**Verallgemeinerung von Abbildungen**

**Information:**

Bisher haben wir nur Sonderfälle von elementaren aus der Mittelstufe bekannten Abbildun­gen betrachtet, d. h. Spiegelungen, Streckungen, Drehungen ausschließlich bezüglich des Ursprungs bzw. der Koordinatenachsen. Im Folgenden wollen wir die Abbildungen auch bezüglich allgemeiner Punkte bzw. Geraden betrachten. Dabei gehen wir immer so vor, dass wir die betrachtete Abbildung durch eine geeignete elementare Abbildung auf eine bereits bekannte elementare Abbildung zurückführen.

**Beispiel:**

Bisher haben wir nur Spiegelungen an den Koordinatenachsen betrachtet. Nun wollen wir die Abbildungsgleichung einer Spiegelung an der Ursprungsgeraden mit dem Steigungswinkel bestimmen. Dazu führen wir diese Spiegelung auf eine bereits bekannte Spie­gelung, die Spiegelung an der x-Achse, zurück. Dabei nutzen wir zunächst eine Abbildung, die die Spiegel­achse auf die x-Achse abbildet, nämlich die Drehung um den Ursprung mit dem Winkel . Nun führen wir die bereits bekannte Spiegelung an der x-Achse durch und dre­hen anschließend wieder zurück mit dem Winkel

In Matrixschreibweise:

Drehmatrix mit :

Spiegelmatrix an der x-Achse:

Drehmatrix mit :

Abbildungsmatrix der Gesamtabbildung (Reihenfolge der Multiplikation ist egal):

Abbildungsgleichung:

**1. Aufgabe**

Berechnen Sie in obigem Beispiel die Bildpunkte von und .

Überprüfen Sie Ihre Rechnung durch eine Zeichnung.

Wir wollen nun ähnlich wie im Beispiel weitere Abbildungen verallgemeinern, indem wir sie auf eine elementare Abbildung zurückführen. Bestimmen Sie jeweils die Abbildungsgleichung und überprüfen Sie ihr Ergebnis mit einer Zeichnung.

**2. Aufgabe**

Spiegelung an einer achsenparallelen Geraden:  
a) Spiegelung an   
b) Spiegelung an

**3. Aufgabe**

Drehung um das Drehzentrum mit dem Winkel .

**4. Aufgabe**

a) Streckung am Streckzentrum mit dem Faktor .  
b) Spiegelung am Punkt

**5. Aufgabe**

Orthogonalprojektion auf die Ursprungsgerade mit dem Steigungswinkel .

**Zusatzaufgabe**

Betrachten Sie erneut das Beispiel und berechnen Sie die Abbildungsmatrix für einen belie­bigen Steigungswinkel der Spiegelachse.

Vereinfachen Sie das Ergebnis mithilfe der sogenannten **Additionstheoreme** für sin und cos (vgl. Zusatzaufgabe auf dem Arbeitsblatt „Verkettung von Abbildungen“):

Leiten Sie daraus zunächst die **Doppelwinkelformeln** für sin und cos her:

**Bemerkung:**

Die Aufgaben 2-4 eignen sich auch für eine Gruppenarbeit / Gruppenpuzzle.