

PRÜFUNG ZUM ERWERB DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.	Hauptprüfung 2 0 0 3
Fach : M a t h e m a t i k	Aufgabe 5 (Seite 1/2)

L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

$$5.1 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & 2 & 21 \\ 2 & 3 & 1 & 23 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & -2 \\ 0 & 7 & -1 & 27 \\ 0 & 7 & -1 & 27 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 7 & 0 & 5 & 40 \\ 0 & 7 & -1 & 27 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{5}{7} & \frac{40}{7} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{7} & \frac{27}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad \mathbf{4}$$

$$\text{Es folgt } \vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{40}{7} \\ \frac{27}{7} \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -\frac{5}{7} \\ \frac{1}{7} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad r \in \mathbb{R}. \quad \mathbf{2}$$

$$5.2 \quad \frac{27}{7} + r \frac{1}{7} = 5 \Rightarrow r = 8 \Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}. \quad \mathbf{2}$$

$$\frac{67}{7} + r \frac{3}{7} = 10 \Rightarrow r = 1 \Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad \mathbf{2}$$

$$5.3 \quad \mathbf{A}^2 \mathbf{X} = 2\mathbf{X} - \mathbf{B} \Leftrightarrow 2\mathbf{X} - \mathbf{A}^2 \mathbf{X} = \mathbf{B} \Leftrightarrow (2\mathbf{E} - \mathbf{A}^2) \mathbf{X} = \mathbf{B}. \text{ Die Matrix } \begin{pmatrix} 8 & -5 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \text{ ist die inverse Matrix von } 2\mathbf{E} - \mathbf{A}^2; \text{ es folgt}$$

$$\mathbf{X} = (2\mathbf{E} - \mathbf{A}^2)^{-1} \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 21 & 15 \\ -13 & -9 \end{pmatrix}. \quad \mathbf{5}$$

$$5.4.1 \text{ Eigenverbrauchsmengen: } \mathbf{x}_{11} = 16, \quad \mathbf{x}_{22} = 78, \quad \mathbf{x}_{33} = 26. \quad \mathbf{2}$$

$$\text{Technologiematrix: } \mathbf{T} = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,3 & 0,2 \\ 0 & 0,3 & 0,4 \\ 0,4 & 0 & 0,2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{2}$$

PRÜFUNG ZUM ERWERB DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.	Hauptprüfung 2 0 0 3
Fach : M a t h e m a t i k	Aufgabe 5 (Seite 2/2)

L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

$$5.4.2 \quad \bar{x} = (\mathbf{E} - \mathbf{T})^{-1} \bar{y} = \begin{pmatrix} 0,9 & -0,3 & -0,2 \\ 0 & 0,7 & -0,4 \\ -0,4 & 0 & 0,8 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 55 \\ 100 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 150 \\ 200 \\ 100 \end{pmatrix} \quad 2$$

Input-Output-Tabelle:

	P_1	P_2	P_3	Markt	Gesamtproduktion
P_1	15	60	20	55	150
P_2	0	60	40	100	200
P_3	60	0	20	20	100

3

$$5.4.3 \quad (\mathbf{E} - \mathbf{T}) \begin{pmatrix} x_1 \\ 340 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ y_2 \\ 40 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{array}{rcl} 0,9x_1 & - & 0,2x_3 & = & 142 \\ & & 0,4x_3 & + & y_2 & = & 238. \\ -0,4x_1 & + & 0,8x_3 & = & 40 \end{array}$$

Es folgt $x_1 = 190$, $x_3 = 145$, $y_2 = 180$.

Werk P_1 erhöht die Produktion um 30 Einheiten, Werk P_3 um 15 Einheiten, Werk P_2 kann 50 Einheiten mehr an den Markt abgeben.

6