

PRÜFUNG ZUM ERWERB DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.	Hauptprüfung 2 0 0 4
Fach : M a t h e m a t i k	Aufgabe 2 (Seite 1/2)

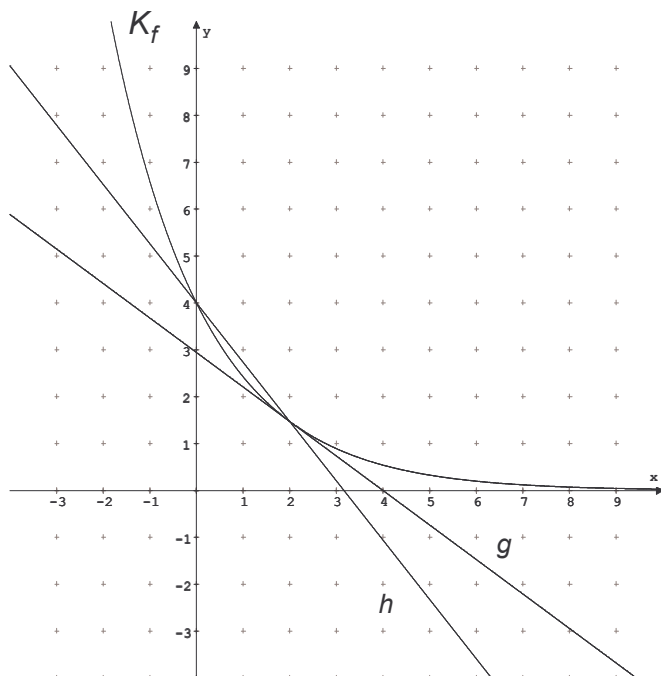
L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

2.1

Zeichnung:

3



$$f(2) = 4e^{-1} = \frac{4}{e}; \quad x = 2 \text{ in die}$$

Gleichung von g einsetzen:

$$y = -\frac{2}{e} \cdot 2 + \frac{8}{e} = \frac{4}{e} = f(2)$$

$$\Rightarrow P\left(2 \mid \frac{4}{e}\right)$$

Die Gerade g ist Tangente im

Punkt P: es ist $f'(x) = -2e^{-\frac{x}{2}}$ und

$$f'(2) = -2e^{-1} = -\frac{2}{e} = m$$

= Steigung von g

4

$$2.2 \quad \frac{f(x+1)}{f(x)} = \frac{4e^{-\frac{x+1}{2}}}{4e^{-\frac{x}{2}}} = e^{-\frac{1}{2}} \approx 0,607 = 60,7\%$$

4

$$2.3 \quad \text{Steigung von } h: m = \frac{\frac{4}{e} - 4}{2 - 0} = \frac{2}{e} - 2 \Rightarrow h: y = \left(\frac{2}{e} - 2\right)x + 4 \quad (\text{mit Zeichnung:})$$

4

Gemeinsame Punkte von h mit K_f sind $S\left(2 \mid \frac{4}{e}\right)$ und $Q(0 \mid 4)$; weitere sind wegen der durchgehenden Linkskrümmung von K_f nicht möglich, da

$$f''(x) = e^{-\frac{x}{2}} > 0 \text{ für alle } x \in \mathbb{R}.$$

3

$$A = \int_0^2 (h(x) - f(x)) dx \approx 0,415$$

2

PRÜFUNG ZUM ERWERB DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.	Hauptprüfung 2 0 0 4
Fach : M a t h e m a t i k	Aufgabe 2 (Seite 2/2)

L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

2.4 Differenzfunktion $d(x) = h(x) - f(x) = \left(\frac{2}{e} - 2\right)x + 4 - 4e^{-\frac{x}{2}}$;

$$d'(x) = \left(\frac{2}{e} - 2\right) + 2e^{-\frac{x}{2}}; \quad d''(x) = -e^{-\frac{x}{2}} < 0 \text{ für alle } x \in \mathbb{R};$$

notwendig für relatives Maximum: $d'(x) = \left(\frac{2}{e} - 2\right) + 2e^{-\frac{x}{2}} = 0$

hieraus $x_{\max} = 2(1 - \ln(e - 1)) = 2\ln\left(\frac{e}{e - 1}\right) \approx 0.917$.

Wegen $d(0) = d(2) = 0$ ist das relative Maximum auch das absolute Maximum im Intervall $[0; 2]$.

5

2.5 Berührungspunkt $T(u | f(u))$; Tangentenbedingung: $f'(u) \cdot (u - 2) = f(u) \Leftrightarrow$

$$-2(u - 2)e^{-\frac{u}{2}} = 4e^{-\frac{u}{2}} \Rightarrow \text{Lösung } u = 0.$$

Berührungspunkt $T(0 | 4)$; Tangente t: $y = -2x + 4$;

Steigung $m = -2 \Rightarrow$

zugehöriger Steigungswinkel: $\alpha = 180^\circ + \arctan(-2) \approx 116,57^\circ$

5

30