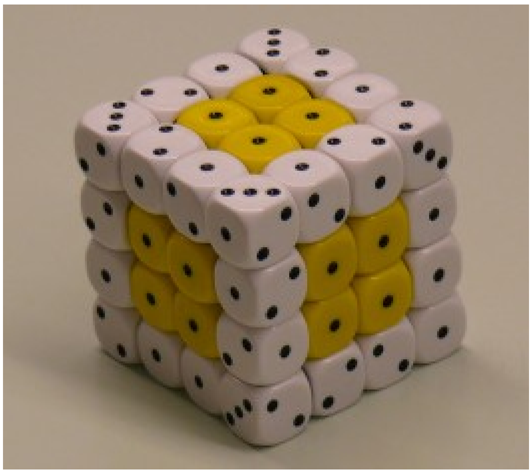
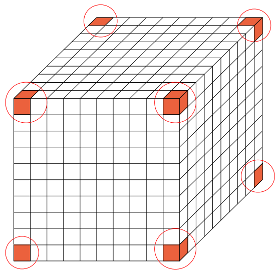
Augenzahlsumme vs Würfelsumme

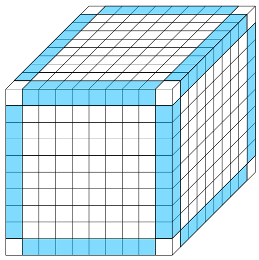


Zu Tipp 1:



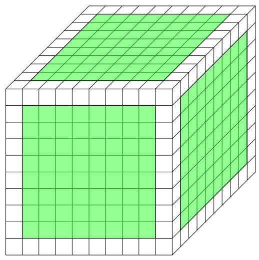
Bei einem gewöhnlichen Spielwürfel ergeben die gegenüber liegenden Augenzahlen zusammen immer sieben. Daher liegen die Würfelflächen 1, 2 und 3 immer an einer Ecke.

→ Die acht Eckwürfel erhöhen die Gesamtaugenzahl des großen Würfels um $8 \cdot (1+2+3) = \mathbf{48}$.



Mit Ausnahme der Ecken gelangen an den Kanten nur zwei Flächen der Spielwürfel an die Oberfläche. Jeder dieser Würfel trägt somit mit der Augenzahl $1+2$ zur Gesamtzahl bei. Wenn wir mit der Variablen *n* die Zahl der Kantenwürfel beschreiben liefert dies für alle 12 Kanten den

→ Beitrag der „echten“ Kantenwürfel: $12 \cdot (n-2) \cdot 3 = \mathbf{36\,n - 72}$



Nun fehlen noch die „inneren“ Würfel auf den sechs Würfelflächen:

→ Augenzahlbeitrag der „inneren“ Würfel:
$6 \cdot (n-2)^2 = 6 \cdot \left(n^2 - 4n + 4\right) = \mathbf{6\,n^2 - 24\,n + 24}$.

zu Tipp 2:

Mit den obigen drei Termen erhalten wir die „Augenzahlfunktion“ in Abhängigkeit der „Kantenlänge“ *n*:

$$\begin{aligned} A(n) &= 6n^2 - 24n + 24 + 36n - 72 + 48 \\ &= 6n^2 + 12n \\ \mathbf{A(n)} &= \mathbf{6 \cdot n \cdot (n+2)} \end{aligned}$$

Achtung: Da es bei $n=1$ keine inneren Würfel gibt, gilt diese Augenzahlfunktion nur für natürliche Zahlen größer gleich 2.

zu Tipp 3:

In der Regel wird bei Schaubildern in der Mathematik die Rechtsachse mit der Variablen *x* beschrieben. Dies müssen wir bei der Funktionseingabe berücksichtigen.

Eine Wertetabelle verschafft uns einen Überblick über die Augenzahlen der großen Würfel bei unterschiedlichem *n*. Hierbei sollte man erkennen dass bereits bei einer Kantenbreite von 10 die Augenzahl 720 (!) erreicht wird.

Mit diesem Wissen können wir die Fenstereinstellungen für unser Schaubild vornehmen.

zu Tipp 4:

Bei einer „Kantenbreite“ von *n* benötigen wir n^3 Spielwürfel. Dies ergibt die „Würfelfunktion“ $\boldsymbol{W(n)=n^3}$. Die Anzeige des Schaubildes sollte keine Probleme bereiten, wenn die Fenstereinstellung (siehe „zu Tipp 3“) richtig vorgenommen wurde.

zu Tipp 5:

Das Schaubild von $W(n)$ verläuft zunächst deutlich unterhalb des Schaubildes von $A(n)$. Es schneidet dieses dann aber etwa bei $n=7{,}58$.

An der Stelle des Schnittpunktes stimmen die *y*-Werte überein. Damit ist die Augenzahl gleich der Wüfelzahl.

Unsere Funktionen gilt aber nur für natürliche Zahlen (größer gleich 2). Damit folgt, dass bei einer Kantenzahl von 8 Spielwürfeln die Zahl der benötigten Würfel erstmals die Gesamtaugenzahl des großen Würfels übersteigt.

Die Augenzahl dieses Würfels erhalten wir, wenn wir die Zahl 8 in unsere Augenzahlfunktion einsetzten: $A(8)=6\cdot 8\cdot 10=480$. Mit Hilfe der Würfelfunktion bekommen wir die Zahl der benötigten Spielwürfel: $W(8)=8^3=512$.