

<b>PRÜFUNG ZUM ERWERB DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.</b>	<b>Hauptprüfung 2 0 0 3</b>
<b>Fach : M a t h e m a t i k</b>	<b>Aufgabe 4 (Seite 1/2)</b>

## L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

4.1 Gerade durch A und B:  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}; r \in \mathbb{R}.$  2

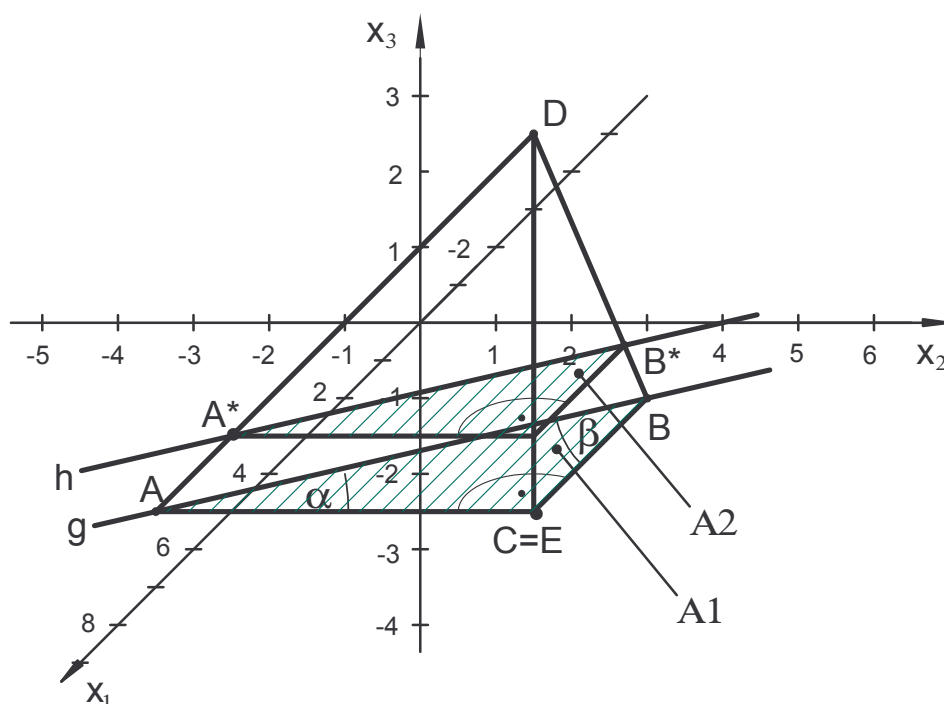
4.2 Gerade  $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -0,75 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}; s \in \mathbb{R}.$  Richtungsvektoren von  $g$  und  $h$  sind gleich.

Punktprobe mit A in  $h$ :  $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -0,75 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} s=0 \\ s=-0,25 \\ (f) \end{cases} A \notin h$

$g$  und  $h$  sind parallel und verschieden.

3

4.3  $\overrightarrow{AE} = \begin{pmatrix} 0 \\ t+2 \\ 0 \end{pmatrix}, \overrightarrow{BE} = \begin{pmatrix} 3 \\ t-3 \\ 0 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AE} \perp \overrightarrow{BE} \Leftrightarrow \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BE} = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ t+2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ t-3 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$   
 $\Leftrightarrow (t+2)(t-3) = 0 \Leftrightarrow t = -2 \vee t = 3 \Rightarrow \underline{\underline{t=3}} \Rightarrow E(3|3|-1) \equiv C$   
 $t = -2 \Rightarrow E \equiv A$  3



3

<b>PRÜFUNG ZUM ERWERB DER FACHHOCHSCHULREIFE</b> <b>an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.</b>	<b>Hauptprüfung</b> <b>2 0 0 3</b>
<b>Fach : M a t h e m a t i k</b>	<b>Aufgabe 4 (Seite 2/2)</b>

### L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

$$4.4 \quad \cos(\alpha) = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{25}{\sqrt{34} \cdot 5} = \frac{5}{\sqrt{34}} \Rightarrow \underline{\underline{\alpha \approx 30,96^\circ}} ; \gamma = 90^\circ ; \beta = 90^\circ - \alpha \approx \underline{\underline{59,04^\circ}}$$

$$\text{Fläche des Dreiecks } ABC: A_1 = \frac{1}{2} \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BC}| = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 = \underline{\underline{\frac{15}{2}}} \text{ (FE)}$$

4

$$4.5 \quad C'(3|3|0); \quad (CD): \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix};$$

$$\text{Punktprobe mit } C'(3|3|0): \left. \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow 3 = 3 \\ \rightarrow 3 = 3 \\ \rightarrow r = 1 \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{C' \in (CD)}}$$

3

$$4.6 \quad (AD): \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \rightarrow x_1 x_2\text{-Ebene: } x_3 = 0 \rightarrow r = \frac{1}{5} \rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{A^*(3|-1|0)}}$$

$$(BD): \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \rightarrow x_1 x_2\text{-Ebene: } x_3 = 0 \rightarrow r = \frac{1}{5} \rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 0,6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{B^*(0,6|3|0)}}$$

6

$$4.7 \quad \overrightarrow{C'A^*} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow |\overrightarrow{C'A^*}| = 4 \quad \overrightarrow{C'B^*} = \begin{pmatrix} -2,4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow |\overrightarrow{C'B^*}| = 2,4$$

$$\overrightarrow{C'A^*} \cdot \overrightarrow{C'B^*} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2,4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\overrightarrow{C'A^*} \perp \overrightarrow{C'B^*}}}$$

$$A_2 = \frac{|\overrightarrow{C'A^*}| \cdot |\overrightarrow{C'B^*}|}{2} = \frac{4 \cdot 2,4}{2} = \underline{\underline{4,8 \text{ (FE)}}} \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{7,5}{4,8} = \frac{25}{16} = \underline{\underline{25:16}}$$

4

4.8 Bei A, B und C ist jeweils  $x_3 = -1$ . Dreieck ABC liegt somit parallel zur  $x_1 x_2$ -Ebene.

$$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ mit } |\overrightarrow{CD}| = 5 \text{ ist orthogonal zu } \triangle ABC. V = \frac{1}{3} \cdot A_1 \cdot |\overrightarrow{CD}| = \frac{1}{3} \cdot \frac{15}{2} \cdot 5 = \underline{\underline{\frac{25}{2} \text{ (VE)}}}$$

2