



BP  
2016

Darstellen  
Modellieren  
Problemlösen  
Argumentieren  
Kommunizieren

Größen und Messen  
Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit  
Zahlen und Operationen  
Raum und Form



SINUS PROFIL MATHEMATIK AN GRUNDSCHULEN

# SINUS-Box 4: Auf dem Weg ins Zahlenall – Kernaufgaben als Raketenantrieb

Das kleine Einmaleins verständnisorientiert aufbauen  
Klassen 2/3



## Inhaltsverzeichnis

- ① Definitionen substanzieller Lernumgebungen und Aufgaben
- ② Rechenraketen: Auf dem Weg ins Zahlenall – Kernaufgaben als Raketenantrieb. Das kleine Einmaleins verständnisorientiert aufbauen – Klassen 2/3
  - Das Aufgabenformat Rechenrakete
  - Was steckt dahinter?
  - Kurzbeschreibung der Einheit
  - Lösungen zur Problemstellung
  - Einordnung in den Bildungsplan und die Bildungsstandards
- ③ Dokumentation einer möglichen Umsetzung
- ④ Mögliche Felder der Vorarbeit oder Weiterarbeit



## ① Definitionen

**Substanzielle Lernumgebungen** „sind u. a. dadurch gekennzeichnet, dass in ihnen

- zentrale Ziele, Inhalte (fundamentale Ideen) und Prinzipien des Mathematiklernens repräsentiert sind,
- dass sie reichhaltige Möglichkeiten für mathematische Aktivitäten der Lernenden bieten
- und dabei didaktisch flexibel an die spezifischen Bedingungen einer (heterogenen) Lerngruppe angepasst werden können.“

Krauthausen & Scherer (2010), S. 7



## ① Definitionen

Eine **substanzielle Aufgabe** ist ...

- ... **eine** Aufgabe für alle Kinder;
- ... **eine** Aufgabe, die inhaltliche und prozessbezogene Kompetenzen fördert;
- ... **eine** Aufgabe, die Entdeckungen unterschiedlicher Komplexität ermöglicht;
- ... **eine** Aufgabe, die in unterschiedlicher sozialer Interaktion gemeinsam bearbeitet wird;
- ... **eine** Aufgabe, deren Bearbeitung sich über eine oder mehrere Unterrichtsstunden erstrecken kann;
- ... **eine** Aufgabe, die über mehrere Schuljahre hinweg modifiziert immer wieder aufgegriffen werden kann.



## ① Definitionen

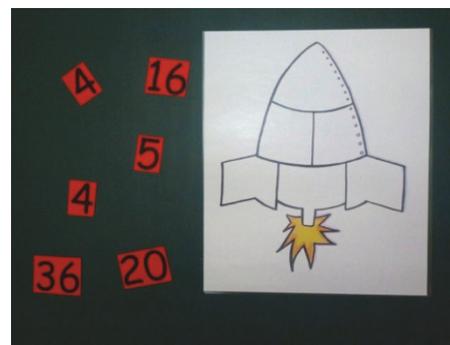
- Eine **substanzielle Aufgabe** bietet jedem Kind die Möglichkeit,
- ... an den eigenen Vorkenntnissen anzuknüpfen;
  - ... im eigenen Tempo zu arbeiten;
  - ... herausgefordert zu werden;
  - ... Entdeckungen durch individuelle Zugänge und Impulse zu machen;
  - ... inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen zu erwerben.



## ② Das Aufgabenformat Rechenrakete - Was steckt dahinter?

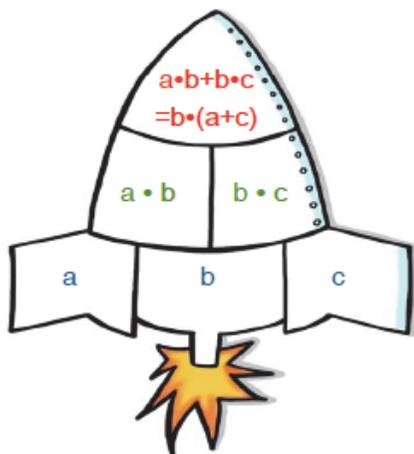
Aufgebaut ist die Rechenrakete aus drei Ebenen. In der untersten Ebene werden jeweils die zwei benachbarten Zahlen multiplikativ miteinander verknüpft.

Diese beiden Produkte werden in der zweiten Ebene darüber notiert. Die Summe dieser beiden Zahlen wird in der obersten Ebene, der Spitze der Rakete, eingetragen.

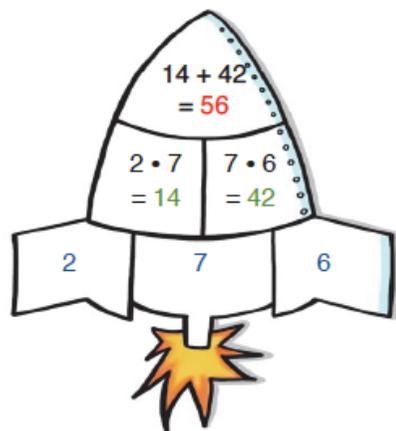




## ② Was steckt dahinter?



Der Rechenrakete liegt das Distributivgesetz zugrunde.



Die Zahl in der Spitze der Rakete ist ein Vielfaches der mittleren Zahl in der untersten Ebene (im Beispiel:  $56 = \_ \cdot 7$ ). Der erste Faktor des Produkts (hier 8) ergibt sich aus der Summe der linken und der rechten Zahl (hier:  $2 + 6 = 8$ ).

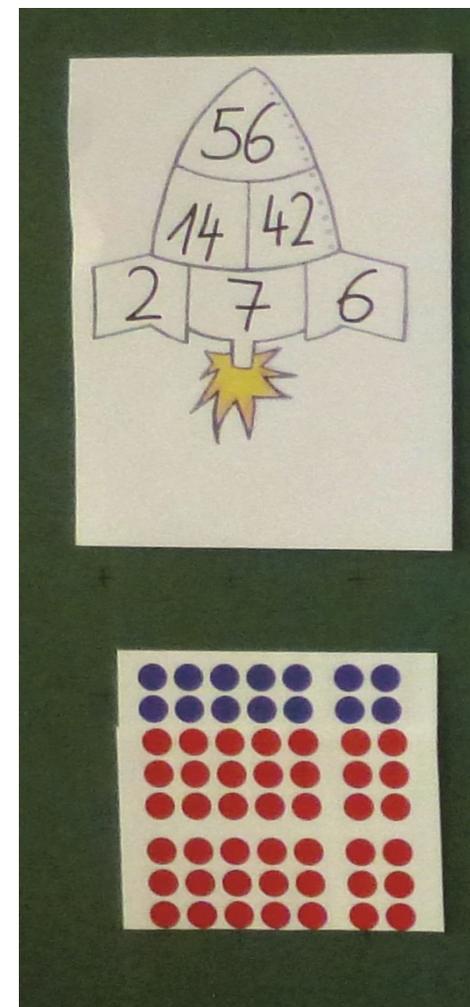


## ② Was steckt dahinter?

Die Punktdarstellung kann im weiteren Verlauf der Lernumgebung unterstützend genutzt werden.

Sie macht das Distributivgesetz für die Kinder anschaulich, ermöglicht dadurch eine Fülle an Entdeckungen und ist somit hilfreich für das mathematische Verständnis. (siehe Folie Tafelbild)

Die Aufgabe  $8 \text{ mal } 7$  wird „zusammengebaut“ aus  $2 \text{ mal } 7 = 14$  (im Beispiel die zwei blauen Reihen mit jeweils 7 Punkten) und  $6 \text{ mal } 7 = 42$  (die roten Punkte).





## ② Kurzbeschreibung der Einheit

Zentrales Ziel der Einheit ist es, ein tragfähiges Operationsverständnis zu entfalten.

Nachdem die Kinder mit dem Aufbau der Rechenraketen vertraut geworden sind, geht es im ersten Teil der Lernumgebung darum, vielfältige Aufgaben zu den vier Grundrechenarten zu lösen und dabei die Zusammenhänge zwischen den Rechenoperationen und den Umkehroperationen zu verstehen.

Durch produktives Üben der Kernaufgaben der Multiplikation werden die Kindern dabei unterstützt, diese zunehmend sicherer zu beherrschen.



## ② Kurzbeschreibung der Einheit

Im zweiten Teil der Lernumgebung geht es darum, Lösungen für die Problemstellung zu finden.

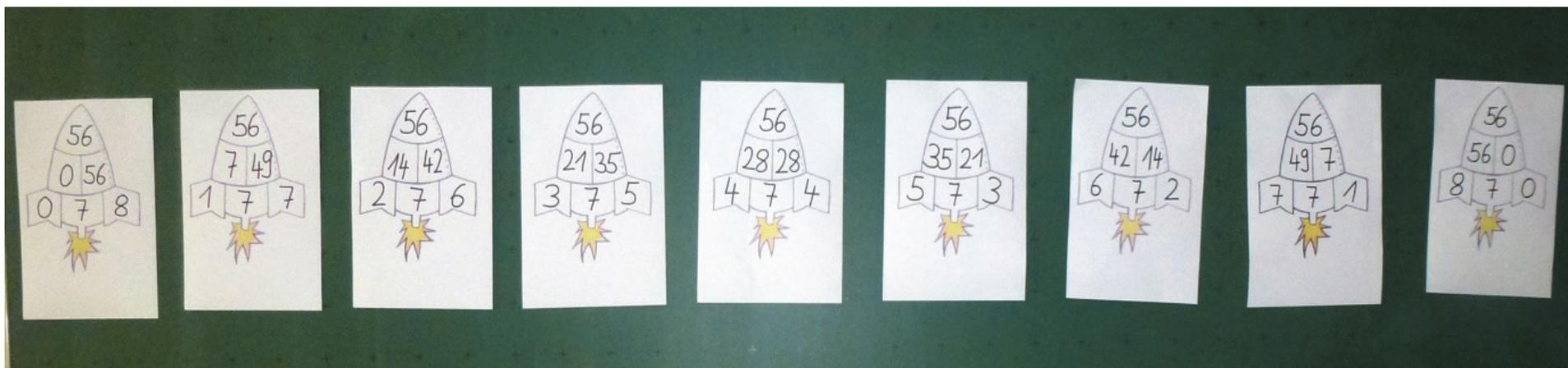
Die Kinder können eigene Problemlösestrategien entwickeln und im Austausch mit andern Kindern deren Vorgehensweisen kennenlernen und darüber ins Gespräch kommen.

Im Sinne der „fortschreitenden Mathematisierung“ entwickeln sie immer effizientere und „elegantere“ Problemlösestrategien auf dem Weg ins „Zahlenall“.



## ② Was steckt dahinter?

Bei der vorliegenden Problemstellung ergeben sich dabei folgende neun Lösungen:



(Beschränkung auf den Zahlenbereich der Natürlichen Zahlen  $\mathbb{N}$ )

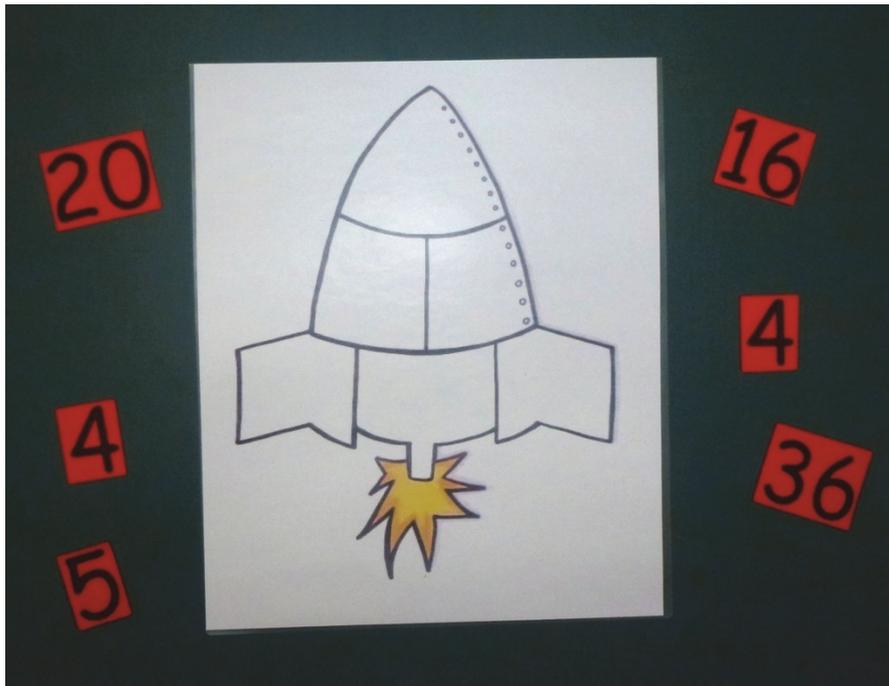


## ② Einordnung in den Bildungsplan und die Bildungsstandards

		Bildungsplan 2016											KMK-Standards			
Aufgabe	Klasse				Inhaltbezogene Kompetenzen				Prozessbezogene Kompetenzen					Anforderungsbereiche		
	1	2	3	4	Zahlen und Operationen	Raum und Form	Größen und Messen	Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	Kommunizieren	Argumentieren	Problemlösen	Modellieren	Darstellen	Reproduzieren	Zusammenhänge herstellen	Verallgemeinern und Reflektieren
Rechenrakete		X	X		X				X	X	X			X	X	X



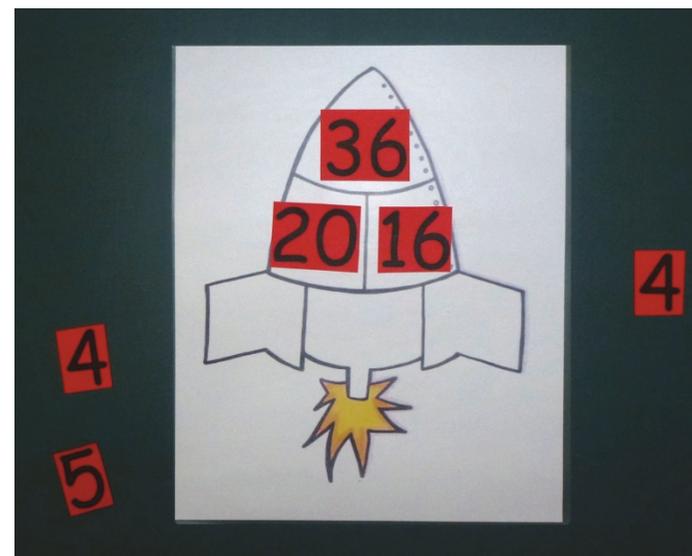
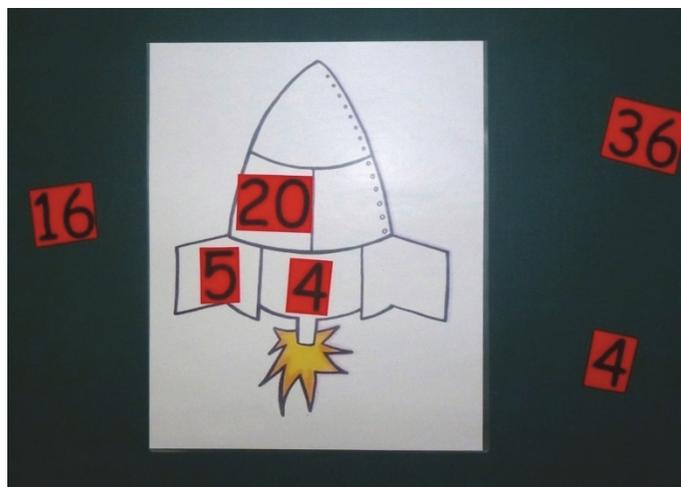
### ③ Dokumentation einer möglichen Umsetzung: Einstieg und Zugang



Die Rechenrakete wird mit den Zahlenkärtchen gezeigt. Die Schülerinnen und Schüler stellen Vermutungen zum Befüllen der Rakete an und hängen die Kärtchen an die passende Stelle. Gemeinsam wird der Aufbau der Rechenrakete besprochen. Weitere Rechenraketen werden an den „Start“ gebracht.



## ③ Dokumentation einer möglichen Umsetzung



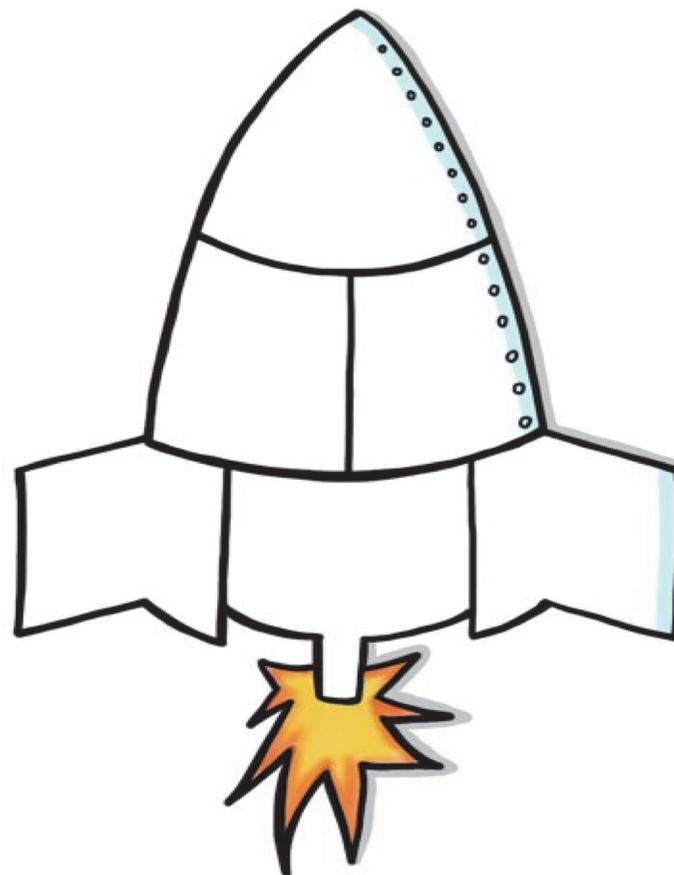
Kommentar:  
 Hierbei sind verschiedene  
 Zugänge möglich:  
 Von unten nach oben über  
 die Multiplikation, von oben  
 nach unten über die Addition  
 bzw. Subtraktion, ...



## ③ Phase des produktiven Übens mit Schülerbeispielen – Teil 1

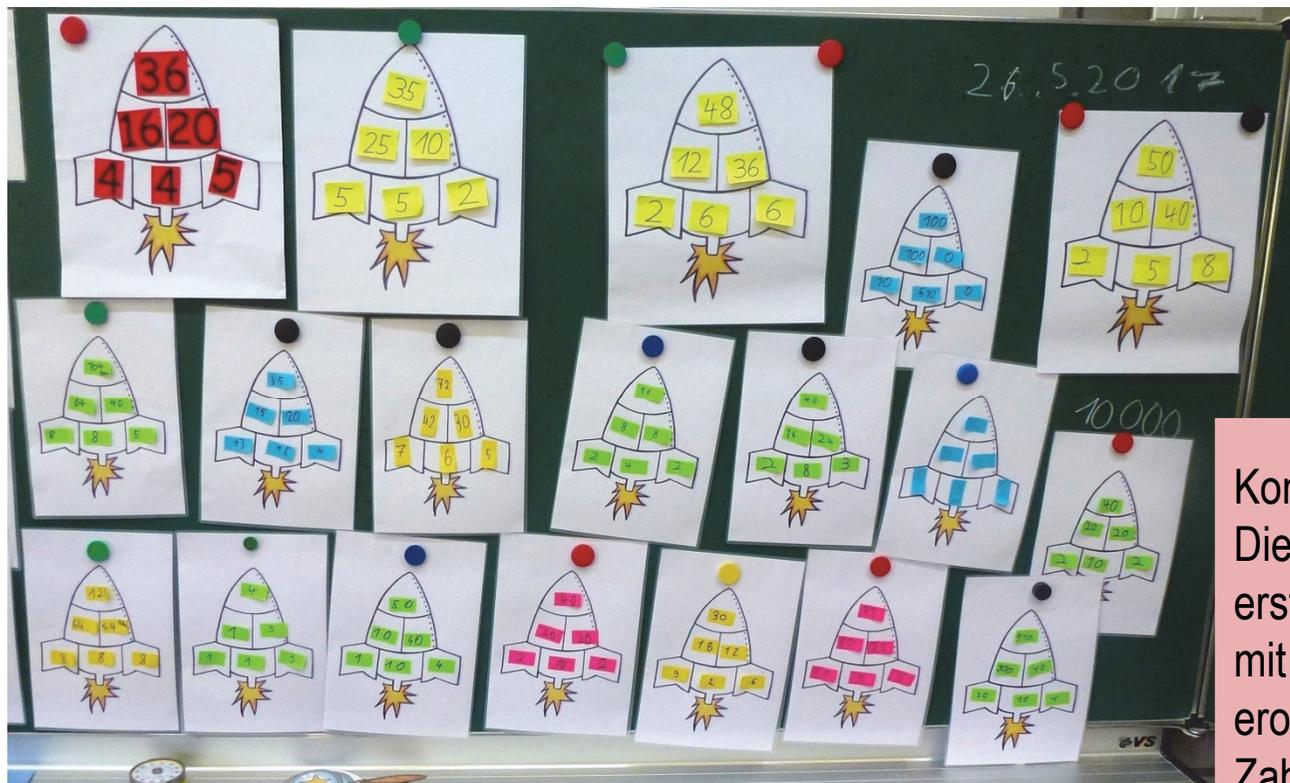
Die Schülerinnen und Schüler erstellen eigene Rechenraketen, automatisieren durch die Arbeitsblätter die Kernaufgaben der Multiplikation und vertiefen, festigen und sichern ihre Erkenntnisse.

Mit Haftnotizen können die Kinder auf A3 Rechenraketen eigene Aufgaben erstellen. Diese können im weiteren Verlauf der Einheit vielfältig genutzt werden (siehe Folie bzw. Seite 18)





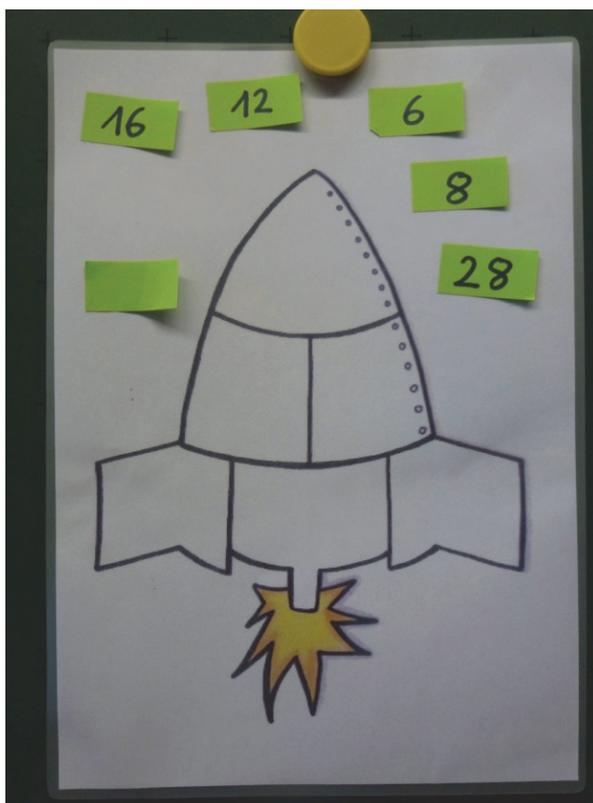
## ③ Phase des produktiven Übens mit Schülerbeispielen – Teil 1



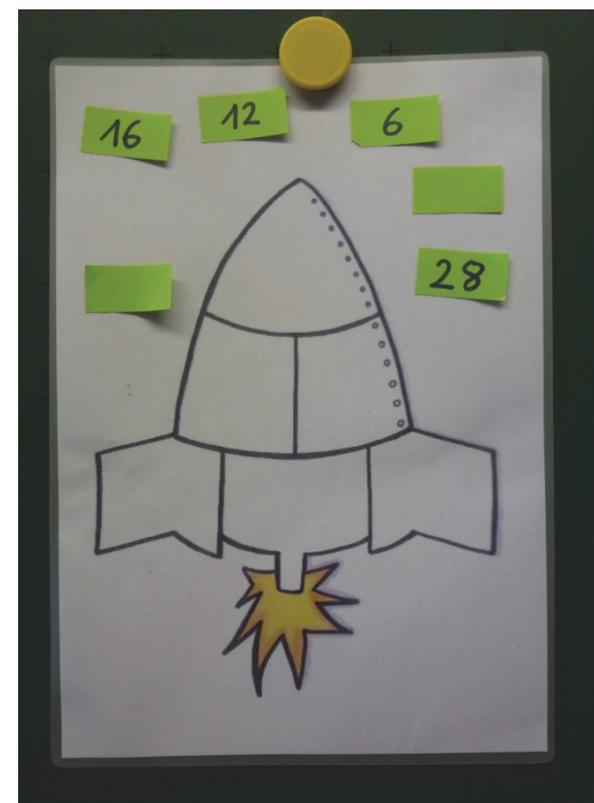
Kommentar:  
 Die Schülerinnen und Schüler erstellen eigene Rechenraketen mit bekannten Kernaufgaben, erobern sich neue Zahlenräume, sind fasziniert von Rechenraketen mit der 1 als Multiplikand, ...



## ③ Phase des produktiven Übens mit Schülerbeispielen – Teil 1



Kommentar:  
Die Schülerinnen und  
Schüler ergänzen  
Rechenraketen, bei denen  
eine Zahl (links) oder zwei  
Zahlen (rechts) fehlen.





## ③ Phase des produktiven Übens mit Schülerbeispielen – Teil 1

**Rechenrakete** Name: \_\_\_\_\_  
Kernaufgaben I

$1 + 5 + 7$	$6 + 2 + 9$	$3 + 10 + 7$
$3 + 3 + 5$	$4 + 4 + 4$	$2 + 7 + 7$
$1 + 8 + 8$	$1 + 9 + 9$	$1 + 0 + 6$
$2 + 5 + 5$	$6 + 6 + 2$	$5 + 7 + 2$

**Rechenrakete** Name: \_\_\_\_\_  
Kernaufgaben II

$45$	$18$	$40$
$1 + 5 + 5$	$2 + 9$	$10 + 7$
$40$	$56$	$49$
$5 + 5$	$4 + 4 + 4$	$7 + 7$
$64$	$90$	
$8 + 8$	$9 + 9$	$1 + 0 + 6$
$25$	$48$	
$2 + 5 + 5$	$6 + 6 + 2$	$35$
		$7 + 2$

**Meine Rechenraketen** Name: \_\_\_\_\_


Das Aufgabenformat „Rechenrakete“ kann in dieser Phase des produktiven Übens flexibel an spezifische Bedingungen heterogener Lerngruppen angepasst werden. Durch die unterschiedlichen Aufgaben haben die Kinder die Möglichkeit, an ihre Vorkenntnisse anzuknüpfen, im eigenen Tempo oder im Sinne der natürlichen Differenzierung zu arbeiten und herausgefordert zu werden.



## ③ Phase des produktiven Übens mit Schülerbeispielen – Teil 1

Rechenrakete  
Kernaufgaben I

Name: Felix

40 56 72 35 1 5 7	30 72 78 6 2 9	700 30 70 3 10 7
24 9 15 3 3 5	32 16 16 4 4 4	66 77 49 2 7 7

Rechenrakete  
Kernaufgaben II

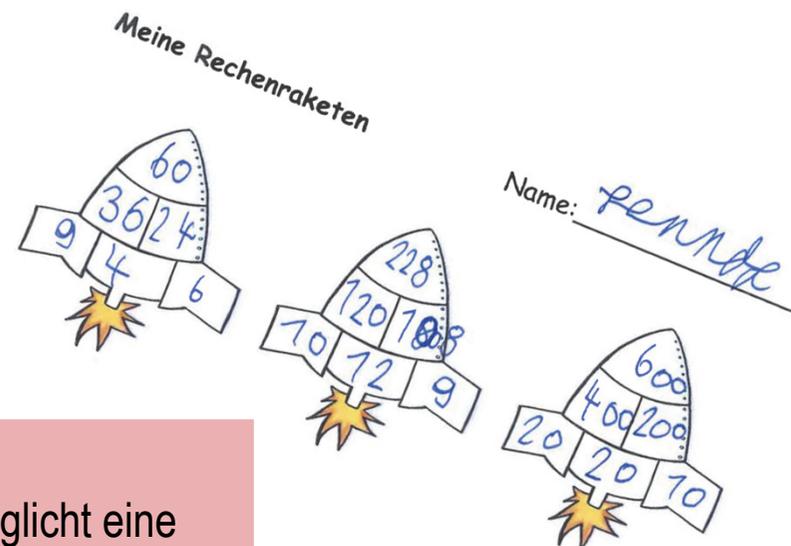
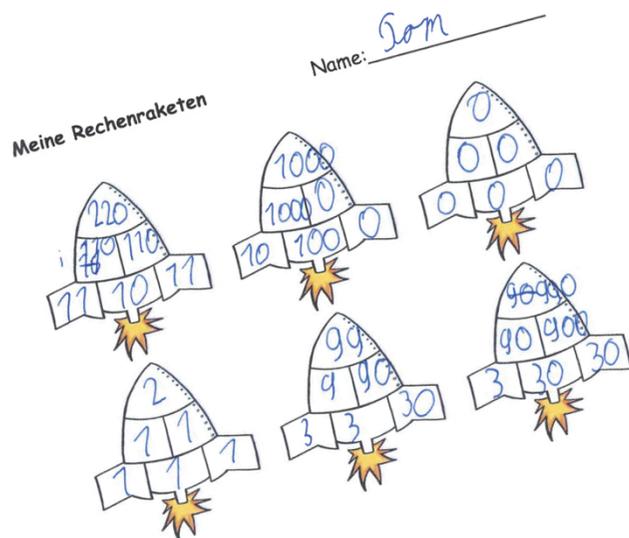
Name: Ben-Sarah

50 5 45 1 5 9	36 18 78 4 2 9	770 40 70 4 10 7
65 40 40 25 8 5 5	32 16 16 4 4 4	56 48 49 8 7 7
74 8 64 7 8 8	90 9 10 1 9 9	0 0 0 1 0 6
35 70 25 2 5 5	48 36 12 6 6 2	59 35 76 5 7 2

Kommentar:  
 An den Lösungen lässt  
 sich erkennen, ob die  
 Kinder das Prinzip der  
 Bildung der  
 Rechenraketen verstanden  
 haben.



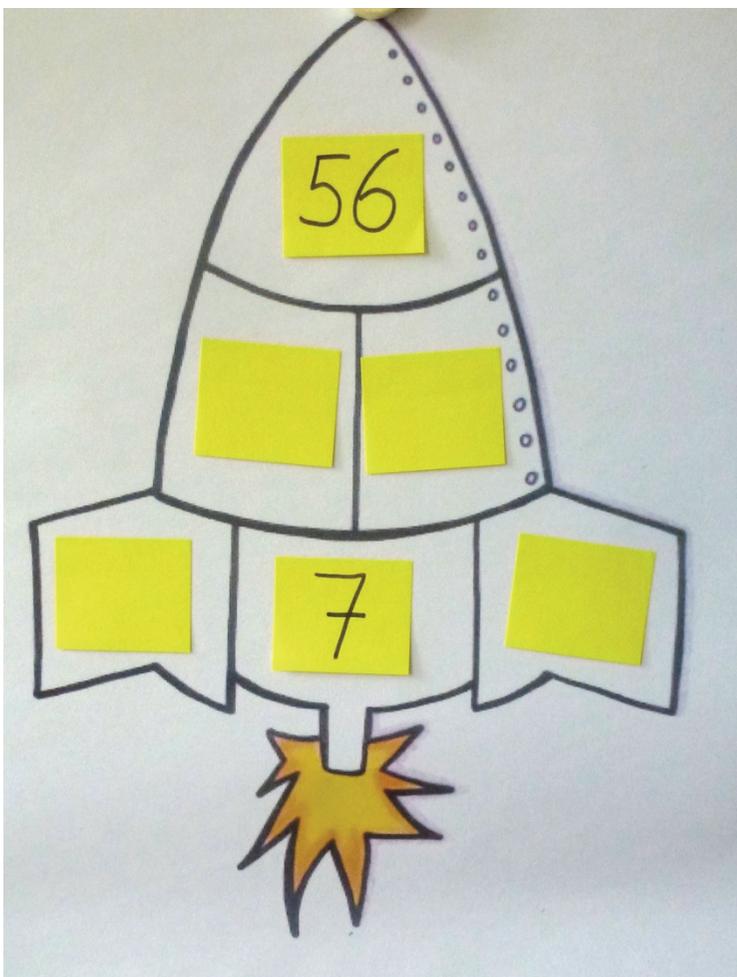
## ③ Phase des produktiven Übens mit Schülerbeispielen – Teil 1



**Kommentar:**  
 Die Aufgabe ermöglicht eine „natürliche Differenzierung“, d. h. alle arbeiten am gleichen Aufgabenformat aber mit unterschiedlichem „Zahlenmaterial“, mit oder ohne Anschauungsmaterial.



## ② Rechenraketen – Die Aufgabe Teil 2



- Finde eine Lösung für diese Rechenrakete!
- Finde möglichst viele!
- Sind das wirklich alle?
- Wie kannst du herausfinden, ob es alle sind?
- Was fällt dir auf?



Wie begleite ich als Lehrkraft den Prozess des Problemlösens?



## ③ Impulse zum Problemlösen

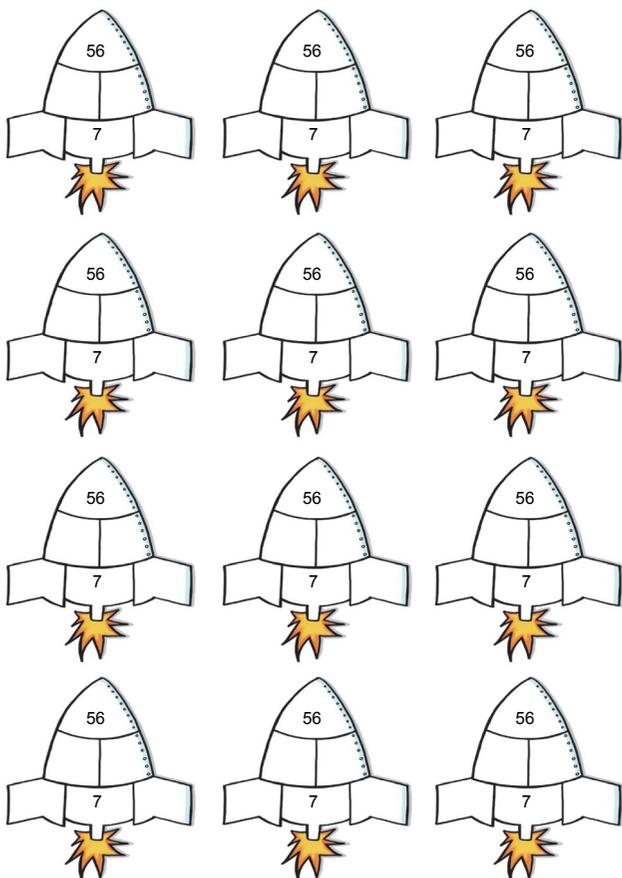
- „Finde eine Lösung zu dieser Rechenrakete!“
- „Es kann sein, dass du oft probieren musst, bis du eine Lösung gefunden hast.“
- „Es gibt genügend Probierblätter. Du darfst dir gerne noch mehr holen!“
- „Forscher probieren oft ganz lange ...“
- ...



## ③ Problemstellung – Einzelarbeit oder ICH-Phase

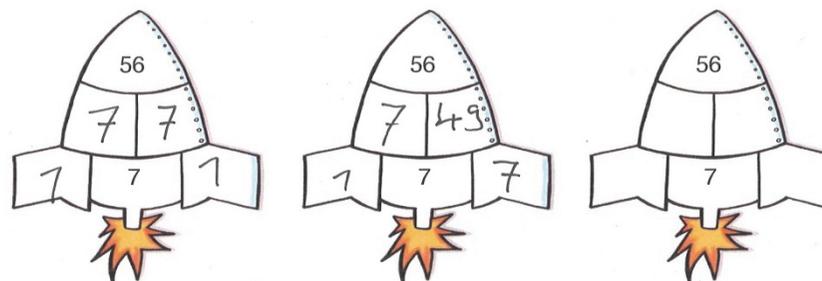
Rechenrakete  
Zielzahl 56

Name: \_\_\_\_\_



Rechenrakete  
Zielzahl 56

Name: Fabian



### Kommentar:

In der Ich-Phase gehen die Schülerinnen und Schüler eigene Schritte in Richtung Lösung. Dieses Kind hat den ersten Versuch, der nicht zur Lösung geführt hat, verändert und dadurch eine Möglichkeit gefunden.



## ③ Schülerbeispiel zum Problemlösen



Welche Strategien  
lassen die  
Schülerlösungen  
erkennen und mit  
welchen Impulsen kann  
der Prozess des  
Problemlösens weiter  
unterstützt werden?

Rechenrakete Zielzahl 56 Name: Frederik

The rockets in the grid for Frederik are:

<del>0   56   8</del>	2   14   42	7   49
3   21   35	4   28   28	5   35   21
6   42   14	5   35   21	7   49   7
2   14   42	5   5   51	5   35   35

Rechenrakete Zielzahl 56 Name: Sims

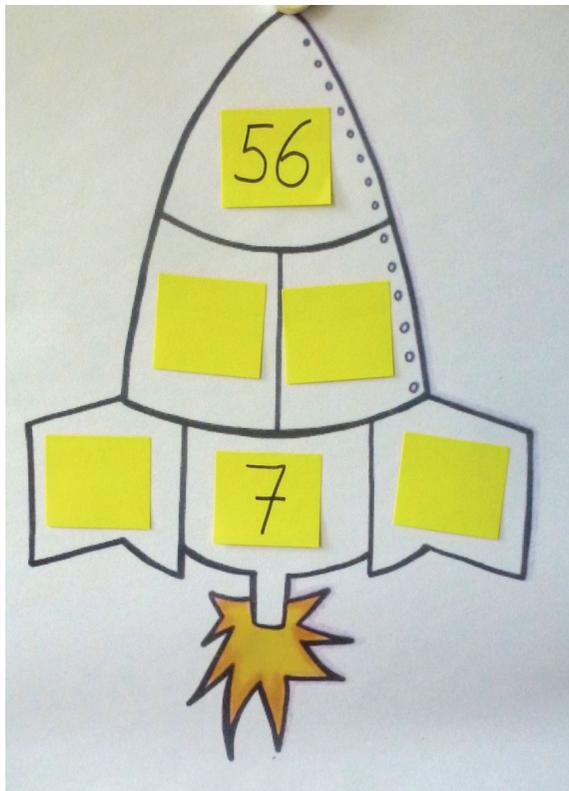
The rockets in the grid for Sims are:

7   9	7   49	26   30
1   35	7   49	50   6
14   42		



## ③ Partner- oder Gruppenarbeit bzw. DU-Phase

Findet weitere (alle) Lösungen  
Zu dieser Rechenrakete!



Kommentar:  
 Nachdem die Kinder in der Ich-Phase eigene Lösungen gefunden haben, tauschen sie sich nun über ihre Vorgehensweise aus, ordnen, sortieren und finden gemeinsam weitere Lösungen.



## ③ Partner- oder Gruppenarbeit bzw. Du-Phase





## ③ Tafelbild zur gemeinsamen Auswertung



Sind das alle Lösungen?

Four hand-drawn rocket diagrams illustrating different decompositions of the number 56:

- Rocket 1:** Nose cone: 56; Body: 14 | 42; Tail: 2 | 7 | 6
- Rocket 2:** Nose cone: 56; Body: 56 | 0; Tail: 8 | 7 | 0
- Rocket 3:** Nose cone: 56; Body: 49 | 7; Tail: 7 | 7 | 1
- Rocket 4:** Nose cone: 56; Body: 35 | 21; Tail: 5 | 7 | 3

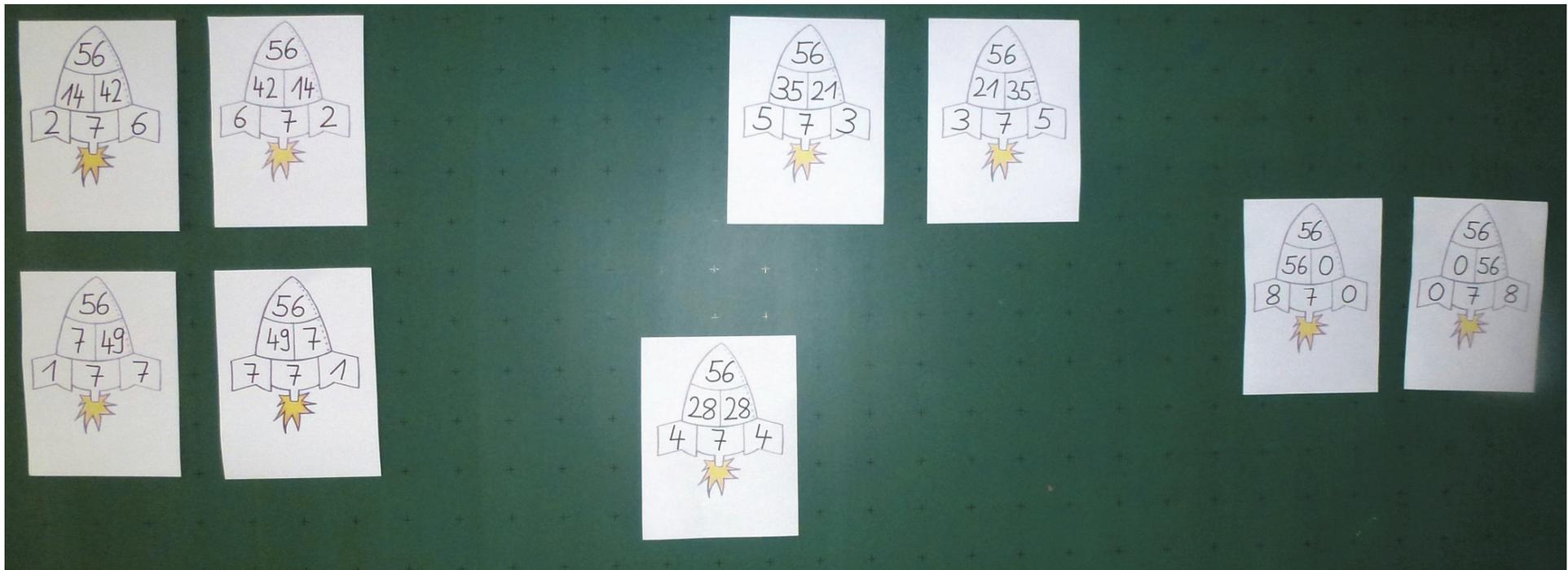


## ③ Tafelbild zur gemeinsamen Auswertung



Sind das wirklich alle?

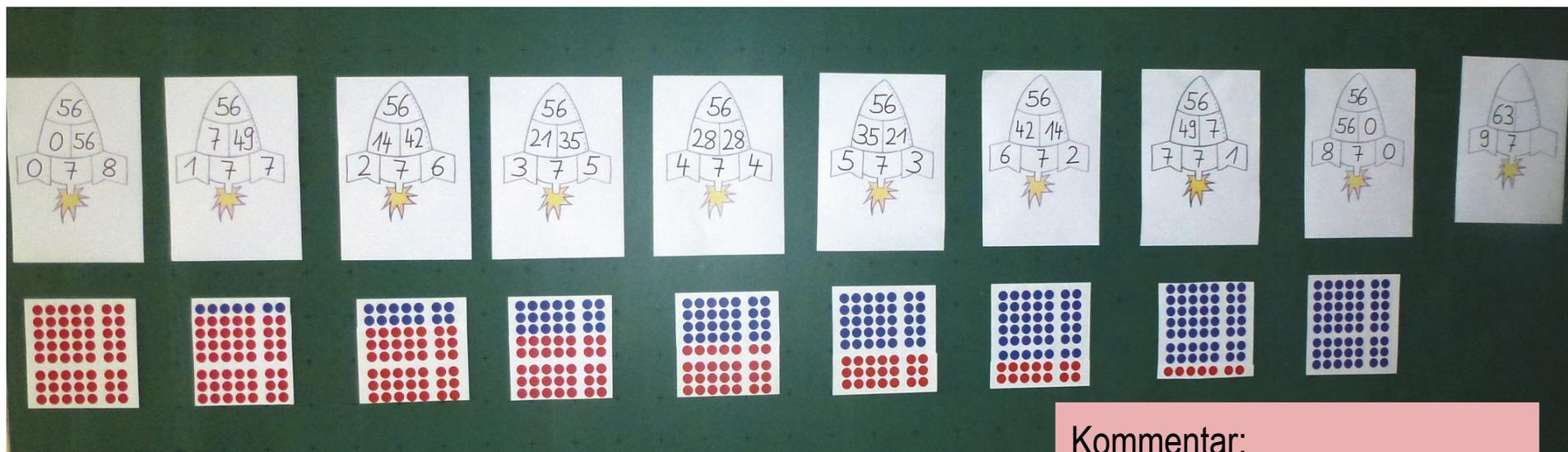
Wie visualisiere, versprache und dokumentiere ich mögliche Entdeckungen?





## ③ Tafelbild zur gemeinsamen Auswertung

Sind das wirklich alle?

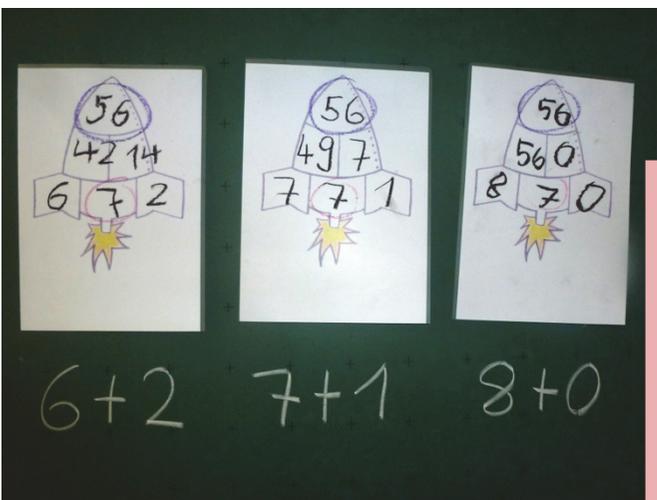


Kommentar:

Mit Hilfe der Punktebilder kann zum Beispiel erklärt werden, warum das alle Lösungen sein müssen. Auch kann damit das Distributivgesetz veranschaulicht werden.



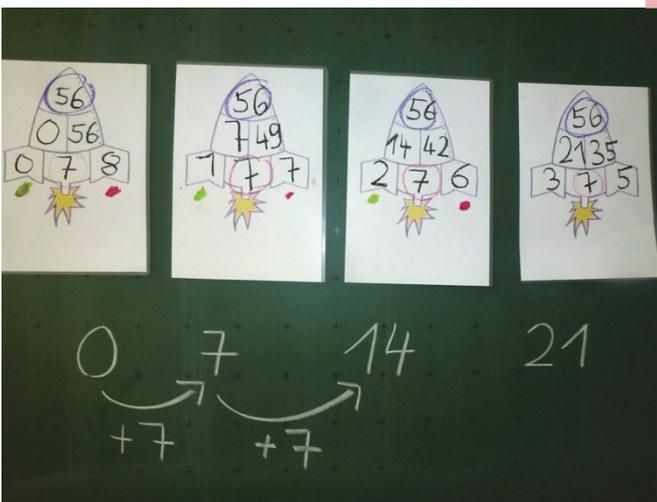
### ③ Gesetzmäßigkeiten zur Lösung



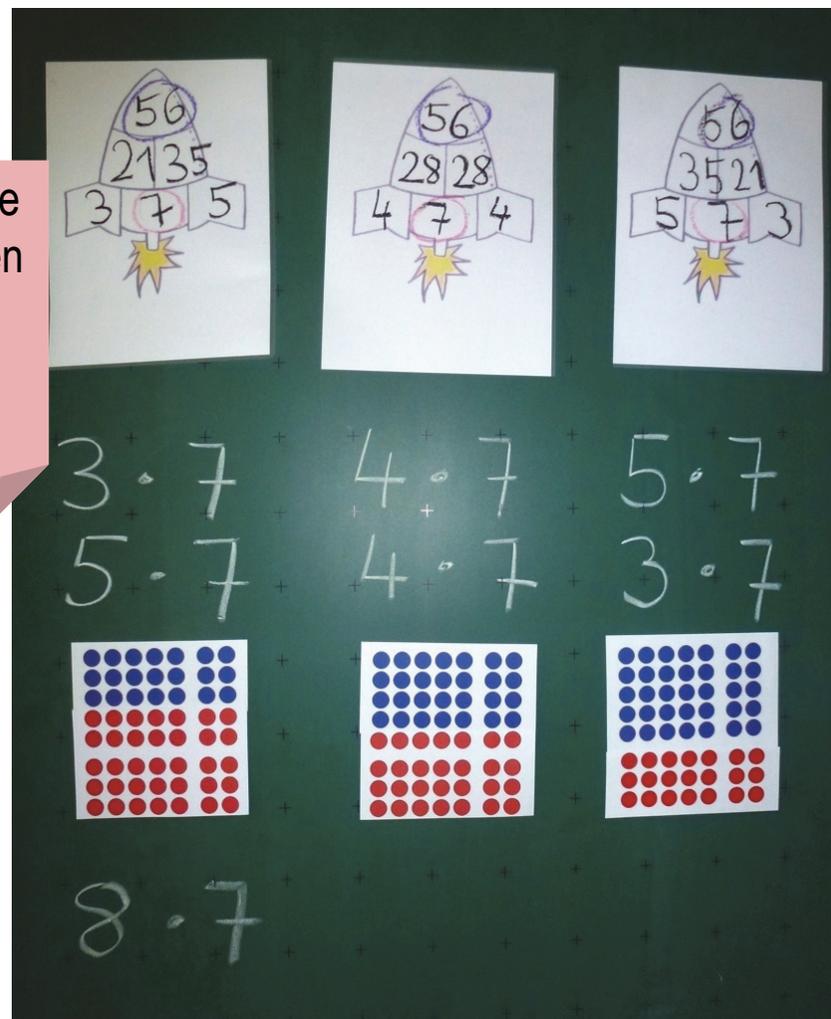
$6+2$     $7+1$     $8+0$

- Die rechte und die linke Zahl ergeben immer 8.

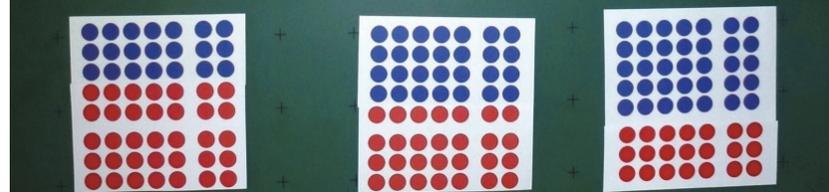
- ...
- ...



$0 \xrightarrow{+7} 7 \xrightarrow{+7} 14 \xrightarrow{+7} 21$



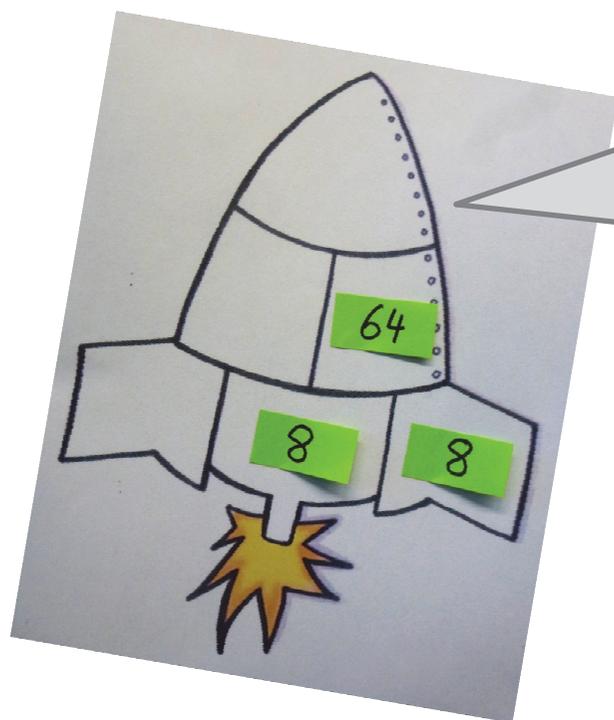
$3 \cdot 7$     $4 \cdot 7$     $5 \cdot 7$   
 $5 \cdot 7$     $4 \cdot 7$     $3 \cdot 7$



$8 \cdot 7$



## ④ Mögliche Felder der Weiterarbeit



### Äußerungen der Schülerinnen und Schüler:

S1: „Ich habe diese Lösung.“

S2: „Häh? Ich habe eine andere!“

S3: „Und ich noch eine andere!“

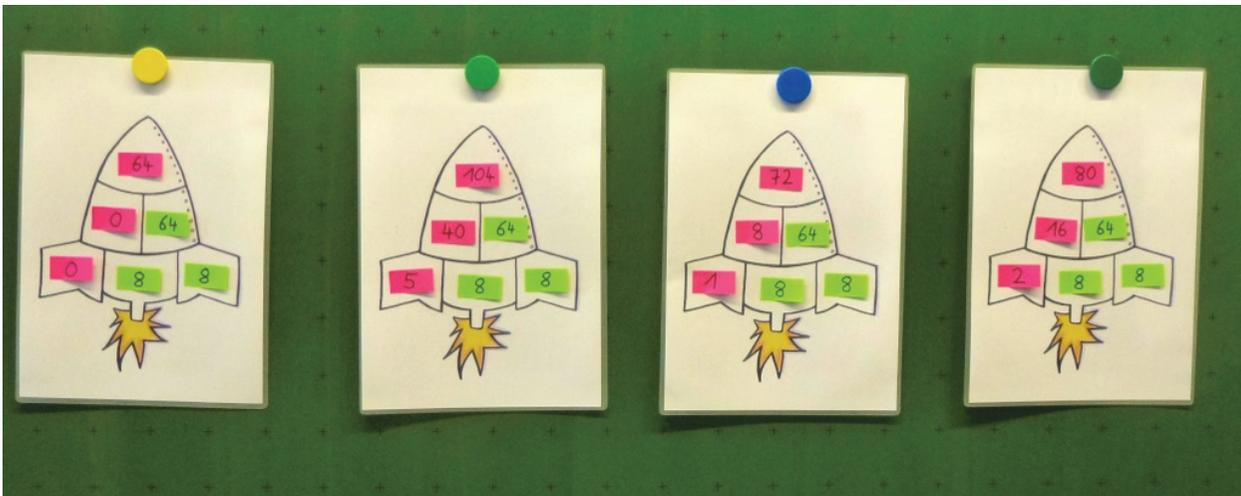
S4: „Wie viele Lösungen gibt es denn?“

### Kommentar:

In diesem Aufgabenformat sind eine Fülle an weiteren Forschungsmöglichkeiten wie zum Beispiel diese Aufgabe enthalten.



## ④ Mögliche Felder der Weiterarbeit



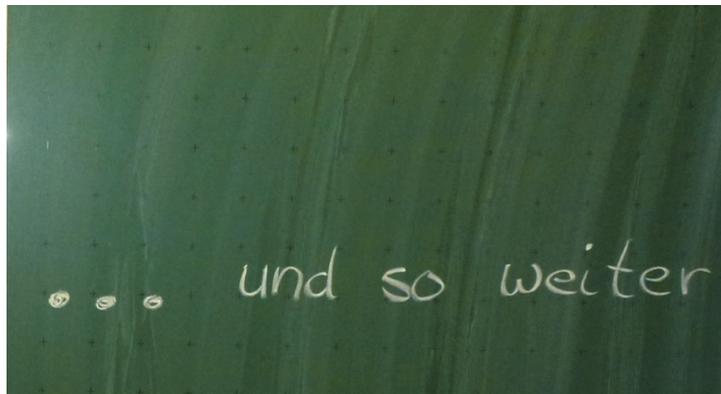
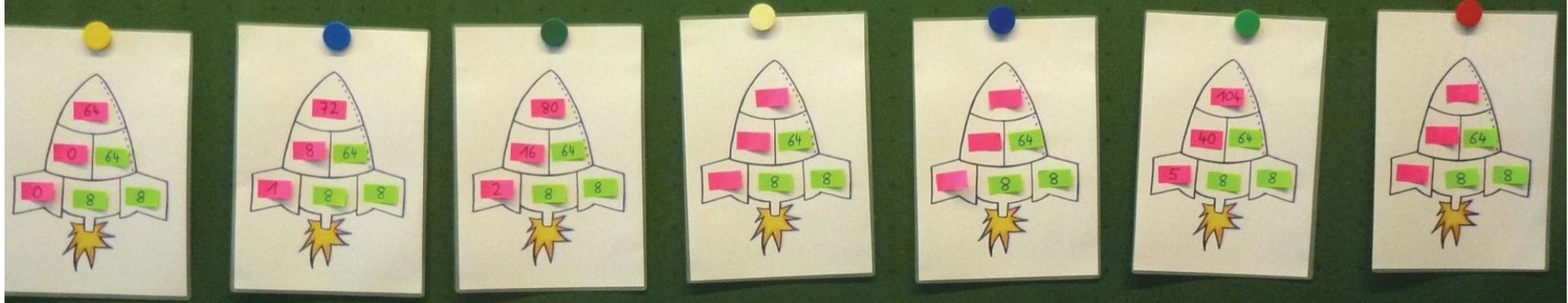
Impuls:  
 Von der  
 unstrukturierten...





## ④ Mögliche Felder der Weiterarbeit

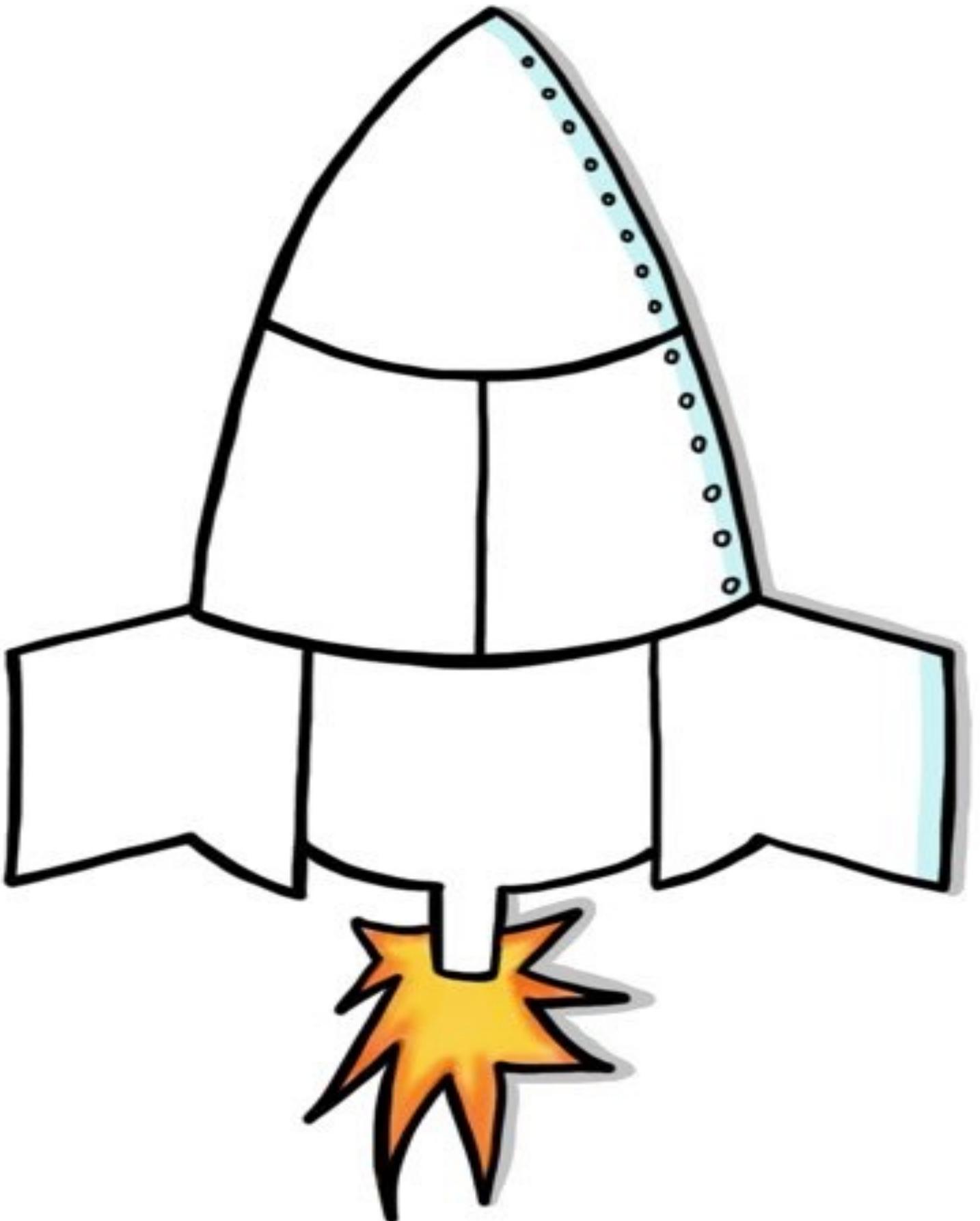
# Rechenraketen



Impuls:  
...zur strukturierten  
Anordnung.

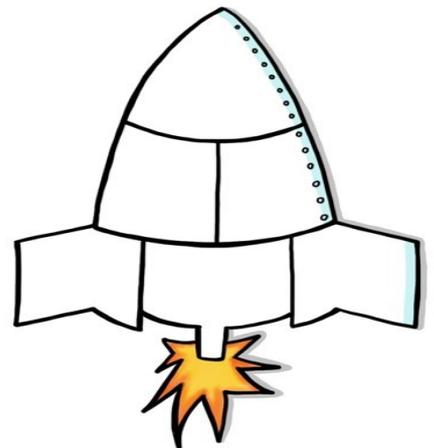
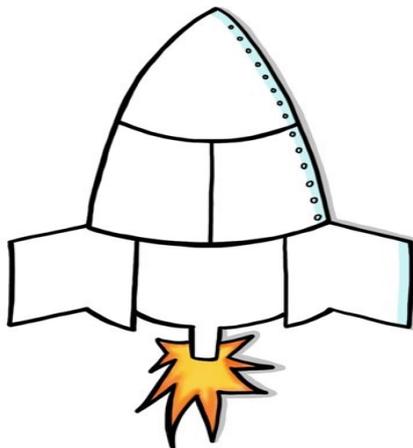
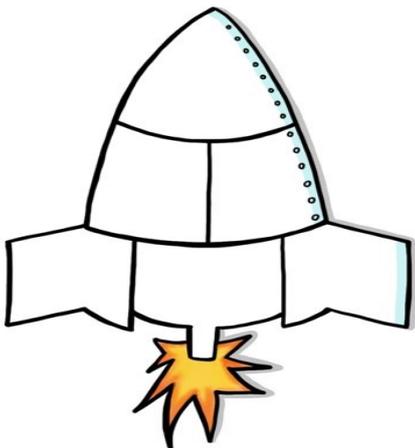
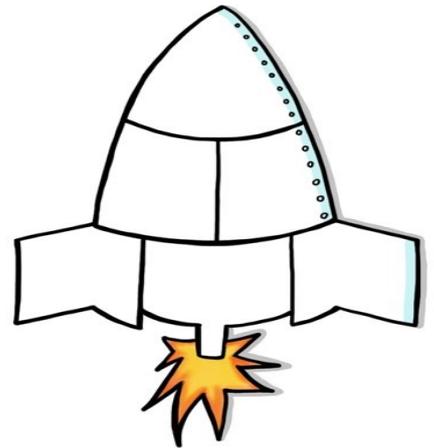
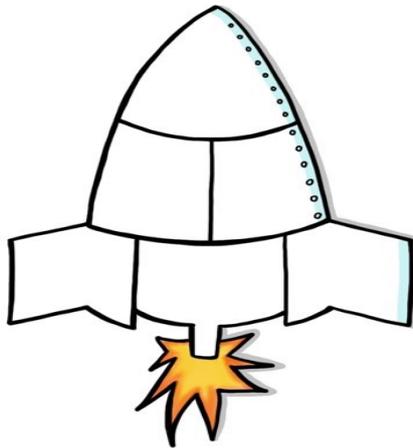
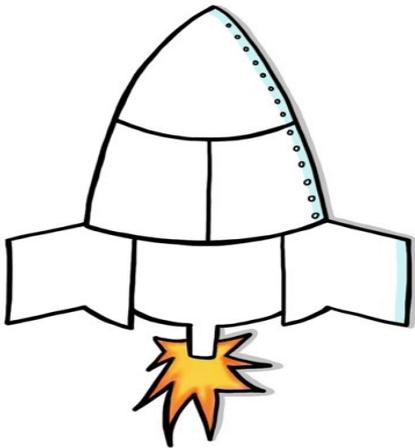
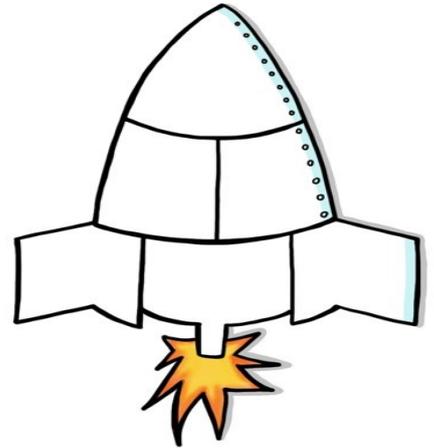
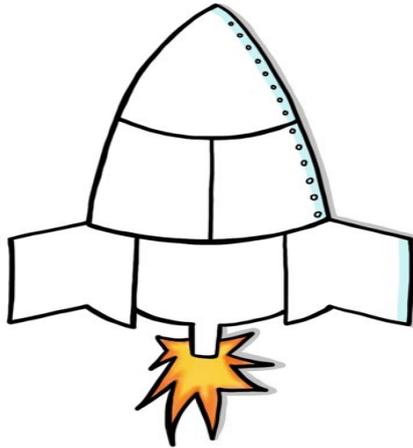
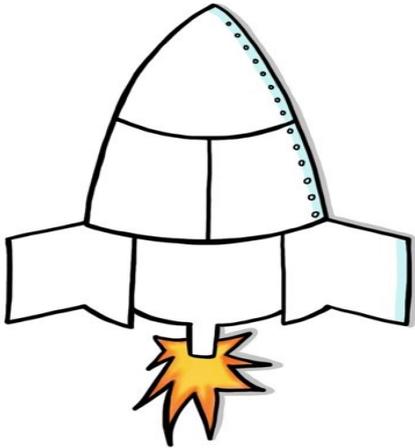
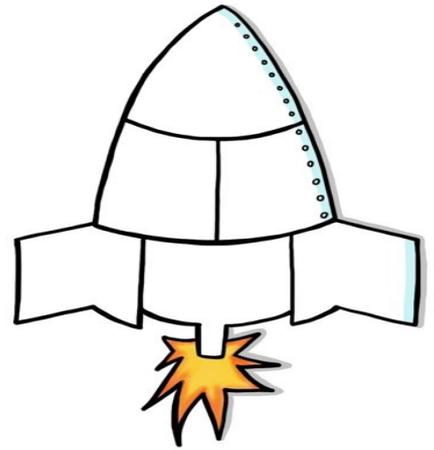
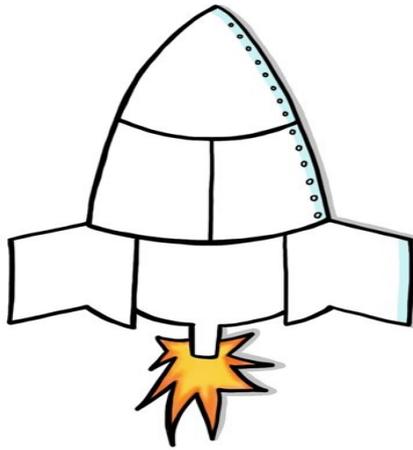
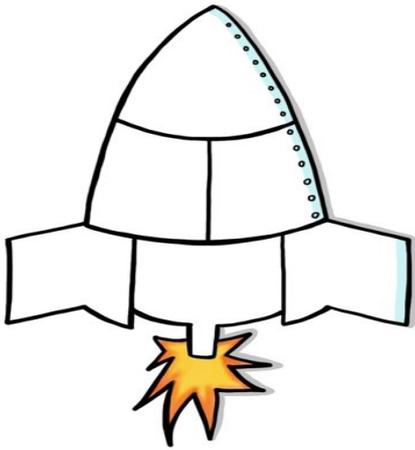
Rechenrakete  
Post-its

Name: \_\_\_\_\_



# Rechenrakete Probierblatt

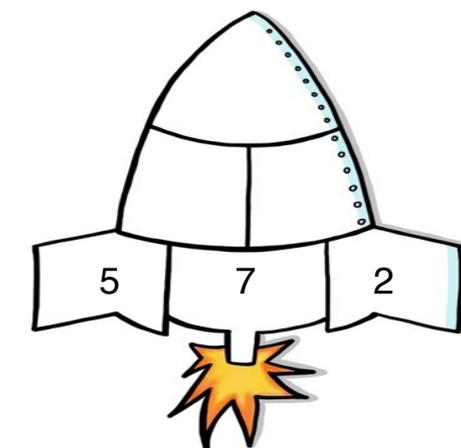
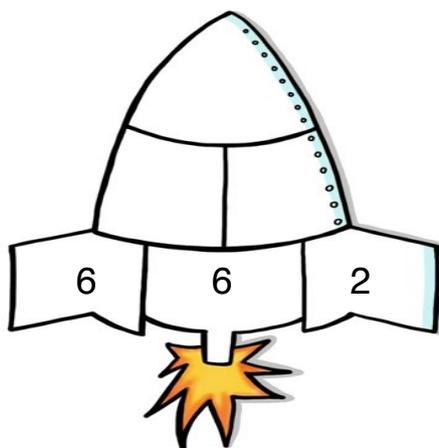
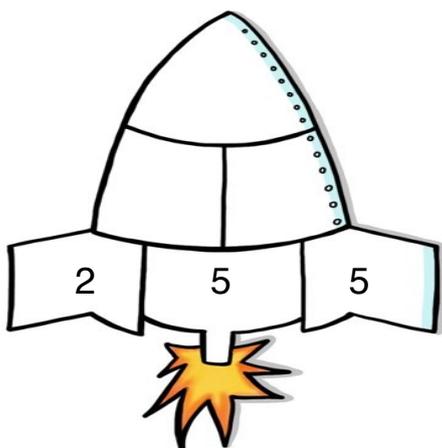
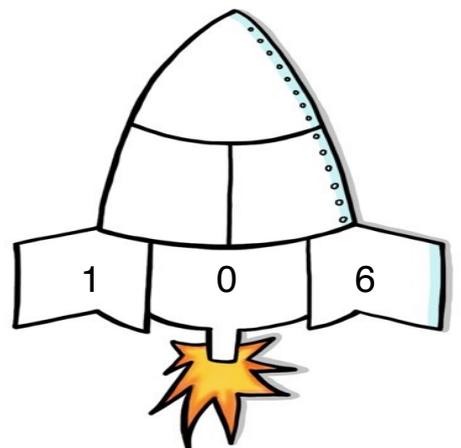
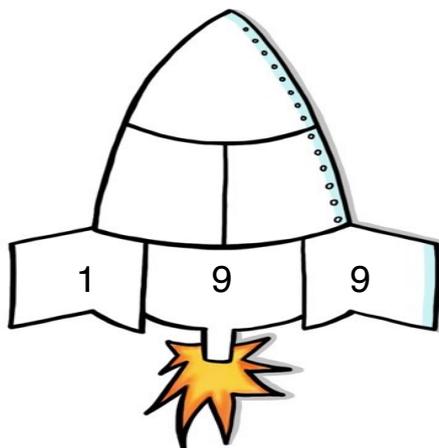
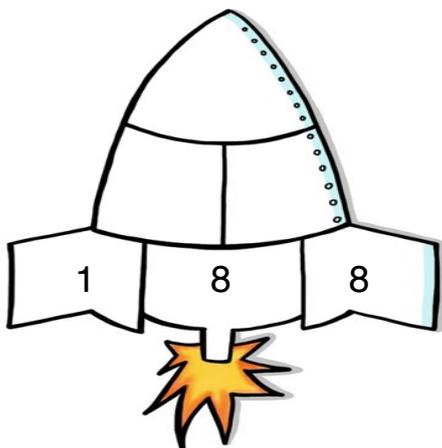
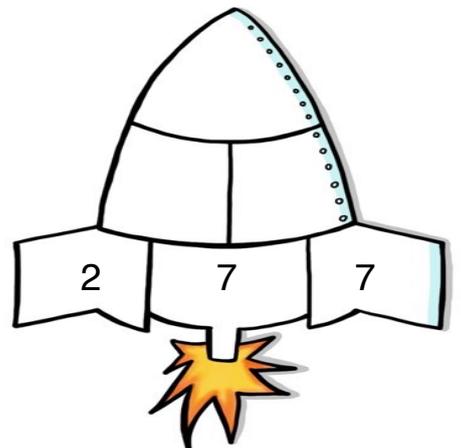
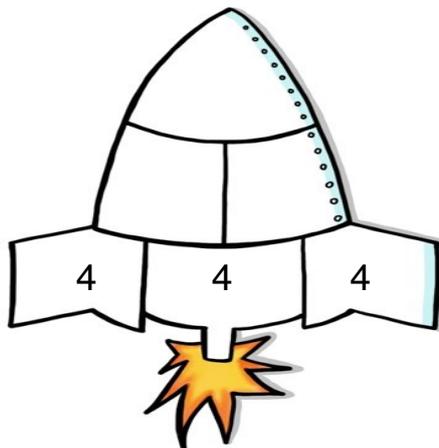
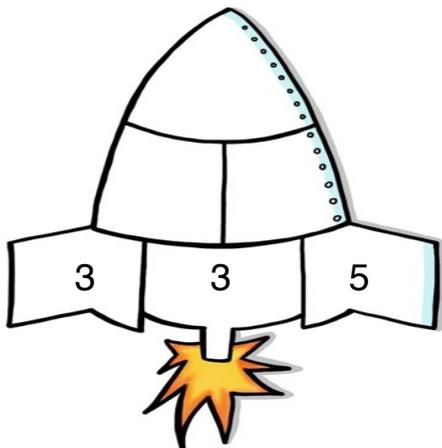
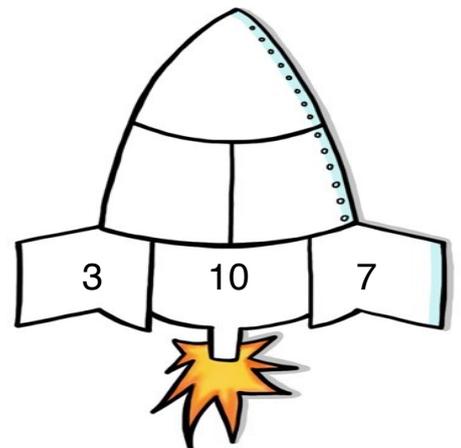
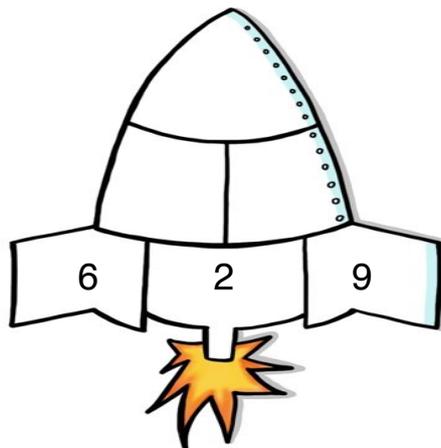
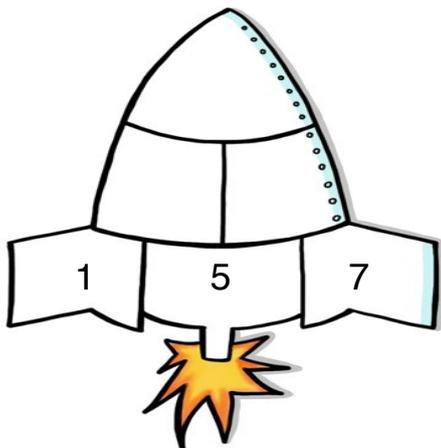
Name: \_\_\_\_\_



# Rechenrakete

## Kernaufgaben I

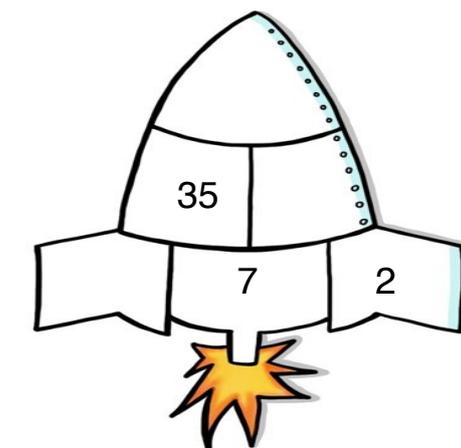
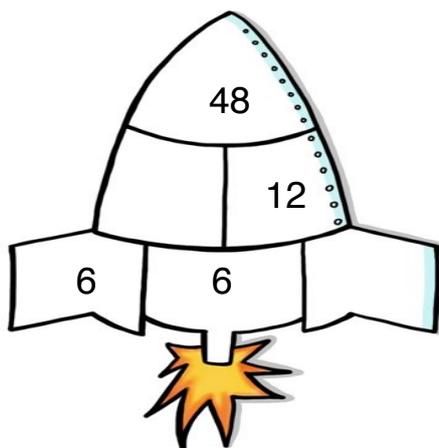
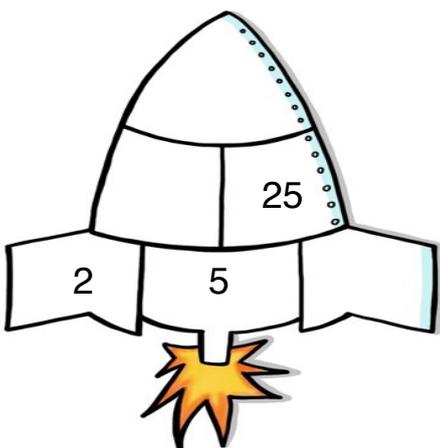
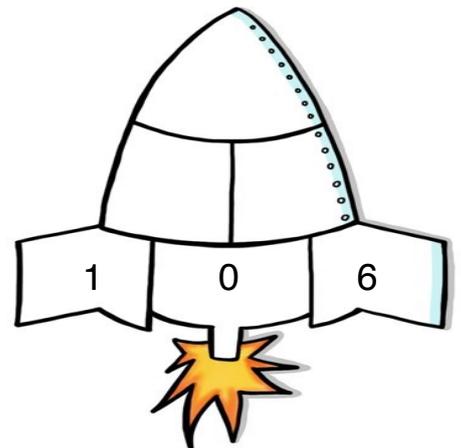
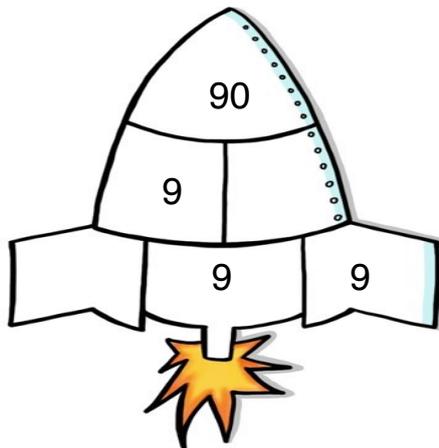
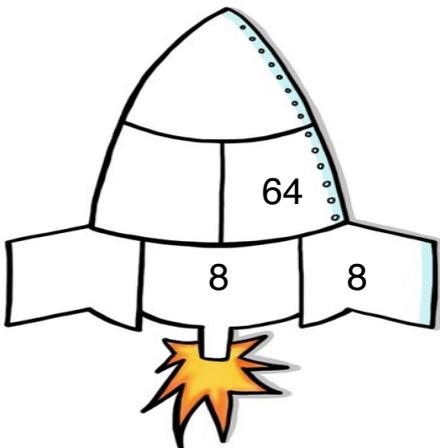
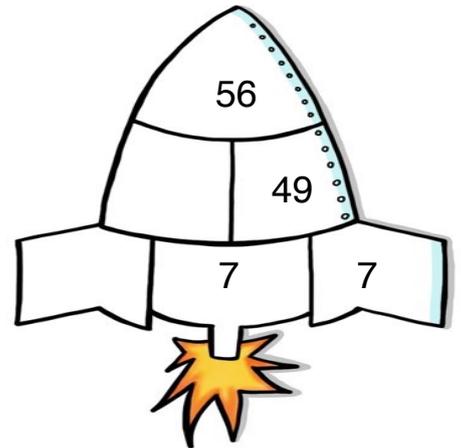
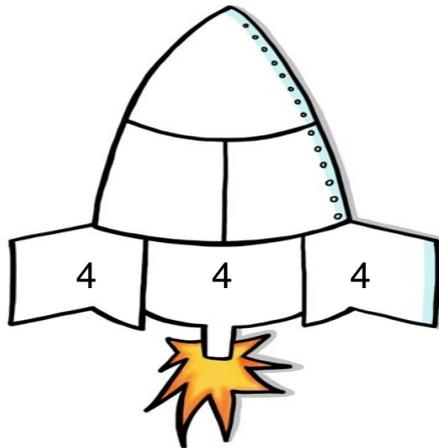
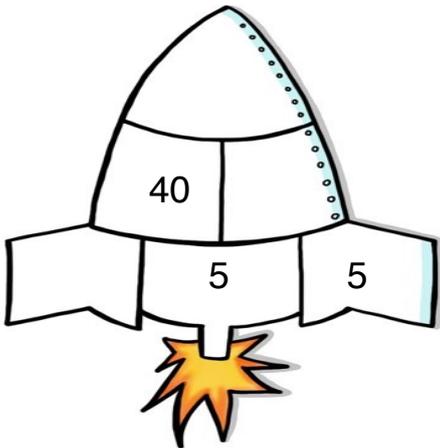
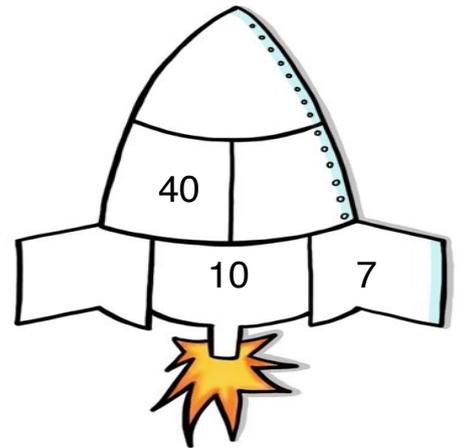
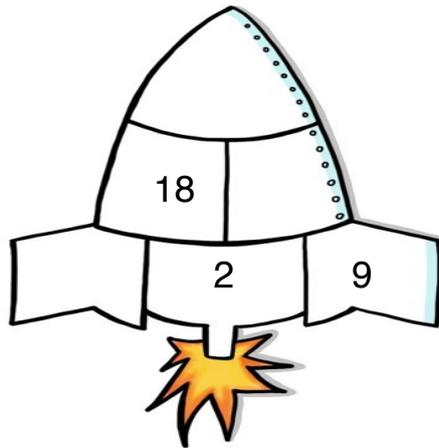
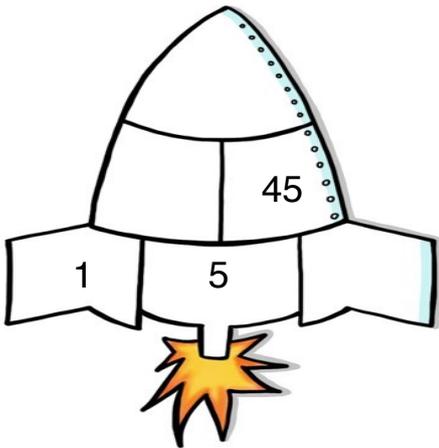
Name: \_\_\_\_\_



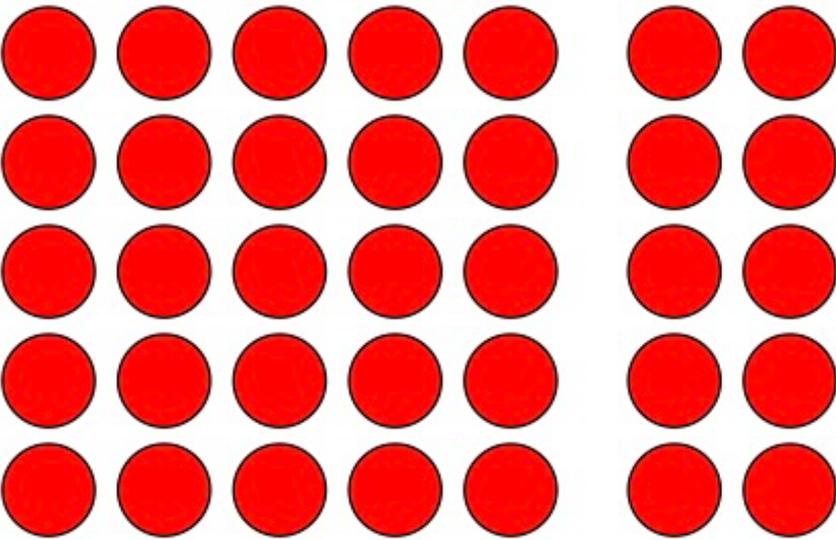
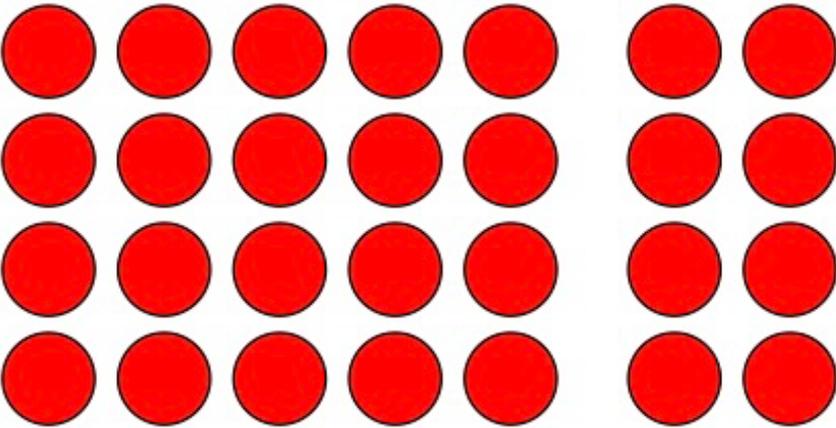
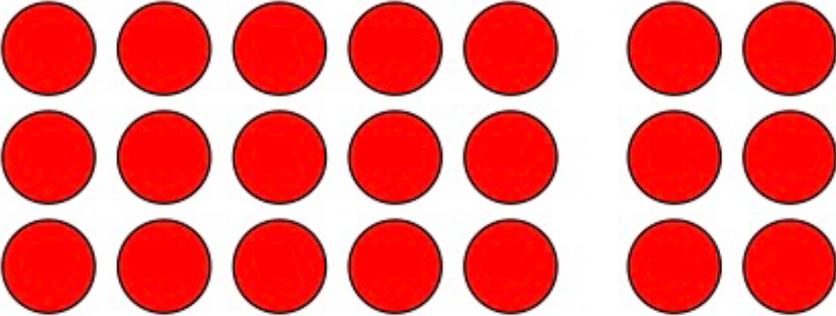
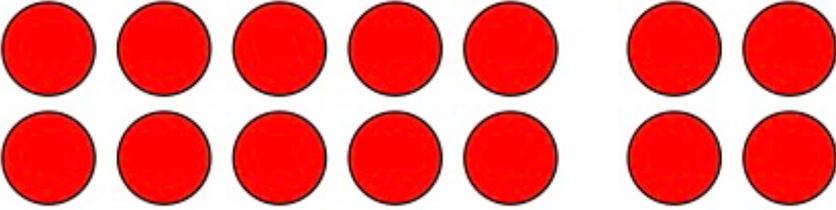
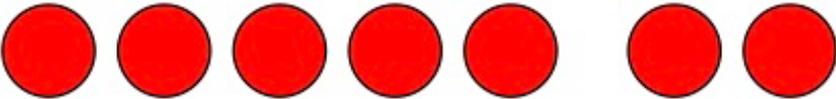
# Rechenrakete

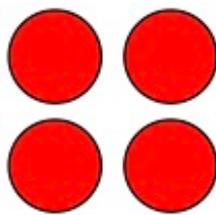
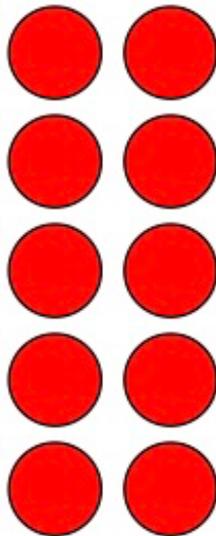
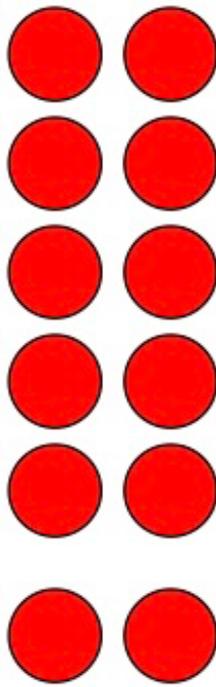
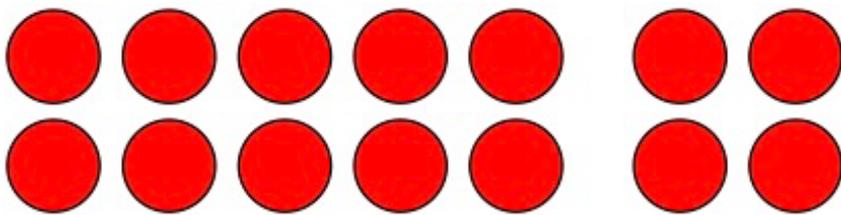
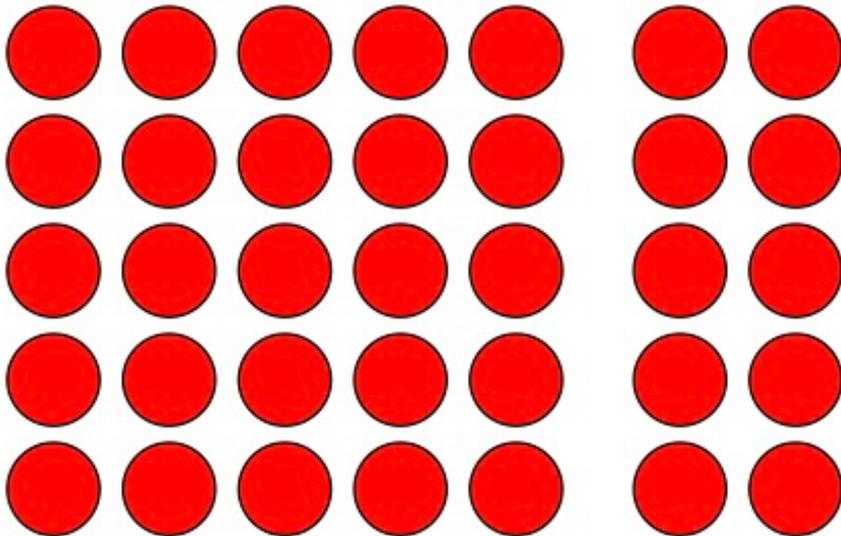
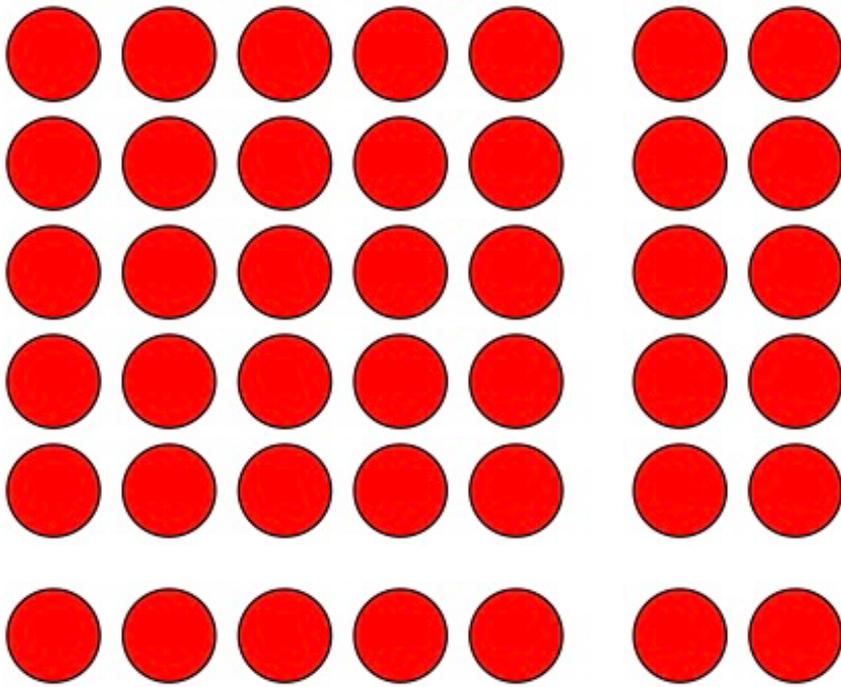
## Kernaufgaben II

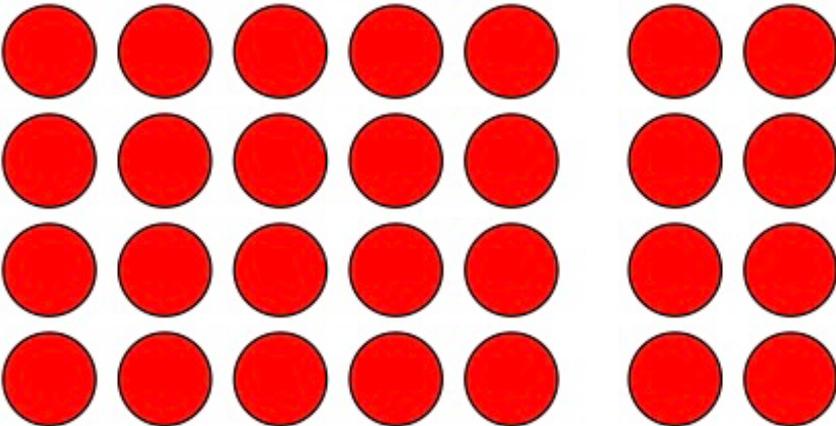
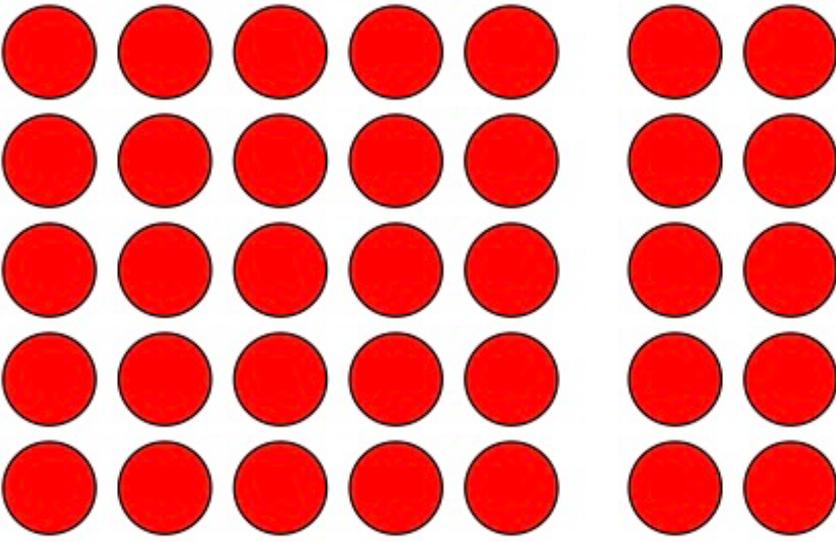
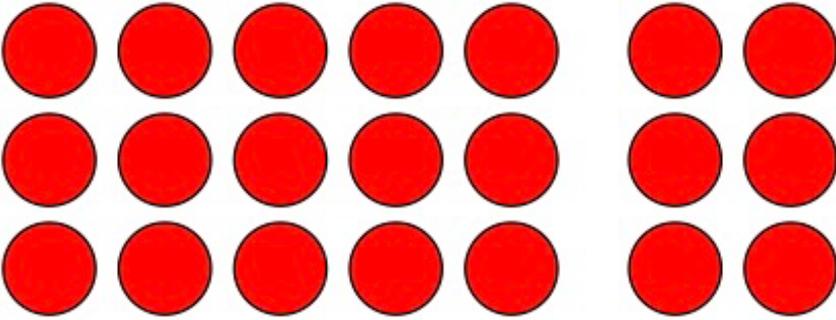
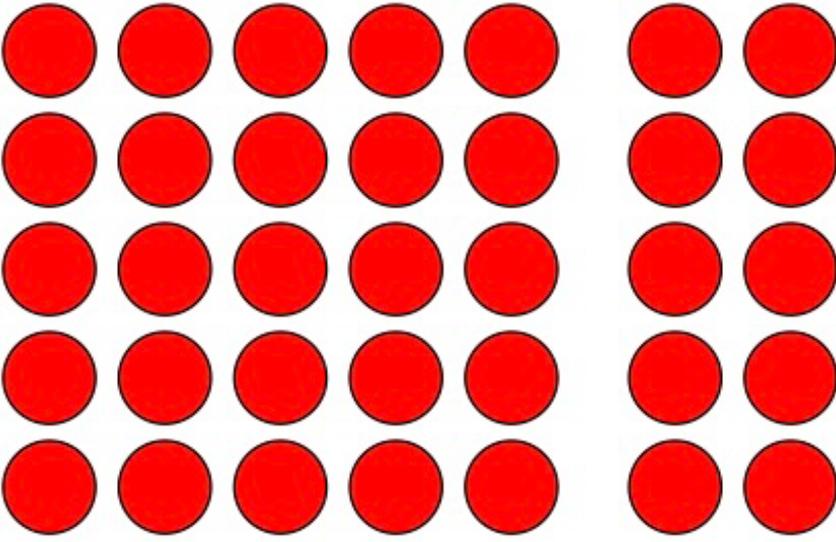
Name: \_\_\_\_\_

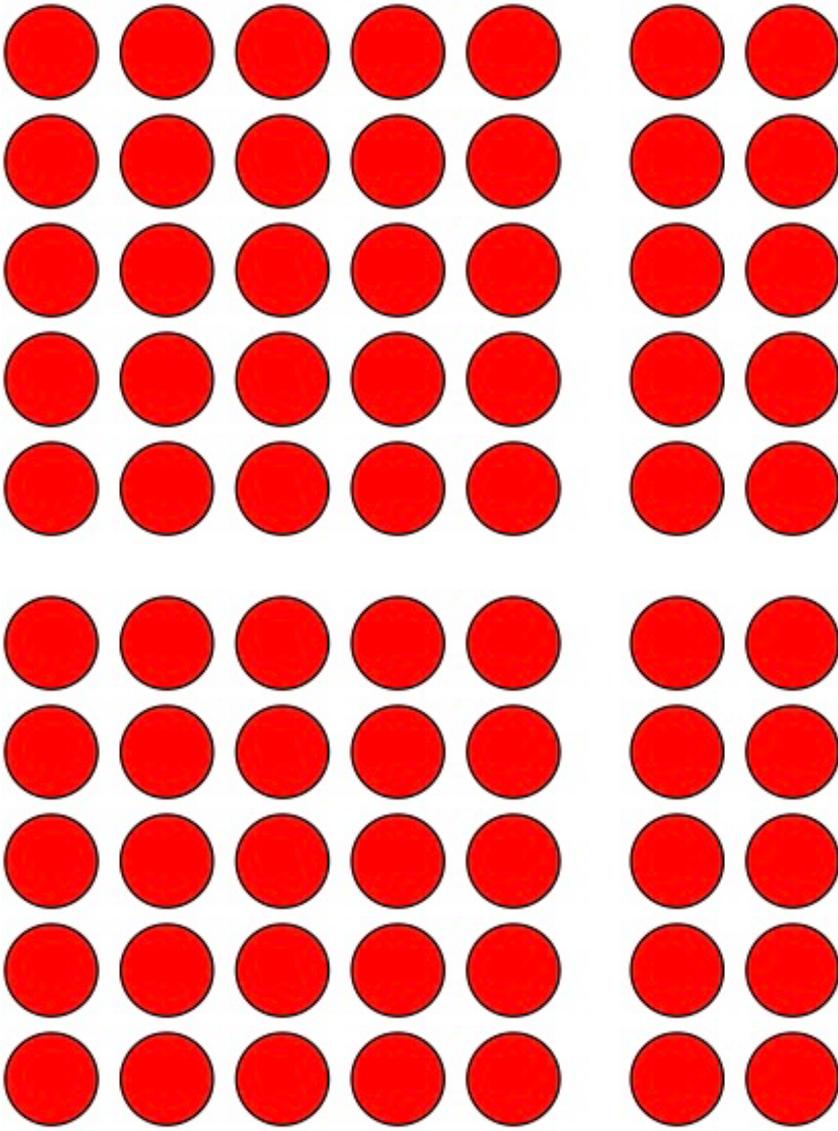


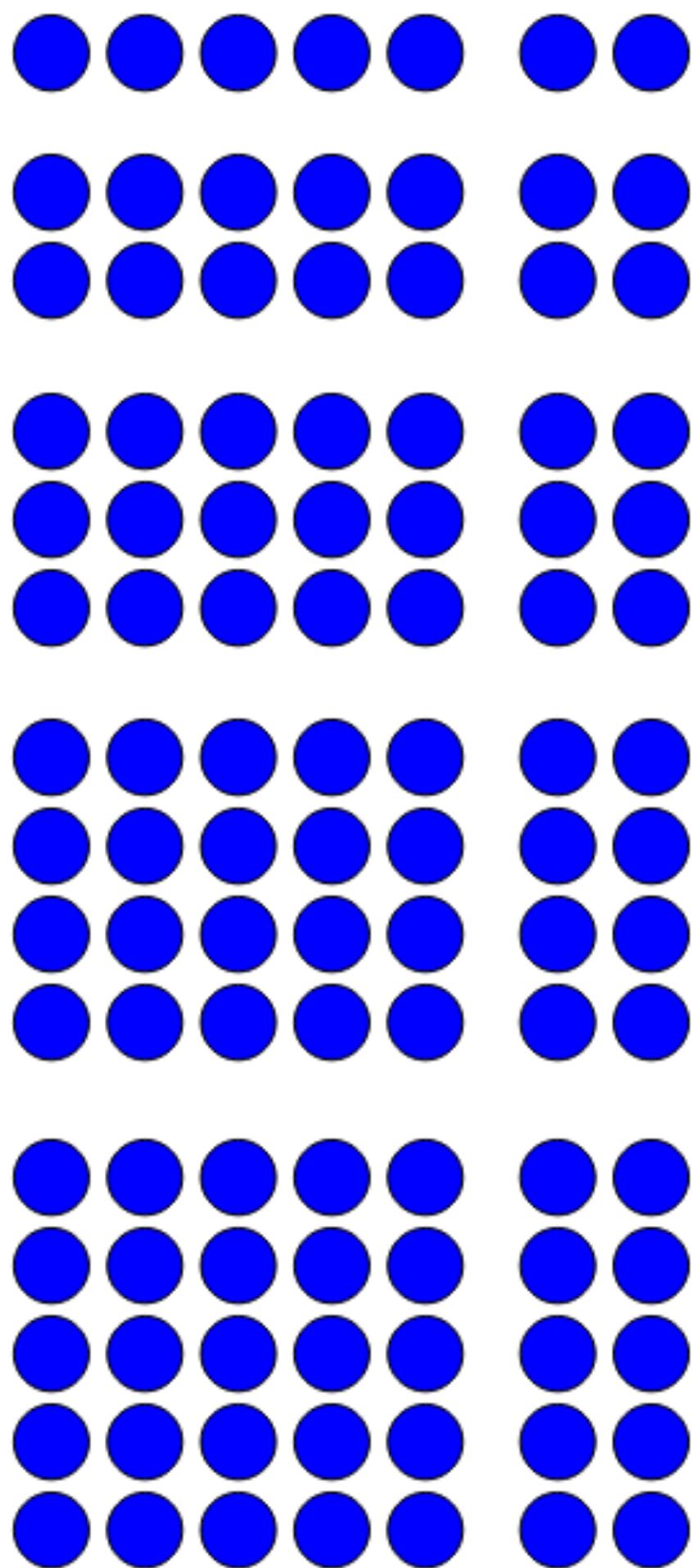


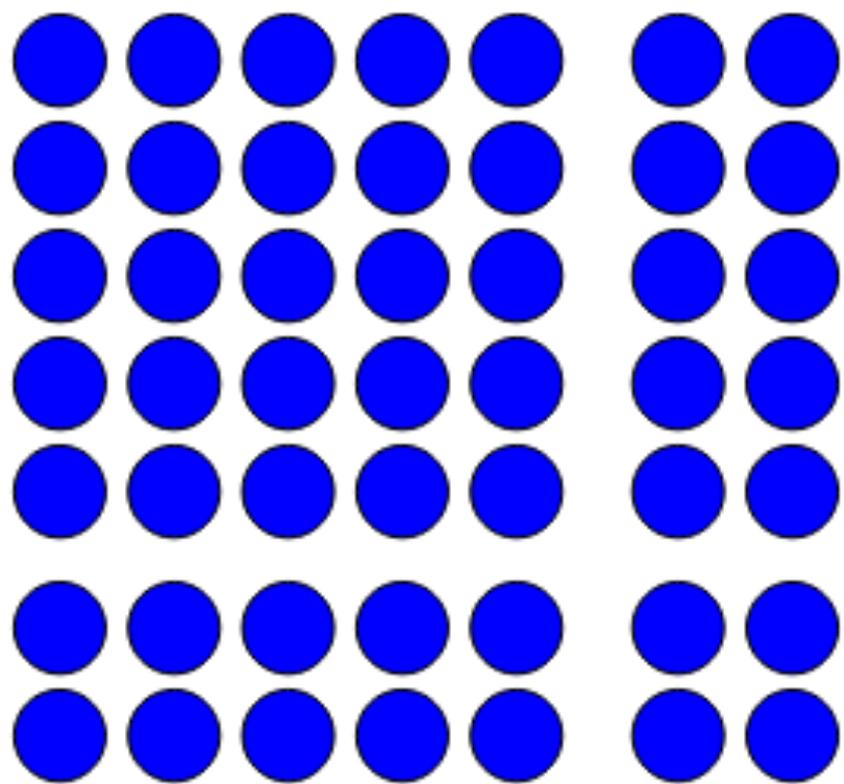
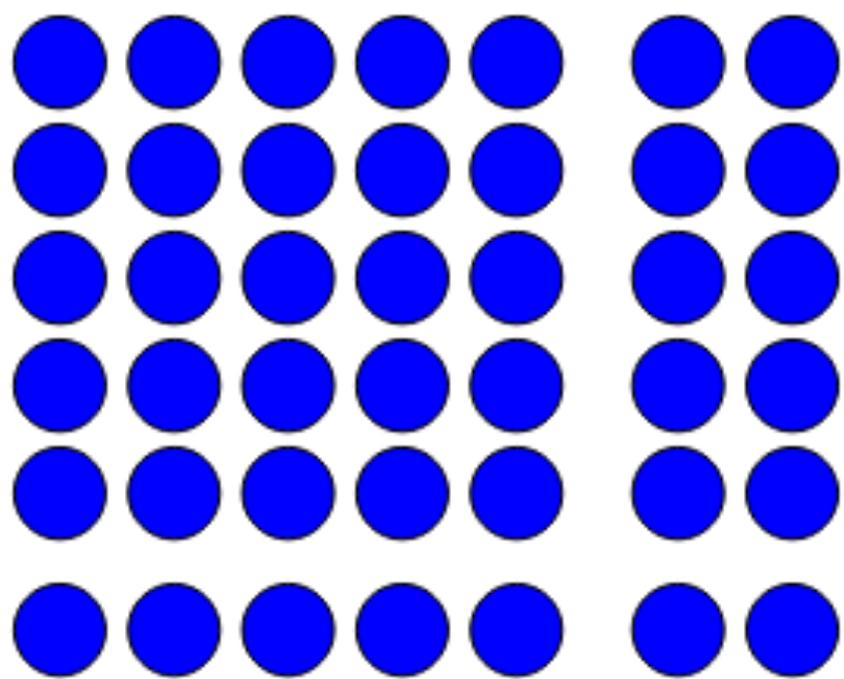


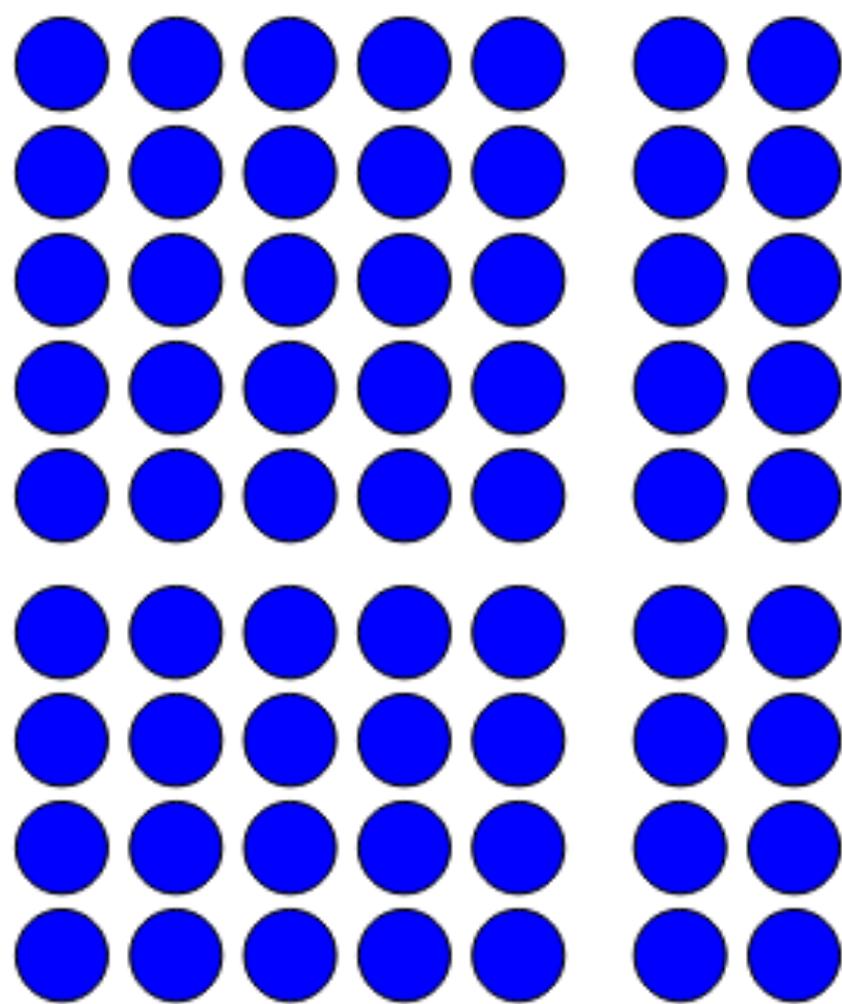
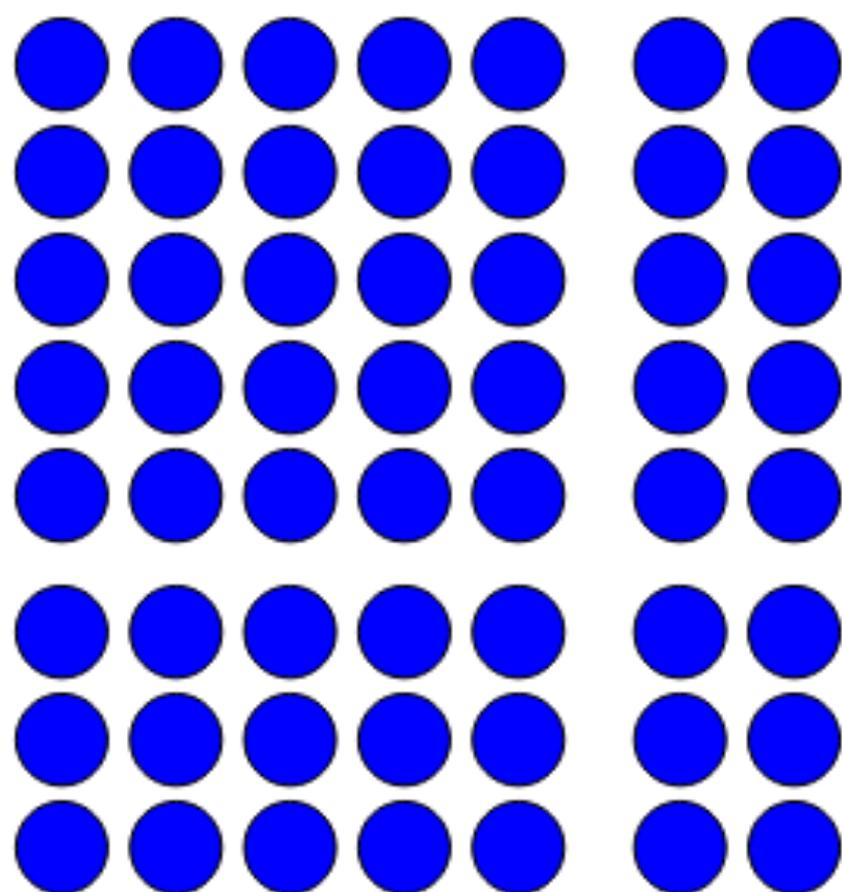


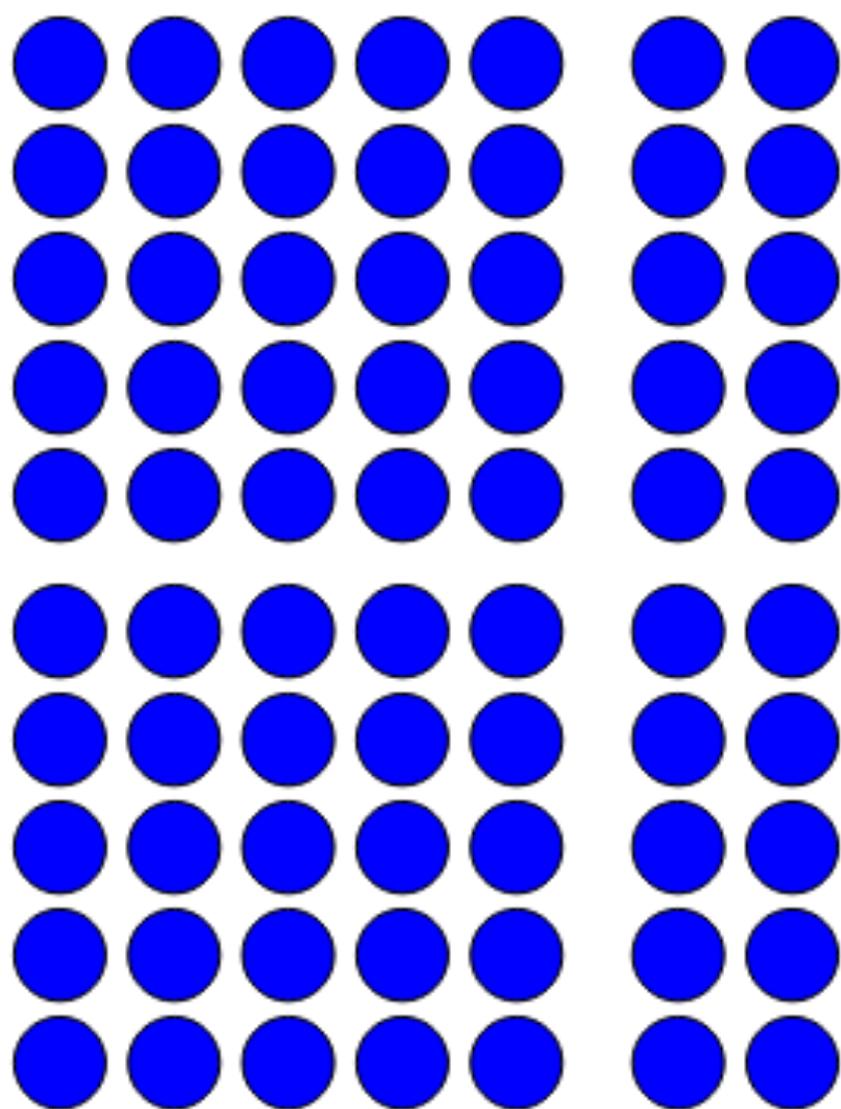














## Impressum

<b>Entwickelt</b>	von Christine Kullen
<b>Erprobt in Zusammenarbeit mit Fachliche und redaktionelle Begleitung:</b>	Yvonne Brattoli, Gemeinschaftsschule Frickenhausen Konrad Eisele, Sebastian Hoene, Christine Kullen, Ute Planz, Wibke Tiedmann
<b>V.i.S.d.P.</b>	Wibke Tiedmann, Landesinstitut für Schulentwicklung
<b>Fotos:</b>	Christine Kullen, Yvonne Brattoli
<b>Zeichnungen:</b>	Wibke Tiedmann
<b>Projekt:</b>	<b>SINUS Profil Mathematik an Grundschulen</b> <a href="http://www.sinusprofil-bw.de">www.sinusprofil-bw.de</a>
<b>Herausgeber, Druck und Vertrieb:</b>	Landesinstitut für Schulentwicklung (LS) Heilbronner Straße 172, 70191 Stuttgart Telefon: 0711 6642-0 Telefax: 0711 6642-1099 Internet: <a href="http://www.ls-bw.de">www.ls-bw.de</a> Webshop: <a href="http://www.ls-webshop.de">www.ls-webshop.de</a> E-Mail: <a href="mailto:poststelle@ls.kv.bwl.de">poststelle@ls.kv.bwl.de</a>
<b>Stand:</b>	September 2017
	© Landesinstitut für Schulentwicklung, Stuttgart 2017