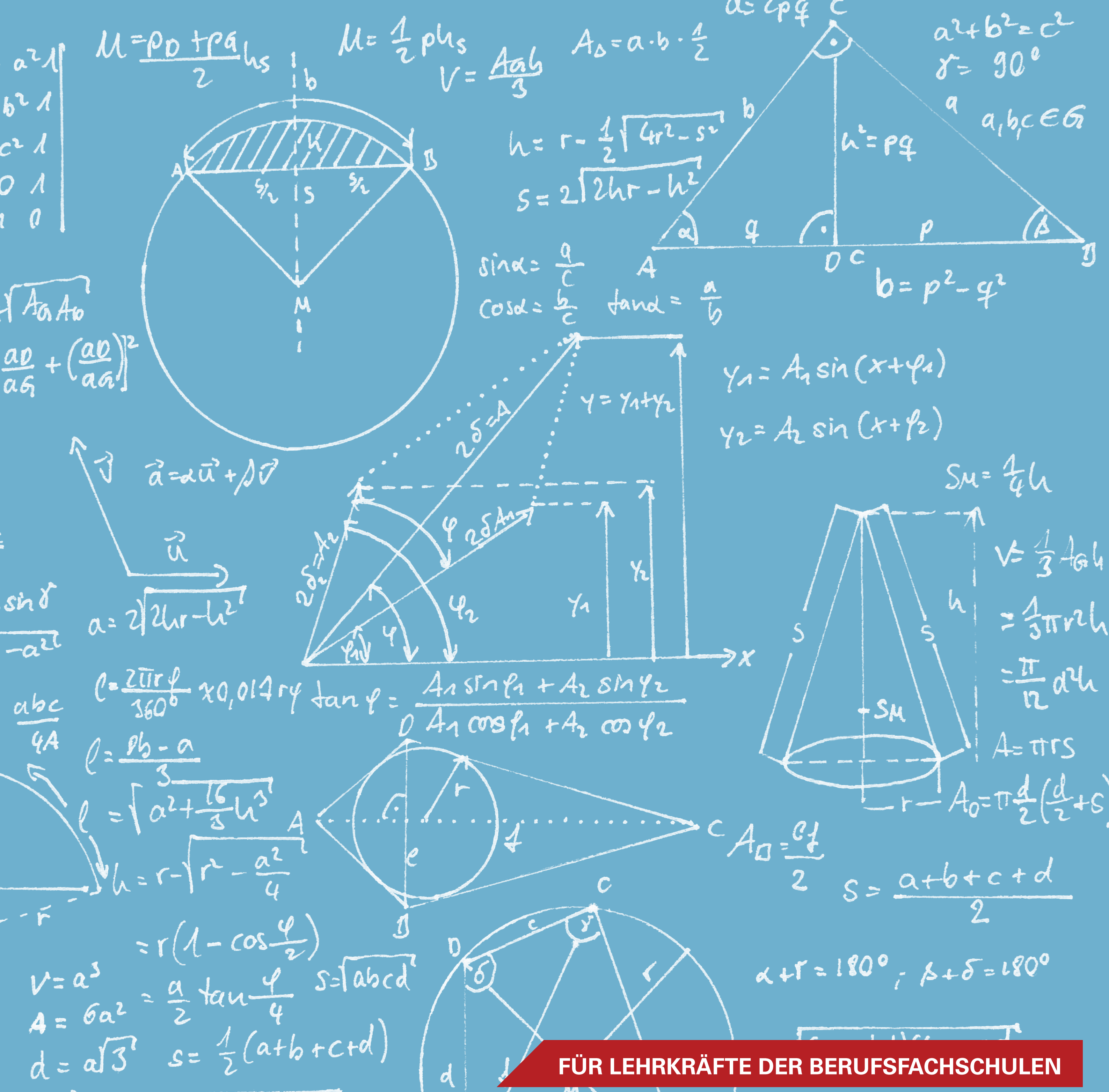


FÜR LEHRKRÄFTE DER BERUFSFACHSCHULEN

Mathematik für die Berufsfachschule

Handreichung zum neuen Bildungsplan

ZSL
Zentrum für Schulqualität und Lehrerbildung
Baden-Württemberg

Baden-Württemberg

Redaktionelle Bearbeitung

Redaktion	Carmen Kubik, Zentrum für Schulqualität und Lehrerbildung Simon Maria Hassemer, Zentrum für Schulqualität und Lehrerbildung
Autor/in	Andreas Kübler, Gewerbliche Schule Schwäbisch Gmünd Matthias Kugler, Berufliche Schule Riedlingen Stefan Martin, Hohentwiel-Gewerbeschule Singen Vera May, Albert-Einstein-Schule Ettlingen Stefanie Schütz, Mildred-Scheel-Schule Böblingen
Stand	März 2020

Impressum

Herausgeber

Zentrum für Schulqualität und Lehrerbildung (ZSL)
Fasanenweg 11, 70771 Leinfelden-Echterdingen
Telefon: 0711 21859-401
Web: https://zsl.kultus-bw.de
E-Mail: poststelle@zsl.kv.bwl.de

Druck und Vertrieb

Zentrum für Schulqualität und Lehrerbildung (ZSL)
Fasanenweg 11, 70771 Leinfelden-Echterdingen
Telefon: 0711 21859-0

Inhaltsverzeichnis

Soweit im Rahmen dieser Handreichung einzelne Unternehmen, Anwendungen oder Produkte angesprochen werden, dient dies der praktischen Veranschaulichung und stellt keinen vollständigen Marktüberblick dar.

1 Allgemeiner Teil

1.1 Aufbau des Bildungsplans

Erklärtes Ziel der Neugestaltung der Bildungspläne für die zweijährige zur Fachschulreife führenden Berufsfachschule (2BFS) ist, dass diese gut strukturiert, leicht lesbar und von kompaktem Umfang sind sowie ein hohes Maß an Verbindlichkeit und Standardisierung hinsichtlich der Unterrichtsinhalte und der Kompetenzformulierungen. Damit ist auch die Basis für eine effiziente zentrale Prüfungsstellung gelegt. Da die aktuellen Bildungspläne der zweijährigen Berufsfachschule eine hohe Akzeptanz hinsichtlich Lesbarkeit, Struktur und Inhalt aufweisen, wurde keine grundlegende Veränderung der „T-Struktur“ vorgenommen, vielmehr ist eine Stärkung der Kompetenzorientierung erfolgt und damit eine weitere Anpassung an die entsprechenden Bildungsstandards der KMK für den mittleren Schulabschluss.

1.2 Gliederung

Die Bildungspläne bestehen jeweils aus drei Teilen, die von den Kommissionen formuliert wurden:
- Vorbemerkungen,
- Bildungsplaneinheiten (BPE),
- Anhang.

Vorbemerkungen begründen den fachspezifischen Bildungsauftrag, enthalten fachliche Aussagen zum Kompetenzerwerb (insbesondere personale und prozessorientierte Kompetenzen) sowie didaktische Hinweise (z. B. zu den Aspekten Heterogenität, Klassenstufe, Hilfsmittel usw.).

Die Bildungsplaneinheiten beinhalten Zielformulierungen der inhaltsbezogenen Kompetenzen, Inhalts- sowie Hinweisspalten.

Im Anhang findet sich die Liste fachbezogener handlungsinitiierender Verben.

1.3 Struktur der Bildungsplaneinheiten

Im Wesentlichen bleibt die „T-Struktur“ der bisherigen Bildungspläne erhalten (siehe Abbildung 1).

Abbildung 1: T-Struktur

Die stärkere Berücksichtigung der Kompetenzorientierung erfolgt durch kleinschrittigere Kompetenzbeschreibungen innerhalb einer Bildungsplaneinheit (BPE). Jede BPE ist zudem mit einer übergeordneten Zielformulierung in kursiver Schrift überschrieben (siehe Abbildung 2). Die Zielformulierungen für die Bildungsplaneinheiten bzw. die jeweiligen Untereinheiten basieren auf den fachspezifischen handlungsinitiierenden Verben.

BILDUNGSPLANEINHEIT (BPE)	
Übergeordnete Zielformulierung für die gesamte BPE	
Kompetenzorientierte Zielformulierungen mit handlungsinitiierenden Verben	
Inhalte	Hinweise
Kompetenzorientierte Zielformulierungen mit handlungsinitiierenden Verben	
Inhalte	Hinweise
Kompetenzorientierte Zielformulierungen mit handlungsinitiierenden Verben	
Inhalte	Hinweise

Abbildung 2: Schematische Darstellung einer BPE mit übergeordneter Zielformulierung

Sowohl Zielleiste, Inhaltsspalte als auch Hinweisspalte bleiben erhalten. Die bisherige HOT-Leiste ist durch einen VIP-Bereich (Vertiefung, Individualisiertes Lernen, Projektunterricht) ersetzt worden. Ebenso wurde die „Zeit für Leistungsfeststellung und zur möglichen Vertiefung“ in „Zeit für die Leistungsfeststellung“ umbenannt.

Die Inhalte werden nun durch eine kompetenzorientierte Zielformulierung (mit handlungsinitiierenden Verben) in ihren Anforderungsbereichen definiert und erläutert. Hier gibt es zwei Varianten – auch abhängig vom jeweiligen Unterrichtsfach: Teilweise ist mit einer umfangreicheren Zielformulierung eine größere Menge an Inhalten im Anforderungsbereich definiert. Teilweise werden einzelne BPE durch eine größere Menge an Untereinheiten mit entsprechenden Zielformulierungen in ihren Anforderungsbereichen festgelegt.

1.4 Der VIP-Bereich

Alle neuen Bildungspläne enthalten einen sogenannten VIP-Bereich. Dieser berücksichtigt die Aspekte Vertiefung, individualisiertes Lernen sowie Projektunterricht. Die Stundenzahl hierfür beträgt 1/4 der Gesamtstundenzahl des jeweiligen Faches. Im Rahmen der zur Verfügung stehenden Stunden sollen die Schülerinnen und Schüler im Projektunterricht und durch gezielte Vertiefung bestmöglich unterstützt und bei der Weiterentwicklung ihrer personalen und fachlichen Kompetenzen gefördert werden. Die Fachlehrerinnen und Fachlehrer gestalten die Unterrichtseinheiten individuell auf Basis der fächerspezifischen Besonderheiten und hinsichtlich der Lernvoraussetzungen der einzelnen Schülerin und des einzelnen Schülers. In den Bildungsplänen wurde für jedes Schuljahr ein eigener VIP-Bereich den Bildungsplaneinheiten vorangestellt.

Beispiele für den Projektunterricht werden für die Fächer jeweils angeführt. Die Bereiche „Vertiefung“ und „Individualisiertes Lernen“ werden entsprechend der Klassensituation gestaltet.

Vertiefung – Individualisiertes Lernen – Projektunterricht (VIP)		**30**
Vertiefung	**Individualisiertes Lernen**	**Projektunterricht**
z. B. Übungen Anwendungen Wiederholungen	z. B. Selbstorganisiertes Lernen Lernvereinbarungen Binnendifferenzierung	z. B. Erstellung von Erklärvideos zur Konstruktion von Dreiecken; Teilnahme an Mathematikwettbewerben; Besuch einer Ausstellung; Geometrie in der Optik: Vergrößern und Verkleinern von Figuren (zentrische Streckung)
Die Themenauswahl des Projektunterrichts hat aus den nachfolgenden Bildungsplaneinheiten unter Beachtung fächerverbindender Aspekte zu erfolgen.		

Abbildung 3: VIP-Bereich

1.5 Bisherige Lehrplanstruktur

Ziele mit Kompetenzen und handlungsinitiierenden Verben

Inhalte

Hinweise

4	**Geraden**	**45**
Die Schülerinnen und Schüler sollen – Geraden in ein Koordinatensystem einzeichnen, – einfache lineare Zusammenhänge aus dem Alltag mit Hilfe von Geradengleichungen veranschaulichen, – lineare Gleichungen rechnerisch lösen und die Ergebnisse interpretieren, – Ergebnisse abschätzen und an Skizzen überprüfen.		
Darstellen von Geraden im Koordinatensystem – Wertetafel – Einfluss der Koeffizienten auf das Schaubild – Steigungsdreieck – besondere Geraden – Interpretation von Schaubildern	Steigung, y-Achsenabschnitt Tangens Ursprungsgeraden, Achsenparallele Geraden Koordinatenachsen mit verschiedenen Achsenbezeichnungen und unterschiedlichen Maßeinheiten bei zusammengesetzten Größen in Anwendungsaufgaben, z. B. Weg – Zeit, Gewicht – Preis, Gewicht – Volumen	

1.6 Zukünftige Bildungsplanstruktur

Zielformulierungen: fachbezogene Kompetenzen, verbindlich, prüfungsrelevant, Regelanforderungen

Inhalte: verbindliche Inhalte 62,5 % der Gesamtstundenzahl

Hinweise: Beispiele, Querverweise, didaktische Hinweise, keine Verbindlichkeit bei Leistungserhebungen und Prüfungen

BPE 6	**Geraden**	**25**
Die Schülerinnen und Schüler erkennen lineare Zusammenhänge und wechseln situationsgerecht zwischen verschiedenen Darstellungsformen. Sie wenden ihre bei linearen Gleichungen erworbenen Rechenfertigkeiten an und lösen inner- und außermathematische Fragestellungen anhand von Geraden.		

BPE 6.1	**Die Schülerinnen und Schüler deuten die Wirkung der Parameter auf den Graphen. Sie zeichnen Geraden anhand ihrer Eigenschaften in ein Koordinatensystem und ermitteln Geradengleichungen.**
Gerade $g: y = mx + b$	„Die Gerade g mit der Gleichung ...“ z. B. $g: y = \frac{1}{2}x + 3$; $g: y = x$; $g: y = -x$; $g: y = 2$; $g: 2x + 3y = 7$ auch $g: x = 3$ Wiederholung kartesisches Koordinatensystem
Steigung	$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, Steigungsdreieck Änderungsverhalten
y-Achsenabschnitt	
Aufstellen von Geradengleichungen	
– zwei Punkte – Steigung und Punkt – parallel zu Geraden und durch Punkt	

1.7 Zeit für die Leistungsfeststellung

In der Inhaltsübersicht der neuen Bildungspläne findet sich nicht mehr die Formulierung „Zeit für Leistungsfeststellung und zur möglichen Vertiefung“. Vielmehr wird von „Zeit für die Leistungsfeststellung“ gesprochen. Die zur Verfügung stehende Stundenzahl beträgt 1/8 der Gesamtstundenzahl des jeweiligen Faches und umfasst die Vorbereitung, Durchführung und Nachbereitung von Leistungserhebungen. Dies sind beispielsweise Stunden, in denen die Schülerinnen und Schüler sich auf Klassenarbeiten vorbereiten, Stunden, die für die Durchführung und Rückgabe bzw. Nachbesprechung von Klassenarbeiten verwendet werden, aber auch Stunden für Referate oder andere Schülerleistungen, Nachbesprechung sonstiger Leistungserhebungen und Feedback-Gespräche.

1.8 Weitere Hinweise

Innerhalb der jeweiligen BPE finden sich in den Zielformulierungen fachbezogene Kompetenzen. Hinweise zu Prüfungsinhalten in den jeweiligen Fächern oder zu verwendende Hilfsmittel sind im Bildungsplan nicht enthalten. Allgemeine didaktische Hinweise zum Einsatz von Hilfsmitteln werden erwähnt (ohne konkrete Nennung).

Bei der Festlegung der Zielformulierungen und der Ausgestaltung der Inhaltsspalte wurde darauf geachtet, dass der jeweilige Anforderungsbereich des verwendeten handlungsinitiierenden Verbs in Zusammenhang mit der Inhaltsspalte verbindliche Grundlage für den Unterricht und für die Erstellung von Prüfungsaufgaben ist. Die Zielformulierungen und die entsprechenden Inhalte (Inhaltsspalte) sind verbindlich, prüfungsrelevant und stellen die Regelanforderungen im jeweiligen Fach dar.

Die Hinweisspalte gibt wie bisher Ergänzungen zur Inhaltsspalte und umfasst Beispiele, didaktische Hinweise und Querverweise auf andere Fächer bzw. Bildungsplaneinheiten. In den neuen Bildungsplänen wird den Beispielen immer die Abkürzung „z. B.“ vorangestellt. Zudem hat die Hinweisspalte keine Verbindlichkeit bei der Leistungserhebung bzw. bei Prüfungen. Verbindliche Unterrichtsinhalte sind daher in der Inhaltsspalte zu finden. Die Stundenzahl, die für die Unterrichtsinhalte der Inhaltsspalte zur Verfügung steht, bleibt wie bisher mit einem Anteil von 5/8 an der Gesamtstundenzahl des jeweiligen Faches gleich.

2 Fachspezifischer Teil mit Unterrichtsbeispielen

2.1 Gegenüberstellung des Lehrplans von 2008 und des Bildungsplans von 2019

Alter Lehrplan 2008		**Neuer Bildungsplan 2019**	
1. Schuljahr		**1. Schuljahr**	
HOT	15 h	VIP	30 h
1 Sprache im Mathematikunterricht	integrativ	1 Termumformungen	20 h
2 Terme und Gleichungen	40 h	2 Gleichungen	25 h
3 Geometrie	35 h	3 Geometrie	30 h
Zeit für Leistungsfeststellung und zur möglichen Vertiefung	30 h	Zeit für die Leistungsfeststellung	15 h
Summe:	120 h	Summe:	120 h
2. Schuljahr		**2. Schuljahr**	
HOT	20 h	VIP	40 h
4 Geraden	45 h	4 Wahrscheinlichkeitsrechnung	15 h
5 Parabeln	35 h	5 Lineare Gleichungssysteme (LGS)	10 h
6 Wahlgebiete		6 Geraden	25 h
nach der schriftlichen Prüfung	20 h	7 Parabeln	30 h
		8 Wahlthemen	20 h
Zeit für Leistungsfeststellung und zur möglichen Vertiefung	40 h	Zeit für die Leistungsfeststellung	20 h
Summe:	160 h	Summe:	160 h

2.2 Grundintentionen des Bildungsplans 2019

Spiralcurriculum und Vernetzung

Der Bildungsplan verfolgt das Prinzip des Spiralcurriculums, bei dem im Schuljahr 1 behandelte Inhalte im Schuljahr 2 gezielt vertieft und vernetzt werden. So findet beispielsweise das im 1. Schuljahr thematisierte Lösen linearer Gleichungen im 2. Schuljahr bei Geraden erneut seine Anwendung. Gleiches findet sich beim Lösen quadratischer Gleichungen und Parabeln wieder. Die einfachen Bruchgleichungen werden bei den Strahlensätzen wieder aufgenommen.

Eine weitere Vernetzung der Themen findet u. a. bei den Inhalten Termumformungen und Geometrie sowie Lineare Gleichungssysteme und Geraden statt.

Kompetenzerweiterung

Die Schülerinnen und Schüler sollen die Kompetenz erwerben, in Zusammenhängen zu denken, reale Vorgänge zu modellieren, Problemlösestrategien zu entwickeln und anzuwenden sowie Ergebnisse darzustellen und zu interpretieren. Sie erwerben in einem sprachsensibel gestalteten Unterricht diese Kompetenzen anhand der mathematischen Inhalte des Bildungsplans.

Beispiele zu den sechs mathematischen Kompetenzen:

- K1 Argumentieren: Kongruenz zweier Figuren begründen
- K2 Probleme mathematisch lösen: mehrschrittige Lösungsverfahren, z. B. die Höhe in einem zusammengesetzten Körper bestimmen
- K3 Modellieren: Lineare Gleichungssysteme mit Anwendungsaufgaben einführen
- K4 Darstellungen verwenden: Schaubild – Term – Text – Wertetabelle zuordnen
- K5 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen umgehen: Streckenlänge mit dem Strahlensatz berechnen
- K6 Kommunizieren: ein Schaubild beschreiben

2.3 Wesentliche inhaltliche Neuerungen des Bildungsplans 2019

Die in der Spalte Vorkenntnisse aufgeführten Inhalte beziehen sich auf die Themen, die im Lehrplan 2008 standen und gemäß dem Bildungsplan 2016 – Sekundarstufe I bereits unterrichtet wurden.

<table>
<tr><th rowspan="2">BPE</th><th colspan="2">entfallen/reduziert</th><th rowspan="2">neu hinzugekommen</th></tr>
<tr><th>Vorkenntnisse</th><th>gestrichen</th></tr>
<tr><td></td><td colspan="3">Die im alten Lehrplan inhaltlich (nur integrativ) ausgewiesene Sprache im Mathematikunterricht wird nicht mehr extra ausgewiesen, sondern findet sich durch die verstärkte Kompetenzorientierung in allen Bildungsplaneinheiten wieder.</td></tr>
<tr><td>1. Termumformungen</td><td>• Berechnen von Termen mit einer Variable
• Abschätzen von Ergebnissen
• Rechengesetze für Brüche und Bruchterme

Radizieren
• Wert der Quadratwurzel abschätzen
• Zusammenhang zwischen Wurzelziehen und Quadrieren
• Kubikwurzel</td><td>• Satz vom Nullprodukt
• Primfaktorzerlegung

Radizieren
• Potenzen und Wurzeln, Erweiterung des Wurzelbegriffs
• Rechnen mit Wurzeln</td><td></td></tr>
<tr><td>2. Gleichungen</td><td></td><td>Faktorisieren bei quadratischen Gleichungen</td><td>Bruchgleichungen</td></tr>
</table>

BPE	entfallen/reduziert		neu hinzugekommen
	Vorkenntnisse	**gestrichen**	
3. Geometrie	Grundbegriffe • Punkt, Gerade, Strecke, Kreis • Koordinatensystem • Längen, Flächeninhalt, Winkel • Achsensymmetrie Geometrische Figuren • Winkelsumme im Dreieck • Flächeninhalt von Dreieck und speziellen Vierecken • Flächeninhalt und Umfang eines Kreises • Rauminhalt und Oberflächeninhalt bei Prisma, Zylinder, Pyramide mit Anwendungsbeispielen Darstellung von Körpern Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck • Satz des Pythagoras		Satz des Thales • Konstruktion • Prüfung auf Orthogonalität Kongruenz Ähnlichkeit Strahlensätze Volumen und Oberflächeninhalte • Kugel • Quader, Zylinder, Pyramide (Vertiefung) • zusammengesetzte Körper • Satz des Pythagoras (Vertiefung)
4. Wahrscheinlichkeitsrechnung			• Grundbegriffe bei einstufigen Zufallsexperimenten • Laplace-Experiment • zweistufige Zufallsexperimente • mit/ohne Zurücklegen • mit/ohne Beachtung der Reihenfolge • Gegenereignis • Baumdiagramme • Erwartungswert

<table>
<tr><th rowspan="2">BPE</th><th colspan="2">entfallen/reduziert</th><th rowspan="2">neu hinzugekommen</th></tr>
<tr><th>Vorkenntnisse</th><th>gestrichen</th></tr>
<tr><td>5. LGS</td><td></td><td>Anwendungsaufgaben im Bereich der linearen Gleichungssysteme</td><td></td></tr>
<tr><td>6. Geraden</td><td></td><td>Tangens im Steigungsdreieck</td><td></td></tr>
<tr><td>7. Parabeln</td><td></td><td>Reduziert:
Zulässige Abbildungskombinationen:
• Verschiebung in x- und y-Richtung
• Streckung und Verschiebung nur in y-Richtung
• Umwandlung Scheitelform – Normalform nur mit Faktor $a = 1$
• aus dem Schaubild nur Bestimmung der Scheitelform

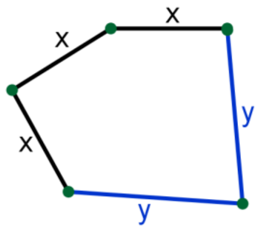
Entfällt:
• Faktorisieren und Satz vom Nullprodukt</td><td>Darstellung nicht-quadratischer Zusammenhänge</td></tr>
</table>

2.4 Aufgaben zur Abgrenzung der Bildungsplaninhalte

2.4.1 BPE 1 – Termumformungen

Terme: Aufgabe 1

a) Geben Sie einen Term an, der den Umfang der Figur beschreibt.
b) Bestimmen Sie den Umfang für die Streckenlängen $\mathrm{x} = 2{,}5$ cm und $\mathrm{y} = 4$ cm.



Potenzen: Aufgabe 1

Emma behauptet, bei der Umformung der Terme komme immer das Ergebnis a^3 heraus. Überprüfen Sie ihre Behauptung.

a) $a + a + a$

b) $a^2 \cdot a$

c) $(a^2)^1$

d) $\frac{1}{a^3}$

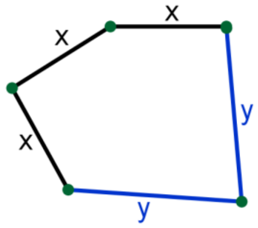
e) $\frac{a^5}{a^8}$

Hinweis: Diese Aufgabe wäre zum Beispiel mit den Termen $\frac{3}{a^{-3}}$; $\frac{a^{-5}}{a^{-8}}$; $\sqrt{a^6}$ oder $\frac{\sqrt{16a^8}}{4a}$ nicht angedacht.

2.4.2 BPE 2 – Gleichungen

Lineare Gleichungen: Aufgabe 1

Der Umfang der Figur beträgt 15,5 cm. Die Länge der Strecke x beträgt 2,5 cm. Berechnen Sie die Länge der Strecke y.



Bruchgleichungen und Definitionsmenge: Aufgabe 1

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich und ermitteln Sie die Lösung.

a) $\frac{13}{x+6} = \frac{1}{x}$

b) $\frac{8}{x-4} = 2$

Hinweis: Aufgabe 1 ginge zum Beispiel mit der Gleichung $\frac{13}{x+6} = \frac{1}{x} + 5$ über den Rahmen des Bildungsplans hinaus.

Quadratische Gleichungen: Aufgabe 1

Untersuchen Sie die quadratische Gleichung auf die Anzahl ihrer Lösungen.

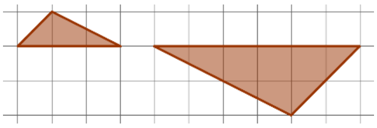
$$2x^2 - 6x + \frac{9}{2} = 0$$

Hinweis: Aufgabe 1 ist zum Beispiel mit der Gleichung $0 = (x+5)(x-1)$ unter Verwendung des Satzes vom Nullprodukt nicht angedacht.

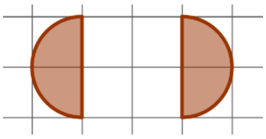
2.4.3 BPE 3 – Geometrie

Kongruenz: Aufgabe 1

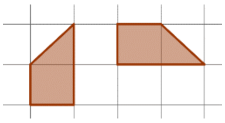
Entscheiden Sie, ob es sich um kongruente Figuren handelt. Falls ja, geben Sie genau eine passende Kongruenzabbildung an.

a) 

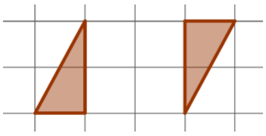
☐ ja
☐ nein
____

b) 

☐ ja
☐ nein
____

c) 

☐ ja
☐ nein
____

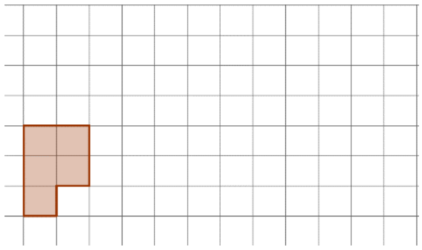
d) 

☐ ja
☐ nein
____

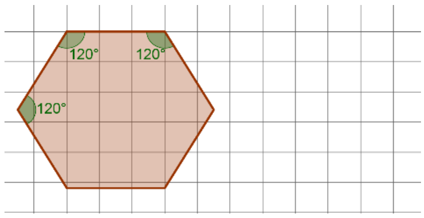
Ähnlichkeit: Aufgabe 1

Konstruieren Sie zur gegebenen Figur eine ähnliche Figur mit folgenden Angaben:

a) Alle Strecken sind doppelt so lang.

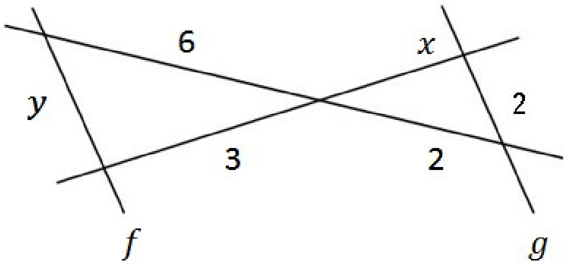


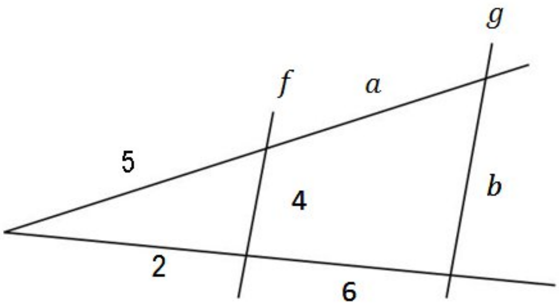
b) Die Strecken des Sechsecks werden im Maßstab 3 : 2 verkleinert.



Strahlensatz: Aufgabe 1

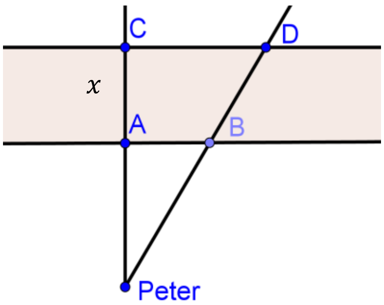
Die Geraden f und g sind parallel. Berechnen Sie die unbekannten Streckenlängen.





Strahlensatz: Aufgabe 2

Peter steht 3 m von einer Straße entfernt. Die Strecke von A nach B ist 2 m lang, die Strecke von C nach D ist 5 m lang. Peter schätzt, dass er weniger als 10 m von der anderen Straßenseite entfernt ist. Überprüfen Sie seine Schätzung.



Hinweis: Eine Aufgabenstellung ohne vorgegebene Strahlensatzfigur ist nicht angedacht.

2.4.4 BPE 4 – Wahrscheinlichkeitsrechnung

Aufgabe 1

Aus einer Urne mit 6 weißen und 10 schwarzen Kugeln werden nacheinander zwei Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Bestimmen Sie mithilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit

a) zwei weiße Kugeln zu ziehen,
b) eine schwarze und eine weiße Kugel zu ziehen,
c) erst eine schwarze und dann eine weiße Kugel zu ziehen.

Schreibweise:

a) P(zwei weiße Kugeln)

b) P(eine schwarze und eine weiße Kugel)

= P(erst eine schwarze und dann eine weiße Kugel)

+ P(erst eine weiße und dann eine schwarze Kugel)

= 1 – P(zwei weiße Kugeln) – P(zwei schwarze Kugeln)

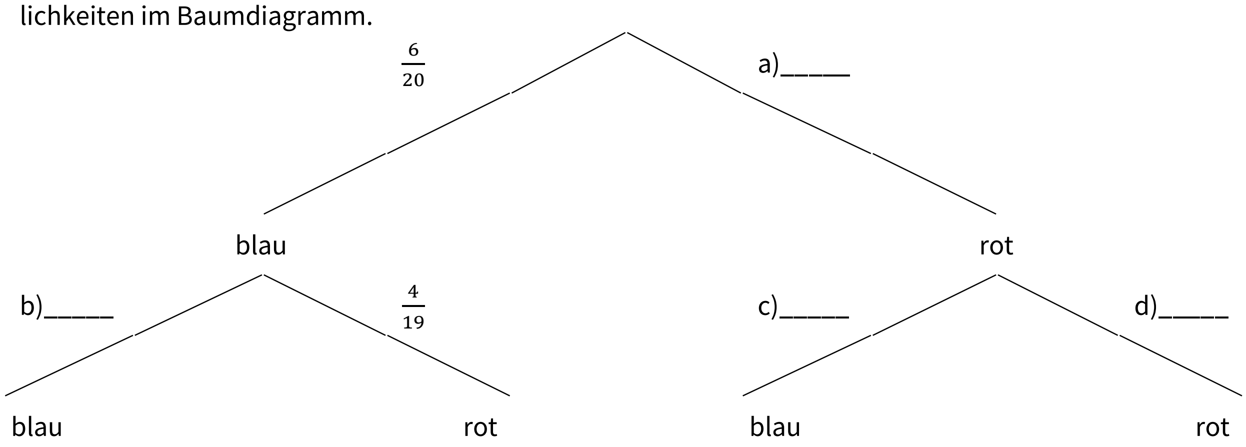
c) P(erst eine schwarze und dann eine weiße Kugel)

Alternative Schreibweise:

Ereignis E: Es wird erst eine schwarze und dann eine weiße Kugel gezogen. Gesucht ist P(E).

Aufgabe 2

In einem Behälter befinden sich 20 Bälle. Timo zieht nacheinander zwei Bälle. Ergänzen Sie die Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm.

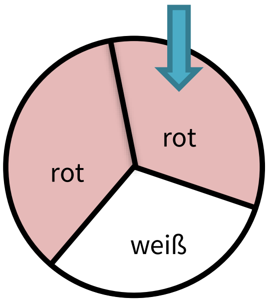


Hinweis: Es werden in der Regel nur Zufallsexperimente mit Beachtung der Reihenfolge (nacheinander ziehen) genutzt. Die Nichtbeachtung der Reihenfolge sollte nur bei den Ereignissen aufgegriffen werden (siehe Aufgabe 1 b) und c)).

Aufgabe 3

Die drei Felder des Glücksrades sind gleich groß. Das Glücksrad wird einmal gedreht. Zeigt der Pfeil auf ein rotes Feld, so verliert man 1 Euro. Zeigt der Pfeil auf das weiße Feld, erhält man 2 Euro.

a) Berechnen Sie den Erwartungswert.
b) Begründen Sie, ob es sich für Sie auf lange Sicht lohnt, an dem Spiel teilzunehmen.



Aufgabe 4

Ein Supermarkt kauft Glühbirnen zu einem Preis von 0,97 Euro. Verkauft werden die Glühbirnen für 1,49 Euro. Durchschnittlich sind 5 % der gelieferten Lampen defekt. Diese können nicht verkauft werden, sondern müssen vom Supermarkt entsorgt werden.

Berechnen Sie den durchschnittlichen Gewinn, den der Supermarkt pro Glühbirne erwarten kann.

2.4.5 BPE 5 – Lineare Gleichungssysteme

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Lösung des folgenden linearen Gleichungssystems.

$$\begin{aligned} 4x + 3y &= 54 \\ x + \frac{1}{4}y &= 4 \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Untersuchen Sie das lineare Gleichungssystem auf die Anzahl seiner Lösungen.

a) $$\begin{aligned} x + 3y &= 5 \\ 3x + 9y &= 15 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} 3x - y &= 5 \\ 2y &= 6x - 14 \end{aligned}$$

Hinweis: Anwendungsaufgaben wie zum Beispiel Aufgabe 3 b) aus der Hauptprüfung 2018 gehen über den Rahmen des Bildungsplans hinaus.

2.4.6 BPE 6 – Geraden

Aufgabe 1

Von einer Geraden ist folgende unvollständige Wertetabelle gegeben:

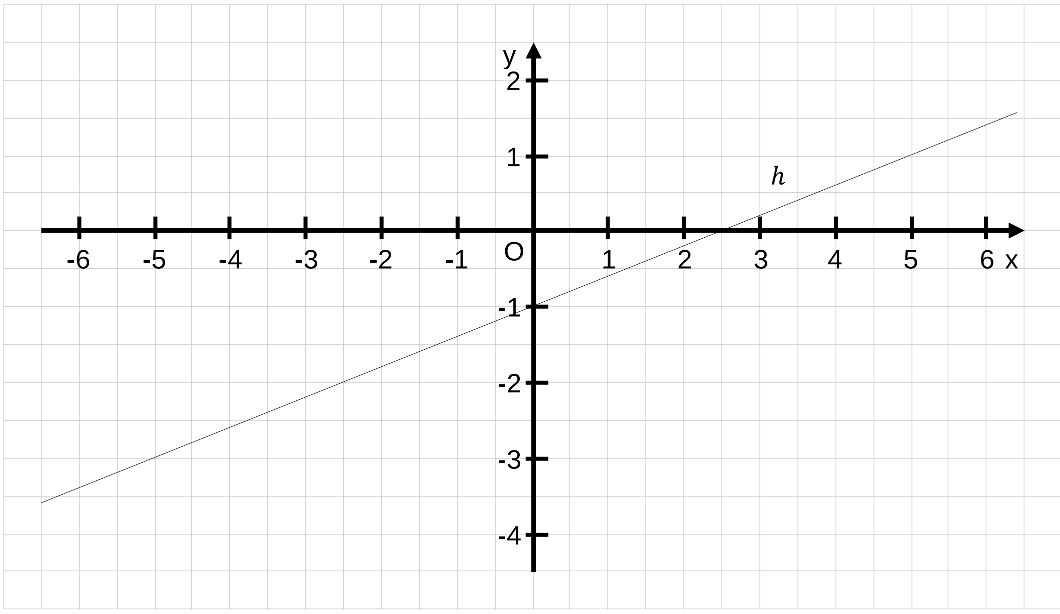
x	-6	-3	3	6
y	-2		4	

a) Vervollständigen Sie die Wertetabelle.
b) Stellen Sie eine Gleichung der Geraden auf.
c) Untersuchen Sie die Gerade auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und geben Sie deren Koordinaten an.

Hinweis: Die Berechnung des Steigungswinkels ist nicht angedacht.

Aufgabe 2

Gegeben ist das folgende Schaubild.



Bestimmen Sie eine Gleichung für eine zweite Gerade g so, dass diese
a) unendlich viele gemeinsame Punkte mit h hat.
b) keinen gemeinsamen Punkt mit h hat.
c) den Schnittpunkt $S(0|-1)$ mit h hat.

Hinweis: Aufgabe 2 ginge zum Beispiel mit der Bestimmung einer Gleichung für die Gerade g, die senkrecht zu h verläuft, über den Rahmen des Bildungsplanes hinaus.

2.4.7 BPE 7 – Parabeln

Aufgabe 1

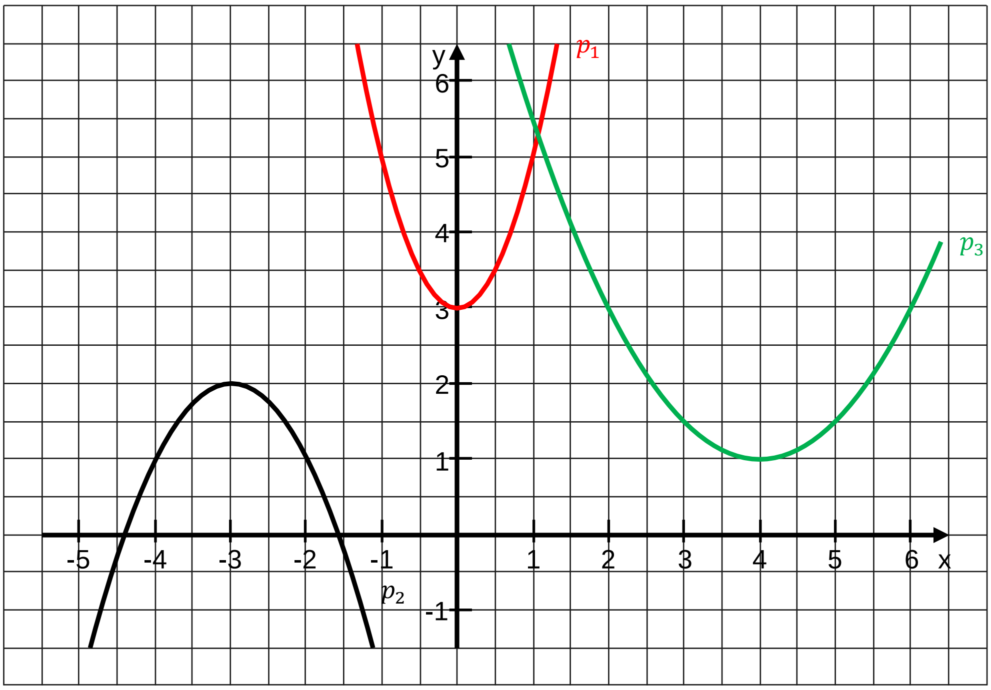
Gegeben sind die Parabel p und die Gerade g mit den folgenden Gleichungen:
$p\colon\ y = (x-4)^2 - 2$
$g\colon\ y = -x + 8$

a) Beschreiben Sie, wie die Parabel p aus der Normalparabel hervorgeht.
b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes von p.
c) Zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g in ein rechtwinkliges Koordinatensystem.
d) Ermitteln Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von p mit den Koordinatenachsen.
e) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von p und g.

Hinweis: Aufgabe 1 ginge zum Beispiel mit den Parabelgleichungen der Form $p\colon y = 3(x-4)^2 - 2$ oder $p\colon y = -2x^2 + 5x + 1$ über den Rahmen des Bildungsplanes hinaus.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie aus der Abbildung je eine Parabelgleichung für p_1 und p_2.



Hinweis: Aufgabe 2 ginge für p_3 über den Rahmen des Bildungsplanes hinaus.

2.5 Methodische und didaktische Umsetzung im Unterricht

Mit den folgenden Materialien sollen Impulse für einen kompetenzorientierten Unterricht unter Berücksichtigung von Heterogenität und Differenzierung gegeben werden. Des Weiteren werden illustrierende Beispiele zum sinnvollen Einsatz digitaler Medien aufgezeigt. Ein besonderer Schwerpunkt liegt auf den neuen Inhalten der Bildungsplaneinheiten Geometrie und Wahrscheinlichkeitsrechnung.

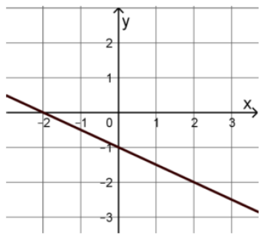
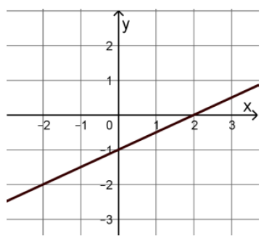
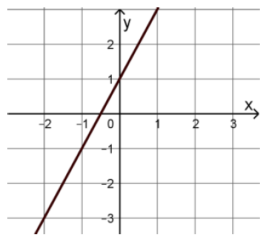
2.5.1 Blick auf die Kompetenzorientierung anhand von Aufgaben

Im aktuellen Bildungsplan erfolgt eine Stärkung der Kompetenzorientierung und damit eine weitere Anpassung an die entsprechenden Bildungsstandards der KMK für den mittleren Schulabschluss. Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind:

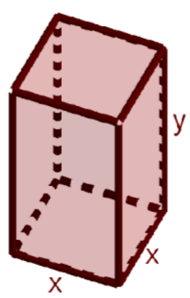
K1: mathematisch argumentieren,
K2: Probleme mathematisch lösen,
K3: mathematisch modellieren,
K4: mathematische Darstellungen verwenden,
K5: mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen,
K6: mathematisch kommunizieren.

Die folgenden Beispiele zeigen exemplarisch, wie oben genannte mathematische Kompetenzen (K1 bis K6) gefördert werden können.

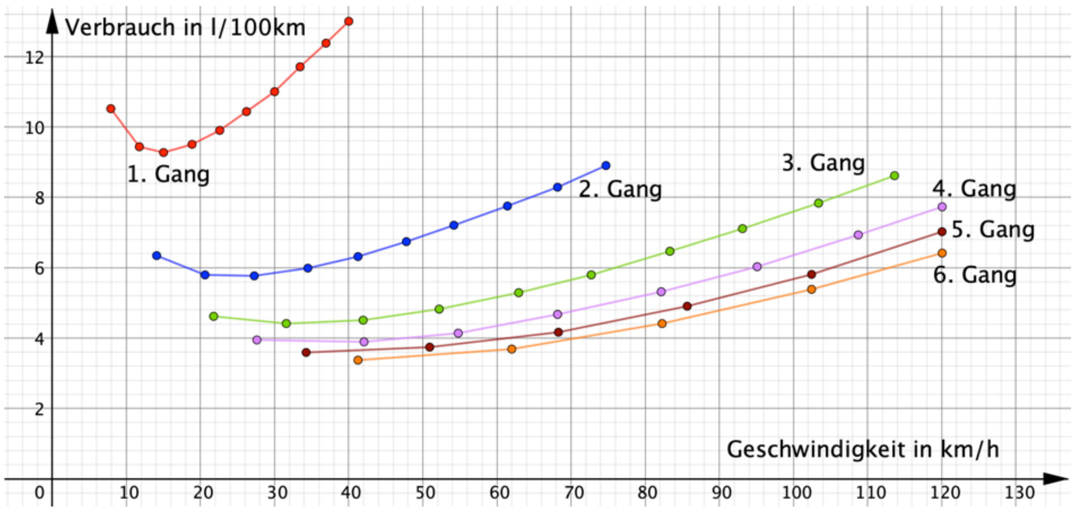
Aufgabe 1

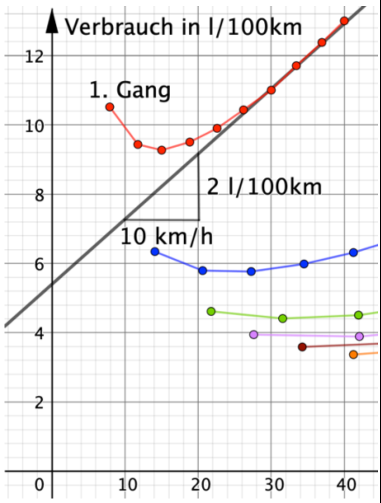
<table>
<tr><td>Aufgabe</td><td>Ordnen Sie Graph, Term und Wertetabelle passend zu und begründen Sie Ihre Entscheidung.
<table>
<tr><td>A: 
</td><td>B: 
</td><td>C: 
</td></tr>
<tr><td>D: $y = 2x + 1$</td><td>E: $y = -0{,}5x - 1$</td><td>F: $y = 0{,}5x - 1$</td></tr>
<tr><td>G:
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>-1</td><td>0</td></tr></table></td><td>H:
<table><tr><td>x</td><td>-2</td><td>0</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>-1</td></tr></table></td><td>I:
<table><tr><td>x</td><td>-2</td><td>0</td></tr><tr><td>y</td><td>-3</td><td>1</td></tr></table></td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Lösung</td><td>Die Wertetabelle gibt die Punkte an, die auf dem Schaubild liegen.
Schaubild A hat die Steigung -0,5 und den y-Achsenabschnitt -1. A – E – H
Schaubild B hat die Steigung +0,5 und den y-Achsenabschnitt -1. B – F – G
Schaubild C hat die Steigung 2 und den y-Achsenabschnitt 1. C – D – I</td></tr>
<tr><td>Kompetenzen</td><td>In dieser Aufgabe erkennen die Schülerinnen und Schüler die Beziehungen zwischen verschiedenen Darstellungsformen von Geraden (K4) und müssen überschaubar mehrschrittig argumentieren (K1).</td></tr>
</table>

Aufgabe 2

<table>
<tr><td>Aufgabe</td><td>Gegeben ist folgender Quader.
a) Rubije hat für den Oberflächeninhalt folgende Formel erstellt:
$O = 4xy + 2x^2$
Stimmt die Formel? Nehmen Sie Stellung.
b) Berechnen Sie den Oberflächeninhalt, wenn $x = 2{,}5$ cm und $y = 5$ cm beträgt.
</td></tr>
<tr><td>Lösung</td><td>a) Ihre Formel stimmt, da die Grundfläche berechnet wird mit $A = x \cdot x = x^2$ und diese zweimal vorkommt. Die Seitenfläche wird berechnet mit $A = x \cdot y$ und kommt viermal vor.
b) $O = 4 \cdot 2{,}5\ cm \cdot 5\ cm + 2 \cdot (5\ cm)^2 = 50\ cm^2 + 50\ cm^2 = 100\ cm^2$</td></tr>
<tr><td>Kompetenzen</td><td>In dieser Aufgabe drücken die Schülerinnen und Schüler einfache mathematische Sachverhalte schriftlich aus (K6) und berechnen den Wert des Oberflächeninhalts (K5)</td></tr>
</table>

Aufgabe 3

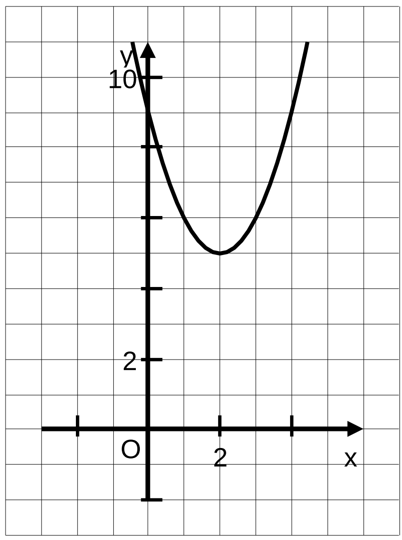
<table>
<tr><td>Aufgabe</td><td>Das Diagramm zeigt den Kraftstoffverbrauch eines Autos für verschiedene Geschwindigkeiten in verschiedenen Gängen.

a) Beschreiben Sie das Schaubild im Sachzusammenhang für den 1. Gang.
b) Der Verlauf des Kraftstoffverbrauchs im 1. Gang lässt sich für Geschwindigkeiten ab 25 km/h näherungsweise durch eine Gerade beschreiben. Bestimmen Sie eine Gleichung einer solchen Geraden. Dabei gilt:
y ist Kraftstoffverbrauch in Liter pro 100 km
x ist Geschwindigkeit in km/h</td></tr>
</table>

Lösung	a) Der Verbrauch des Autos sinkt im ersten Gang so lange, bis eine Geschwindigkeit von ca. 15 km/h erreicht ist. Wird danach im gleichen Gang weiterbeschleunigt, so steigt der Verbrauch wieder an. b) Modellierung des Verlaufs der Kurve durch eine Gerade liefert: $y = \frac{4{,}5}{25}x + 5{,}5$ (mit Hilfe eines Steigungsdreiecks und des y-Achsenabschnitts) 
Kompetenzen	In dieser Aufgabe entnehmen die Schülerinnen und Schüler aus der Grafik einfache Informationen und interpretiert diese (K6). Sie übersetzen die Gegebenheiten, die modelliert werden sollen, in mathematische Strukturen (K3).

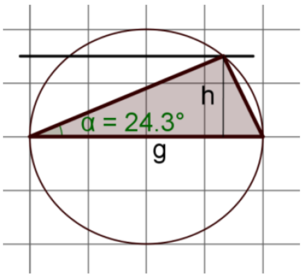
Aufgabe 4

Aufgabe	In einer Schale befinden sich farbige Kugeln. Die Wahrscheinlichkeit für eine weiße Kugel beträgt $\frac{2}{3}$, für eine rote Kugel $\frac{1}{4}$ und für eine grüne Kugel $\frac{1}{12}$. Bestimmen Sie eine mögliche Anzahl der Kugeln in der Schale.
Lösung	$P(\text{weiß}) = \frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ $\quad P(\text{rot}) = \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ $\quad P(\text{grün}) = \frac{1}{12}$ Die Summe der Wahrscheinlichkeiten ist 1. Daher sind 8 weiße, 3 rote und 1 grüne Kugel in der Schale.
Kompetenzen	Die Schülerinnen und Schüler wählen geeignete Strategien zur Lösung des Problems aus und wenden sie an (K2).

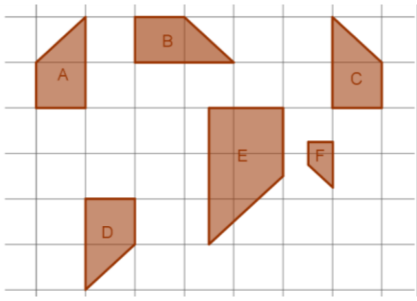
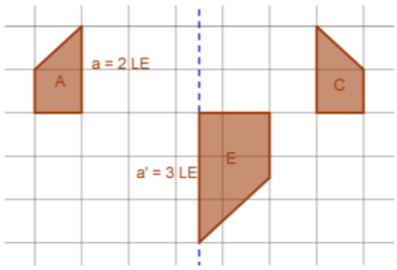
Aufgabe 5

Aufgabe	Tobias hat zu dem abgebildeten Schaubild eine Gleichung aufgestellt. Sein Ergebnis ist $y = (x-5)^2 + 2$. Erklären Sie, was Tobias falsch gemacht hat und geben Sie einen passenden Term an. 
Lösung	Tobias hat die x- und y-Koordinate des Scheitels verwechselt. Der Scheitel lautet $S(2\|5)$. Daher muss die Scheitelform richtig wie folgt lauten: $y = (x-2)^2 + 5$.
Kompetenzen	Die Schülerinnen und Schüler erklären den Fehler von Tobias (K6).

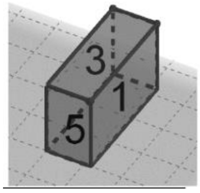
Aufgabe 6

Aufgabe	a) Konstruieren Sie ein rechtwinkliges Dreieck mit der Grundseite $g = 4$ cm und der Höhe $h = 1$ cm. b) Bestimmen Sie durch Messung die Länge der beiden Katheten. c) Berechnen Sie die Größe des Winkels α. Überprüfen Sie Ihren Wert durch Messung. d) Welche Höhe kann das rechtwinklige Dreieck höchstens haben?
Lösung	a) Mit Hilfe des Thaleskreises:  b) $a \approx 1{,}7$ cm und $b \approx 3{,}7$ cm c) $\sin(\alpha) = \frac{b}{g} = \frac{1{,}7\ cm}{4\ cm} \quad \Rightarrow \alpha \approx 25°$ α stimmt mit etwas Messungsgenauigkeit mit der Zeichnung überein. d) Maximal $r = \frac{g}{2} = \frac{4}{2} = 2$ cm
Kompetenzen	Die Schülerinnen und Schüler wählen geeignete heuristische Hilfsmittel aus und konstruieren das Dreieck (K2). Sie messen und berechnen die gesuchten Größen (K5) und prüfen das Resultat am Kontext (K3).

Aufgabe 7

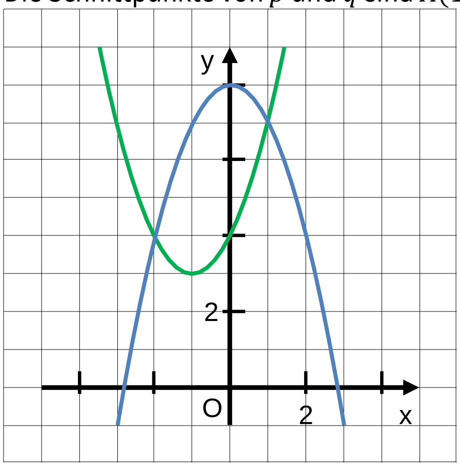
Aufgabe	a) Welche der Figuren sind kongruent? Begründen Sie. b) Nennen Sie für zwei kongruente Figuren eine passende Kongruenzabbildung. c) Die Figur A ist ähnlich zur Figur E. Bestimmen Sie den Abbildungsmaßstab. 
Lösung	a) $A \cong B \cong C \cong D$, da diese in Form und Größe übereinstimmen. b) Z. B. werden die Figuren A und C durch eine Achsenspiegelung aufeinander abgebildet. c) Maßstab $k = a' : a = 3 : 2$ 
Kompetenzen	In dieser Aufgabe werden Routineargumentationen wiedergegeben und angewendet (K1). Die Schülerinnen und Schüler legen einfache mathematische Sachverhalte dar (K1) und wenden Formeln direkt an (K5).

Aufgabe 8

<table>
<tr><td>Aufgabe</td><td>Der abgebildete Quader wird als Spielwürfel verwendet und ist entsprechend beschriftet. Kira und Julius haben eine Vermutung für die Wahrscheinlichkeiten der Augenzahlen aufgestellt. Stimmen die Vermutungen? Erklären Sie gegebenenfalls den Fehler.


<table>
<tr><td>Augenzahlen</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Kira: p</td><td>0,3</td><td>0,1</td><td>0,15</td><td>0,15</td><td>0,1</td><td>0,3</td></tr>
<tr><td>Julius: p</td><td>$\frac{1}{6}$</td><td>$\frac{1}{6}$</td><td>$\frac{1}{6}$</td><td>$\frac{1}{6}$</td><td>$\frac{1}{6}$</td><td>$\frac{1}{6}$</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Lösung</td><td>Kiras Vermutung stimmt nicht, denn die Summe der Wahrscheinlichkeiten ergibt 1,1.
Julius hat ebenfalls nicht Recht, denn es ist kein Laplace-Würfel, da die Seiten des Würfels unterschiedlich groß sind.</td></tr>
<tr><td>Kompetenzen</td><td>Die Schülerinnen und Schüler interpretieren die Äußerungen anderer Personen zu mathematischen Inhalten und legen ihre Überlegungen und Ergebnisse verständlich dar (K6).</td></tr>
</table>

Aufgabe 9

<table>
<tr><td>Aufgabe</td><td>Gegeben ist die Parabel p mit der Gleichung $y = x^2 + 2x + 4$.
a) Geben Sie die Scheitelform von p an.
b) Begründen Sie, dass die Parabel keine Schnittpunkte mit der x-Achse hat.
c) Eine weitere Parabel q mit der Gleichung $y = -x^2 + 8$ schneidet die Parabel p in zwei Punkten. Zeichnen Sie p und q in ein Koordinatensystem und bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von p und q.</td></tr>
<tr><td>Lösung</td><td>a) $y = (x + 1)^2 + 3$
b) Die Parabel p hat als tiefsten Punkt den Scheitelpunkt mit $(-1|3)$.
c) Die Schnittpunkte von p und q sind $A(1|7)$ und $B(-2|4)$

</td></tr>
<tr><td>Kompetenzen</td><td>Die Schülerinnen und Schüler wechseln von der allgemeinen Form auf die Scheitelform und zeichnen eine Parabel (K4). Sie argumentieren mathematisch (K1) und bestimmen Schnittpunkte (K4).</td></tr>
</table>

Aufgabe 10

Aufgabe	Gegeben ist die Gleichung $y =- 0{,}8x + 10$. a) Beschreiben Sie einen Sachzusammenhang, der zugrunde liegen könnte. b) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen. c) Welche Bedeutung haben die Schnittpunkte mit den Achsen in diesem Sachzusammenhang?
Lösung	a) Z. B. Wieviel Geld bleibt mir, wenn ich mit 10 Euro starte und eine bestimmte Anzahl von Stiften kaufe, die das Stück 80 Cent kosten? b) $A(0\|10)$, $B(12{,}5\|0)$ c) Mittels A kann bestimmt werden, wieviel Geld zur Verfügung steht. Mittels B kann ermittelt werden, dass maximal 12 Stifte gekauft werden können.
Kompetenzen	Die Schülerinnen und Schüler beschreiben einen Sachzusammenhang (K6). Sie berechnen Punkte (K5) und beschreiben die Bedeutung dieser Punkte (K6).

2.5.2 Erläuternde Beispiele zur Verdeutlichung der Intentionen des Bildungsplans

2.5.2.1 Ritualisiertes Üben und Wiederholen

Inhalte, die nicht wiederholt werden, werden vergessen. Daher ist es wichtig, regelmäßig die bisher erarbeiteten Lerninhalte zu aktivieren. Dafür sind die Kopfübungen gedacht. Um neuen Lernstoff zu festigen als auch bereits bekannte Themen zu wiederholen, gibt es zusätzlich die REWUEs, die im Wechsel mit den Kopfübungen vierzehntägig eingesetzt werden können. Weiterführende Literatur: Regina Bruder in „mathematik lehren“ Heft 147/2008.

Einsatz der Kopfübungen

In der vorliegenden Handreichung sind jeweils vier exemplarische Kopfübungen für das erste und zweite Schulhalbjahr zu finden. Frau Prof. Dr. Bruder empfiehlt, die Kopfübungen regelmäßig vierzehntägig einzusetzen. Ein regelmäßiger Einsatz ist wichtig, um das Grundwissen aktiv zu halten. Die Kopfübungen nehmen zu Beginn der Stunde ca. zehn Minuten ein. Aufgrund der Heterogenität in der 2BFS empfiehlt es sich, den Schülerinnen und Schülern die fünf Aufgaben per Dokumentenkamera vorzulegen und ihnen fünf Minuten Zeit zur Bearbeitung zu geben. Alternativ kann die Konzentration der Schülerinnen und Schüler gefördert werden, indem die Kopfübungen von der Lehrkraft nacheinander vorgelesen werden. So wird ein weiterer Lernkanal angesprochen. Die Schülerinnen und Schüler erhalten bei der ersten Kopfübung ein Übersichtsblatt, auf dem sie ihre Ergebnisse eintragen. Nach der hilfsmittelfreien Bearbeitung (nur mit Stift und Papier) werden die Ergebnisse aufgelegt und von den Schülerinnen und Schülern verglichen und ausgewertet. Das Übersichtsblatt bleibt in Schülerhand und gibt den Schülerinnen und Schülern direkt eine Rückmeldung zu ihrem Kenntnisstand. Um zu gewährleisten, dass die Schülerinnen und Schüler auf dem Übersichtsblatt arbeiten, ist es auch denkbar, dass die Lehrkraft diese Blätter in einer Kiste aufbewahrt, sie vor der Kopfübung herausgibt und wieder einsammelt, ohne sie anzuschauen. Für die optimale Wirksamkeit muss den Schülerinnen und Schülern unbedingt klar sein, dass die Kopfübungen ohne jede Korrektur und Wertung seitens der Lehrkraft stattfinden. Die Schülerinnen und Schüler können im Laufe des Schuljahres erkennen, in welchen Bereichen sie sich mit der Zeit verbessert haben oder ob der Kenntnisstand gleich blieb.

Aufbau der Kopfübungen im 1. Jahr

Serie A (erstes Halbjahr)

Übersichtsblatt mit fünf Aufgaben aus den Themenbereichen:
1: Rechnen mit rationalen Zahlen
2: Bruchrechnen
3: Termumformungen
4: Zahlenverständnis
5: Geometrie
(s. Anhang)

Kopfübungen • 2BFS • Serie A

Kopfübungen in der 2BFS **1. Halbjahr** **Name:**

Datum									
1									
2									
3									
4									
5									
Anzahl richtiger Antworten									

1 Rechnen mit rationalen Zahlen 2 Bruchrechnen 3 Termumformungen 4 Zahlenverständnis 5 Geometrie

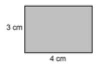
Kopfübung A1 und A2
(s. Anhang)

Kopfübung A3 und A4
(s. Anhang)

Kopfübung Nr. 2 Serie A

1.	Berechnen Sie $14 \cdot 3 =$
2.	Welche Zahl ist größer: $\frac{3}{5}$ oder $\frac{7}{10}$?
3.	Fassen Sie zusammen: $2x - 3x =$
4.	Nennen Sie zwei Zahlen, deren Summe 3,5 ergibt.
5.	Ein Rechteck besitzt die Seitenlängen 3 cm und 4 cm. Skizzieren Sie ein passendes Rechteck.

Lösung

1.	42	4.	Bsp. 2 und 1,5
2.	$\frac{7}{10}$	5.	
3.	$-x$		

Serie B (zweites Halbjahr)

Übersichtsblatt mit fünf Aufgaben aus den Themenbereichen:
1: Rechnen mit rationalen Zahlen
2 und 3: Termumformungen
4: Gleichungen
5: Geometrie
(s. Anhang)

Kopfübungen • 2BFS • Serie B

Kopfübungen in der 2BFS **2. Halbjahr** **Name:**

Datum									
1									
2									
3									
4									
5									
Anzahl richtiger Antworten									

1 Rechnen mit rationalen Zahlen 2/3 Termumformungen 4 Gleichungen 5 Geometrie

Kopfübung B1 und B2
(s. Anhang)

Kopfübung B3 und B4
(s. Anhang)

2BFS • Kopfübungen Serie B

Kopfübung Nr. 1 Serie B

1.	Berechnen Sie $0{,}2 + 0{,}9 =$
2.	Vereinfachen Sie $\frac{3}{4}x \cdot 4x =$
3.	Lösen Sie die Klammer auf: $2a(a + 1) =$
4.	Lösen Sie nach x auf: $x + 6 = 4$.
5.	Ist ein Quadrat ein Rechteck?

Lösung

1.	1,1	4.	$x = -2$
2.	$3x^2$	5.	Ja
3.	$2a^2 + 2a$		

Im zweiten Halbjahr werden zusätzlich Themen des Bildungsplans Mathematik 2BFS des ersten Halbjahres verankert.

REWUEs (REgelmäßig Wiederholen und UEben)
In Anlehnung an die WADIs (Wachhalten und Diagnostizieren) der allgemein bildenden Gymnasien sind die REWUEs für das sechsjährige berufliche Gymnasium entstanden. „WADI ist eine Sammlung von thematisch geordneten Aufgabenblättern (…). Sie soll helfen, dass die Schülerinnen und Schüler ein solides Fundament an mathematischem Wissen und mathematischen Fertigkeiten erwerben, die für den kompetenzorientierten Unterricht von zentraler Bedeutung sind und ohne die eine Entwicklung von weitergehenden mathematischen Kompetenzen nicht denkbar ist.“
(vgl. http://lehrerfortbildung-bw.de/faecher/mathematik/gym/fb1/modul4/basis/, zuletzt abgerufen am 11.03.2020)

Diese Ideen wurden aufgegriffen und es entstanden 11 REWUEs zu einzelnen Bildungsplaninhalten der 2BFS. Die Korrektur, die im Gegensatz zu den Kopfübungen durch die Lehrkraft selbst oder durch Präsentation vor der Klasse erfolgen kann (s. u.), ist wegen der Art der Aufgabenstellungen (Richtig-Falsch-Aufgaben, Kreuze an, Ordne zu …) rasch erfolgt. Die Lehrkraft erhält unkompliziert Rückmeldung über den Kenntnisstand der Klasse zum jeweiligen Lehrplanthema und kann bei Bedarf einzelne Fragestellungen aufgreifen und vertiefen. So bieten die REWUE-Aufgaben Gesprächsanlässe und bleiben trotz der Multiple-Choice-Struktur nicht an der Oberfläche.

Werden die REWUEs regelmäßig als Hausaufgabe vergeben, kann die Lehrkraft mit der Klasse vereinbaren, dass zu Beginn der nächsten Stunde zwei freiwillige Schülerinnen und Schüler ihre Ergebnisse vor der Klasse kurz präsentieren und eventuelle Fragen ihrer Mitschülerinnen und -schüler beantworten. Diese Art der Hausaufgabenbesprechung rückt die Schülerinnen und Schüler in den Vordergrund, die Lehrkraft ergreift nur bei Bedarf das Wort.

Durch die Feststellung der Anzahl der richtigen Lösungen erhalten auch die Schülerinnen und Schüler eine Rückmeldung zu ihrem bisherigen Wissensstand zum jeweiligen Bildungsplanthema. Ohne Notendruck werden sie angehalten, individuell nachzulernen und ihre Lücken zu schließen und damit mehr Selbstverantwortung für ihr Lernen zu übernehmen.

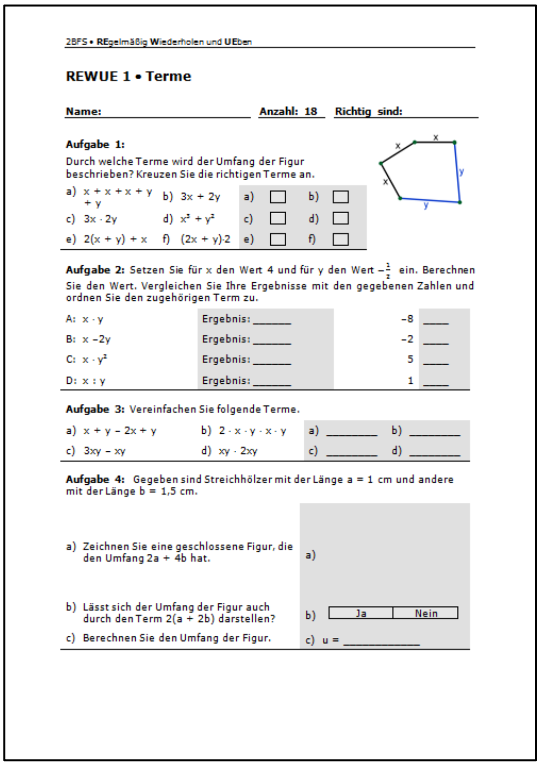
Aufbau der REWUEs (s. Anhang)

BPE 1: Termumformungen
REWUE 1: Terme
REWUE 2: Terme mit Klammern

BPE 2: Gleichungen
REWUE 3: Lineare Gleichungen
REWUE 4: Weitere lineare Gleichungen
REWUE 5: quadratische Gleichungen

BPE 3: Geometrie
REWUE 6: Thaleskreis
REWUE 7: Kongruente Figuren
REWUE 8: Ähnliche Figuren
REWUE 9: Strahlensätze

BPE 6: Wahrscheinlichkeiten
REWUE 10: Wahrscheinlichkeiten
REWUE 11: Baumdiagramme


2BFS • REgelmäßig Wiederholen und UEben

REWUE 1 • Terme

Name: ________ **Anzahl: 18** **Richtig sind:** ________

Aufgabe 1:
Durch welche Terme wird der Umfang der Figur beschrieben? Kreuzen Sie die richtigen Terme an.

a) $x + x + x + y + y$	b) $3x + 2y$	a) ☐	b) ☐
c) $3x \cdot 2y$	d) $x^2 + y^2$	c) ☐	d) ☐
e) $2(x + y) + x$	f) $(2x + y) \cdot 2$	e) ☐	f) ☐

Aufgabe 2: Setzen Sie für x den Wert 4 und für y den Wert $-\frac{1}{2}$ ein. Berechnen Sie den Wert. Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit den gegebenen Zahlen und ordnen Sie den zugehörigen Term zu.

A: $x \cdot y$	Ergebnis: ______	−8	____
B: $x - 2y$	Ergebnis: ______	−2	____
C: $x \cdot y^2$	Ergebnis: ______	5	____
D: $x : y$	Ergebnis: ______	1	____

Aufgabe 3: Vereinfachen Sie folgende Terme.

a) $x + y - 2x + y$	b) $2 \cdot x \cdot y \cdot x \cdot y$	a) ________	b) ________
c) $3xy - xy$	d) $xy \cdot 2xy$	c) ________	d) ________

Aufgabe 4: Gegeben sind Streichhölzer mit der Länge a = 1 cm und andere mit der Länge b = 1,5 cm.

a) Zeichnen Sie eine geschlossene Figur, die den Umfang $2a + 4b$ hat.	a)
b) Lässt sich der Umfang der Figur auch durch den Term $2(a + 2b)$ darstellen?	b) Ja / Nein
c) Berechnen Sie den Umfang der Figur.	c) u = ____________

2.5.2.2 Spiralprinzip

Das auf Jérôme Bruner zurückgehende Prinzip bedeutet, dass Inhalte in mehreren Durchgängen auf verschieden hohem Niveau bearbeitet werden, wobei Darstellungsmittel, Sprache und Didaktik verwendet werden, die dem Entwicklungsstand angemessen sind. Mathematische Inhalte werden wiederkehrend aufgegriffen, daran angeknüpft und damit das bestehendes Wissen gelehrt und vertieft wird.
Weitere Informationen zum Konzept finden Sie unter:
https://primakom.dzlm.de/%C3%BCbergreifendes/prinzipien/spiralprinzip/einstieg/einstieg/hintergrund, zuletzt abgerufen am 18.03.2020.

Als klassisches Beispiel gilt der Begriff der Zahl, welcher sich durch die verschiedenen Zahlbereichserweiterungen stets weiterentwickelt und ausdifferenziert. Die Schülerinnen und Schüler kommen mit dem Vorwissen der Zahlenmengen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, und $\mathbb{Q}$ in die 2BFS. Eines der übergreifenden Ziele der BPE 2 (Gleichungen) ist, dass sie ausgehend von geometrischen oder algebraischen Problemen die Notwendigkeit einer Zahlbereichserweiterung auf reelle Zahlen erkennen. In der Sekundarstufe II (und ggf. im Studium eines MINT-Faches) wird durch die Erweiterung auf $\mathbb{C}$ dieses Spiralprinzip fortgesetzt.

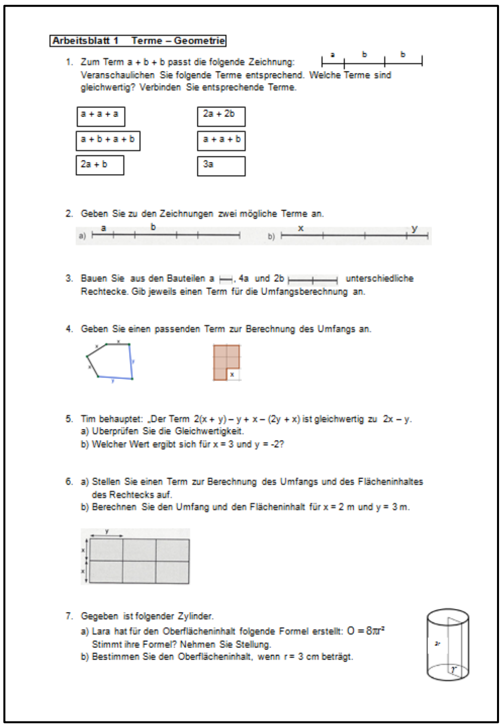
Die Achsensymmetrie ist ein weiteres Beispiel, bei dem das Spiralprinzip Anwendung findet. Die Schülerinnen und Schüler falten achsensymmetrische Klecksbilder bereits im Kindergarten, untersuchen in der Grundschule Symmetrieeigenschaften mit Spiegeln und zeichnen in der Sekundarstufe I achsensymmetrische Figuren. Darauf aufbauend können in der 2BFS die Begriffe Punktsymmetrie und der Kongruenz eingeführt werden. Die Schülerinnen und Schüler untersuchen Symmetrien bei Figuren und entscheiden, ob zwei Figuren kongruent sind (siehe BPE 3.2). Im Kontext von Parabeln (BPE 7) können die Begriffe der Spiegelung und der Achsensymmetrie wieder aufgegriffen werden, in der Sekundarstufe II lassen sich die Aspekt der Achsensymmetrie und Punktsymmetrie von Schaubildern dann in der Funktionenlehre erneut wiederfinden.

Der vorliegende Bildungsplan berücksichtigt das Spiralprinzip. Dadurch werden Lerninhalte immer wieder aufgegriffen und geraten nicht in Vergessenheit. So erfahren die Schülerinnen und Schüler, dass die im 1. Jahr gelernte Lösungsformel für quadratische Gleichungen (BPE 2.4) im zweiten Jahr bei der Berechnung von Achsenschnittpunkten (BPE 7.3) oder der Untersuchung der gegenseitigen Lage von Parabeln und Geraden (BPE 7.3) wieder benötigt wird.

Im Mathematikunterricht der 2BFS bieten sich verschiedene Themen für eine spiralförmige Wiederkehr innerhalb der Schuljahre und über die Schuljahre hinweg an, wie beispielsweise bei der Verbindung von Termen mit Geometrie, linearen Gleichungen mit Schnittpunkten von Geraden, quadratischen Gleichungen mit Schaubildern von Parabeln sowie LGS mit Schnittpunkten von Geraden.

Anhand von vier Arbeitsblättern soll das Spiralprinzip durch vernetzte Themen verdeutlicht werden.

Arbeitsblatt 1: Terme und Geometrie (BPE 1 und 3.5)
(s. Anhang)



Arbeitsblatt 1 Terme – Geometrie

1. Zum Term a + b + b passt die folgende Zeichnung:
   Veranschaulichen Sie folgende Terme entsprechend. Welche Terme sind gleichwertig? Verbinden Sie entsprechende Terme.

   a + a + a | 2a + 2b
   a + b + a + b | a + a + b
   2a + b | 3a

2. Geben Sie zu den Zeichnungen zwei mögliche Terme an.
   a) b)

3. Bauen Sie aus den Bauteilen a, 4a und 2b unterschiedliche Rechtecke. Gib jeweils einen Term für die Umfangsberechnung an.

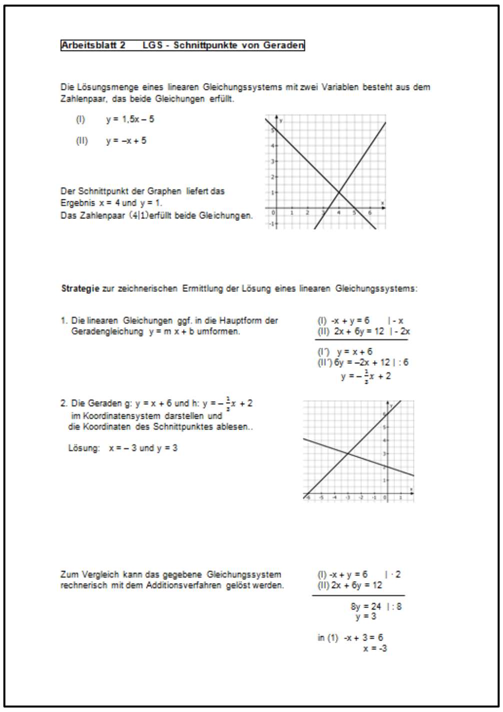
4. Geben Sie einen passenden Term zur Berechnung des Umfangs an.

5. Tim behauptet: „Der Term 2(x + y) – y + x – (2y + x) ist gleichwertig zu 2x – y.
   a) Überprüfen Sie die Gleichwertigkeit.
   b) Welcher Wert ergibt sich für x = 3 und y = -2?

6. a) Stellen Sie einen Term zur Berechnung des Umfangs und des Flächeninhaltes des Rechtecks auf.
   b) Berechnen Sie den Umfang und den Flächeninhalt für x = 2 m und y = 3 m.

7. Gegeben ist folgender Zylinder.
   a) Lara hat für den Oberflächeninhalt folgende Formel erstellt: $O = 8\pi r^2$
   Stimmt ihre Formel? Nehmen Sie Stellung.
   b) Bestimmen Sie den Oberflächeninhalt, wenn r = 3 cm beträgt.

Arbeitsblatt 2: LGS und Schnittpunkte von Geraden (BPE 5.1 und 6.2)
(s. Anhang)



Arbeitsblatt 2 LGS - Schnittpunkte von Geraden

Die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems mit zwei Variablen besteht aus dem Zahlenpaar, das beide Gleichungen erfüllt.

(I) $y = 1{,}5x - 5$

(II) $y = -x + 5$

Der Schnittpunkt der Graphen liefert das Ergebnis $x = 4$ und $y = 1$.
Das Zahlenpaar $(4|1)$ erfüllt beide Gleichungen.

Strategie zur zeichnerischen Ermittlung der Lösung eines linearen Gleichungssystems:

1. Die linearen Gleichungen ggf. in die Hauptform der Geradengleichung $y = m\,x + b$ umformen.

(I) $-x + y = 6 \quad | - x$
(II) $2x + 6y = 12 \quad | - 2x$

(I') $y = x + 6$
(II') $6y = -2x + 12 \quad | : 6$
$y = -\frac{1}{3}x + 2$

2. Die Geraden g: $y = x + 6$ und h: $y = -\frac{1}{3}x + 2$ im Koordinatensystem darstellen und die Koordinaten des Schnittpunktes ablesen..

Lösung: $x = -3$ und $y = 3$

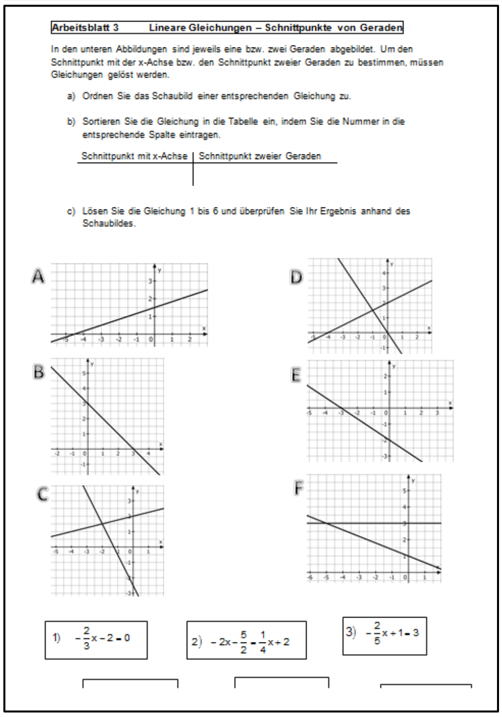
Zum Vergleich kann das gegebene Gleichungssystem rechnerisch mit dem Additionsverfahren gelöst werden.

(I) $-x + y = 6 \quad | \cdot 2$
(II) $2x + 6y = 12$

$8y = 24 \quad | : 8$
$y = 3$

in (1) $-x + 3 = 6$
$x = -3$

Arbeitsblatt 3: Lineare Gleichungen und Schnittpunkte von Geraden (BPE 2.2 und 6.2)
(s. Anhang)



Arbeitsblatt 3 Lineare Gleichungen – Schnittpunkte von Geraden

In den unteren Abbildungen sind jeweils eine bzw. zwei Geraden abgebildet. Um den Schnittpunkt mit der x-Achse bzw. den Schnittpunkt zweier Geraden zu bestimmen, müssen Gleichungen gelöst werden.

a) Ordnen Sie das Schaubild einer entsprechenden Gleichung zu.

b) Sortieren Sie die Gleichung in die Tabelle ein, indem Sie die Nummer in die entsprechende Spalte eintragen.

Schnittpunkt mit x-Achse	Schnittpunkt zweier Geraden

c) Lösen Sie die Gleichung 1 bis 6 und überprüfen Sie Ihr Ergebnis anhand des Schaubildes.

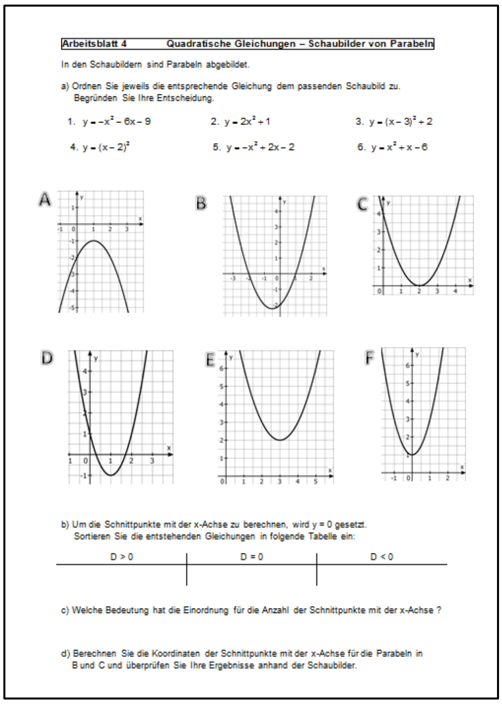
A B C D E F

1) $-\frac{2}{3}x - 2 = 0$

2) $-2x - \frac{5}{2} = \frac{1}{4}x + 2$

3) $-\frac{2}{5}x + 1 = 3$

Arbeitsblatt 4: Quadratische Gleichungen und Schaubilder von Parabeln (BPE 2.4 und 7.2)
(s. Anhang)



Arbeitsblatt 4 Quadratische Gleichungen – Schaubilder von Parabeln

In den Schaubildern sind Parabeln abgebildet.

a) Ordnen Sie jeweils die entsprechende Gleichung dem passenden Schaubild zu. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

1. $y = -x^2 - 6x - 9$
2. $y = 2x^2 + 1$
3. $y = (x-3)^2 + 2$
4. $y = (x-2)^2$
5. $y = -x^2 + 2x - 2$
6. $y = x^2 + x - 6$

A B C D E F

b) Um die Schnittpunkte mit der x-Achse zu berechnen, wird $y = 0$ gesetzt. Sortieren Sie die entstehenden Gleichungen in folgende Tabelle ein:

$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$

c) Welche Bedeutung hat die Einordnung für die Anzahl der Schnittpunkte mit der x-Achse ?

d) Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte mit der x-Achse für die Parabeln in B und C und überprüfen Sie Ihre Ergebnisse anhand der Schaubilder.

2.5.2.3 Einsatz von digitalen Mathematikwerkzeugen

Der Einsatz von digitalen Medien und Werkzeugen ergänzt didaktisch fundiert neue Formen des Lehrens und Lernens. Sie unterstützen die individuelle und aktive Wissensaneignung, fördern selbstgesteuertes, kooperatives und kreatives Lernen sowie die Fähigkeit und Fertigkeit, Aufgaben und Problemstellungen selbstständig und lösungsorientiert zu bearbeiten.

Die Potenziale der digitalen Mathematikwerkzeuge, die in den Bildungsstandards für die allgemeine Hochschulreife von 2014 beschrieben werden, lassen sich auf die Sekundarstufe 1 übertragen:

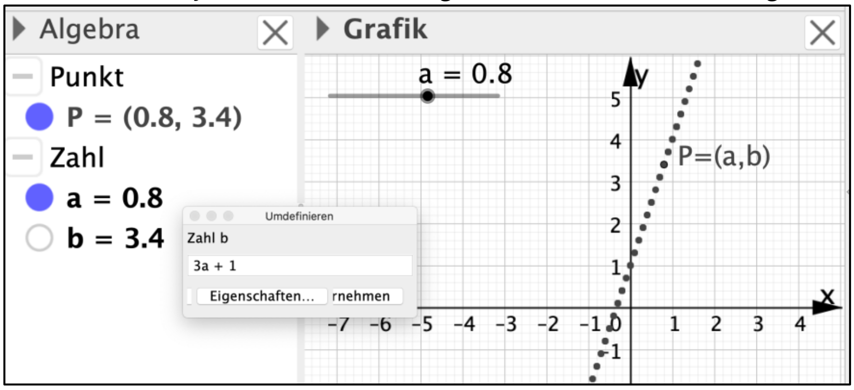
- „beim **Entdecken** mathematischer Zusammenhänge […],
- durch **Verständnisförderung** für mathematische Zusammenhänge […],
- mit der **Reduktion schematischer Abläufe** und der Verarbeitung größerer Datenmengen,
- bei der reflektierten Nutzung von **Kontrollmöglichkeiten**.“

Systeme wie z. B. GeoGebra oder Photomath bieten plattformunabhängig die Möglichkeit, die o. g. Aspekte im Unterricht umzusetzen. Nachfolgend ausgewählte Beispiele als Anregung:

<table>
<tr><th>Potenzial</th><th>Beispiel</th></tr>
<tr><td>Entdecken</td><td>Die Schülerinnen und Schüler entdecken den Einfluss des Vorfaktors a auf die Parabel $y = ax^2$ durch Variation dieses Faktors mit einem Schieberegler.</td></tr>
<tr><td>Verständnisförderung</td><td>

Beispiel 1

Die Schülerinnen und Schüler verstehen durch Erstellung einer Punktspur, dass Geraden und Parabeln Mengen von Punkten mit zwei Koordinaten x und y sind, wobei sich y durch eine eindeutige Rechenvorschrift aus x ergibt.



Beispiel 2

Indem Gleichungen erst grafisch und dann algebraisch gelöst werden, wird das Verständnis für den Zusammenhang zwischen Schnittstellen zweier Schaubilder und dem Lösen quadratischer Gleichungen gefördert.

<table>
<tr><td>Schritt 1:
Zeichnen Sie mit GeoGebra die Schaubilder ...</td><td>Schritt 2:
Begründen Sie anhand der Schaubilder: Wie viele Lösungen hat die Gleichung ... ?</td><td>Schritt 3:
Lösen Sie die Gleichung ohne Hilfsmittel. Stimmt Ihre Vermutung?</td></tr>
<tr><td>$y = 2x^2 - 2$</td><td>$2x^2 - 2 = 0$</td><td></td></tr>
<tr><td>$y = 2x^2 - 2$
sowie
$y = 6$</td><td>$2x^2 - 2 = 6$</td><td></td></tr>
</table>

</td></tr>
<tr><td>Reduktion schematischer Abläufe</td><td>

Die Schülerinnen und Schüler untersuchen die Lage zweier Geraden. Da nicht der Algorithmus zum Lösen linearer Gleichungssysteme im Vordergrund der Aufgabe stehen soll, kann durch Einsatz eines digitalen Hilfsmittels der Arbeitsaufwand reduziert werden und der Blick der Schülerinnen und Schüler wird frei für den Erkenntnisgewinn.

Beispiel:

Aufgabe

a) Geben Sie jeweils die Gleichungen der beiden Geraden in GeoGebra ein.

<table>
<tr><td>(1) $y = 2x + 1$
$y + 2x = 2$</td><td>(2) $y = 3x - 1$
$0{,}5y - 1{,}5x = 1$</td><td>(3) $y = 0{,}5x - 1$
$2 = x - 2y$</td></tr>
</table>

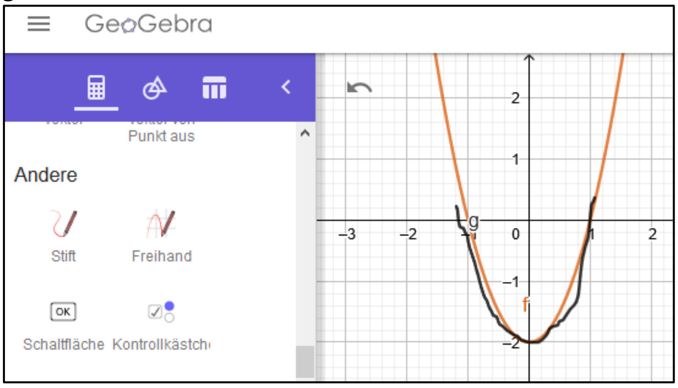
b) Beschreiben Sie, wie die Geraden zueinander liegen.

c) Vergleichen Sie die Steigungen und die y-Achsenabschnitte und formulieren Sie ihre Erkenntnis.

</td></tr>
</table>

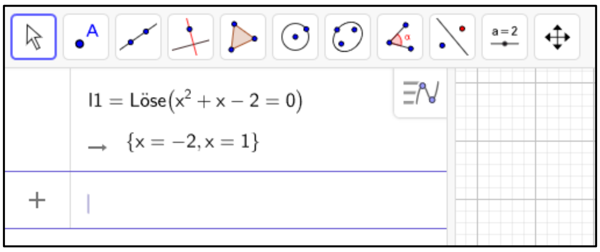
Kontrollmöglichkeiten

Die Schülerinnen und Schüler skizzieren mit Hilfe der Freihandfunktion eine Parabel mit der Gleichung $y = 2x^2 - 2$ und überprüfen durch Eingabe des Terms ihr Schaubild.



Die Schülerinnen und Schüler kontrollieren, ob eine Gleichung korrekt gelöst wurde.

Mit Hilfe von GeoGebra:



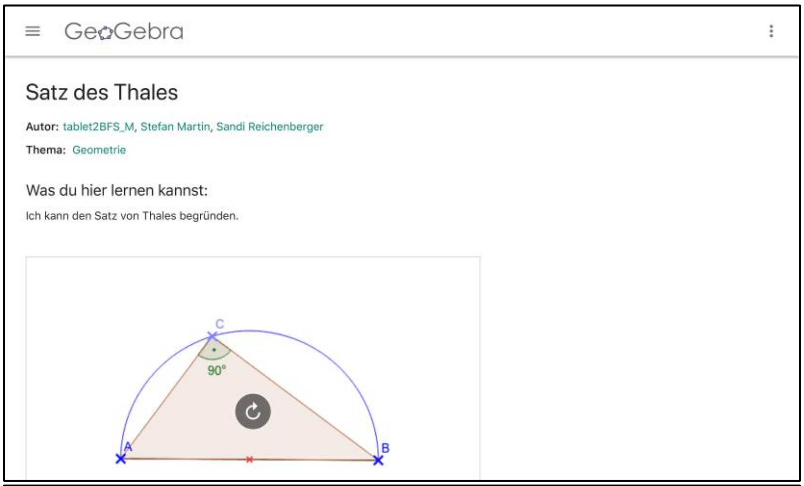
Mit Hilfe von Apps, z. B. Photomath, lassen sich einzelne Lösungsschritte anzeigen und nachvollziehen.

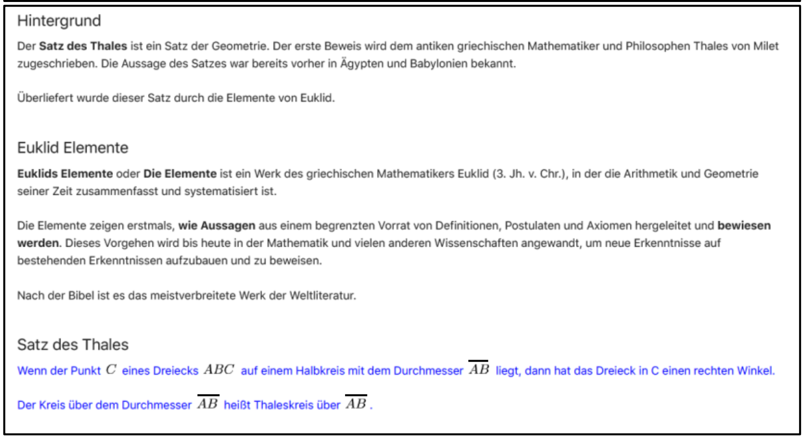
Es gibt eine Fülle von fertigen Materialien, z. B. von GeoGebra oder LearningApps, die frei angepasst und eingesetzt werden können. Weitere Materialien werden z. B. im Tablet-Projekt (tablet2BFS) des Ministeriums für Kultur, Jugend und Sport Baden-Württemberg entwickelt. Das Projekt ist ein weiterer Beitrag im Rahmen der baden-württembergischen Digitalisierungsoffensive digital@BW, um pädagogische Konzepte im Unterricht weiterzuentwickeln und die Schüler auf die vielfältigen Herausforderungen der Digitalisierung vorzubereiten. Zu diesem Projekt werden Unterrichtseinheiten konzipiert, in denen Tablets eingesetzt werden.

Weitere Materialien zum Einsatz digitaler Werkzeuge

Verständnisförderung: Satz des Thales

Link zu GeoGebra: https://www.geogebra.org/m/yq4scqny




Hintergrund

Der **Satz des Thales** ist ein Satz der Geometrie. Der erste Beweis wird dem antiken griechischen Mathematiker und Philosophen Thales von Milet zugeschrieben. Die Aussage des Satzes war bereits vorher in Ägypten und Babylonien bekannt.

Überliefert wurde dieser Satz durch die Elemente von Euklid.

Euklid Elemente

Euklids Elemente oder **Die Elemente** ist ein Werk des griechischen Mathematikers Euklid (3. Jh. v. Chr.), in der die Arithmetik und Geometrie seiner Zeit zusammenfasst und systematisiert ist.

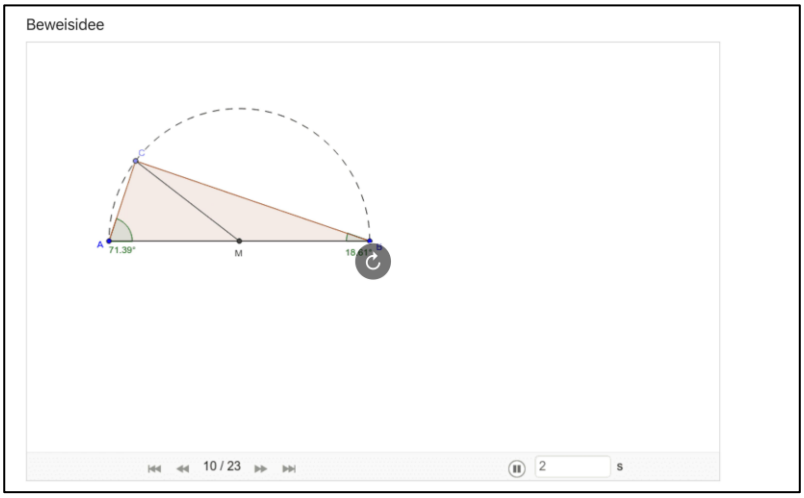
Die Elemente zeigen erstmals, **wie Aussagen** aus einem begrenzten Vorrat von Definitionen, Postulaten und Axiomen hergeleitet und **bewiesen werden**. Dieses Vorgehen wird bis heute in der Mathematik und vielen anderen Wissenschaften angewandt, um neue Erkenntnisse auf bestehenden Erkenntnissen aufzubauen und zu beweisen.

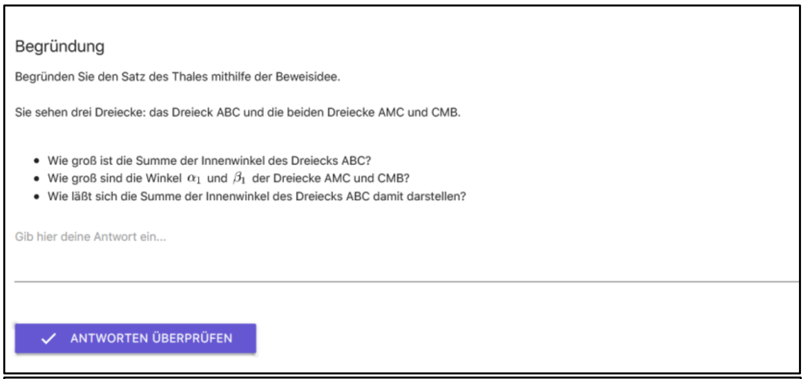
Nach der Bibel ist es das meistverbreitete Werk der Weltliteratur.

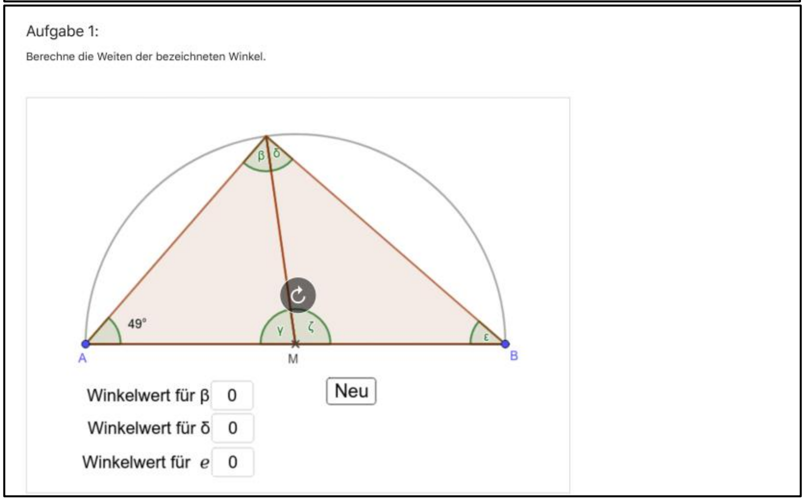
Satz des Thales

Wenn der Punkt C eines Dreiecks ABC auf einem Halbkreis mit dem Durchmesser $\overline{AB}$ liegt, dann hat das Dreieck in C einen rechten Winkel.

Der Kreis über dem Durchmesser $\overline{AB}$ heißt Thaleskreis über $\overline{AB}$.



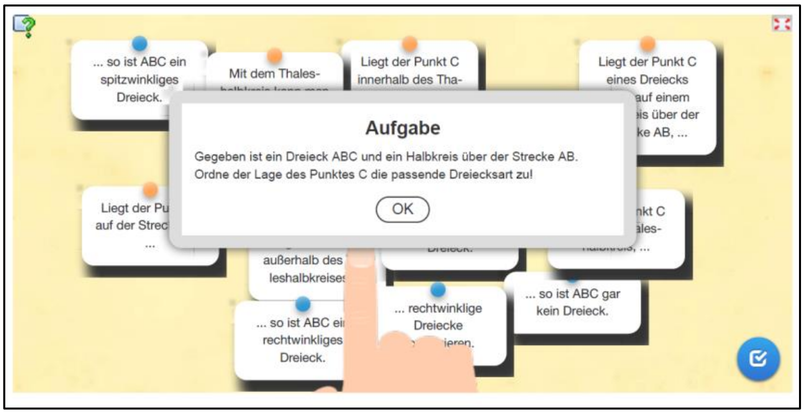




Kontrolle: Satz des Thales mit LearningApps
Mittels der Online-Plattform LearningApps.org können interaktive Apps erstellt und kostenfrei zur Verfügung gestellt werden. Die Bereitstellung im Unterricht erfolgt in der Regel über QR-Codes. Aus einer großen Vielfalt von Vorlagen kann zu einem Thema eine Lernsituation mit hohem Aufforderungscharakter für die Schülerinnen und Schüler generiert werden.

Neben der Bereitstellung von Apps durch Lehrende bietet die Erstellung von Apps durch Schülerinnen und Schüler Freiraum für Kreativaufgaben und Binnendifferenzierung. Durch die Erstellung von Apps verarbeiten die Schülerinnen und Schüler die darzustellenden Inhalte vertieft und fördern ebenfalls ihre Kompetenzen.

Link zu LearningApps: https://www.geogebra.org/m/yq4scqny



Visualisieren: Modellierung mit Geraden

Ziele:

- Aktivierung der Schülerinnen und Schüler durch Alltagsbezug
- Förderung aller mathematischen Kompetenzen
- Ausgleichen von Heterogenität durch gestufte Hilfen
- Nutzung von Heterogenität durch Einbringung verschiedener Vorwissensstände der Schülerinnen und Schüler bei der Ergebnissicherung
- Visualisierung mathematischer Inhalte durch digitale Mathematikwerkzeuge
- Förderung der Präsentationskompetenz

Endlich Urlaub - ab nach Mallorca!

Ibrahim und seine Kumpels planen einen gemeinsamen Urlaub auf Mallorca. Einen Urlaubstag wollen die Jungs auf jeden Fall damit verbringen, die Insel mit einem Mietwagen zu erkunden. Hierbei stoßen sie unter anderem auf folgende Angebote:

A1) Grundgebühr von 20 € zzgl. 50ct je Kilometer

A2) 1,50 € pro Kilometer

A3) Tagesflatrate von 60 €

Arbeitsauftrag:
Unterstützen Sie die Jungs bei der Angebotswahl.

Tipps:
Tipp 1: Tipp 2: Tipp 3:

(s. Anhang)

Idee:
Zum Einstieg in BPE 6 (Geraden) wird durch dieses Anwendungsbeispiel ein Alltagsbezug zur Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler hergestellt. Die bewusst offen gehaltene Aufforderung, die Jungs bei der Angebotswahl zu unterstützen, soll den Schülerinnen und Schülern Raum für individuelle Gedankengänge bieten und sie zur geeigneten Modellierung des Sachverhalts anregen. An dieser Stelle können Impulse im Lehrer-Schüler-Gespräch das Unterrichtsgeschehen geeignet lenken. Die Tipps, die durch die QR-Codes adressiert sind, dienen zur gezielten Differenzierung. Es liegt in der Verantwortung und dem Ermessen der Schülerinnen und Schüler, inwiefern und in welchem Umfang sie von den Hilfestellungen Gebrauch machen. Des Weiteren erkennen die Schülerinnen und Schüler, dass digitale Mathematikwerkzeuge – z. B. GeoGebra – zur Visualisierung mathematischer Sachverhalten hilfreich sein können. Eine weitere Möglichkeit zur Differenzierung bietet die Bestimmung der gemeinsamen Punkte der Geraden. Die Schülerinnen und Schüler können abhängig von ihren Vorkenntnissen entscheiden, ob sie den rechnerischen, grafischen oder werkzeuggestützten Ansatz wählen. Das Vorstellen ausgewählter Arbeitsergebnisse dient schließlich zur Förderung der Präsentationskompetenz sowie der mathematischen Kompetenzen Argumentieren und Kommunizieren. Insgesamt bietet dieses Beispiel auch eine schülernahe Grundlage, um einen Ausblick auf die in den Folgestunden diskutierten Begriffe und Verfahren zu geben. In welcher Art und in welchem Umfang die Ergebnissicherung stattfindet, entscheidet die Lehrkraft situationsadäquat.

Unterrichtsmaterial:

- Einstieg Geraden (.docx, .pdf) (s. Anhang)
- Digitales Endgerät mit QR-Code-Scanner und der App GeoGebra

2.5.3 Konkrete Umsetzungsbeispiele von ausgewählten Bildungsplaneinheiten

2.5.3.1 Geometrie

Vorschlag einer didaktischen Jahresplanung (Auszug)
Im Bildungsplan werden 30 Stunden für die Geometrie vorgesehen. Eine mögliche didaktische Jahresplanung ohne Ausweis der Übungs- und Vertiefungsstunden könnte folgendermaßen aussehen:

Stunden	Thema	Kommentare/Grundvorstellungen	BPE
4	**Satz des Thales und Satz des Pythagoras**	Begriffe: Höhe, Grundseite; rechtwinklig: Katheten und Hypotenuse	3.1
	Konstruktion und Berechnungen im rechtwinkligen Dreieck	Auch als Nachweis: Das Dreieck ist rechtwinklig.	
2	**Achsen- und Punktsymmetrie**	Erarbeitung ausgehend von der Spiegelung	3.2
3	**Kongruenz von Figuren**	Kongruenz als geometrische Gleichheit	3.2
	Kongruenz von Figuren prüfen		
	Kongruenzabbildungen	Verschiebung, Drehung, Spiegelung	
7	**Ähnlichkeit und Strahlensätze**	Das Urbild lässt sich so zoomen, dass eine zur Bildfigur kongruente Figur entsteht.	3.3
	Prüfen auf Ähnlichkeit	Winkelgrößen und Streckenverhältnisse messen; Maßstab bestimmen	
	Konstruktion ähnlicher Figuren		
	Streckenlängen und Winkelweiten berechnen		
	Strahlensätze zur Bestimmung von Streckenlängen		3.4
5	**Sinus, Kosinus, Tangens**	Definition über Seitenverhältnisse im rechtwinkligen Dreieck	3.6
	Streckenlängen und Winkelweiten bestimmen	ebene und räumliche Probleme lösen	
9	**Volumen und Oberflächeninhalte**	Bildung einer räumlichen Vorstellung durch Bau und Skizzen	3.5
	Wiederholung Quader, Zylinder, Pyramide	Volumen und Oberflächeninhalt gerade vs. spitzzulaufende Körper	
	Kegel: Oberfläche und Volumen	experimentell (z. B. Umschütten), Plausibilität (vgl. Pyramide)	
	Kugel: Oberfläche und Volumen	experimentell (z. B. Umschütten)	
	Zusammengesetzte Körper	Modellierungsaufgaben	
30	Gesamtsumme und zusätzlich stehen 12 Stunden aus dem VIP-Bereich zur Verfügung		

Fachliche Hinweise
In der Bildungsplaneinheit 3 Geometrie bauen die Schülerinnen und Schüler ihre erworbenen elementaren Grundfertigkeiten im Umgang mit Bleistift, Geodreieck und Zirkel aus und unterscheiden zwischen einer Freihandskizze und einer Zeichnung. Sie lernen verschiedene Modellvorstellungen, Grundkonstruktionen und die Eigenschaften von Abbildungen kennen und können kleine Beweise z. B. mit Hilfe des Satz des Thales oder des Satz des Pythagoras durchführen. Analog zu den Gleichungen in der Algebra wird die Eigenschaft der Kongruenz als das Gleichheitszeichen der Geometrie thematisiert. Durch Kongruenzabbildungen werden kongruente Figuren ineinander überführt. Die Schülerinnen und Schüler erkennen, dass eine Figur, die durch Spiegelung auf sich abgebildet werden kann, symmetrisch ist und dass deren Teilfiguren kongruent sind. Durch Zoomen der Ursprungsfigur werden ähnliche Figuren erzeugt und es wird untersucht, ob Figuren zueinander ähnlich sind. Das gleiche Längenverhältnis ähnlicher Dreiecke führt zu den Strahlensätzen, mit deren

Hilfe man Streckenlängen berechnen kann. Um Winkelweiten zu bestimmen, wird die Trigonometrie betrachtet. Mit der Grundvorstellung der wichtigsten Figuren in Ebene und Raum gelingt es den Schülerinnen und Schülern, ein räumliches Vorstellungsvermögen auszubilden. Sie erwerben die Fähigkeit, Gegenstände aus dem Alltag mit mathematischen Körpern zu verknüpfen und Modellierungsaufgaben zu lösen.

Didaktischer Hinweis zum Einstieg in die Bildungsplaneinheit
Die Schülerinnen und Schüler bringen Vorwissen zum Thema Geometrie mit. Aufgrund der verschiedenen Vorgängerschulen und der Heterogenität der Schülerschaft sind die Kenntnisstände sehr unterschiedlich. Daher bietet sich ein individueller Einstieg mit der Wiederholung und dem Wachrufen von Fachbegriffen, Formen und Formeln an. Dabei werden Begriffe aus der Geometrie vorgegeben, welche die Schülerinnen und Schüler kennen und erklären können. Methodisch beginnt die Stunde mit einer Einzelarbeit, in denen sich die Schülerinnen und Schüler wieder mit der Geometrie vertraut machen. Als Hilfe sind das Schulbuch oder die Merkhilfe erlaubt. Nach 15 Minuten suchen die Schülerinnen und Schüler Unterstützung bei ihren Klassenkameraden und bilden wechselnde Teams. Im Anschluss werden Aufgaben gelöst, die im Plenum von einzelnen Schülerinnen und Schülern präsentiert und erklärt werden. Gibt es danach Begriffe, die noch nicht geklärt sind, so wird die Begriffsbestimmung von der Lehrkraft ergänzt.

Didaktisch-Methodische Hinweise
Zu folgenden Bildungsplaneinheiten finden sich Arbeitsmaterialien in der Handreichung:

Thema: Wiederholung zu Flächen und Körpern
(VIP 2h)

Ziel:
Bereits bekannte geometrische Begriffe, Figuren und Formeln werden wachgerufen. Durch die Anwendung auf einzelne Aufgaben sichern die Schülerinnen und Schüler ihr Wissen und präsentieren im Anschluss ihre Ergebnisse. Um eine Verbindlichkeit zu erreichen, kann der Schüler bzw. die Schülerin dieses Blatt als Glossar zum Nachschlagen in der Einheit Geometrie verwenden.

Die Schülerinnen und Schüler wenden alle mathematischen Kompetenzen in dieser Stunde an.

Arbeitsblatt: Begriffe erklären
(s. Anhang)

Begriff	Erklärung/Skizze
Kreis: - Figur - Flächeninhalt - Umfang	
Quadrat: - Figur - Flächeninhalt - Umfang	
Dreieck: - Figur - Flächeninhalt - Umfang	
Rechteck: - Figur - Flächeninhalt - Umfang	
Schrägbild eines Quaders und Alltagsbeispiel	
Schrägbild eines Zylinders und Alltagsbeispiel	
Schrägbild einer Pyramide und Alltagsbeispiel	
Winkel	
Winkelsumme	

Satz des Thales und Satz des Pythagoras
(s. Anhang)

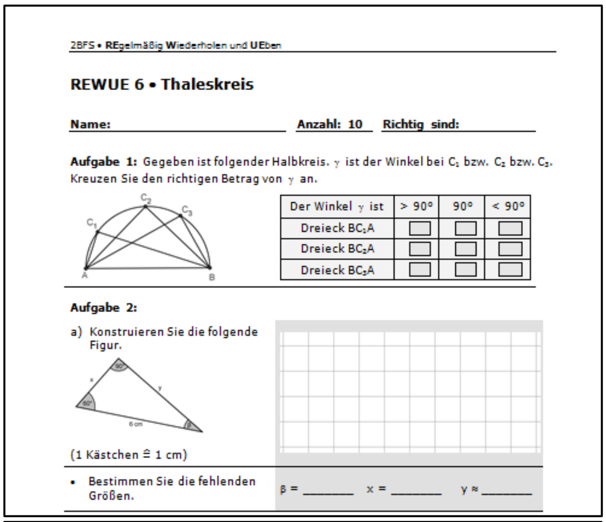
Thema: Achsen- und Punktsymmetrie

Verlaufsplanung:
Die Schülerinnen und Schüler spiegeln Figuren an einer gegebenen Spiegelachse. Ausgehend von den gespiegelten Figuren erkennen die Schülerinnen und Schüler, dass eine Figur, die durch Achsenspiegelung auf sich selbst abgebildet wird, achsensymmetrisch zu der sogenannten Symmetrieachse ist.
Im 2. Schritt erkennen die Schülerinnen und Schüler, indem sie Punktspiegelungen von Figuren durchführen, wann eine Figur punktsymmetrisch zum Symmetriezentrum Z ist. Im Anschluss findet die Konsolidierungsphase mit weiteren Aufgaben statt.

Ziel:
Die Schülerinnen und Schüler spiegeln Figuren an einer Achse bzw. an einem Zentrum. Sie erkennen, wann eine Figur achsensymmetrisch bzw. punktsymmetrisch ist und können Symmetrieachse bzw. Symmetriezentrum einzeichnen.

Arbeitsblatt: Spiegelung und Symmetrie
(s. Anhang)
Thema: Kongruenz von Figuren

Verlaufsplanung:
Durch das Ausschneiden und Aufeinanderlegen von Figuren erfahren die Schülerinnen und Schüler, dass Figuren, die in Form und Größe übereinstimmen deckungsgleich (kongruent) sind und lernen die mathematische Schreibweise kennen. Im Anschluss werden beim 2. Arbeitsblatt die vier Kongruenzabbildungen betrachtet. Die Schülerinnen und Schüler erstellen durch Verschiebung eine kongruente Figur und können bei gegebenen Figuren die (Verkettung von) Kongruenzabbildungen nennen.


2BFS • REgelmäßig Wiederholen und UEben

REWUE 6 • Thaleskreis

Name: ____ **Anzahl: 10** **Richtig sind:** ____

Aufgabe 1: Gegeben ist folgender Halbkreis. γ ist der Winkel bei C_1 bzw. C_2 bzw. C_3. Kreuzen Sie den richtigen Betrag von γ an.

Der Winkel γ ist	> 90°	90°	< 90°
Dreieck BC_1A	☐	☐	☐
Dreieck BC_2A	☐	☐	☐
Dreieck BC_3A	☐	☐	☐

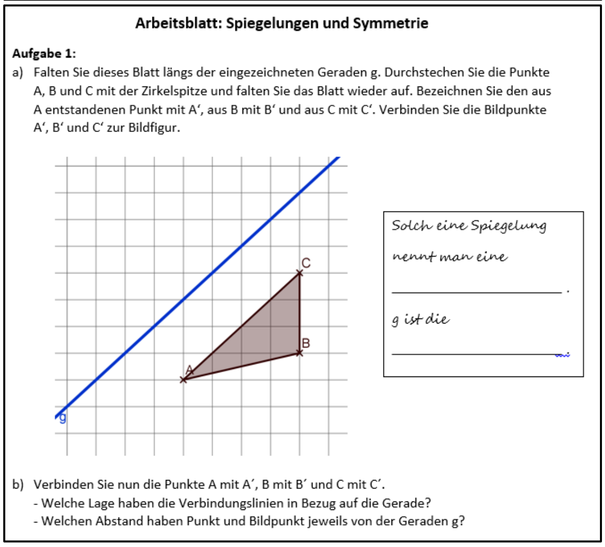
Aufgabe 2:

a) Konstruieren Sie die folgende Figur.

(1 Kästchen ≙ 1 cm)

- Bestimmen Sie die fehlenden Größen.

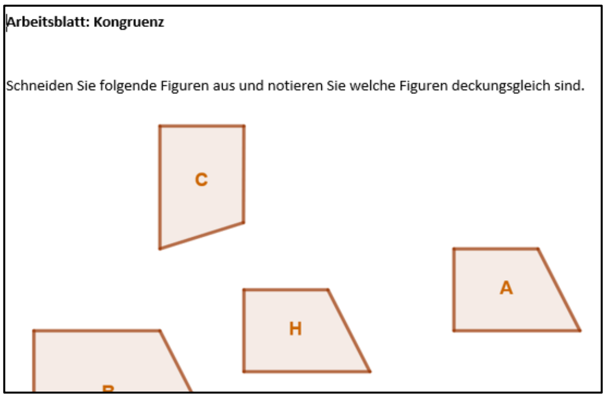
β = ____ x = ____ y ≈ ____


Arbeitsblatt: Spiegelungen und Symmetrie

Aufgabe 1:

a) Falten Sie dieses Blatt längs der eingezeichneten Geraden g. Durchstechen Sie die Punkte A, B und C mit der Zirkelspitze und falten Sie das Blatt wieder auf. Bezeichnen Sie den aus A entstandenen Punkt mit A‘, aus B mit B‘ und aus C mit C‘. Verbinden Sie die Bildpunkte A‘, B‘ und C‘ zur Bildfigur.

b) Verbinden Sie nun die Punkte A mit A′, B mit B′ und C mit C′.
- Welche Lage haben die Verbindungslinien in Bezug auf die Gerade?
- Welchen Abstand haben Punkt und Bildpunkt jeweils von der Geraden g?


Arbeitsblatt: Kongruenz

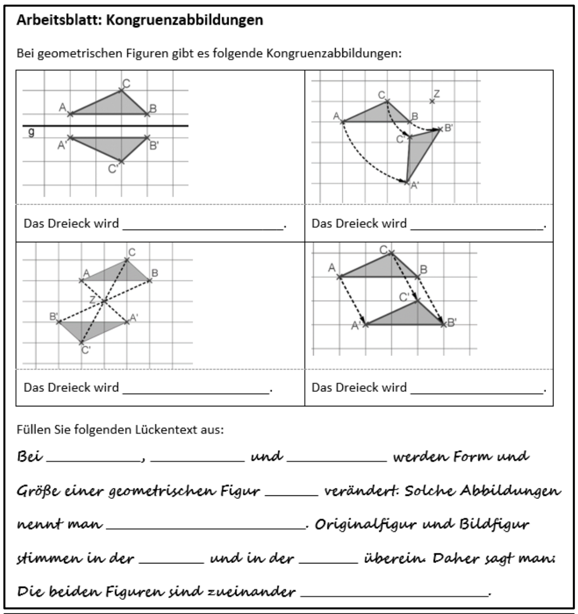
Schneiden Sie folgende Figuren aus und notieren Sie welche Figuren deckungsgleich sind.

Ziel:
Die Schülerinnen und Schüler kennen die Kongruenz als Gleichheitszeichen der Geometrie. Sie erkennen die vier Formen der Kongruenzabbildungen und können dieses Wissen anwenden.

Arbeitsblatt: Kongruenz
(s. Anhang)

Arbeitsblatt: Kongruenzabbildungen
(s. Anhang)

Zum Abschluss dieser Einheit kann in der Konsolidierungsphase das Blatt REWUE 07 eingesetzt werden.



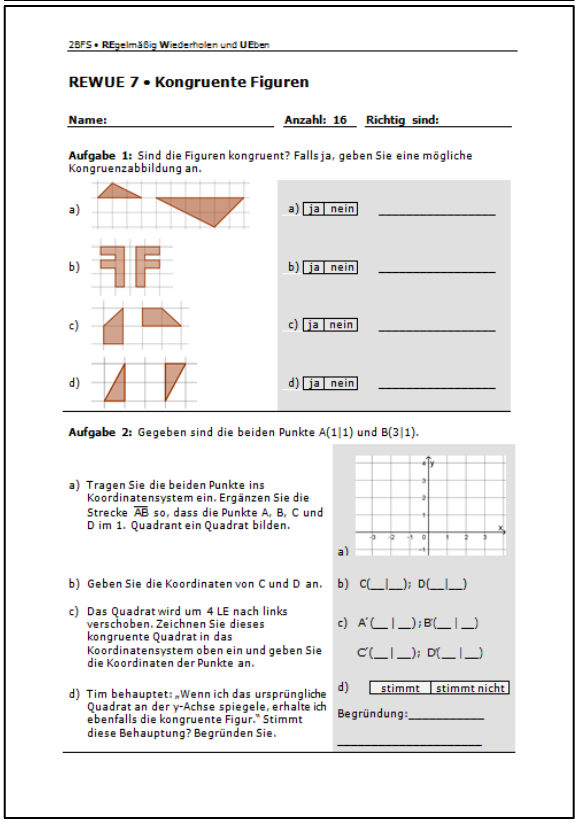
Arbeitsblatt: Kongruenzabbildungen

Bei geometrischen Figuren gibt es folgende Kongruenzabbildungen:

Das Dreieck wird ___________________.
Das Dreieck wird ___________________.
Das Dreieck wird ___________________.
Das Dreieck wird ___________________.

Füllen Sie folgenden Lückentext aus:

Bei ___________, ___________ und ___________ werden Form und Größe einer geometrischen Figur ______ verändert. Solche Abbildungen nennt man ______________________. Originalfigur und Bildfigur stimmen in der ________ und in der _______ überein. Daher sagt man: Die beiden Figuren sind zueinander ______________________.



2BFS • REgelmäßig Wiederholen und UEben

REWUE 7 • Kongruente Figuren

Name: ______________ **Anzahl: 16** **Richtig sind:** ______________

Aufgabe 1: Sind die Figuren kongruent? Falls ja, geben Sie eine mögliche Kongruenzabbildung an.

a) a) ja | nein ________________

b) b) ja | nein ________________

c) c) ja | nein ________________

d) d) ja | nein ________________

Aufgabe 2: Gegeben sind die beiden Punkte A(1|1) und B(3|1).

a) Tragen Sie die beiden Punkte ins Koordinatensystem ein. Ergänzen Sie die Strecke $\overline{AB}$ so, dass die Punkte A, B, C und D im 1. Quadrant ein Quadrat bilden.

a)

b) Geben Sie die Koordinaten von C und D an.

b) C(__|__); D(__|__)

c) Das Quadrat wird um 4 LE nach links verschoben. Zeichnen Sie dieses kongruente Quadrat in das Koordinatensystem oben ein und geben Sie die Koordinaten der Punkte an.

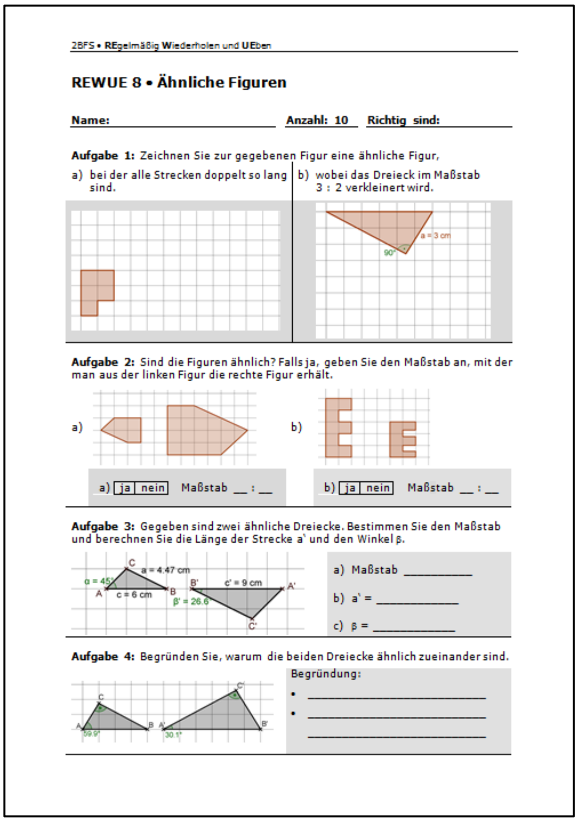
c) A'(__|__); B'(__|__)
C'(__|__); D'(__|__)

d) Tim behauptet: „Wenn ich das ursprüngliche Quadrat an der y-Achse spiegele, erhalte ich ebenfalls die kongruente Figur." Stimmt diese Behauptung? Begründen Sie.

d) stimmt | stimmt nicht

Begründung: ______________
____

Thema: Ähnlichkeit
(s. Anhang)


2BFS • REgelmäßig Wiederholen und UEben

REWUE 8 • Ähnliche Figuren

Name: ________ **Anzahl: 10** **Richtig sind:** ________

Aufgabe 1: Zeichnen Sie zur gegebenen Figur eine ähnliche Figur,
a) bei der alle Strecken doppelt so lang sind.
b) wobei das Dreieck im Maßstab 3 : 2 verkleinert wird.

Aufgabe 2: Sind die Figuren ähnlich? Falls ja, geben Sie den Maßstab an, mit der man aus der linken Figur die rechte Figur erhält.

a) ja | nein Maßstab __ : __
b) ja | nein Maßstab __ : __

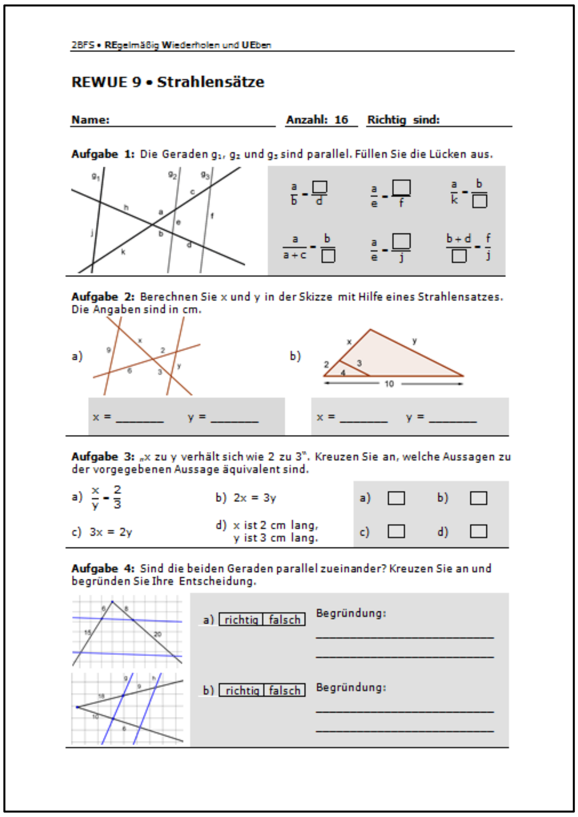
Aufgabe 3: Gegeben sind zwei ähnliche Dreiecke. Bestimmen Sie den Maßstab und berechnen Sie die Länge der Strecke a' und den Winkel β.

a) Maßstab ________
b) a' = ________
c) β = ________

Aufgabe 4: Begründen Sie, warum die beiden Dreiecke ähnlich zueinander sind.

Begründung:
• ________
• ________

Thema: Strahlensätze
(s. Anhang)


2BFS • REgelmäßig Wiederholen und UEben

REWUE 9 • Strahlensätze

Name: ________ **Anzahl: 16** **Richtig sind:** ________

Aufgabe 1: Die Geraden g_1, g_2 und g_3 sind parallel. Füllen Sie die Lücken aus.

Aufgabe 2: Berechnen Sie x und y in der Skizze mit Hilfe eines Strahlensatzes. Die Angaben sind in cm.

a) x = ______ y = ______
b) x = ______ y = ______

Aufgabe 3: „x zu y verhält sich wie 2 zu 3". Kreuzen Sie an, welche Aussagen zu der vorgegebenen Aussage äquivalent sind.

a) $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ b) $2x = 3y$
c) $3x = 2y$ d) x ist 2 cm lang, y ist 3 cm lang.

Aufgabe 4: Sind die beiden Geraden parallel zueinander? Kreuzen Sie an und begründen Sie Ihre Entscheidung.

a) richtig | falsch Begründung: ________
b) richtig | falsch Begründung: ________

Die REWUEs eignen sich, um das Thema abzuschließen und den Kenntnisstand der Schülerinnen und Schüler zu überprüfen.

2.5.3.2 Wahrscheinlichkeitsrechnung

Vorschlag einer didaktischen Jahresplanung (Auszug)
Im Bildungsplan sind 15 Stunden für die Wahrscheinlichkeitsrechnung vorgesehen. Eine Grobstruktur einer möglichen didaktischen Planung dafür ist nachfolgend dargelegt:

Stunden	**Thema**	**BPE**
1	Die Wahrscheinlichkeit: Vom Alltagsbegriff zur mathematischen Beschreibung	4.1
1	Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe relativer Häufigkeiten modellieren	4.1
6	Wiederholung und Erweiterung zur Stunde 2 Baumdiagramme als Darstellungsmittel Ergebnis vs. Ereignis Zweistufige Zufallsexperimente	4.1 4.2
4	Ereigniswahrscheinlichkeiten	4.2
3	Der Erwartungswert	4.3
15	Gesamtsumme + Übungen	

Hinweise und Erläuterungen

Stunde 1
„Unsicherheiten in Wahrscheinlichkeiten bieten Spielraum für unterschiedliche Interpretationen, Bewertungen und kritische Nachfragen. Daher sind sie besonders geeignet, das mathematische Argumentieren zu fördern." [Aus mathematik lehren, Heft 2013 vom April 2019] Ein Einfordern solcher Argumentationen und somit die Auseinandersetzung mit den Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler soll einen den prognostischen (subjektiven) Wahrscheinlichkeitsbegriff fokussierenden Einstieg bilden. Die Schülerinnen und Schüler bekommen anhand eines Alltagsbeispiels die Möglichkeit, individuell im Kontext zu argumentieren. Impuls für die Auseinandersetzung der Schülerinnen und Schüler könnte folgende Situationsbeschreibung sein:

> Auf einem Volksfest steht an einer Losbude ein Plakat mit der Aufschrift „Jedes 3. Los gewinnt!". Kann man sich sicher sein, dass bei drei gekauften Losen bestimmt ein Gewinn dabei ist?"

Die Erstellung eines Lernprodukts bietet sich an (siehe Arbeitsmaterialien).

Stunde 2
Ausgangspunkt soll die Wiederholung des Begriffs des Zufallsexperiments sein sowie die Durchführung eines Zufallsexperiments, bei dem die Wahrscheinlichkeiten der Ergebnisse den Schülerinnen und Schülern bekannt sind, bei denen also über das Verhältnis von „günstigen" und „ungünstigen" Ergebnissen nicht bzw. kaum nachgedacht werden muss (i. d. R. bei einfachen Laplace-Experimenten wie dem klassischen Münzwurf, siehe Arbeitsmaterial). Aus der Zusammenfassung der Ergebnisse der Schülerinnen und Schüler – so erhält man einen größeren Stichprobenumfang – lässt sich Folgendes herleiten: Die Wahrscheinlichkeit, dass die relativen Häufigkeiten in der Nähe der erwarteten Wahrscheinlichkeit liegen, steigt. Auf Basis dieser Beobachtung modelliert man einen frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff.

Notation von Wahrscheinlichkeiten (mit Ereignis A): $P(A) = 50\% = 0{,}5 = \frac{50}{100} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
Die Bruchschreibweise erweist sich als günstig mit Blick auf die o. g. relativen Häufigkeiten (hier: „Fünfzig pro Hundert" oder „Fünf von Zehn" oder „Einer von Zwei").

Stunden 3 bis 8
Zu Beginn soll ein Experiment analog zur vorherigen Stunde durchgeführt werden, um eine unbekannte Wahrscheinlichkeit festzulegen (z. B. Werfen einer Reißzwecke, siehe Arbeitsmaterial).

Die Darstellung des noch einstufigen Zufallsexperiments durch ein Baumdiagramm mit zuvor modellierten Wahrscheinlichkeiten schließt sich an. Hier wird auf die Unterscheidung zwischen Ergebnis und Ereignis eingegangen.

Ebenso lässt sich das Gegenereignis thematisieren. Dazu bietet sich es aber an, ein Zufallsexperiment zu wählen, das mehr als zwei Ergebnisse vorweist.

Folgende Sprechweisen für ein Ereignis A erweisen sich als gangbar

- „Unmöglich: trifft nie zu, kann niemals geschehen“, d. h. $P(A) = 0$
- „Möglich: Kann schon sein, ist durchaus möglich“, d. h. $0 < P(A) < 1$
- „Sicher: trifft immer zu, stimmt genau“, d. h. $P(A) = 1$

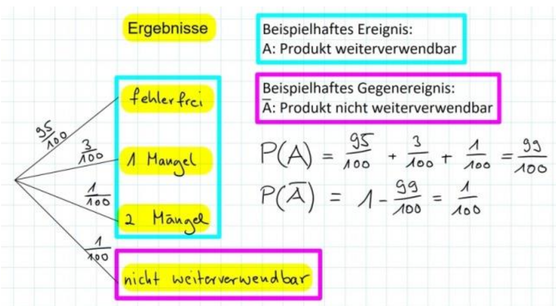
Diese Sprechweisen werden auch im Teil 2 des ersten Arbeitsmaterials aufgegriffen.

Generell gilt: Vor allem auf die Sprache in der Wahrscheinlichkeitsrechnung soll ein Augenmerk gelegt werden, zum Beispiel durch die Aufforderung zur Formulierung eines Ereignisses, dessen Wahrscheinlichkeit (z. B. durch ein Baumdiagramm) bekannt ist.

Nachfolgend ein Beispiel, welches exemplarisch die vorgenannten Aspekte bedient und bei dem viele strukturgebende Begriffe abgebildet werden.

Eine Firma stellt ein Produkt her, das zu 95 % fehlerfrei ist. Man weiß, dass im Durchschnitt von 100 Produkten drei einen Mangel haben, eines davon hat zwei Mängel. Diese Produkte können aber in der Firma noch weiterverwendet werden. Produkte mit mehr als zwei Mängeln sind nicht weiterverwendbar.

Wie groß ist für ein zufällig ausgewähltes Produkt die Wahrscheinlichkeit, dass es weiterverwendbar ist?



Stunden 9 bis 12
Der bereits erfolgte Übergang zur Darstellung zweistufiger Zufallsexperimente wird nun wieder um die Betrachtung des Ereignisbegriffs erweitert. Bedeutsam wird hier neben der Summenregel, welche auch schon bei einstufigen Zufallsexperimenten Relevanz hat, die Pfadregel.

Stunden 13 bis 15

Vom Bekannten zum Unbekannten: Was in der Statistik der beobachtete arithmetische Mittelwert (welcher sich aus einer konkreten Stichprobe ergibt und aus der Gegenwart einen Blick in die Vergangenheit erlaubt), ist in der Wahrscheinlichkeitsrechnung der Erwartungswert (also ein in der Gegenwart ermittelter zukünftiger Mittelwert). Dieser ist berechenbar, wenn den Ergebnissen eines Zufallsversuchs Zahlenwerte zugeordnet werden.

Ordnet man in obigem Beispiel unter der Annahme, dass mehr als drei Mängel nicht auftreten, den möglichen Ergebnissen die Anzahl der Produktmängel zu, so ergibt sich als Erwartungswert für die Anzahl dieser Größe:

$$E = 0 \cdot \frac{95}{100} + 1 \cdot \frac{3}{100} + 2 \cdot \frac{1}{100} + 3 \cdot \frac{1}{100}$$

$$= 0{,}08$$

Hierbei ist zu beachten, dass der Beschreibung der Bedeutung des Resultats genügend Raum gegeben wird.

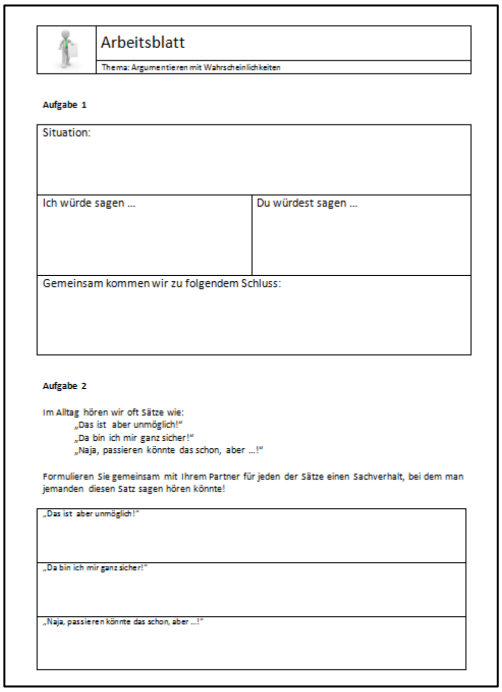
Hinweis

Zum Anknüpfen an das Vorwissen der Schülerinnen und Schüler in der Wahrscheinlichkeitsrechnung eignen sich z. B. auch Prüfungsaufgaben der Zubringerschulen.

Arbeitsmaterialien

Zu folgenden Bildungsplaneinheiten finden sich Arbeitsmaterialien in der Handreichung:

Thema: Mit Wahrscheinlichkeiten argumentieren (BPE 4.1)
Arbeitsblatt „Argumentationsraster“
(s. Anhang)


Arbeitsblatt
Thema: Argumentieren mit Wahrscheinlichkeiten

Aufgabe 1

Situation:	
Ich würde sagen …	Du würdest sagen …
Gemeinsam kommen wir zu folgendem Schluss:	

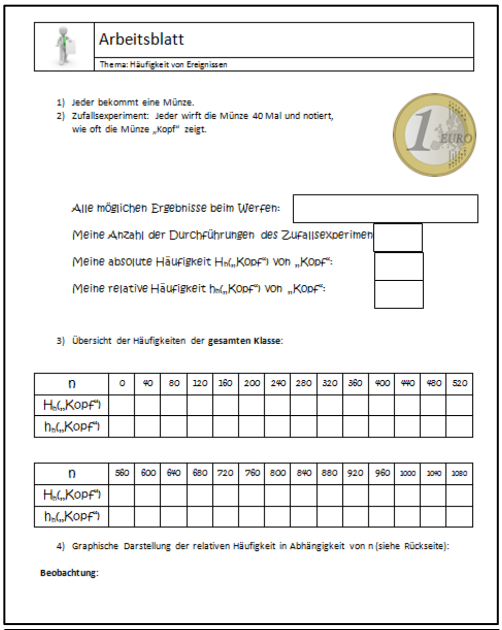
Aufgabe 2

Im Alltag hören wir oft Sätze wie:
„Das ist aber unmöglich!“
„Da bin ich mir ganz sicher!“
„Naja, passieren könnte das schon, aber …!“

Formulieren Sie gemeinsam mit Ihrem Partner für jeden der Sätze einen Sachverhalt, bei dem man jemanden diesen Satz sagen hören könnte!

„Das ist aber unmöglich!“
„Da bin ich mir ganz sicher!“
„Naja, passieren könnte das schon, aber …!“

Thema: Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe relativer Häufigkeiten modellieren Teil 1 (BPE 4.1)
Arbeitsblatt „Münze werfen“
(s. Anhang)



Arbeitsblatt

Thema: Häufigkeit von Ereignissen

1) Jeder bekommt eine Münze.
2) Zufallsexperiment: Jeder wirft die Münze 40 Mal und notiert, wie oft die Münze „Kopf“ zeigt.

Alle möglichen Ergebnisse beim Werfen:

Meine Anzahl der Durchführungen des Zufallsexperimen

Meine absolute Häufigkeit H_n(„Kopf“) von „Kopf“:

Meine relative Häufigkeit h_n(„Kopf“) von „Kopf“:

3) Übersicht der Häufigkeiten der **gesamten Klasse**:

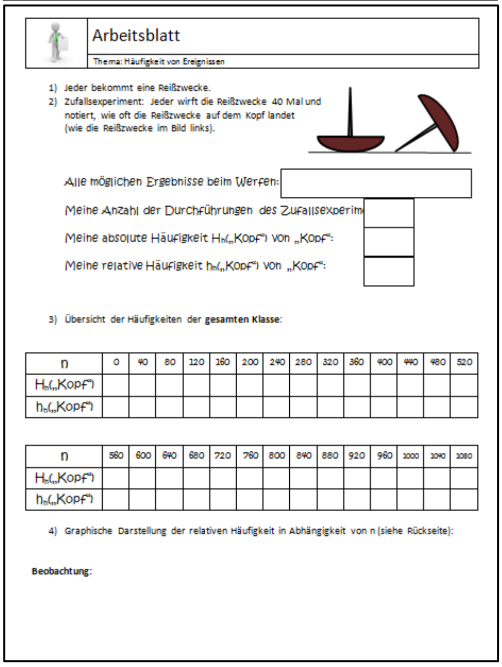
n	0	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400	440	480	520
H_n(„Kopf“)														
h_n(„Kopf“)														

n	560	600	640	680	720	760	800	840	880	920	960	1000	1040	1080
H_n(„Kopf“)														
h_n(„Kopf“)														

4) Graphische Darstellung der relativen Häufigkeit in Abhängigkeit von n (siehe Rückseite):

Beobachtung:

Thema: Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe relativer Häufigkeiten modellieren Teil 2 (BPE 4.1)
Arbeitsblatt „Reißnagel werfen“
(s. Anhang)



Arbeitsblatt

Thema: Häufigkeit von Ereignissen

1) Jeder bekommt eine Reißzwecke.
2) Zufallsexperiment: Jeder wirft die Reißzwecke 40 Mal und notiert, wie oft die Reißzwecke auf dem Kopf landet (wie die Reißzwecke im Bild links).

Alle möglichen Ergebnisse beim Werfen:

Meine Anzahl der Durchführungen des Zufallsexperim

Meine absolute Häufigkeit H_n(„Kopf“) von „Kopf“:

Meine relative Häufigkeit h_n(„Kopf“) von „Kopf“:

3) Übersicht der Häufigkeiten der **gesamten Klasse**:

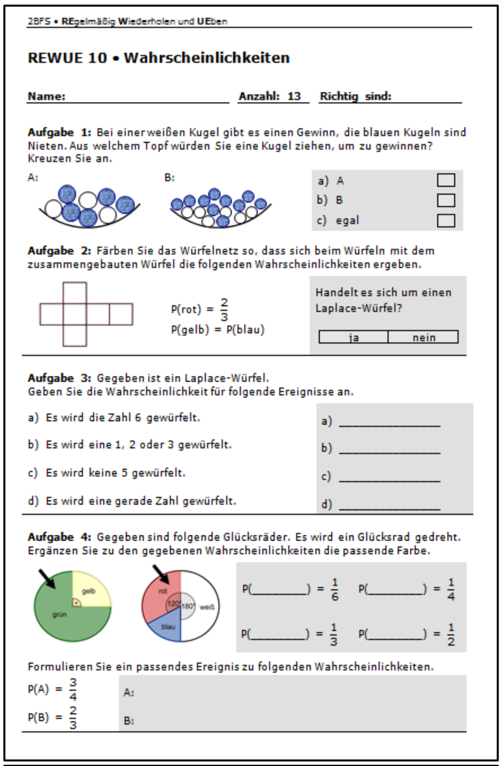
n	0	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400	440	480	520
H_n(„Kopf“)														
h_n(„Kopf“)														

n	560	600	640	680	720	760	800	840	880	920	960	1000	1040	1080
H_n(„Kopf“)														
h_n(„Kopf“)														

4) Graphische Darstellung der relativen Häufigkeit in Abhängigkeit von n (siehe Rückseite):

Beobachtung:

Thema: Wahrscheinlichkeiten (BPE 4.1)
REWUE 10
(s. Anhang)



2BFS • REgelmäßig Wiederholen und UEben

REWUE 10 • Wahrscheinlichkeiten

Name: ______ **Anzahl: 13** **Richtig sind:** ______

Aufgabe 1: Bei einer weißen Kugel gibt es einen Gewinn, die blauen Kugeln sind Nieten. Aus welchem Topf würden Sie eine Kugel ziehen, um zu gewinnen? Kreuzen Sie an.

A: B:

a) A ☐
b) B ☐
c) egal ☐

Aufgabe 2: Färben Sie das Würfelnetz so, dass sich beim Würfeln mit dem zusammengebauten Würfel die folgenden Wahrscheinlichkeiten ergeben.

$P(rot) = \frac{2}{3}$
$P(gelb) = P(blau)$

Handelt es sich um einen Laplace-Würfel?

ja	nein

Aufgabe 3: Gegeben ist ein Laplace-Würfel.
Geben Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse an.

a) Es wird die Zahl 6 gewürfelt. — a) ______
b) Es wird eine 1, 2 oder 3 gewürfelt. — b) ______
c) Es wird keine 5 gewürfelt. — c) ______
d) Es wird eine gerade Zahl gewürfelt. — d) ______

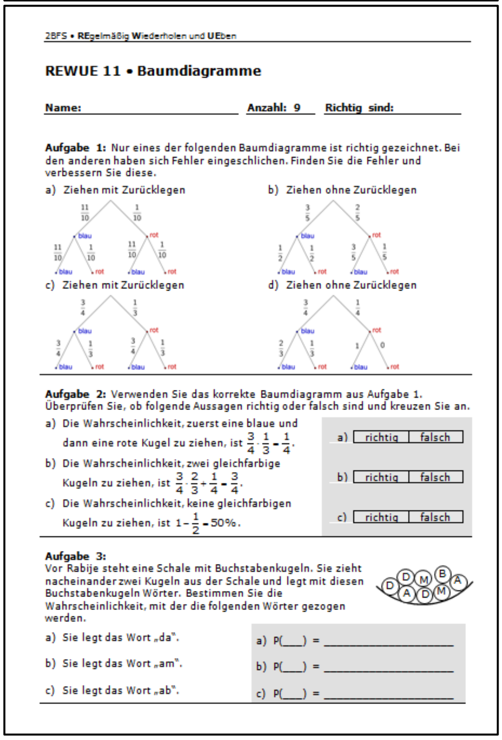
Aufgabe 4: Gegeben sind folgende Glücksräder. Es wird ein Glücksrad gedreht. Ergänzen Sie zu den gegebenen Wahrscheinlichkeiten die passende Farbe.

$P(\_\_\_\_) = \frac{1}{6}$ $P(\_\_\_\_) = \frac{1}{4}$
$P(\_\_\_\_) = \frac{1}{3}$ $P(\_\_\_\_) = \frac{1}{2}$

Formulieren Sie ein passendes Ereignis zu folgenden Wahrscheinlichkeiten.

$P(A) = \frac{3}{4}$ A:
$P(B) = \frac{2}{3}$ B:

Thema: Baumdiagramme (mit zweistufigen Zufallsexperimenten, BPE 4.2)
REWUE 11
(s. Anhang)



2BFS • REgelmäßig Wiederholen und UEben

REWUE 11 • Baumdiagramme

Name: ______ **Anzahl: 9** **Richtig sind:** ______

Aufgabe 1: Nur eines der folgenden Baumdiagramme ist richtig gezeichnet. Bei den anderen haben sich Fehler eingeschlichen. Finden Sie die Fehler und verbessern Sie diese.

a) Ziehen mit Zurücklegen
b) Ziehen ohne Zurücklegen
c) Ziehen mit Zurücklegen
d) Ziehen ohne Zurücklegen

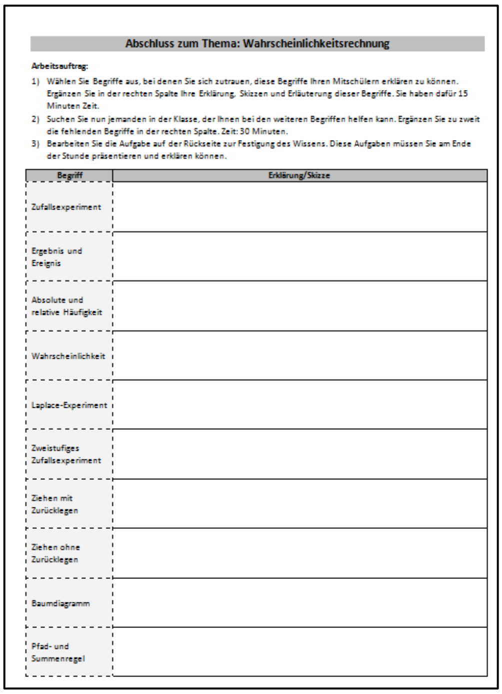
Aufgabe 2: Verwenden Sie das korrekte Baumdiagramm aus Aufgabe 1. Überprüfen Sie, ob folgende Aussagen richtig oder falsch sind und kreuzen Sie an.

a) Die Wahrscheinlichkeit, zuerst eine blaue und dann eine rote Kugel zu ziehen, ist $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$. — a) richtig | falsch
b) Die Wahrscheinlichkeit, zwei gleichfarbige Kugeln zu ziehen, ist $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$. — b) richtig | falsch
c) Die Wahrscheinlichkeit, keine gleichfarbigen Kugeln zu ziehen, ist $1 - \frac{1}{2} = 50\%$. — c) richtig | falsch

Aufgabe 3:
Vor Rabije steht eine Schale mit Buchstabenkugeln. Sie zieht nacheinander zwei Kugeln aus der Schale und legt mit diesen Buchstabenkugeln Wörter. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der die folgenden Wörter gezogen werden.

a) Sie legt das Wort „da". — a) P(___) = ______
b) Sie legt das Wort „am". — b) P(___) = ______
c) Sie legt das Wort „ab". — c) P(___) = ______

Abschluss zum Thema Wahrscheinlichkeitsrechnung
Arbeitsblatt „Begriffe“
(s. Anhang)



Abschluss zum Thema: Wahrscheinlichkeitsrechnung

Arbeitsauftrag:

1) Wählen Sie Begriffe aus, bei denen Sie sich zutrauen, diese Begriffe Ihren Mitschülern erklären zu können. Ergänzen Sie in der rechten Spalte Ihre Erklärung, Skizzen und Erläuterung dieser Begriffe. Sie haben dafür 15 Minuten Zeit.
2) Suchen Sie nun jemanden in der Klasse, der Ihnen bei den weiteren Begriffen helfen kann. Ergänzen Sie zu zweit die fehlenden Begriffe in der rechten Spalte. Zeit: 30 Minuten.
3) Bearbeiten Sie die Aufgabe auf der Rückseite zur Festigung des Wissens. Diese Aufgaben müssen Sie am Ende der Stunde präsentieren und erklären können.

Begriff	Erklärung/Skizze
Zufallsexperiment	
Ergebnis und Ereignis	
Absolute und relative Häufigkeit	
Wahrscheinlichkeit	
Laplace-Experiment	
Zweistufiges Zufallsexperiment	
Ziehen mit Zurücklegen	
Ziehen ohne Zurücklegen	
Baumdiagramm	
Pfad- und Summenregel	

2.5.3.3 VIP-Bereich

Wie alle neuen Bildungspläne weist der für die zweijährige Berufsfachschule vorliegende den VIP-Bereich mit 25 % der Gesamtstundenzahl aus. Der VIP-Bereich gliedert sich auf in die Bereiche Vertiefung, individualisiertes Lernen und Projekt.

Der Aspekt Vertiefung gliedert sich in Übungen, Anwendungen und Wiederholungen. Ein besonderes Augenmerk bei der Planung von Unterricht kann in diesem Bereich auf die Verfestigung von Inhalten, die Verstetigung von Prozessen und die regelmäßige Konsolidierung gelegt werden.

Der Aspekt individualisiertes Lernen fokussiert den Umgang mit Heterogenität z. B. durch selbstorganisiertes Lernen, Lernvereinbarungen und Binnendifferenzierung.

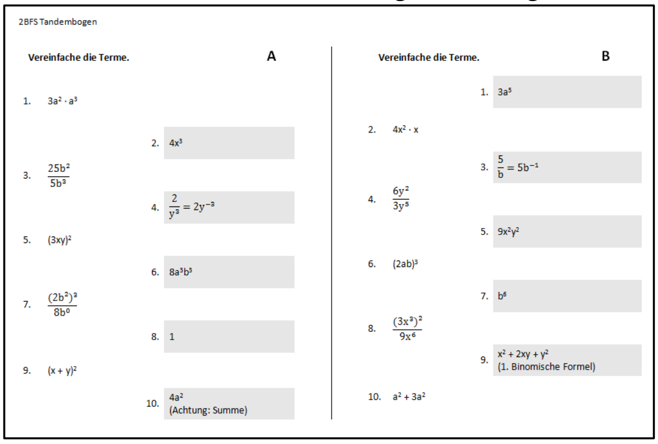
Beiden Aspekten gemein ist die Schaffung von Angeboten mit variierenden Anforderungsniveaus.

Eine Möglichkeit, den Unterricht fächerübergreifend zu gestalten, ist die Durchführung von Projekten. In projektartigem Unterricht werden Personal-, Sozial und Methodenkompetenzen der Schülerinnen und Schüler gefördert.

Im Folgenden findet sich für jeden Bereich ein Beispiel.

V (Vertiefung): Tandembogen

Als Möglichkeit zum Üben bieten sich Tandembögen an. Hier werden Inhalte mit der Kompetenz „Mathematisch Kommunizieren“ verknüpft. Die Übung wird in Partnerarbeit durchgeführt. Partner A beginnt und nennt die Lösung seiner Aufgabe. Partner B kontrolliert und setzt anschließend Aufgabe 2 um, welche wiederum von Partner A kontrolliert wird. Die folgenden Aufgaben werden entsprechend bearbeitet.



2BFS Tandembogen

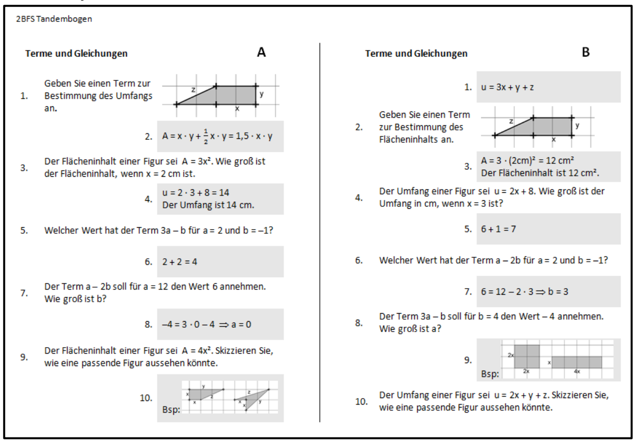
Vereinfache die Terme. A

1. $3a^2 \cdot a^3$
2. $4x^3$
3. $\frac{25b^2}{5b^3}$
4. $\frac{2}{y^3} = 2y^{-3}$
5. $(3xy)^2$
6. $8a^3b^3$
7. $\frac{(2b^2)^3}{8b^0}$
8. 1
9. $(x+y)^2$
10. $4a^2$ (Achtung: Summe)

Vereinfache die Terme. B

1. $3a^5$
2. $4x^2 \cdot x$
3. $\frac{5}{b} = 5b^{-1}$
4. $\frac{6y^2}{3y^5}$
5. $9x^2y^2$
6. $(2ab)^3$
7. b^6
8. $\frac{(3x^3)^2}{9x^6}$
9. $x^2 + 2xy + y^2$ (1. Binomische Formel)
10. $a^2 + 3a^2$

(s. Anhang)



2BFS Tandembogen

Terme und Gleichungen A

1. Geben Sie einen Term zur Bestimmung des Umfangs an.
2. $A = x \cdot y + \frac{1}{2} x \cdot y = 1{,}5 \cdot x \cdot y$
3. Der Flächeninhalt einer Figur sei $A = 3x^2$. Wie groß ist der Flächeninhalt, wenn $x = 2$ cm ist.
4. $u = 2 \cdot 3 + 8 = 14$ Der Umfang ist 14 cm.
5. Welcher Wert hat der Term $3a - b$ für $a = 2$ und $b = -1$?
6. $2 + 2 = 4$
7. Der Term $a - 2b$ soll für $a = 12$ den Wert 6 annehmen. Wie groß ist b?
8. $-4 = 3 \cdot 0 - 4 \Rightarrow a = 0$
9. Der Flächeninhalt einer Figur sei $A = 4x^2$. Skizzieren Sie, wie eine passende Figur aussehen könnte.
10. Bsp:

Terme und Gleichungen B

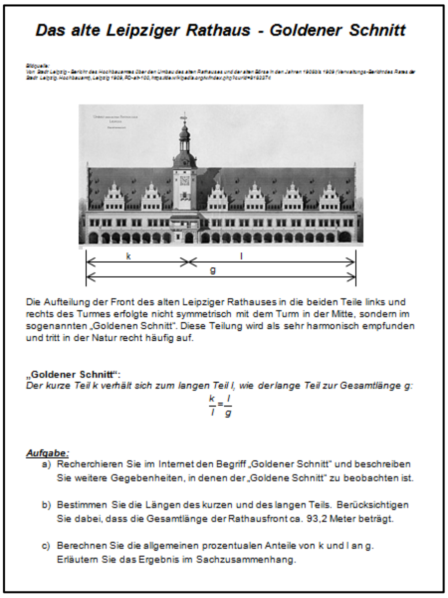
1. $u = 3x + y + z$
2. Geben Sie einen Term zur Bestimmung des Flächeninhalts an.
3. $A = 3 \cdot (2cm)^2 = 12\ cm^2$ Der Flächeninhalt ist 12 cm².
4. Der Umfang einer Figur sei $u = 2x + 8$. Wie groß ist der Umfang in cm, wenn $x = 3$ ist?
5. $6 + 1 = 7$
6. Welcher Wert hat der Term $a - 2b$ für $a = 2$ und $b = -1$?
7. $6 = 12 - 2 \cdot 3 \Rightarrow b = 3$
8. Der Term $3a - b$ soll für $b = 4$ den Wert -4 annehmen. Wie groß ist a?
9. Bsp:
10. Der Umfang einer Figur sei $u = 2x + y + z$. Skizzieren Sie, wie eine passende Figur aussehen könnte.

(s. Anhang)

I (Individualisierung): Einführung in quadratische Gleichungen

Ziele:

- Aktivierung und Sensibilisierung der Schülerinnen und Schüler durch Anwendungsbezug
- Förderung der Kompetenzen „Mathematisch argumentieren“, „Probleme mathematisch lösen“, „Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen“ und „Mathematisch kommunizieren“
- Förderung von Sozialkompetenz durch das Prinzip „Schüler helfen Schülern“
- Förderung von Präsentationskompetenz durch die Vorstellung von Arbeitsergebnissen
- Berücksichtigung der Heterogenität durch verschiedene Formen der Binnendifferenzierung
- Aktivierung der Schülerinnen und Schüler durch den Einsatz motivationsfördernder Methoden (LearningApps)
- Ermöglichung von Lernrückmeldung durch den Einsatz digitaler Hilfsmittel
- Verdeutlichung des Lernfortschritts durch das abschließende Auflösen des Eingangsbeispiels



Das alte Leipziger Rathaus - Goldener Schnitt

Bildquelle:

Die Aufteilung der Front des alten Leipziger Rathauses in die beiden Teile links und rechts des Turmes erfolgte nicht symmetrisch mit dem Turm in der Mitte, sondern im sogenannten „Goldenen Schnitt“. Diese Teilung wird als sehr harmonisch empfunden und tritt in der Natur recht häufig auf.

„Goldener Schnitt“:
Der kurze Teil k verhält sich zum langen Teil l, wie der lange Teil zur Gesamtlänge g:

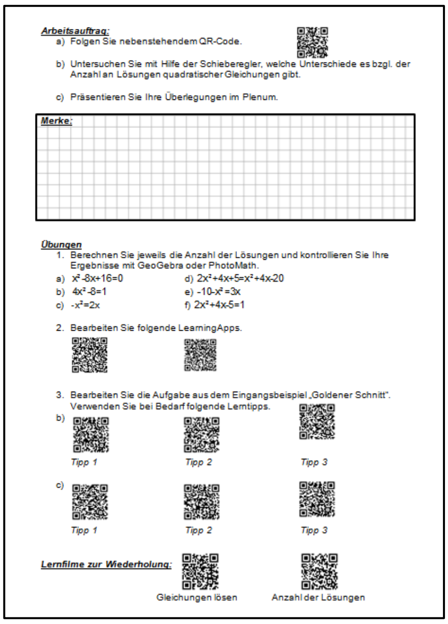
$$\frac{k}{l} = \frac{l}{g}$$

Aufgabe:

a) Recherchieren Sie im Internet den Begriff „Goldener Schnitt“ und beschreiben Sie weitere Gegebenheiten, in denen der „Goldene Schnitt“ zu beobachten ist.

b) Bestimmen Sie die Längen des kurzen und des langen Teils. Berücksichtigen Sie dabei, dass die Gesamtlänge der Rathausfront ca. 93,2 Meter beträgt.

c) Berechnen Sie die allgemeinen prozentualen Anteile von k und l an g. Erläutern Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.



Arbeitsauftrag:

a) Folgen Sie nebenstehendem QR-Code.

b) Untersuchen Sie mit Hilfe der Schieberegler, welche Unterschiede es bzgl. der Anzahl an Lösungen quadratischer Gleichungen gibt.

c) Präsentieren Sie Ihre Überlegungen im Plenum.

Merke:

Übungen

1. Berechnen Sie jeweils die Anzahl der Lösungen und kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse mit GeoGebra oder PhotoMath.
   a) $x^2-8x+16=0$ d) $2x^2+4x+5=x^2+4x-20$
   b) $4x^2-8=1$ e) $-10-x^2=3x$
   c) $-x^2=2x$ f) $2x^2+4x-5=1$
2. Bearbeiten Sie folgende LearningApps.
3. Bearbeiten Sie die Aufgabe aus dem Eingangsbeispiel „Goldener Schnitt“. Verwenden Sie bei Bedarf folgende Lerntipps.
   b) *Tipp 1* *Tipp 2* *Tipp 3*
   c) *Tipp 1* *Tipp 2* *Tipp 3*

Lernfilme zur Wiederholung: Gleichungen lösen Anzahl der Lösungen

(s. Anhang)

Idee:
Die BPE 2.4 (Quadratische Gleichungen) ist als sog. „Lernjob“ konzipiert. Das heißt, dass die vier DIN A4-Seiten doppelseitig auf ein A3-Blatt im Querformat zu kopieren sind und dieser A3-Bogen dann mittig zu falten ist. Das Setting ermöglicht die Abbildung des Unterrichtseinstiegs auf dem Deckblatt. Die Erarbeitungs- und Konsolidierungsphasen folgen im Innenteil auf den Seiten 2 und 3. Seite 4 kann dann zur Vertiefung und weiteren Differenzierung nach Lerntempo, Niveau und Zugang verwendet werden.

Das Deckblatt zeigt in diesem Beispiel als Einstieg ins Thema „Quadratische Gleichungen“ eine Abbildung des alten Leipziger Rathauses. Die Lehrperson nutzt diesen Anwendungsbezug, um das Unterrichtsgeschehen auf den Begriff des „Goldenen Schnitts“ zu lenken. Zur Aktivierung und Sensibilisierung sollen die Schülerinnen und Schüler in Aufgabe a) über eine Internetrecherche weitere zur Thematik „Goldener Schnitt“ passende Sachverhalte finden. Die Aufgabenteile b) und c) sollen zu Beginn der Einheit aufzeigen, dass neue Rechenwerkzeuge und Strategien zur Lösung solcher Problemstellungen benötigt werden. Die Lösung des Eingangsproblems bleibt bis zum Ende der Einheit offen. Dieses Vorgehen ermöglicht einen Spannungsbogen aufzubauen, der bis zum Ende der Einheit aufrechterhalten und letztendlich aufgelöst wird.

Die Beispiele auf Seite 2 dienen im Lehrer-Schüler-Gespräch als Grundlage zur Erarbeitung einer Lösungsstrategie für reinquadratische Gleichungen, die dann im folgenden Merkkasten fragend-entwickelnd gesichert wird. Bei den drei Aufgaben zur Reorganisation wird insbesondere Wert auf den Einsatz digitaler Hilfsmittel gelegt. Einerseits sollen die Schülerinnen und Schüler ihre Lösungen mit einem digitalen Mathematikwerkzeug kontrollieren. Andererseits soll über den Einsatz eines Lernmoduls (LearningApps) die Verlaufsmotivation hochgehalten und Lernrückmeldungen ermöglicht werden.

Die auf Seite 3 folgenden Beispiele dienen als Gesprächsgrundlage zur Hinführung auf gemischtquadratische Gleichungen. Im zugehörigen Merkkasten wird die Lösungsstrategie mit Hilfe der „Mitternachtsformel“ im Lehrer-Schüler-Gespräch gesichert und schließlich anhand von Übungsaufgaben konsolidiert. Hierbei wird ebenfalls Augenmerk auf die Selbstkontrolle und Validierung der Ergebnisse mittels digitalen Mathematikwerkzeugen gelegt. Eine entsprechende Niveaudifferenzierung findet hierbei über den steigenden Schwierigkeitsgrad der Aufgaben statt. Diese bewusst offen gehaltene Übungsphase bietet eine weitere Möglichkeit zur Differenzierung, indem stärkere Schülerinnen und Schüler nach dem Prinzip „Schüler helfen Schülern“ als Lerncoaches bzw. Assistenten der Lehrkraft eingesetzt werden. Diese Schülerinnen und Schüler fördern so ihre Kompetenzen in den Bereichen Kommunikation und Argumentation sowie ihre Sozialkompetenz. Die Lehrkraft hingegen wird entlastet und erhält mehr Raum, Schülerinnen und Schülern gemäß ihren individuellen Bedürfnissen zu betreuen. Im Anschluss an die Übungsphase folgt ein explorativer Teil, in welchem erneut ein digitales Mathematikwerkzeug zum Einsatz kommt. Die Schülerinnen und Schüler experimentieren mittels Schiebereglern, inwiefern es Unterschiede bezüglich der Anzahl an Lösungen einer quadratischen Gleichung gibt und präsentieren ihre Erfahrungen anschließend im Plenum. Nach einer gemeinsamen Sicherung der Erkenntnisse folgt zum Abschluss nochmals eine Übungsphase. Neben dem Einstudieren der Rechenfertigkeiten in Standardaufgaben wenden die Schülerinnen und Schüler in den beiden LearningApps nochmals ihr Wissen an. Diese Art der Aufgabenstellung kann zur Motivationsförderung im Unterricht beitragen. Wie zu Beginn der Einheit in Aussicht gestellt, haben die Schülerinnen und Schüler nun das nötige Handwerkszeug, um das Ausgangsbeispiel bearbeiten zu können. Zur Differenzierung dienen hierbei nochmals durch QR-Codes adressierte gestufte Hilfen. Es liegt in der Verantwortung und dem Ermessen der Schülerinnen und Schüler, ob und in welchem Umfang besagte Hilfestellungen in Anspruch genommen werden. Zusätzlich über QR-Codes bereitgestellte Lernfilme zur Stoffwiederholung runden die Einheit entsprechend ab. Insgesamt umfasst diese Unterrichtseinheit 4 Unterrichtsstunden.

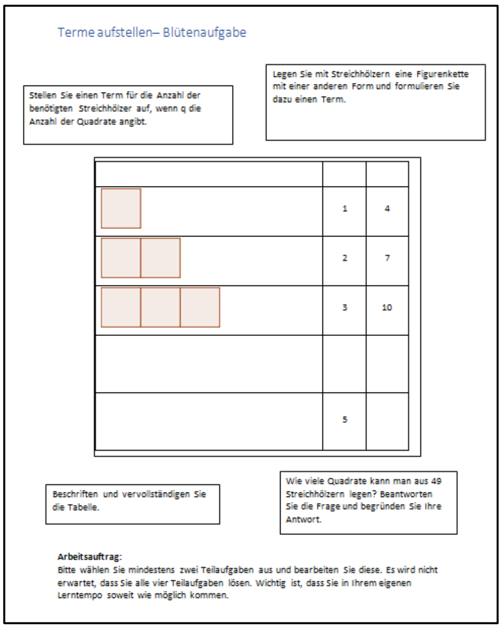
Unterrichtsmaterial:

- Lernjob Quadratische Gleichungen (.docx, .pdf) (s. Anhang)
- Digitales Endgerät mit QR-Code-Scanner, Internetzugang und der App GeoGebra oder PhotoMath

I (Individualisierung): Blütenaufgabe zu Termen

Eine Blütenaufgabe behandelt ein Thema und besteht aus mehreren Wahlaufgaben mit unterschiedlichen Anforderungen. Eine Grundaufgabe und eine Umkehraufgabe bilden das Mindestanforderungsniveau. Eine schwierige Bestimmungs- oder Begründungsaufgabe stellt das anvisierte Anforderungsniveau dar. Über dem Anforderungsniveau liegend wird eine Problemlöseaufgabe angeboten bzw. eine eigene Aufgabe erwartet.

Ziel:
Blütenaufgaben eignen sich zur binnendifferenzierten Bearbeitung eines umfangreichen Problems auf unterschiedlichen Niveaus. Die adressierten Kompetenzen können sich über alle sechs mathematischen Kompetenzen erstrecken. Die offene Aufgabe adressiert insbesondere die Kompetenz „Probleme mathematisch lösen“ (K2).


Terme aufstellen– Blütenaufgabe

Stellen Sie einen Term für die Anzahl der benötigten Streichhölzer auf, wenn q die Anzahl der Quadrate angibt.

Legen Sie mit Streichhölzern eine Figurenkette mit einer anderen Form und formulieren Sie dazu einen Term.

	1	4
	2	7
	3	10
	5	

Beschriften und vervollständigen Sie die Tabelle.

Wie viele Quadrate kann man aus 49 Streichhölzern legen? Beantworten Sie die Frage und begründen Sie Ihre Antwort.

Arbeitsauftrag:
Bitte wählen Sie mindestens zwei Teilaufgaben aus und bearbeiten Sie diese. Es wird nicht erwartet, dass Sie alle vier Teilaufgaben lösen. Wichtig ist, dass Sie in Ihrem eigenen Lerntempo soweit wie möglich kommen.

(s. Anhang)

Einsatz im Unterricht:
Die Schülerinnen und Schüler wählen und bearbeiten mindestens zwei der Wahlaufgaben. Die Bearbeitung einer Blütenaufgabe ist auf etwa 20 Minuten in Einzelarbeit begrenzt. Durch die fehlende Nummerierung bzw. die beliebige Platzierung der Teilaufgaben soll gewährleistet sein, dass die Schülerinnen und Schüler Teilaufgaben frei von Einstufungen wählen.

Auswertung der Ergebnisse:
Die Auswertung kann auf verschiedene Weisen stattfinden. Die Aufgaben des Mindestanforderungsniveaus werden in der Regel von den Schülerinnen und Schüler selbst kontrolliert. Sollten die Schülerinnen selbständig arbeiten, könnten Lösungsblätter ausgelegt werden. Angeleitet können Kleingruppen zu jeder Teilaufgabe gebildet werden, die ihre Ergebnisse austauschen und diskutieren. Im Plenum könnten eine oder mehrere Teilaufgaben des Anforderungsniveaus ausführlicher vorgestellt und besprochen werden.

Die über dem Zielniveau liegenden Aufgaben sollten individuell besprochen werden.

Einsatz zur Leistungsüberprüfung:
Wird eine Blütenaufgabe zur Leistungsüberprüfung genutzt, sollte die Reihenfolge mit der Arbeitsanweisung vorgegeben werden, alle Teilaufgaben zu lösen.

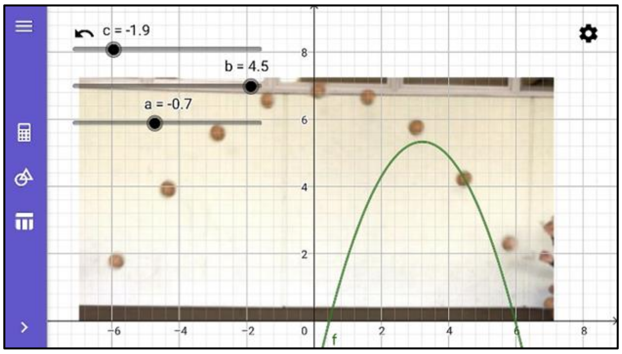
Weitere Informationen zu Blütenaufgaben können diesen Quellen entnommen werden:

- Bruder, Prof. Regina: Wege zu einem langfristigen Kompetenzaufbau im Mathematikunterricht, URL: http://www.math-learning.com/files/121009wien.pdf (Stand 10.02.2020)
- Steckbrief Blütenaufgaben, URL: https://wwwdid.mathematik.tu-darmstadt.de/makos/downloads/Steckbrief_Bluetenaufgaben.pdf (Stand 10.02.2020)

P (Projekt): Projekt Ballwurf

Ziele:

- Aktivierung der Schülerinnen und Schüler durch Alltagsbezug
- Kompetenzorientierung durch projekthaften Unterricht
- Förderung der Selbststeuerung durch die Offenheit der Aufgabenstellung
- Differenzierung über „Schüler helfen Schülern“
- Erfahrung von Selbstwirksamkeit durch die Erstellung eines Lernproduktes
- Modellierung mathematischer Inhalte mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge
- Förderung der Medienkompetenz durch die Erstellung digitaler Lernprodukte
- Validierung der Ergebnisse



Idee:

Eine Möglichkeit zur Durchführung eines Lernprojekts bietet zum Abschluss der BPE 7 (Parabeln) die Modellierung und Protokollierung der Flugbahn eines Tennisballs. Die Schülerinnen und Schüler bilden Gruppen aus mindestens drei Personen. Ziel jeder Schülergruppe ist es, die Flugbahn eines Tennisballs zu analysieren und mit Hilfe digitaler Mathematiksoftware zu modellieren. Das aus der Bewegungsanalyse resultierende Bild wird nach Durchführung des Versuchs in die Mathematiksoftware importiert und die Flugbahn des Balles entsprechend modelliert – zum Beispiel mit Hilfe von Schiebereglern. Ihr Vorgehen und die wesentlichen Erkenntnisse protokollieren die Schülerinnen und Schüler schließlich in einem Lernprodukt wie zum Beispiel einem Plakat, einer Präsentation, einem eBook oder einem Lernfilm. Eine Möglichkeit zur Niveaudifferenzierung bietet die zusätzliche Validierung des Modellierungsergebnisses. Hierbei überprüfen die Schülerinnen und Schüler beispielsweise, ob auch andere Ansätze zum Ziel geführt hätten oder inwiefern die Skalierung der Achsen der Wirklichkeit entspricht. Die Vorstellung der Lernprodukte im Plenum rundet die Einheit schließlich ab.

Unterrichtsmaterial:

- Tennisball
- Digitales Endgerät mit digitaler Mathematiksoftware (z. B. GeoGebra) und Software zur Bewegungsanalyse (z. B. Motion Shot oder Vernier Video Physics)
- Möglichkeit zur Erstellung eines Lernprodukts (Plakat, eBook, Präsentation, Lernfilm)