**Beispielaufgaben: Wahrscheinlichkeiten normalverteilter Zufallsgrößen**

|  |  |
| --- | --- |
| **Aufgabe 1**  Gegeben ist der Graph der Dichtefunktion für die normalverteilte Zufallsgröße  X: Gewicht von Hühnereiern in Gramm   1. Welche Informationen können Sie dem Schaubild entnehmen? |  |

1. Pia behauptet: Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Hühnerei 58 Gramm wiegt, liegt bei ca. 8 %. Nehmen Sie Stellung.
2. Lesen Sie aus dem Graph die Parameter der Verteilung ab. Geben Sie das Integral an, welches dem Inhalt der grau markierten Fläche entspricht. Ermitteln Sie den Flächeninhalt mit dem WTR.

(WTR Hilfe: Nutzen Sie zur Berechnung des gesuchten Flächeninhalts die Verteilungsfunktion, also den Befehl „Normalcdf“.)

1. Eier, die mehr als 63 Gramm wiegen, zählen zu den Gewichtsklassen L bzw. XL. Beantworten Sie ohne weitere Rechnung, wie viel Prozent der Eier in diese Kategorie fallen.

**Aufgabe 2**

Ein Produzent von Stuhlbeinen weiß aus Erfahrung, dass die Längen seiner maschinell hergestellten Stuhlbeine normalverteilt sind. Der Erwartungswert ist 450 mm. Er entspricht dem Sollwert für Stuhlbeinlängen.

Die Standardabweichung beträgt 1,5 mm.

Aus der Produktion wird zur Qualitätskontrolle zufällig ein Stuhlbein entnommen.

1. Geben Sie den Term der Dichtefunktion an und skizzieren Sie den zugehörigen Graph für x ∈ [440; 460].

(WTR Hilfe: Funktionswerte der Dichtefunktion können über den Befehl „Normalpdf“ ermittelt werden.)

1. Ermitteln Sie näherungsweise grafisch und anschließend mit dem WTR die Wahrscheinlichkeit

P(450 ≤ X ≤ 451). Interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.

(WTR Hilfe: Nutzen Sie zur Berechnung des gesuchten Flächeninhalts die Verteilungsfunktion, also den Befehl „Normalcdf“.)

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das zufällig entnommene Stuhlbein kürzer als 44,6 cm ist?
2. Alle Stuhlbeine, deren Länge mehr als 2 mm vom Sollwert 450 mm abweicht, gelten als Ausschuss. Wie viel Ausschuss wird aktuell erzeugt? Welche Abweichungen vom Sollwert muss der Produzent zulassen, wenn der Ausschuss höchstens 5 % sein soll?

(WTR Hilfe: Den Wert für a, sodass P(X < a) = 0,025 ist, erhalten Sie mittels „invNormal“.)

**Lösungsvorschlag Aufgabe 1**

Zu a) Hühnereier wiegen ungefähr zwischen 40 Gramm und 75 Gramm. Im Mittel wiegt ein Hühnerei 58 Gramm. Der Inhalt der Fläche gibt an, wie viel Prozent der Hühnereier weniger als 53 Gramm wiegen. Dies sind (aus der Grafik abgeschätzt) ungefähr 15 % aller Eier.

Zu b) Pia hat nicht recht. Funktionswerte der Dichtefunktion geben keine Wahrscheinlichkeiten an.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ei genau 58 Gramm wiegt, ist

Zu c) μ = 58 σ = 5

A = ≈ 0,16

(Anmerkungen: Die untere Integrationsgrenze müsste mathematisch korrekt -∞ lauten.

Dies wiederum macht im Sachzusammenhang keinen Sinn. Da der Flächeninhalt, den der Graph mit der x-Achse für x < 40 einschließt, nahezu Null (nämlich etwa 0,00016) ist, kann im Sachzusammenhang x = 40 als untere Integrationsgrenze gewählt werden.)

Zu d) Aufgrund der Symmetrie des Graphs, ist P(X > 63) = P(X < 53). Also gehören ca. 16 % der Hühnereier den Gewichtsklassen L und XL an.

|  |  |
| --- | --- |
| **Lösungsvorschlag Aufgabe 2**  Zufallsgröße X: Länge der maschinell hergestellten Stuhlbeine in mm  Zu a) f(x) =  Zu b) P(450 ≤ X ≤ 451) ≈ 25 %  (etwa ein Viertel der von Kf und der x-Achse eingeschlossenen Fläche)  Die Wahrscheinlichkeit, dass das zufällig entnommene Stuhlbein eine Länge zwischen 450 mm und 451 mm hat, ist etwa 25 %. |  |

Zu c) P(X < 446) ≈ 0,38 %

Zu d) P(X < 448 ∨ X > 452) = 1 – P(448 ≤ X ≤ 452) ≈ 18,2 % beträgt der Ausschuss aktuell.

Gesucht sind die Integrationsgrenzen, sodass der Inhalt der Fläche, die von Kf und der x-Achse auf einem um den Erwartungswert symmetrischen Intervall eingeschlossen wird, den Wert 0,95 annimmt. D. h. sowohl links als auch rechts von dieser Fläche liegen zwei Flächenstücke mit Flächeninhalt 0,025.

P(X < a) = 0,025 🡪 a ≈ 447 P(X < b) = 0,975 🡪 b ≈ 453

Um den Ausschuss auf höchstens 5 % zu verringern, muss der Produzent eine Abweichung von 3 mm vom Sollwert zulassen.