu welcher Funktion?	$F(x) = \ln(\lvert x \rvert) + C$ ist für jedes reelle C eine Stammfunktion zur Kehrwert-funktion $f(x) = \frac{1}{x}$.
8.	Zeige, dass das Schaubild von $f(x) = \ln(\lvert x \rvert)$ symmetrisch zur *y*-Achse verläuft.	Aufgrund der Betragsstriche gilt für alle $x \in D_f$: $f(x) = f(-x)$. (Damit ist die Funktion gerade und das zugehörige SB achsensymmetrisch zur y-Achse.)
9.	Wie lautet die Kettenregel?	$f(x) = u(v(x)) \rightarrow f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)$
10.	Leite ab (ohne CAS): $f(x) = \ln(\lvert(\cos x)\rvert)$; $g(x) = e^{\ln x}$	$f'(x) = -\frac{1}{\cos x} \cdot \sin(x)$; $g'(x) = 1$ $\left(= e^{\ln x} \cdot \frac{1}{x}\right)$
11.	Bilde eine Stammfunktion (ohne CAS): a) $f(x) = \frac{3}{x}$ b) $g(x) = \frac{4}{(2x+3)}$	$F(x) = 3 \ln \lvert x \rvert$ $G(x) = 2 \cdot \ln \lvert 2x + 3 \rvert$ (Lin. Substitution)
12.	Leite ab und nenne die entspr. Regel (ohne CAS): a) $f(x) = 4 \cdot \ln \lvert x \rvert \cdot e^{x}$ b) $g(x) = x^{2} \cdot \ln x - \frac{2}{x}$ c) $h(x) = 5 \cdot \ln(4 - 2x)$	$f'(x) = 4 \cdot e^{x} \cdot (\ln \lvert(x)\rvert + \frac{1}{x})$ (Produktregel) $g'(x) = x \cdot (2 \ln x + 1) + 2x^{-2}$; $D_{f'} = \mathbb{R}^{+} \setminus \{0\}$ (Produkt- und Summenregel) $h'(x) = -\frac{5}{2-x} = \frac{5}{x-2}$; $D_h = (-\infty; 2)$ (Kettenregel)
13.	Berechne die bestimmten Integrale (mit CAS): a) $\int_{1}^{e} \frac{1}{x} dx$ c) $\int_{1}^{4} \frac{1}{x+1} dx$ e) $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x} dx$ b) $\int_{1}^{3} \frac{3}{x} dx$ d) $\int_{-1}^{1} \frac{3}{x-4} dx$ f) $\int_{-1}^{5} \frac{3}{x-4} dx$	a) $1 = \ln e$ d) $-1{,}5325$ b) 3,2958 e) nicht definiert c) 0,9163 f) nicht definiert (Bei e) und f) wird über die Definitions-lücke hinweg integriert. Das geht nicht.)
14.	Löse die Gleichung $\frac{3}{e^{x}} - 2 = 5$ (ohne den solve-Befehl).	$e^{x} = \frac{3}{7} \rightarrow x = \ln \frac{3}{7} = -0{,}8473$
15.	Schreibe mit e als Basis: $2^{x}; 5^{x}; 10^{x}, 17^{x}$	$e^{\ln 2} = 2 \rightarrow 2^{x} = e^{\ln 2 \cdot x}; 5^{x} = e^{\ln 5 \cdot x}$; usw.

/15

 nach einer Idee von Maria Niehaves