

<b>PRÜFUNG ZUM ERWERB DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.</b>	<b>Hauptprüfung 2 0 0 4</b>
<b>Fach : M a t h e m a t i k</b>	<b>Aufgabe 7 (Seite 1/2)</b>

## L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

7.1  $K(x) = a x^3 + b x^2 + c x + d$   
 $K'(x) = 3 a x^2 + 2 b x + c$  ;  $k_v(x) = a x^2 + b x + c$  ;  $k_v'(x) = 2 a x + b$

$$\begin{array}{llll} K(6) = 32 & 32 = 216 a + 36 b + 6 c + d & \text{GTR :} \\ K'(6) = 5 \Rightarrow & 5 = 108 a + 12 b + c & \Rightarrow a = \frac{1}{8} \\ K(0) = 20 & 20 = d & b = -1 \\ k_v'(4) = 0 & 0 = 8 a + b & c = 3,5 \end{array}$$

$$K(x) = \frac{1}{8} x^3 - x^2 + \frac{7}{2} x + 20$$

6

7.2.1  $K(2) = 24$

$$E(x) = p x \quad \text{an NS gilt : } E(x) = K(x) \Rightarrow 2 p = 24 \Rightarrow \underline{p = 12} \quad 3$$

7.2.2  $G(x) = -\frac{1}{8} x^3 + x^2 + \frac{17}{2} x - 20$

$$G'(x) = -\frac{3}{8} x^2 + 2 x + \frac{17}{2} ; \quad G''(x) = -\frac{3}{4} x + 2$$

$$\begin{aligned} \text{an NG gilt : } G(x) = 0 & \Leftrightarrow -\frac{1}{8} x^3 + x^2 + \frac{17}{2} x - 20 = 0 \\ & \Leftrightarrow (x - 2)(x^2 - 6x - 80) = 0 \\ & \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = 3 + \sqrt{89} \approx 12,43 \\ & \quad \vee x_3 = 3 - \sqrt{89} \approx -6,43 \notin D \end{aligned}$$

$$x_s < x_g \quad \Leftrightarrow \quad \text{Die Nutzengrenze } x_g \text{ liegt bei } \underline{12,43 \text{ ME.}} \quad 3$$

Zur Berechnung des Gewinnmaximums :  $G'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} x^2 + 2 x + \frac{17}{2} = 0$

$$x_1 = \frac{8}{3} + \sqrt{\frac{268}{9}} \approx 8,12$$

$$\vee x_2 = \frac{8}{3} - \sqrt{\frac{268}{9}} \notin D$$

$$\underline{x_{\max} \approx 8,12 \text{ (ME)}}$$

Maximaler Gewinn :

$$\underline{\underline{G(8,12) \approx 48,03 \text{ (GE)}}}$$

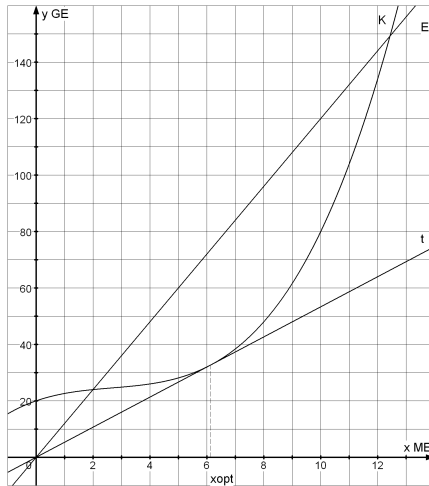
3

<b>PRÜFUNG ZUM ERWERB DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.</b>	<b>Hauptprüfung 2 0 0 4</b>
<b>Fach : M a t h e m a t i k</b>	<b>Aufgabe 7 (Seite 2/2)</b>

## L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

7.2.3



K: 2  
t: 1

aus der Zeichnung abgelesen :  $x_{\text{opt}} \approx 6,1 \text{ ME}$

$x_{\text{opt}}$ : 1

7.2.4 im Betriebsoptimum sind die Stückkosten minimal :

$$k(x) = \frac{1}{8}x^2 - x + \frac{7}{2} + \frac{20}{x}$$

$$k'(x_{\text{opt}}) = 0$$

$$k'(x) = \frac{1}{4}x - 1 - \frac{20}{x^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}x - 1 - \frac{20}{x^2} &= 0 \\ x^3 - 4x^2 - 80 &= 0 \end{aligned}$$

GTR :  $x_{\text{opt}} = 6,129 \text{ ME}$

4

7.2.5 Die kurzfristige Preisuntergrenze ist erreicht, wenn  $K'(x) = k_v(x)$

$$\frac{3}{8}x^2 - 2x + \frac{7}{2} = \frac{1}{8}x^2 - x + \frac{7}{2}$$

$$\frac{1}{4}x^2 - x = 0$$

$$(x_1 = 0) \vee x_2 = 4 ; \quad x_{\min} = 4 ; \quad \underline{k_v(x_{\min}) = 1,5 \text{ GE}}$$

3

7.3 Die Erhöhung der fixen Kosten bei gleichbleibenden variablen Kosten bewirkt eine Verschiebung der Gesamtkostenkurve in y-Richtung. Der Abstand der Kostenkurve zur Erlöskurve verringert sich in  $x_{\text{max}}$  von 48,03 GE auf 40 GE. Bei gleichbleibender Erlösgerade bedeutet das, dass die Kostenkurve um  $\approx 8,03 \text{ GE}$  nach oben verschoben ist. Also gilt

$$K_{\text{neu}}(x) = \frac{1}{8}x^3 - x^2 + \frac{7}{2}x + 28,03.$$

4