**Verkettung von Abbildungen**

**Information:**

Durch Verkettung, d. h. Hintereinanderausführung von Abbildungen lassen sich neue Abbil­dungen erzeugen. Dies ist vergleichbar zur Verkettung von Funktionen. Dabei wird einem Punkt P durch  der Punkt P‘ und diesem durch der Punkt P‘‘ zugeordnet, insgesamt also

Es ergibt sich somit eine neue Abbildung, die dem Punkt P den Bildpunkt P‘‘ zuordnet mit der Abbildungsmatrix und dem Verschiebungsvektor :

**Beispiel:**

Wir verketten eine Verschiebung um mit einer Drehung um den Ursprung mit dem Winkel und der Abbildungsmatrix , und zwar in unterschiedlicher Reihenfolge:

1. Zuerst die Drehung, dann die Verschiebung,  
   d. h. zunächst und anschließend ,

insgesamt also .

1. Zuerst die Verschiebung, dann die Drehung,  
   d. h. zunächst und anschließend , insgesamt also  
    .

Die Verschiebungsvektoren der beiden Abbildungen sind unterschiedlich, d. h. es ergeben sich unterschiedliche Abbildungen, je nachdem in welcher Reihenfolge man die Abbildungen ver­kettet.

**1. Aufgabe**

Bestätigen Sie die Erkenntnis aus dem Beispiel, dass sich beim Vertauschen der Reihenfolge bei der Verkettung unterschiedliche Abbildungen ergeben, indem Sie jeweils den Bildpunkt des Punktes berechnen.

Veranschaulichen Sie sich den Sachverhalt, indem Sie in beiden Fällen den Bildpunkt des Punktes konstruieren.

**2. Aufgabe**

Wir betrachten die sogenannte **Drehstreckung**, bei der eine Drehung um den Ursprung mit dem Winkel und eine Streckung am Ursprung mit dem Faktor verkettet werden.

Bestimmen Sie allgemein oder anhand eines Beispiels ( jeweils die Abbildungsmatrizen der Drehstreckungen bei unterschiedlicher Reihenfolge der Verkettung.

Was fällt Ihnen auf?

**Zusatzaufgabe**

Verketten Sie eine Drehung um den Ursprung mit Winkel mit einer Drehung mit dem Winkel . Berechnen Sie die zugehörige Abbildungsmatrix zunächst als Produkt der beiden Drehmatrizen und .

Betrachten Sie die Abbildung nun als eine einzige Drehung. Wie groß ist der Drehwinkel? Schreiben Sie auch diese Drehmatrix auf und vergleichen Sie die Ele­mente der beiden Matrizen und miteinander.

Formulieren Sie damit die beiden sogenannten **Additionstheoreme**: