**Arbeitsblatt: stetige Zufallsgröße und Dichtefunktion**

2,746067642… 3,226502479…

2,403233672…

1,889945266…

1,364590647…

Die Zufallsgröße **X: Summe von vier Zufallszahlen zwischen 0 und 1**

ist eine stetige Zufallsgröße, da sie im Intervall [0; 4] \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Werte annehmen kann.

Wird eine sehr große Zahl von Werten erfasst, so liegt der Mittelwert der erfassten Daten bei \_\_\_\_\_ .

**Aufgabe 1:**

Es wurden 3000 zufällige Werte der Zufallsgröße X erzeugt und in Klassen der Breite 0,5 eingeordnet. Die Tabelle zeigt die relativen Häufigkeiten, mit denen die Werte in den einzelnen Klassen aufgetreten sind.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Klasse / Intervall | 0,00 – 0,499999 | 0,50 – 0,999999 | 0,10 – 1,499999 | 1,50 – 1,999999 |
| Relative Häufigkeit | 0,005 | 0,036 | 0,152 | 0,309 |
| Häufigkeitsdichte | 0,005/0,5 = 0,01 |  |  |  |
|  | | | | |
| Klasse / Intervall | 2,00 – 2,499999 | 2,50 – 2,999999 | 3,00 – 3,499999 | 3,50 – 4 |
| Relative Häufigkeit | 0,289 | 0,165 | 0,04 | 0,004 |
| Häufigkeitsdichte |  |  |  |  |

|  |  |
| --- | --- |
| Ein **Histogramm** stellt die Häufigkeitsverteilung klassierter Daten grafisch dar. Dazu werden Säulen in der jeweiligen Klassenbreite (im Bsp. ist die Breite 0,5) nebeneinander und ohne Abstand angeordnet.  Die relative Häufigkeit, die einer Klasse zugordnet ist, entspricht  dem **Flächeninhalt der jeweiligen Säule**.  Die Höhe der Säule heißt auch Häufigkeitsdichte.  Berechnen Sie die Häufigkeitsdichten und vervollständigen Sie die Wertetabelle und das Histogramm gemäß folgendem Beispiel  für die Klasse [0; 0,5[.  relative Häufigkeit = 0,005, also auch  Flächeninhalt = 0,005 = Klassenbreite ∙ Säulenhöhe (Dichte)  Säulenhöhe = = 0,01, also auch Häufigkeitsdichte = 0,01  **Wichtig:** Der Flächeninhalt aller Säulen zusammen ist \_\_\_ = \_\_\_\_\_ % . | xi  Häufigkeits-  dichte |

**Aufgabe 2:**

Die vorher erzeugten Daten wurden nun in drei Histogrammen dargestellt. Von links nach rechts verringert sich die Klassenbreite von 0,5 auf 0,1 und 0,05. Erzeugt man immer mehr Werte einer Zufallsgröße und verringert bei der Darstellung dieser Werte die Klassenbreite, dann nähert sich die Kontur des Histogramms einer glockenförmigen Kurve an. Diese Kurve ist der Graph der so genannten **Dichtefunktion f der Zufallsgröße X**.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

Nehmen Sie im Histrogramm links die dritte Säule von links in den Blick.

Diese Säule hat einen Flächeinhalt von \_\_\_\_\_\_ ∙ \_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_ . Das bedeutet: \_\_\_\_\_ % der erfassten Werte von X liegen zwischen 1 und 1,5. Oder, wenn der Verteilung eine sehr große Zahl von Daten zugrunde liegt:

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Wert von X zwischen 1 und 1,5 liegt, beträgt \_\_\_\_\_\_ .

Wenden Sie sich dem Histogramm rechts zu. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung wird durch eine glockenförmige Kurve näherungsweise beschrieben. Betrachtet man den Flächeninhalt, den diese Glockenkurve mit der x-Achse einschließt, so ist dieser ungefähr so groß wie die Summe der Flächeninhalte aller Säulen des Histogramms, nämlich 1 = 100 %. Damit hat im Grenzfall (Kontur des Histogramms = Glockenkurve) auch die Fläche unter der Glockenkurve diesen Inhalt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Wert von X im Intervall [1; 1,5] liegt, entspricht dann dem Inhalt der Fläche, die die glockenförmige Kurve in diesem Intervall mit der x-Achse einschließt.

Markieren Sie diese Fläche und notieren Sie das zugehörige Integral: P(1 ≤ X ≤ 1,5) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Schreiben Sie die Wahrscheinlichkeit P(X = 1,5) als Integral und geben Sie dessen Wert an. Interpretieren Sie.

P(X = 1,5) = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_\_ d. h. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Eine Zufallsgröße X ist stetig, wenn eine integrierbare Funktion f existiert,

sodass für a, b mit a ≤ b gilt:

Achtung:

Zusatzfrage: Was ändert sich, wenn man in der Formel „≤“ durch „<“ ersetzt?