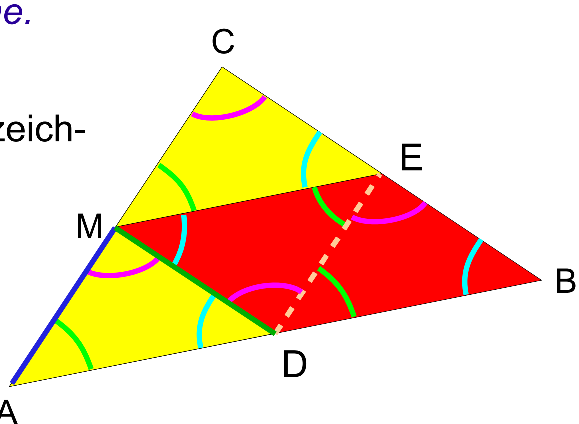
Lösungsvorschlag   *Augabe 2, Beweisen ist klasse! (Teil 2)*

Aufgabe 2:

Bei folgender Figur wurden durch den Mittelpunkt M der Strecke AC jeweils Parallelen zu c bzw. a gezogen.

Zeige mittels Kongruenz, dass auf diese Weise die beiden gelben Flächen zusammen genau so groß sind, wie die rote alleine.



Lösungsvorschlag:

Die „namenlosen“ Ecken der gelben Dreiecke bezeichnen wir wie in der Skizze vermerkt mit D und E.

Ziel: Für die Kongruenznachweise benötigen wir drei sich entsprechende gleich große Dreiecksgrößen.

Schritt 1:

Die mit gleichen Farben markierten Winkel in den beiden gelben Dreiecken sind gleich groß (Stufenwinkel an Parallelen). Weiter teilt M die Strecke $\overline{AC}$ genau in der Mitte. → Mit dem Kongruenzsatz wsw ist gezeigt, dass die gelben Dreiecke gleich groß sind.

Schritt 2:

Die Strecken $\overline{MD}$ und $\overline{EB}$ sowie $\overline{ME}$ und $\overline{DB}$ sind parallel. Damit ist das Viereck $DBEM$ ein Parallelogramm (mit vier gleich langen Seiten).

Schritt 3:

Wieder mit wsw folgt, dass die Dreiecke ΔADM und ΔEMD (mit der gemeinsamen Seite $\overline{DM}$) kongruent sind. Hierbei verwenden wir die Gleichheit von Wechselwinkel an Parallelen.

Analog folgt auch die Kongruenz der Dreiecke ΔEMD und ΔEDB (auch diese beiden Dreiecke besitzten eine gemeinsame Seite und gleiche Wechselwinkel an parallelen Geraden).

Beweisende:

Wir haben gezeigt, dass die vier markierten Dreiecke kongruent und somit gleich groß sind. Somit ist die Behauptung bewiesen.

Q. e. d.

Hinweis:

Mit den hier konstruierten Seitenmittenparallelen erhält man das (innere) so genannte Seitenmittendreieck. Wir haben gezeigt, dass dieses stets ein Viertel der Dreiecksfläche besitzt. Weiter merken wir uns, dass die Seiten des Seitenmittendreiecks genau halb so lang sind, wie die des Ausgangsdreiecks.