

Modellbildungssysteme: Pädagogische und didaktische Ziele

Was hat Modellbildung mit der Schule zu tun? Der Bildungsplan 1994 formuliert:

"Die schnelle Zunahme des Wissens, die hohe Differenzierung und die komplexen Strukturen in allen Bereichen der Gesellschaft, Wirtschaft und Technik erfordern in zunehmenden Maße übergreifendes Denken in Zusammenhängen."

Genau dieser Forderung genügt das Arbeiten mit einem Modellbildungssystem. Der Anwender muss wissen, welche Zusammenhänge zwischen den einzelnen Objekten in seiner Simulation bestehen. Glaubt er diese zu kennen, so kann er in sein Modellbildungssystem ein Modell eingeben und es dann simulieren. Durch Vergleich der Simulationsergebnisse mit dem Experiment kann der Anwender seine Theorie überprüfen und gegebenenfalls korrigieren. Ein Modellbildungssystem verlangt und fördert demnach das Denken in Zusammenhängen.

Der Einsatz von Modellbildungssystemen fördert das Verständnis sowohl der differentiellen als auch der integralen Betrachtungsweise.

Beispielsweise ist die Aktivität eines Stoffes ein Maß dafür, wie schnell sich die Stoffmenge verändert. Bei näherer Betrachtung erkennt man, dass die Aktivität die (negative) zeitliche Ableitung der Stoffmenge ist.

Beispiel "Der radioaktive Zerfall von Radonkernen"

Ich möchte anhand des Radonzerfalls einen möglichen Unterrichtsgang zum Thema „Anwendung von Modellbildungssystemen im Physikunterricht“ vorstellen.

Arbeitsweise eines Modellbildungssystems

Schauen wir uns zunächst die Stoffmenge an Radonkernen an. Gehen wir davon aus, dass nach einer Sekunde von dieser Stoffmenge (z.B. 10000 Kerne) eine bestimmte Anzahl an Kernen (z.B. 100) zerfallen ist.

Wie viele Kerne sind nach einer Sekunde zerfallen, wenn wir $2 \cdot 10000$ Kerne betrachten?

Klar, doppelt so viele wie bei 10000 Kernen. Die Anzahl der Zerfälle pro Sekunde ist also proportional zur Stoffmenge (R). Die zugehörige Proportionalitätskonstante (Zerfallskonstante) bezeichnen wir mit ZK .

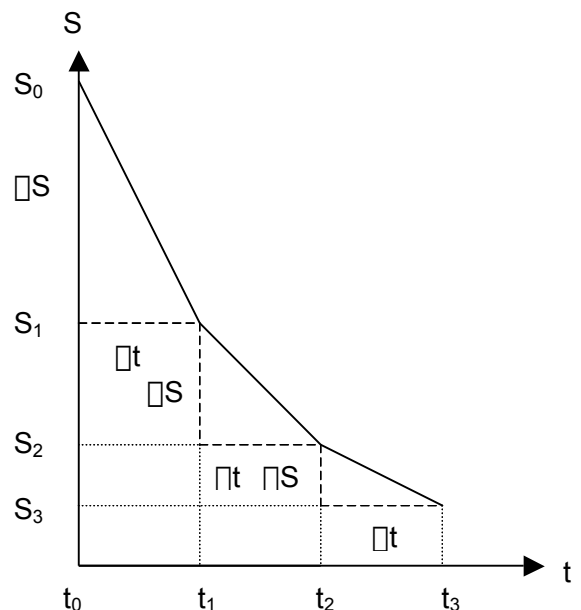
Mit unseren Zahlen wäre $ZK = \frac{100}{10000} = 0,01$.

Ändert sich die Stoffmenge R , so ändern sich auch die Radonzerfälle pro Sekunde (die Aktivität). Betrachten wir unsere Stoffmenge beispielsweise über eine Minute, so hat sich die Stoffmenge und damit auch ihre Aktivität enorm geändert. Wollen wir trotzdem die Stoffmenge nach einer Minute ermitteln, so müssen wir für jede Sekunde die Aktivität berechnen und aus ihr die Stoffmenge der nächsten Sekunde.

Wiederholen wir dieses Verfahren mit $\Delta t = 1$ Sekunde, so "hangeln" wir uns immer näher an den gesuchten Wert von S heran. Dieses Verfahren wird auch Euler-Verfahren genannt.

$$S_{\text{neu}} = S_{\text{alt}} + \Delta S = S_{\text{alt}} + ZK \cdot S_{\text{alt}} \cdot \Delta t$$

Damit das Verfahren läuft, muss am Anfang (zum Zeitpunkt t_0) der Startwert S_0 bekannt sein.



Umsetzung mithilfe von Dynasys

Das erste Modell



In der Modellbildung werden solche Größen **Bestandsgrößen** genannt. Bestandsgrößen können niemals direkt, sondern immer nur indirekt mit sogenannten **Änderungsraten**, bei uns die Aktivität, berechnet werden.

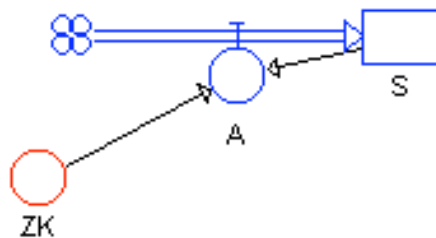
In unserem Beispiel ist die Änderungsrate gleich $ZK \cdot S$.

Konstanten, wie unsere Proportionalitätskonstante ZK oder berechenbare Größen, werden mit dem **Größensymbol** in der Modellbildung dargestellt.

Jetzt haben wir fast alles, was wir brauchen. Wir müssen in unserem Modell nur noch darstellen, dass für die Berechnung der Änderungsrate (der Aktivität) A von S , die Größen ZK und S selbst benötigt werden. Hierfür werden sogenannte **Wirkungspfeile** eingesetzt. Sie veranschaulichen, welche Größe auf welche eine Wirkung ausübt.

Unser Modell könnte so aussehen:

Die Aktivität ist hier negativ gewählt. Das liegt daran, dass die zerfallenen Kerne nicht zu S hinzugezählt werden dürfen, sondern abgezogen werden müssen.

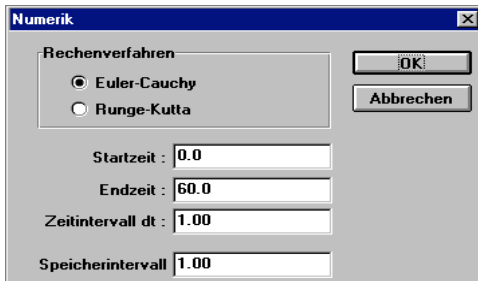


Startwert $S = 10000$

Zustandsänderungen
 $A = -ZK \cdot S$

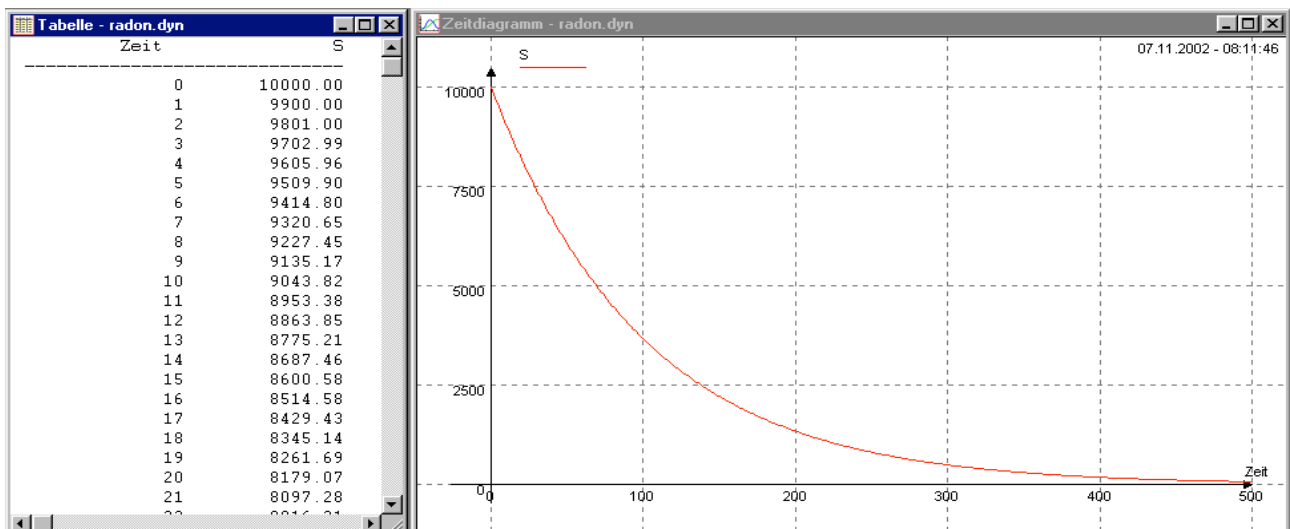
Konstanten
 $ZK = 0.01$

Die Simulation



Nachdem das Modell fertig gestellt ist, kann die Simulation vorbereitet werden. Dazu muss man die Start- und Endzeit, die Schrittweite der Simulation t und das Simulationsverfahren angeben. Das Euler-Verfahren kennen wir bereits. Auf das Runge-Kutte-Verfahren (Runge-Kutta4) wird später noch genauer eingegangen.

Die Simulation kann jetzt gestartet werden. Man kann sich das Simulationsergebnis als Schaubild oder in Form einer Tabelle ausgeben lassen.





Das Schaubild zeigt den exponentiellen Zerfall der Radonkerne.

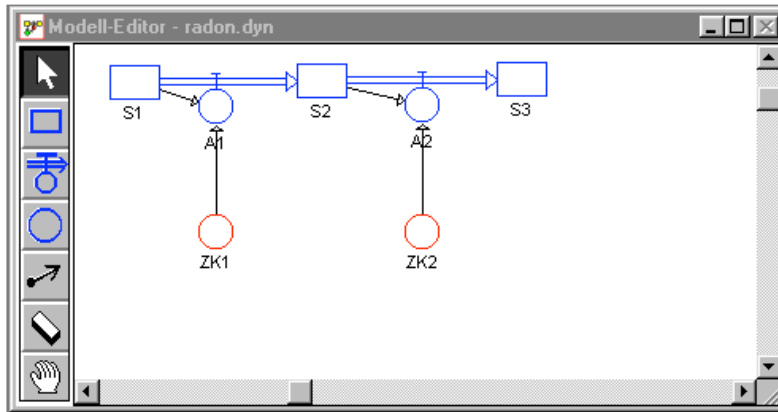
Erweiterung auf die Simulation einer Zerfallskette

Nun haben wir den Stoff S_1 . Sein Zerfallsprodukt ist S_2 dessen Zerfallsprodukt S_3 ist. S_3 selbst ist stabil. Die Zerfallskonstanten sind entsprechend ZK_1 und ZK_2 .

Wenn wir uns das Änderungsratsymbol etwas genauer betrachten, so fällt auf, dass es aus einem vordern und einem hinteren Teil besteht:

 stellt einen Abfluss dar. Und  einen Zufluss. Wenn wir also die Bestandsgrößen S_1

und S_2 mit einer Änderungsrate verbinden, so werden die Kerne, die von S_1 abgezogen werden zu S_2 hinzugezählt. Auf diese Weise lassen sich sehr anschauliche Modelle erstellen:



Zustandsgleichungen

```
S1.neu <-- S1.alt + dt*(-A1)
Startwert S1 = 10000
S2.neu <-- S2.alt + dt*(A1-A2)
Startwert S2 = 0
S3.neu <-- S3.alt + dt*(A2)
Startwert S3 = 0
```

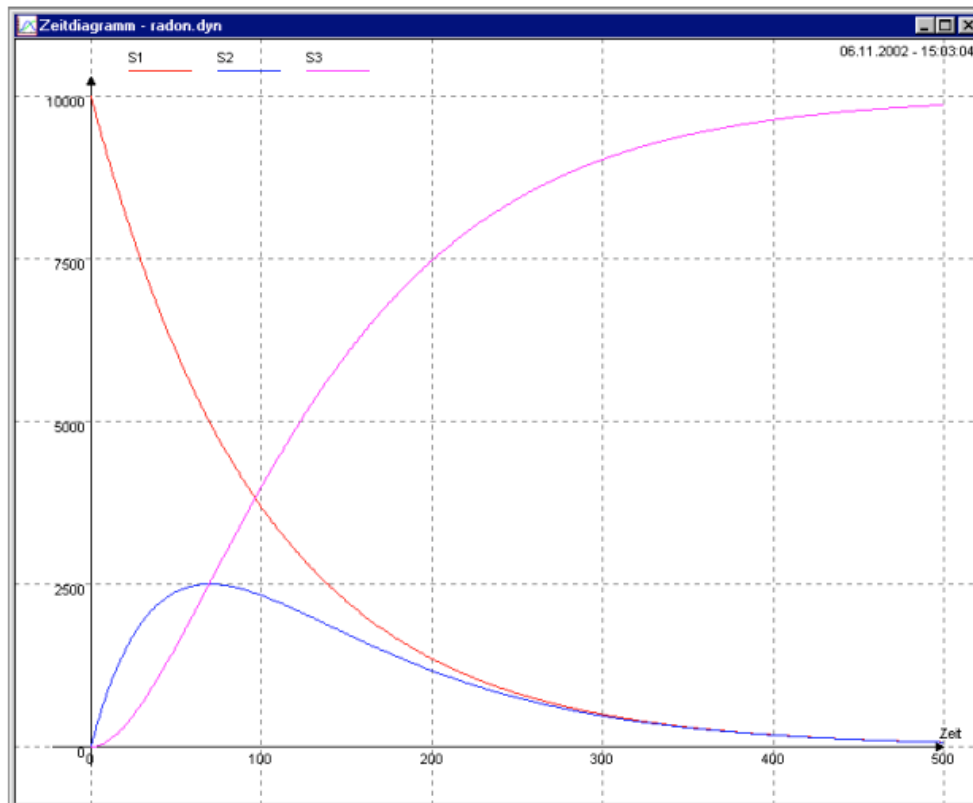
Zustandsänderungen

```
A1 = ZK1*S1
A2 = ZK2*S2
```

Konstanten

```
ZK1 = 0.01
ZK2 = 0.02
```

Zwischenwerte



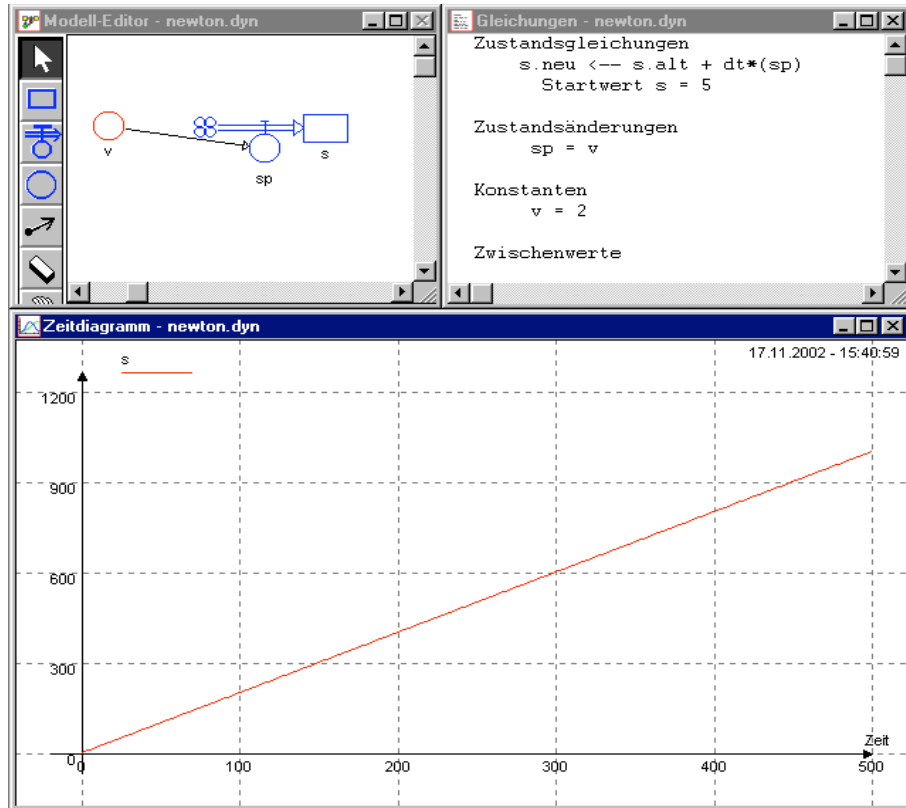
Die Newton-Maschine

Mit Newton-Maschine bezeichne ich ein Modell, das die Newton'schen Bewegungsgleichungen darstellt. Gehen wir zunächst von einer konstanten Geschwindigkeit aus. Dann gilt für s:

$$s_{\text{neu}} = s_{\text{alt}} + v \cdot \Delta t \text{ oder } v = \frac{s_{\text{neu}} - s_{\text{alt}}}{\Delta t} \text{ mit } \Delta t = t_{\text{neu}} - t_{\text{alt}} .$$

Man sieht, falls $\Delta t \rightarrow 0$ geht, ist der Grenzwert von $\frac{s_{\text{neu}} - s_{\text{alt}}}{\Delta t}$ die zeitliche Ableitung von s.

Das Modell könnte so aussehen:



Im nächsten Schritt gehen wir von einer konstanten Beschleunigung aus.

Entsprechend sehen wir:

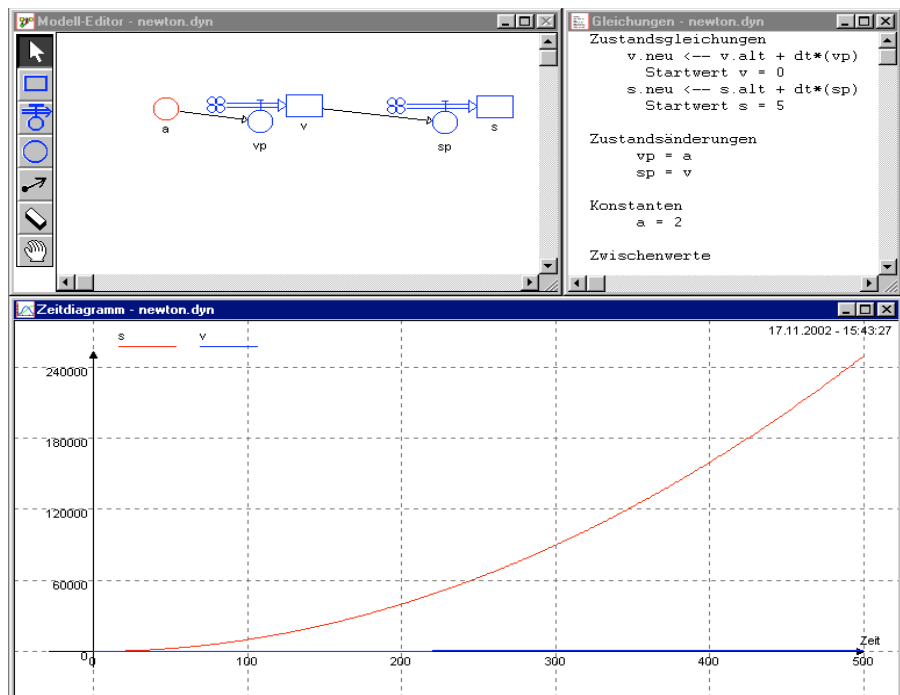
$$v_{\text{neu}} = v_{\text{alt}} + a \cdot \Delta t$$

$$\text{oder } a = \frac{v_{\text{neu}} - v_{\text{alt}}}{\Delta t}$$

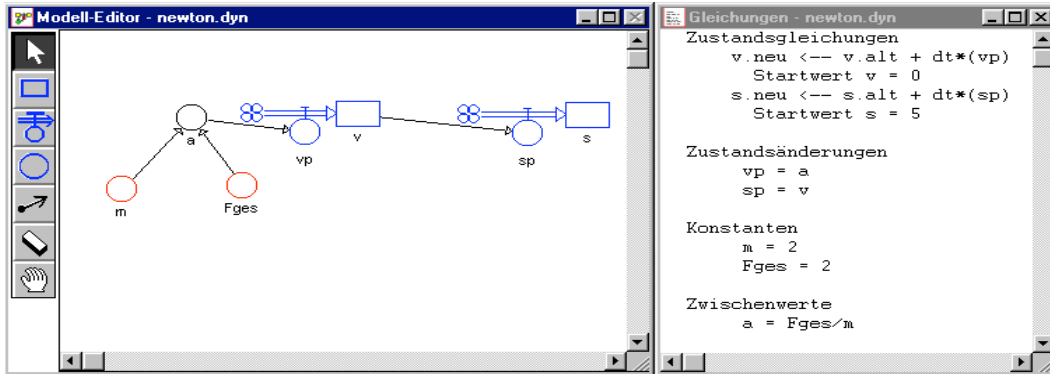
und somit ist

$$a = \dot{v} \text{ für } \Delta t \rightarrow 0.$$

Mit dieser Erweiterung erhält man nebenstehendes Modell.



Nach Newton ist $a = \frac{F}{m}$. Das folgende Modell ist damit ein Modell der Newton'schen Bewegungsgleichungen, das wir Newtonmaschine nennen wollen:



Mit ihr lassen sich auch sehr komplexe Bewegungsvorgänge simulieren. Wir müssen lediglich die verschiedenen Kräfte berechnen und zu einer Gesamtkraft addieren. Das folgende Bild zeigt ein Modell zur Simulation einer Federschwingung mit Luftwiderstand.

