Wöchentliche Übung (6)

Falte zuerst das Blatt entlang der vertikalen Linie. Löse dann die Aufgaben ***ohne Hilfsmittel wie CAS oder GTR***.

1.	Vereinfache $\dfrac{\frac{4}{x+4}-\frac{1}{2}}{x-4}$	$\dfrac{\frac{4\cdot 2}{(x+4)\cdot 2}-\frac{x+4}{2\cdot(x+4)}}{x-4}=\dfrac{-1\cdot(x-4)}{2\cdot(x+4)\cdot(x-4)}=\dfrac{-1}{2\cdot(x+4)}$
2.	Schreibe als Term /bzw. Gleichung: „die Gegenzahl von x“; „ m_1 ist der Kehrwert der Gegenzahl von m_2 “ und „das Quadrat der Hälfte der Gegenzahl von p“.	$-x$; $m_1=\dfrac{-1}{m_2}$; $\left(-\dfrac{p}{2}\right)^2=\left(\dfrac{p}{2}\right)^2=\dfrac{p^2}{4}$
3.	Gib die Definitions- und Wertemengen an: $f_1(x)=\sqrt{x-1}$; $f_2(x)=\sqrt{x+3}-2$; $f_3(x)=\sqrt{-x}$; $f_4(x)=-\sqrt{2-x}$	$D_{f_1}=[1;\infty)$; $W_{f_1}=\mathbb{R}_0^+$; $D_{f_2}=[-3;\infty)$; $W_{f_2}=[-2;\infty)$; $D_{f_3}=\mathbb{R}_0^-$;; $W_{f_3}=\mathbb{R}_0^+$; $D_{f_4}=(-\infty;2]$; $W_{f_4}=\mathbb{R}_0^-$;;
4.	Löse die Gleichung $3^{2x}-3^x=6$	Substitution $3^x=u\rightarrow u_{1/2}=0{,}5\pm 2{,}5$ Rücksubst: $u_1=3\rightarrow x=1; u_2=-2$ liefert keine Lösung.
5.	Klasse 12/13: Zeige mit Hilfe der e-Funktion und der Kettenregel, dass $f(x)=a^x$ durch Ableiten zu $f'(x)=\ln(a)\cdot a^x$ wird.	$a=e^{\ln(a)}\rightarrow f(x)=a^x=e^{\ln(a)\cdot x}$ also: $f'(x)=\ln(a)\cdot e^{\ln(a)\cdot x}=\ln(a)\cdot a^x$
6.	Weise nach, dass eine Exponentialfunktion genau dann streng monoton steigend ist, wenn die Basis größer als 1 ist.	Z. z.: für $x_1<x_2$ gilt stets $f(x_1)<f(x_2)$ Mit $x_2=x_1+h; h>0$ gilt für $a>1$: $f(x_2)=a^{x_2}=a^{x_1+h}=a_1^x\cdot a^h>a^{x_1}=f(x_1)$ Alternativ mit Monotoniesatz (Kl. 12) $f'(x)=\ln(a)\cdot a^x>0\Leftrightarrow a>1$
7.	Begründe (ohne Rechnung), dass eine ganzrationale Funktion vom Grad 3 entweder einen oder keine Extremstelle besitzt.	Eine Extremstelle liegt genau dann vor, wenn $f'(x)$ einen VZ-Wechsel vollzieht. $f'(x)$ ist hier vom Grad 2, damit besitzt die zugehörige Parabel entweder genau zwei oder gar keine Schnittstellen mit der x-Achse.
8.	Für welches $t\in\mathbb{R}$ ist $f(x)=\begin{cases}(t-x)(2t+x) & \text{für } x\geq -1\\ x^3-2x(t-x)-1 & \text{für } x<-1\end{cases}$ an der Stelle $x=-1$ stetig?	$f_r(-1) = (t+1)(2t-1)=2t^2+t-1$ $f_l(-1) = -1+2(t+1)=2t+1$ Forderung: $2t+1=2t^2+t-1$ $\rightarrow 2t^2-t-1=0\rightarrow t_{1/2}=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$
9.	Welche Eigenschaften hat der Umkreismittelpunkt U eines Dreiecks? Wie konstruiert man ihn?	U ist von allen drei Ecken gleich weit entfernt. Man erhält ihn durch Schnitt von zwei (oder drei) Mittelsenkrechten der Seiten.
10.	Nenne zwei Eigenschaften des Schwerpunktes beim Dreieck	Der Schwerpunkt ist der Schnittpunkt der drei Seitenhalbierenden (Schwerelinien). Er teilt jede von ihnen im Verhältnis 2:1.
11.	Was lässt sich schon beim ersten Blick auf $f(x)=\dfrac{\left\|\frac{-x^2-3}{\sin x}\right\|+3}{2}$ über das zugehörige Schaubild aussagen?	Da der Betrag nicht negativ werden kann liegen die y-Werte aller oberhalb von $\frac{3}{2}$ - das Schaubild somit oberhalb der Gerade $y=\frac{3}{2}$.
12.	Zeige: Die Summe von vier aufeinander folgenden, ungeraden natürlichen Zahlen ist stets durch acht teilbar.	$(2n+1)+\ldots+(2n+7)=8\cdot(n+2)$

/12