**Affine Abbildungen, Matrixdarstellung**

**Information:**

Wir betrachten die Abbildungsgleichungen einer geometrischen Abbildung im ebenen Koor­dinatensystem, die den Punkt auf den Bildpunkt abbildet. Treten dabei die Koordinaten und des Punktes nur linear auf, so handelt es sich um eine **affine Abbildung**, z. B.

Bemerkung: Unter dieser Abbildung können wir uns nichts Konkretes vorstellen wie bei der Gruppenarbeit.

Allgemein bezeichnet man diese Gleichungen als **Koordinatendarstellung** der Abbildung:

Betrachtet man statt der Koordinaten der Punkte und die zugehörigen Ortsvektoren, so lassen sich diese beiden Gleichungen nach den Rechenregeln für Matrizen auch als eine einzige Matrixgleichung schreiben. Man nennt dies die **Matrixdarstellung** der Abbildung:

bzw.

mit der **Abbildungsmatrix** und dem **Verschiebungsvektor** .

Die Matrixdarstellung in obigem Beispiel wäre also

mit und .

**1. Aufgabe**

Schreiben Sie alle bisherigen Abbildungen aus der Gruppenarbeit in Matrixdarstellung.

**2. Aufgabe**

1. Bestimmen Sie bei einer allgemeinen affinen Abbildung die Bildpunkte des **Ursprungs** sowie der beiden **Einheitspunkte** und .
2. Begründen Sie, dass durch Vorgabe der Bildpunkte von die affine Abbildung eindeutig festgelegt ist.

**3. Aufgabe**

Gegeben sind die Punkte sowie eine Abbildung in Matrixdarstellung

1. Veranschaulichen Sie sich die Teilaufgaben b) bis d), indem Sie die darin vorkommenden Punkte und Geraden in ein Koordinatensystem einzeichnen.
2. Berechnen Sie die Koordinaten der Bildpunkte .
3. Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden durch in Parameterform und wählen Sie einen beliebi­gen weiteren Punkt auf .
4. Berechnen Sie die Koordinaten von und zeigen Sie, dass auf der Geraden durch liegt.
5. Begründen Sie, dass es sinnvoll ist, die Gerade als die Bildgerade von zu bezeich­nen.

**4. Aufgabe**

1. Zeigen Sie, dass affine Abbildungen „geradentreu“ sind, d. h. das Bild einer Geraden ist wieder eine Gerade.  
   Setzen Sie dazu eine allgemeine Geradengleichung in Parameterform in die allgemeine Matrixgleichung einer affinen Abbildung ein und formen Sie nach den Rechenregeln der Matrizen­rechnung um.
2. Wie berechnet sich der Stützpunkt der Bildgeraden und wie berechnet sich ihr Richtungs­vektor?
3. Berechnen Sie so das Bild der Geraden aus Aufgabe 3 und vergleichen Sie die Ergebnisse.
4. Ist das Bild einer Geraden tatsächlich immer eine Gerade?  
   Geben Sie ein Beispiel für eine affine Abbildung an, bei der jeder Punkt einer Geraden auf denselben Bildpunkt abgebildet wird.