

| | |
|---|---------------------------------------|
| PRÜFUNG DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a. | Hauptprüfung 2 0 0 5 |
| Fach : M a t h e m a t i k | Aufgabe 2 (Seite 1/2) |

L Ö S U N G S V O R S C H L A G

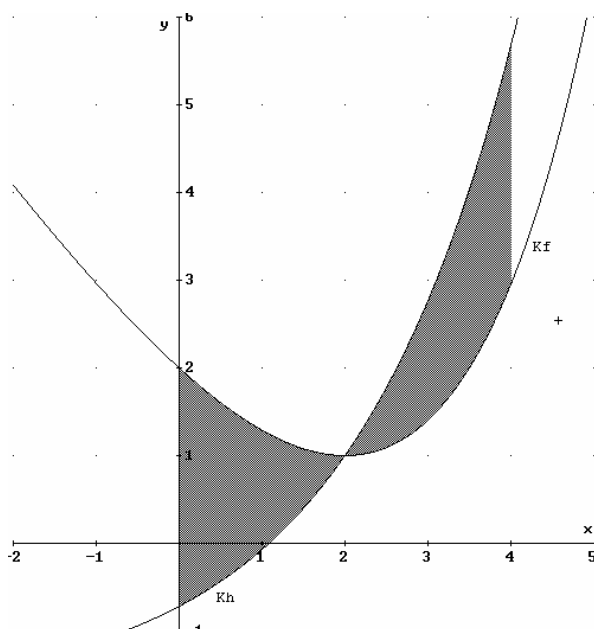
Punkte

2.1 Punktkoordinaten einsetzen:

$$-e^{2a \cdot 2} + \frac{e}{2} \cdot 2 + 1 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad e^{4a} - e = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 4a = 1 \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{1}{4}$$

4

2.2 $f(x) = e^{\frac{1}{2}x} - \frac{1}{2}e \cdot x + 1 \quad f'(x) = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x} - \frac{1}{2}e = \frac{1}{2} \left(e^{\frac{1}{2}x} - e \right)$



$$f''(x) = \frac{1}{4} e^{\frac{1}{2}x}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2; \quad f''(2) = \frac{1}{4}e > 0$$

Tiefpunkt bei $T(2|1)$;

wegen $f''(x) = \frac{1}{4}e^{\frac{1}{2}x} > 0$ gibt es keinen Wendepunkt.

7

2.3 K_h siehe oben; gemeinsame Punkte : mit GTR $S(2|1)$;

3

Einzigkeit des Schnittpunkts: für $x > 2$ ist $f(x) < h(x)$, für $x < 2$ gilt $f(x) > h(x)$;

alternativ: $h(x) = f(x) \Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}x} - \frac{1}{2}e \cdot x + 1 = e^{\frac{1}{2}x} - e + 1 \Leftrightarrow x = 2$

daher nur genau ein gemeinsamer Punkt.

3

| | |
|---|---------------------------------------|
| PRÜFUNG DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a. | Hauptprüfung 2 0 0 5 |
| Fach : M a t h e m a t i k | Aufgabe 2 (Seite 2/2) |

L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

2.4

$$f(x) - h(x) = -\frac{1}{2}e \cdot x + e \Rightarrow \int_0^u (f(x) - h(x)) dx = -\frac{1}{4}e \cdot u^2 + e \cdot u = -\frac{1}{4}e \cdot u(u - 4)$$

$$\Rightarrow \int_0^u (f(x) - h(x)) dx = 0 \Leftrightarrow u = 4 \quad (\text{wegen } u > 0)$$

$$\int_0^2 (f(x) - h(x)) dx \text{ gibt den Flächeninhalt der von der y-Achse und } K_f \text{ und } K_h$$

eingeschlossenen Fläche an; für $u > 2$ gibt $-\int_2^u (f(x) - h(x)) dx$ den

Flächeninhalt der von K_f und K_h und der Geraden $x = u$ eingeschlossenen Fläche an; die Flächeninhalte dieser Flächen sind genau für $u = 4$ gleich.

8

2.5 Gleichung der Tangente in $P(2 | 1)$: $h'(x) = \frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x}$, $h'(2) = \frac{e}{2}$

$$y = \frac{e}{2} \cdot (x - 2) + 1 \text{ oder } \underline{\text{alternativ}} \ y \approx 1,35914x - 1,71828 \quad (\text{mit GTR})$$

Nullstelle von h: $x_h = 2 \cdot \ln(e - 1) \approx 1,08265$

Schnittpunkt der Tangente mit der x-Achse: $x_t = 2 \frac{e-1}{e} \approx 1,26424$

Abweichung: $x_t - x_h \approx 0,1816$

5

30