

<b>PRÜFUNG ZUM ERWERB DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.</b>	<b>Hauptprüfung 2 0 0 4</b>
<b>Fach : M a t h e m a t i k</b>	<b>Aufgabe 5 (Seite 1/2)</b>

## L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

5.1.1 Es gilt: 
$$\left( \begin{array}{ccc|c} 4 & 3 & 15 & 43 \\ -4 & 2 & -10 & -18 \\ 2 & 3 & 9 & 29 \end{array} \right) \Rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 4 & 3 & 15 & 43 \\ 0 & 5 & 5 & 25 \\ 1 & 1,5 & 4,5 & 14,5 \end{array} \right) \Rightarrow$$
  

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1,5 & 4,5 & 14,5 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & -3 & -3 & -15 \end{array} \right) \Rightarrow \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1,5 & 4,5 & 14,5 \\ 0 & 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right).$$

Somit folgt für den Lösungsvektor:  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  mit  $r \in \mathbb{R}$ .

6

5.1.2 Es ist :  $x_1 = 7 - 3r$  und  $x_2 = 5 - r$ . Die Bedingung  $x_1 = x_2$  führt zu  $r = 1$ . Damit

ergibt sich  $\vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$

2

5.1.3 Wegen  $x_2 = 5 - r$  ist  $x_2$  nur positiv, wenn  $r < 5$  ist. Da  $x_3 = r$  gilt, ist  $x_3$  positiv, wenn  $r$  positiv ist. Insgesamt sind also  $x_2$  und  $x_3$  positiv, wenn sie beide kleiner als 5 sind.

3

5.2 Es gilt:  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & c & d \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+3a & c+4a & d+2a \\ 2b+12 & bc+16 & bd+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 5 \\ 10 & 15 & 7 \end{pmatrix}.$

Daraus folgt:

(1)  $2 + 3a = 8 \Rightarrow a = 2$

(2)  $c + 4a = 9 \Rightarrow c = 1$

(3)  $d + 2a = 5 \Rightarrow d = 1$

(4)  $2b + 12 = 10 \Rightarrow b = -1$

Die verbleibenden Gleichungen werden für diese Werte von  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  zu wahren Aussagen:

(5)  $bc + 16 = 15 \Rightarrow (-1) \cdot 1 + 16 = 15$  wahr

(6)  $bd + 8 = 7 \Rightarrow 1 \cdot (-1) + 8 = 7$  wahr

7

5.3 Mit Hilfe des GTR sieht man, dass

$\begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0,5 & 2 \end{pmatrix}$  gilt.

Somit ist  $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0,5 & 2 \end{pmatrix}.$

3

<b>PRÜFUNG ZUM ERWERB DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.</b>	<b>Hauptprüfung 2 0 0 4</b>
<b>Fach : M a t h e m a t i k</b>	<b>Aufgabe 5 (Seite 2/2)</b>

## L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

5.4.1 Sei  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$  und  $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ . Dann ist  $A \cdot B = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 5 & 5 & 3 \\ 4 & 6 & 4 \\ 1 & 1,5 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

Damit hat man die Tabelle:

	<b>K<sub>1</sub></b>	<b>K<sub>2</sub></b>	<b>K<sub>3</sub></b>
<b>R<sub>1</sub></b>	4	4	2
<b>R<sub>2</sub></b>	2	2	1
<b>R<sub>3</sub></b>	5	5	3
<b>R<sub>4</sub></b>	4	6	4
<b>R<sub>5</sub></b>	1	1,5	1
<b>R<sub>6</sub></b>	4	0	0

3

5.4.2 Für die Kuchenmengen  $k_1, k_2, k_3$  gilt:

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 5 & 5 & 3 \\ 4 & 6 & 4 \\ 1 & 1,5 & 1 \\ 4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 56 \\ 28 \\ 71 \\ 70 \\ 17,5 \\ 32 \end{pmatrix}$$

Z. B. die drei Gleichungen  $4k_1 + 4k_2 + 2k_3 = 56$ ,  $5k_1 + 5k_2 + 3k_3 = 71$  und

$4k_1 = 32$  liefern mit Hilfe des GTR die Lösung  $k_1 = 8$ ,  $k_2 = 5$ ,  $k_3 = 2$ .

4

Setzt man diese Lösung in die verbleibenden drei Gleichungen ein, so sieht man, dass auch diese Gleichungen wahre Aussagen liefern. Die gefundene Lösung ist also richtig.

2