

Problem des Monats

Oktober 2020

Das Zeugnis von Opa

Marco und Petra finden auf dem Dachboden ein altes Zeugnis ihres Großvaters. Überrascht stellen sie fest, dass vier Noten nicht mehr lesbar sind.



Volksschule Bad Denkingen

Klasse IIIc Schuljahr 1965/66

Betragen: gut Mitarbeit: gut

Leistungen in den Einzelfächern

Religion (ev.)	<u>sehr gut</u>	Rechnen	
Lesen	<u>gut</u>	Heimatkunde	
Rechtschreiben	<u>befr.</u>	Zeichnen	
Aufsatz	<u>befr.</u>	Leibesübungen	
Schrift	<u>sehr gut</u>		
Musik	<u>gut</u>		

Durchschnittsnote in den Einzelfächern: 2,1

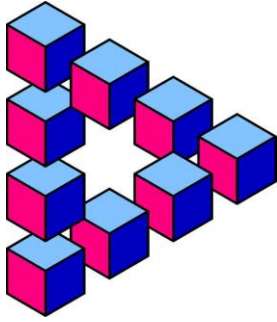
Bad Denkingen, den 31. März 1966

Klassenlehrer: Schulze Schulleiter: Dr. Maier



Sie rufen den Opa an, aber er kann sich nicht mehr an die Einzelnoten erinnern. Was er aber sagt ist: „Ich erinnere mich genau, dass ich im Zeichnen immer die schlechteste Note hatte, aber im Turnen besser war als im Rechnen. Außerdem erinnere ich mich, dass ich in dem Schuljahr „gut“ als häufigste Note erreichen konnte.“

- Ergänze mit diesen Angaben Opas Zeugnis.
- Welche Möglichkeiten gibt es für die fehlenden Noten, wenn „gut“ nicht die häufigste Note war? Schreibe alle Möglichkeiten auf.



Problem des Monats

November 2020

Palindrom-Addition

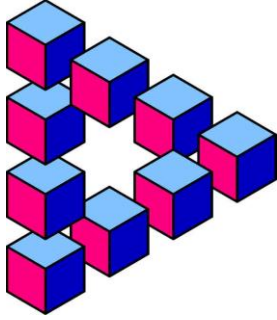
Palindrom-Zahlen sind Zahlen, deren Wert sich nicht ändert, wenn die einzelnen Ziffern der Zahl von hinten nach vorne gelesen werden. Ein Beispiel ist die Zahl 112020211.

Heute suchen wir besondere Palindrome, nämlich dreistellige, die in Summe mit einem vierstelligen Palindrom ein fünfstelliges ergeben.

<p>Dreistelliges Palindrom</p> <p>+ Vierstelliges Palindrom</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/> <p>= Fünfstelliges Palindrom</p>	<div style="margin-bottom: 10px;"> 1 </div> <div style="margin-bottom: 10px;"> + </div> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/>
---	--

Insgesamt gibt es drei Lösungen zu dieser Aufgabenstellung. Ergänze diese.

<div style="margin-bottom: 10px;"> 2 </div> <div style="margin-bottom: 10px;"> + </div> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/>	<div style="margin-bottom: 10px;"> </div> <div style="margin-bottom: 10px;"> + </div> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/>
--	---

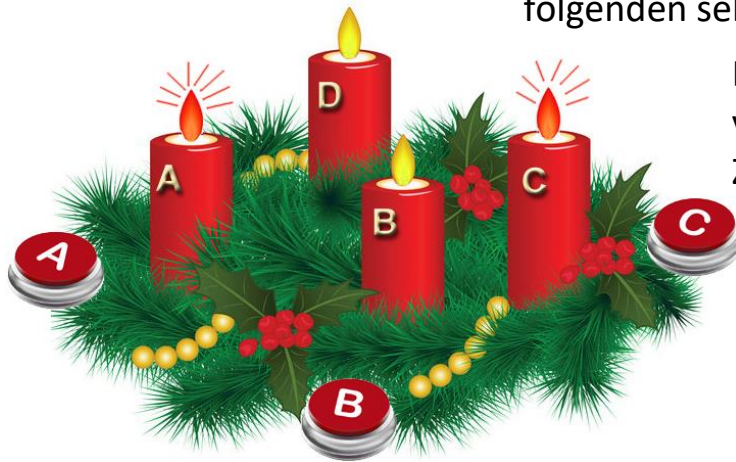


Problem des Monats

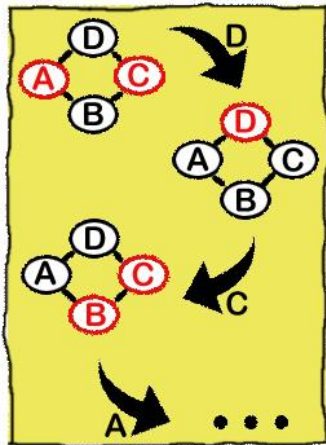
Dezember 2020

Ein seltsamer Adventskranz

Marco findet zu Hause einen alten Adventskranz, dessen Kerzen man mit Schaltknöpfen an- und ausschalten kann. Er stellt fest, dass er nach folgenden seltsamen Regeln funktioniert:



Durch Drücken eines Schalters verändert sich nicht nur der Zustand der Kerze an diesem Schalter (an \leftrightarrow aus), sondern auch der Zustand der beiden Nachbarkerzen links und rechts.

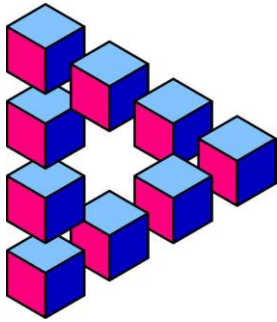


a) Petra testet dies an dem Kranz, dessen Kerzen zunächst wie beim oben abgebildeten leuchten. Sie drückt nacheinander die Schalter D, C, A, D, B und B. Welche Kerzen brennen am Ende?



b) Jetzt haben alle die Funktionsweise des Adventskranzes verstanden. So können Marco und Petra den Wunsch der Großmutter erfüllen: Sie wünscht sich, dass am 1. Advent die Kerze A leuchtet, am zweiten Advent die Kerzen A und B, am 3. Advent für die Kerzen A, B und C und am 4. Advent alle Kerzen.

Welche Schalter müssen die beiden jeweils drücken, wenn jeden Morgen alle Kerzen aus sind? Gebt jeweils die kürzeste Lösung an.



Problem des Monats

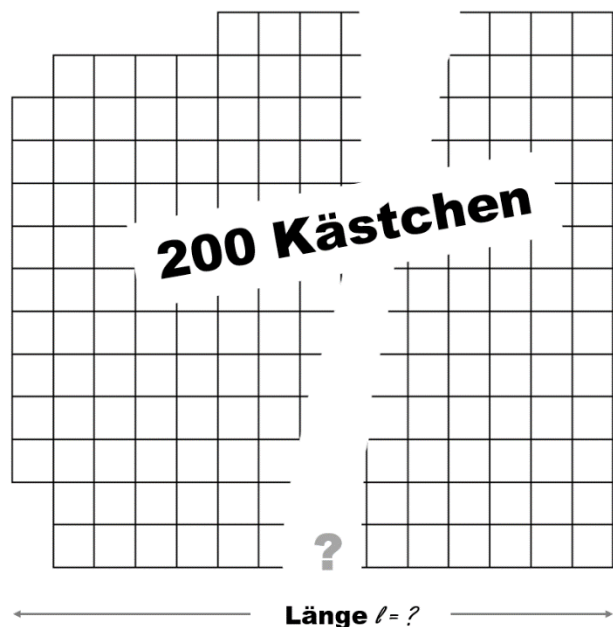
Januar 2021

200stes PdM in 2021

Gegeben sind zwei verschiedene Figuren, die ursprünglich Rechtecke bildeten. Diese Rechtecke waren zunächst vollständig aus quadratischen Kästchen mit einer Seitenlänge von 1 cm zusammengesetzt. Hiervon wurden jeweils an einigen Ecken einzelne Kästchen entfernt.

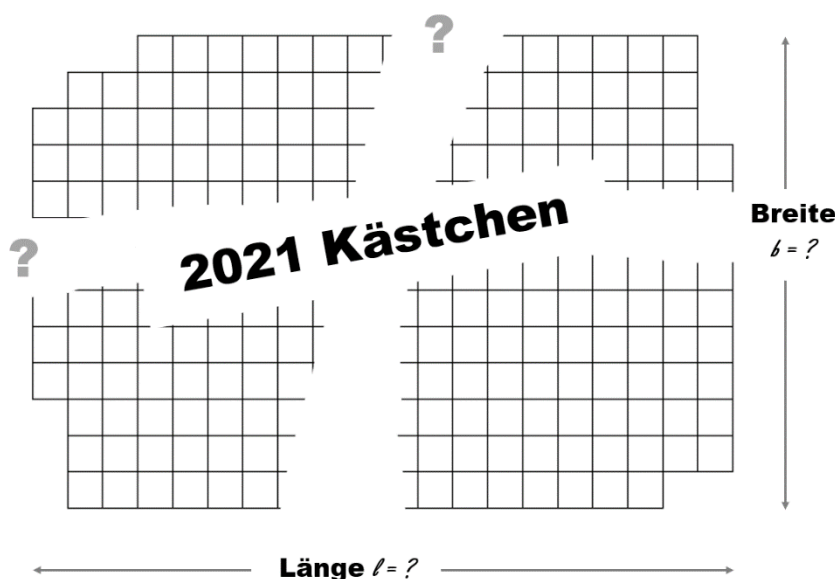
a)

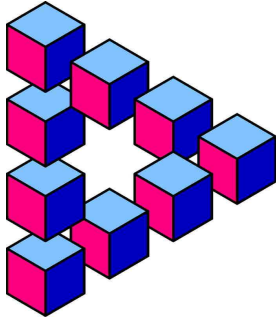
Bestimme die Länge der rechts abgebildeten Figur.



b)

Bei der zweiten Figur unten ist nur die Anzahl der Kästchen gegeben. Folgere allein mit dieser Angabe, wie lang und breit das Rechteck ursprünglich war.





Problem des Monats

Februar 2021

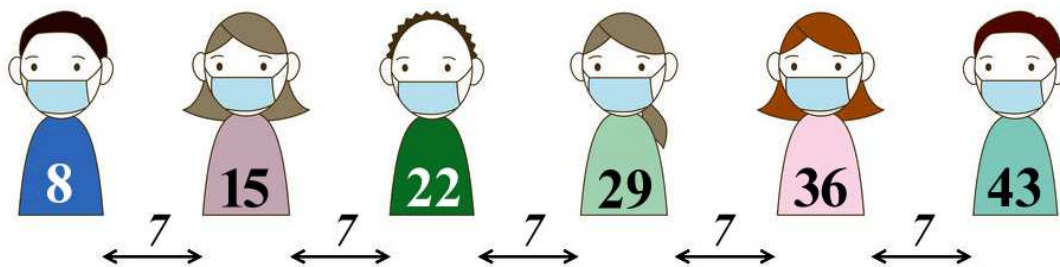
Äquidistant

Vorbemerkungen:

Das Wort „äquidistant“ bedeutet laut Duden

„gleich weit entfernt“ beziehungsweise „gleiche Abstände aufweisend“.

Auf der Graphik seht ihr eine Folge von sechs äquidistanten Zahlen.



Andere Beispiele mit sieben äquidistanten Zahlen sind

87, 89, 91, 93, 95, 97, 99 oder 93, 93, 93, 93, 93, 93, 93.

Aufgaben:

- a) Es gibt vier Möglichkeiten, die Zahl 77 als Summe von 7 äquidistanten natürlichen Zahlen zu schreiben. Schreibe alle diese Möglichkeiten auf.
- b) Schreibe 5555 als Summe von 55 äquidistanten natürlichen Zahlen. Marco und Petra zeigen hier eine von vier Lösungen.

Wie lauten die anderen drei Möglichkeiten?

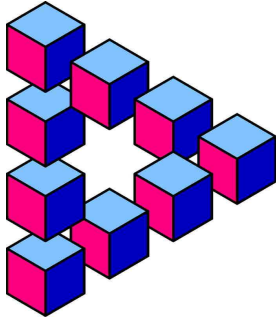
Es genügt, jeweils die ersten und letzten drei Summanden anzugeben.



$$20+23+26+ \dots +176+179+182$$

$$= 5555$$





Problem des Monats

März 2021

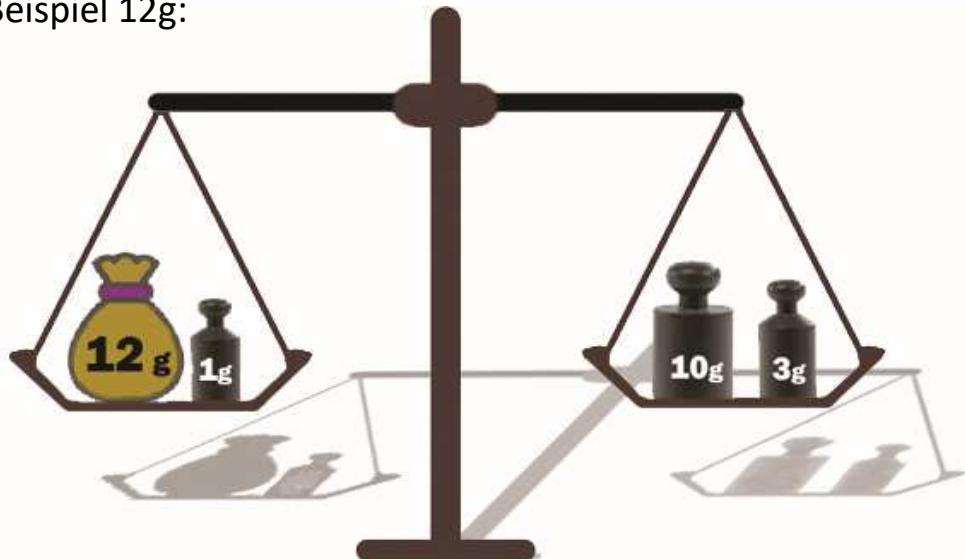
Raffiniertes Abwiegen

Marco und Petra stöbern wieder auf dem Dachboden und finden dort eine alte Balkenwaage. Der dazu gehörende Gewichtssatz ist offensichtlich unvollständig.

Die 5 Gewichte, die sie vorfinden, haben die Massen
1g , 3g , 10g , 30g , 100g.

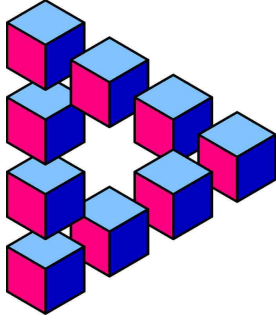


Marco und Petra finden schnell eine raffinierte Möglichkeit, mit Hilfe der Waage und dem Gewichtssatz noch viele weitere Gewichte abzumessen, zum Beispiel 12g:



Dieses Vorgehen kann man auch kurz so beschreiben: $12 + 1 = 10 + 3$

- Beschreibe, wie die beiden 114g, 73g und 58g abwiegen können.
- Welche ganzzahligen Gewichte von 1g bis 150g können die beiden nicht abwiegen?



Problem des Monats

April 2021

Ostereierfarben

Ostern! Petra hat für Marco Ostereier versteckt. Ein blaues Ei ist aus dem Versteck gerollt und wird von Marco sofort entdeckt - natürlich will er weiter auf die Suche gehen, aber Petra hält ihn kurz mit folgender Erklärung auf:

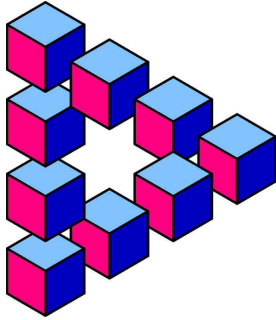
- Ich habe vorher insgesamt zwölf Ostereier versteckt, alle sind einfarbig.
- Nachdem du vier Eier gefunden hast, wirst du sehen, dass dabei mindestens zwei gleichfarbig sind.
- Und wenn du ein fünftes Ei gefunden hast, garantiere ich dir, dass du dann höchstens vier Eier von der gleichen Farbe haben wirst.

a) Wie viele blaue Ostereier hat Petra bisher versteckt?

Bevor Marco mit der Suche beginnen darf, will Petra noch ein dreizehntes Ei verstecken. Marco sieht aber, dass Petra mit einem roten Ei in den Garten geht.



b) Kann er mit dieser Beobachtung die Gesamtzahl der versteckten roten Eier schlussfolgern? Wie viele könnten es sein?



Problem des Monats

Juni 2021

Panmagische Quadrate

Magische Quadrate der Kantenlänge n nennt man eine quadratische Anordnung der natürlichen Zahlen $1, 2, \dots, n^2$, so dass die Summe der Zahlen in allen Zeilen, Spalten und den beiden Diagonalen gleich ist.

Ein 4×4 magisches Quadrat besteht daher aus den Zahlen $1, 2, \dots, 15, 16$. Seine „magische Summe“ ist 34. Entsprechend sind bei einem 5×5 -Quadrat die Zahlen $1, 2, \dots, 24, 25$ so angeordnet, dass sich die „magische Summe“ 65 ergibt.

1	8	13	12
14	11	2	7
4	5	16	9
15	10	3	6

Das links abgebildete Quadrat ist *noch magischer*: Wenn man es mehrfach nebeneinander schreibt, ergeben sich weitere Diagonalen, die alle die magische Summe ergeben.

1	8	13	12	1	8	13	12
14	11	2	7	14	11	2	7
4	5	16	9	4	5	16	9
15	10	3	6	15	10	3	6

Three arrows point from the grid to three boxes, each containing the number 34, representing the sums of different diagonals in the extended grid.

So ein Quadrat nennt man **panmagisches Quadrat**.

Ergänze jeweils zu einem panmagischen Quadrat. b)

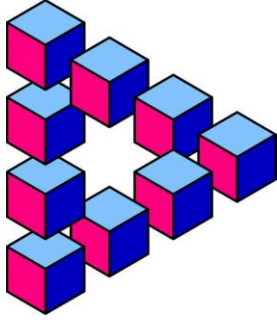
a)

	12	13	
	6	3	
4			5
		2	

Below the grid are wooden tiles with the numbers: 1, 7, 8, 9, 14, 10, 11, 15, 16.

				18
	3	20		24
17				
23	15	2		
4		8		12

Below the grid are wooden tiles with the numbers: 1, 10, 25, 9, 11, 5, 6, 14, 21, 13, 7, 16, 19, 22.



Problem des Monats

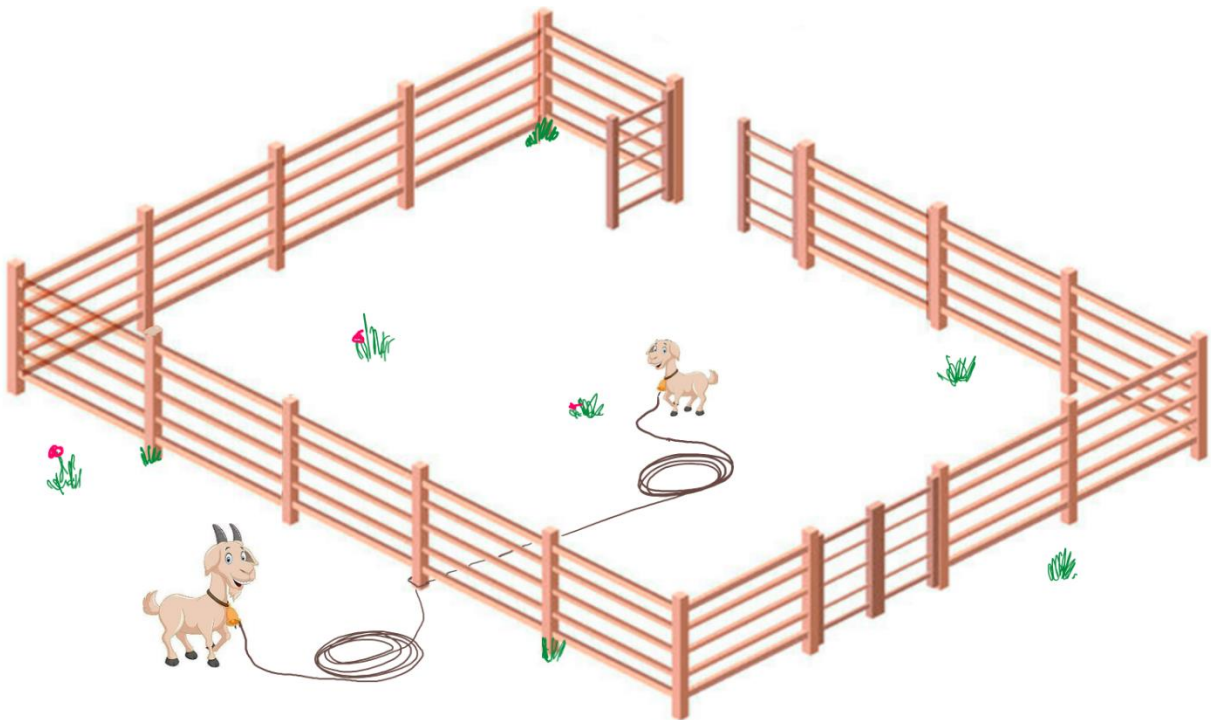
Juli 2021

Abgrasen

Das Tor des Ziegengatters lässt sich nicht mehr richtig schließen und die Landwirtin Paula muss Werkzeug holen, um es zu reparieren. Damit die zwei Ziegen währenddessen nicht weglaufen, hat sie diese jeweils mit einem Seil an einem Pfeiler des Gatters angebunden. Die Ziege Purzel steht dabei innen an einem 12m langen Seil, die Ziege Mukkel außen an einem 8m langen Seil.

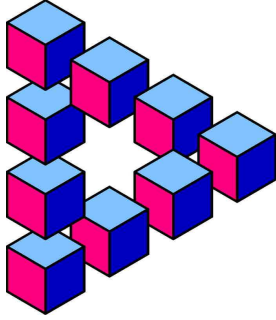
Das gesamte rechteckige Gatter hat die Maße 10m mal 8m.

In der Grafik soll ein langes Gitterteil 2m und ein kurzes 1m lang sein.



Welchen Bereich können Purzel und Mukkel erreichen?

Fertige eine maßstäbliche Zeichnung des Gatters von oben an und zeichne jeweils den Bereich ein, den Purzel und Mukkel abgrasen können. Arbeite dabei exakt mit Hilfe eines Geodreiecks und einem Zirkel. Verwende den Maßstab 1 : 100.



Problem des Monats

Oktober 2020 – Lösung

Das Zeugnis von Opa

- a) Opa hatte die folgenden Noten:
Rechnen **2**, Heimatkunde **2**, Zeichnen **4**, Leibesübungen **1**
- b) In diesem Fall gibt es 2 Möglichkeiten:
Rechnen **2**, Heimatkunde **1**, Zeichnen **5**, Leibesübungen **1**
Rechnen **3**, Heimatkunde **1**, Zeichnen **4**, Leibesübungen **1**

Erklärung zu a)

Die Durchschnittsnote der 10 Noten liegt bei 2,1. Die Summe dieser Noten beträgt also 21, die Summe der fehlenden Noten damit 9.

Die Note im Zeichnen ist die schlechteste, eine 4. (Bei einer Note 5 könnte 2 nicht die häufigste Note sein.)

Damit muss man noch zweimal die 2 und einmal die 1 verteilen.
Da Opa im Turnen besser war, hatte er in diesem Fach die 1.

Erklärung zu b)

Im Fall, dass „gut“ nicht die häufigste Note war, können Marco und Petra nicht eindeutig auf die fehlenden Noten schließen.

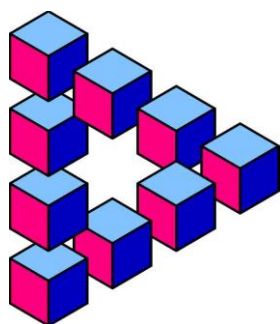
Berücksichtigt man weiterhin die beiden Bedingungen

„Zeichnen schlechteste Note“ und

„im Turnen besser als im Rechnen“,

kommt man auf die oben genannten 2 Möglichkeiten.





Problem des Monats

November 2020 – Lösung

Palindrom-Addition

$$\begin{array}{r}
 + \quad \begin{array}{cccc} & 2 & 1 & 2 \\ 9 & 8 & 8 & 9 \end{array} \\
 \hline
 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 + \quad \begin{array}{cccc} & 2 & 2 & 2 \\ 9 & 7 & 7 & 9 \end{array} \\
 \hline
 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 + \quad \begin{array}{cccc} & 2 & 0 & 2 \\ 9 & 9 & 9 & 9 \end{array} \\
 \hline
 1 \quad 0 \quad 2 \quad 0 \quad 1
 \end{array}$$

Erklärung: Die drei Lösungen ergeben sich aus geschickten Überlegungen mit möglichem und nötigem Übertrag an den einzelnen Stellen. Dabei ist die Palindrom-Eigenschaft gleicher Ziffern an den einzelnen Stellen zu beachten.

Für alle drei Lösungen gilt

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{1} \qquad \qquad \qquad \textcircled{2} \qquad \qquad \qquad \textcircled{3} \qquad \qquad \qquad \textcircled{4} \\
 \begin{array}{r} + \quad \begin{array}{cccc} & ? & & \\ & & & \end{array} \\ \hline 1 \quad \quad \quad \quad \quad \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r} + \quad \begin{array}{cccc} & 9 & & 9 \\ & & & \end{array} \\ \hline 1 \quad \quad \quad \quad \quad \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r} + \quad \begin{array}{cccc} & 9 & & 9 \\ & & & \end{array} \\ \hline 1 \quad 0 \quad \quad \quad \quad \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r} + \quad \begin{array}{cccc} & 9 & & 9 \\ & & & \end{array} \\ \hline 1 \quad 0 \quad \quad \quad \quad \end{array}
 \end{array}$$

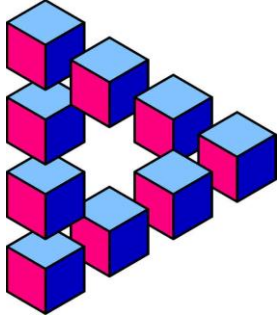
- ① In der dritten Zeile kann links nur eine **1** stehen.
 - ② Um diesen Übertrag zu erreichen, muss an der ersten Stelle in der zweiten Zeile eine **9** stehen. Die letzten Ziffern der beiden Zeile sind einfach zu ergänzen.
 - ③ In der dritten Zeile muss als zweite Ziffer die **0** stehen, da $9 + 1 = 10$.
Gleichzeitig ergibt sich die letzte Ziffer der ersten Zeile aus der Summe $2 + 9 = 11$.
 - ④ Die gespiegelten Ziffern werden ergänzt.
- Damit sind nur noch vier Ziffernplätze wie in Bild 4 frei.

Die Einzellösungen werden nun individuell vervollständigt.

- ⑤ Für die erste Lösung ist anschließend die **8** zu setzen, da $8 + 1 + 1 = 10$.

Die fehlenden Ziffern folgen jeweils logisch.

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{5} \\
 + \quad \begin{array}{cccc} & 2 & 1 & 2 \\ 9 & 8 & 8 & 9 \end{array} \\
 \hline
 1 \quad 0 \quad \quad \quad \quad \quad \end{array}$$



Problem des Monats

Dezember 2020 – Lösung

Ein seltsamer Adventskranz

- a) D C A D B B bewirkt, dass **alle Kerzen aus sind**.
b) Am 1. Advent drückt man **ABD**,
am 2. Advent **CD**,
am 3. Advent **B** und
am 4. Advent alle Tasten, also **ABCD**.

Erläuterungen:

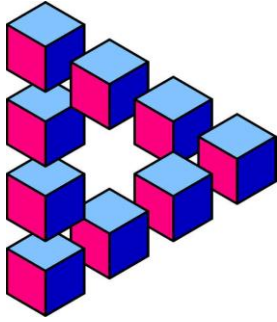
Unter ABDC verstehen wir hier das Drücken der Tasten A, B, D und C.
Das Hintereinanderschreiben der Buchstaben ist kommutativ (vertauschbar), das heißt, dass zum Beispiel AC die gleiche Wirkung hat wie CA.

Es kommt also bei unseren Lösungen nicht auf die Reihenfolge an.
Außerdem hat zum Beispiel AA keine Wirkung.

So kann man für Aufgabe a) folgende Überlegung anstellen:
 $DCADBB = DCAD = ACDD = AC$.



Merry Christmas



Problem des Monats

Januar 2021 - Lösung

200stes PdM in 2021

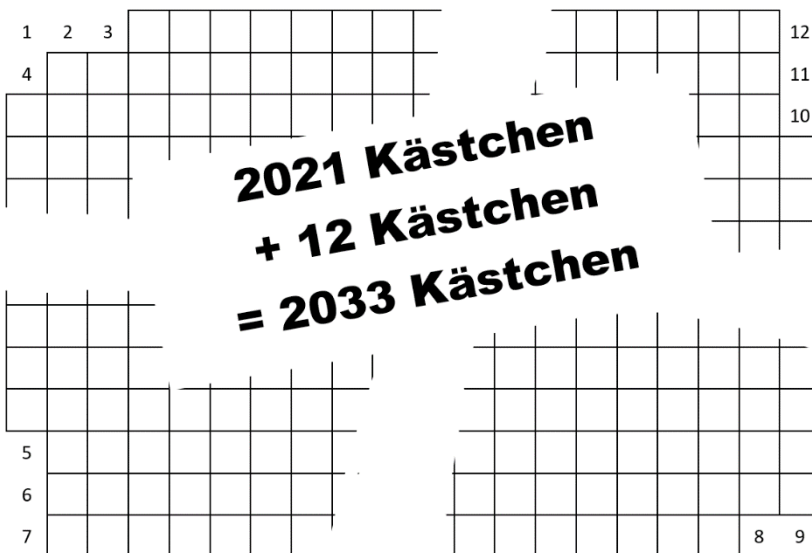
- a) Die Länge des ursprünglichen Rechtecks beträgt **16 cm**.
- b) Die Maße des ursprünglichen Rechtecks betragen **107 cm** und **19 cm**.

Erklärung zu a)

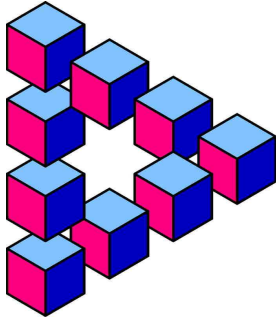
In der Breite kannst du 13 Kästchen zählen. Insgesamt bestand das ursprüngliche Rechteck aus 8 entfernten und den noch 200 vorhandenen Kästchen, also insgesamt aus 208 Kästchen.

Da $208 : 13 = 16$ ergibt, waren es folglich 16 Kästchen in der Länge und damit ergibt sich $\ell = 16$ cm.

Erklärung zu b)



Mit entsprechenden Überlegungen findest du schnell heraus, dass das ursprüngliche Rechteck aus 2033 Kästchen bestand. Da 2033 nur als Produkt der Primzahlen 19 und 107 dargestellt werden kann, sind 19 cm und 107 cm die einzig möglichen Seitenlängen.



Problem des Monats

Februar 2021 - Lösung

Äquidistant

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 77 &= 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 + 11 \\ &= 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 \\ &= 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 \\ &= 2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad 5555 &= 101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 + 101 \\ &= 74 + 75 + 76 + \dots + 126 + 127 + 128 \\ &= 47 + 49 + 51 + \dots + 151 + 153 + 155 \\ &= 20 + 23 + 26 + \dots + 176 + 179 + 182 \end{aligned}$$

Erklärung zu b)

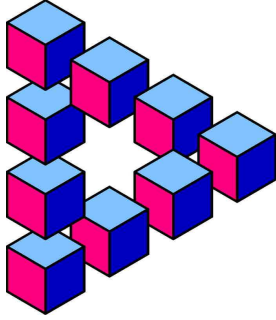
Es ist $5555 : 55 = 101$, damit weiß man, dass die mittlere Zahl, das ist der 28. Summand, die Zahl 101 ist.

Davon ausgehend ergibt sich der 27. und der 29. Summand.

Beispiel:

$$\begin{array}{ccccccc} 1. & 26. & 27. & 28. & 29. & 30. & 55. \text{ Summand} \\ 47 + \dots + 97 + 99 + \mathbf{101} + 103 + 105 + \dots + 155 \\ \quad \quad \quad \overleftarrow{-2} \quad \overleftarrow{-2} & \quad \quad \quad \overrightarrow{+2} & \overrightarrow{+2} & \end{array}$$





Problem des Monats

März 2021 - Lösung

Raffiniertes Abwiegen

- a) Mit der in der Aufgabe angegebenen Schreibweise kann man das Abwiegen der 3 angegebenen Gewichte folgendermaßen beschreiben:

$$114\text{g: } \mathbf{114} = 100 + 10 + 3 + 1$$

$$73\text{g: } \mathbf{73} + 30 = 100 + 3$$

$$58\text{g: } \mathbf{58} + 30 + 10 + 3 = 100 + 1$$

- b) Nicht abgemessen werden können folgende Gewichtszahlen:

**5, 15, 25, 35, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55,
65, 75, 85, 95, 105, 115, 125, 135, 145, 146, 147, 148, 149, 150**

Erklärung zu b)

Mit den beiden Gewichten 1g, 3g kann man alle Gewichte bis 4g abwiegen (zum Beispiel $2 + 1 = 3$).

Das Abwiegen von 5g ist jedoch nicht möglich.

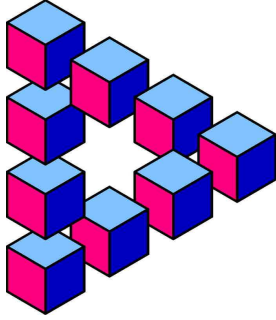
Durch Hinzunahme des 10g-Gewichtes, erhält man die Möglichkeit alles abzuwiegen von $(10-4)\text{g} = 6\text{g}$ bis $(10+4)\text{g} = 14\text{g}$, 15g ist nicht mehr möglich.

Durch Hinzunahme des 30g-Gewichtes kommen folgende Möglichkeiten hinzu: $(30-14)\text{g} = 16\text{g}$ bis $(30+14)\text{g} = 44\text{g}$, außer den beiden Möglichkeiten $(30-5)\text{g} = 25\text{g}$ und $(30+5)\text{g} = 35\text{g}$.

Mit den vier Gewichten 1g, 3g, 10g, 30g kann man also alle Gewichte von 1g bis 44g abwiegen, außer 5g, 15g, 25g, 35g.

Da man auch noch das 100g-Gewicht zur Verfügung hat, kommen die Möglichkeiten von $(100-44)\text{g} = 56\text{g}$ bis $(100+44)\text{g} = 144\text{g}$, wieder mit Ausnahme der auf 5 endenden Zahlen, hinzu.





Problem des Monats

April 2021 - Lösung

Ostereierfarben

- a) Petra hat **vier blaue** Eier versteckt.
- b) Insgesamt hat Petra entweder **ein rotes oder fünf rote** Eier versteckt.

Erklärung:

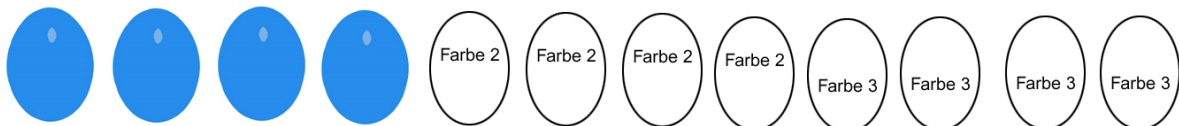
„Nachdem du vier Eier gefunden hast, wirst du sehen, dass dabei mindestens zwei gleichfarbig sind.“

Nach dieser Aussage hat also spätestens das vierte gefundene Ei dieselbe Farbe wie eins der drei vorherigen Eier, damit gibt es höchstens drei verschiedene Farben.

„Und wenn du ein fünftes Ei gefunden hast, garantiere ich dir, dass du dann höchstens vier Eier von der gleichen Farbe haben wirst.“

Also kommt jede Farbe höchstens viermal vor.

Beides zusammengefasst bedeutet: Es gibt drei verschiedene Farben, mit denen jeweils vier Eier angemalt sind. Eine Farbe davon ist blau, da Marco am Anfang schon ein blaues Ei gesehen hat.



Ist eine von Petras drei Eierfarben rot, dann sind es am Schluss fünf rote Eier, sonst nur eins.



Problem des Monats

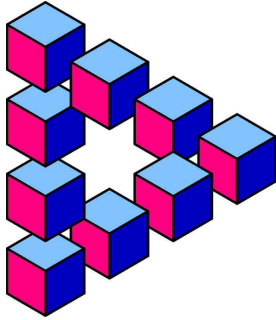
Oktober 2020 - Lösung

Verstecktes Bild

Das versteckte Bild zeigt einen Turm mit dem Schriftzug „**MAI**“.
Die fehlenden Zeilenangaben sind **1 2 2 2 3**, **2 2 2 2 2** und **3 2 2 2 1**.

[illegible]

Hinweis: Diese Rätselform nennt man Nonogramm. Im Internet gibt es zahlreiche Aufgaben und auch Möglichkeiten selbst ein eigenes Nonogramm zu erstellen.



Problem des Monats

Juni 2021 - Lösung

Panmagische Quadrate

a)

1	12	13	8
15	6	3	10
4	9	16	5
14	7	2	11

b)

10	22	14	1	18
11	3	20	7	24
17	9	21	13	5
23	15	2	19	6
4	16	8	25	12

Hinweise:

In beiden Fällen ist es geschickt, das vorgegebene Quadrat zweimal nebeneinander zu schreiben.

	12	13			12	13	
	6	3			6	3	
4			5	4			5
		2			2		

				18					18
	3	20		24		3	20		24
17					17				
23	15	2			23	15	2		
4		8		12	4		8		12

- a) Betrachtet man die „Diagonale 2/5/?/12“, erkennt man den Platz für die Zahl 15.
- b) Über die „Diagonale „?/24/17/15/8“ findet man den Platz für die Zahl 1 und über die Diagonale „1/20/?/23/12“ den Platz für die Zahl 9.
Unter die 24 passen nur die beiden Zahlen 5 und 6. Wie diese verteilt sein müssen, sieht man an der vorletzten Zeile, dort muss 19/6 ergänzt werden (20/5 ist nicht möglich, die 20 ist schon verteilt).

