1

Wann heißen zwei Vielecke ähnlich?

Zwei Vielecke heißen ähnlich, wenn die Längenverhältnisse einander entsprechender Seiten gleich sind und wenn einander entsprechende Winkel gleich groß sind.

(Sie haben dann die gleiche Form aber nicht zwingend die gleiche Größe.)

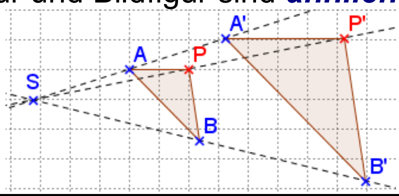
2

a) Beschreibe, wie ein Punkt P von einem Punkt S aus zentrisch mit dem Faktor k gestreckt wird.

b) Was kann man über Figur und Bildfigur bei einer zentrischen Streckung sagen?

a) Zeichne einen Strahl von S aus durch P. Trage von S aus das k-fache der Länge der Strecke $\overline{SP}$ ab und erhalte P'.

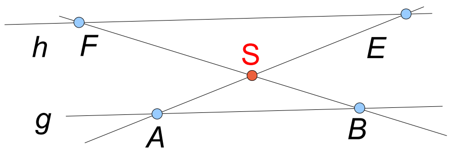
b) Figur und Bildfigur sind ***ähnlich***.



3

Wann sind zwei Dreiecke ähnlich?

Begründe das ΔSAB und ΔSEF ähnlich sind $(g \| h)$.

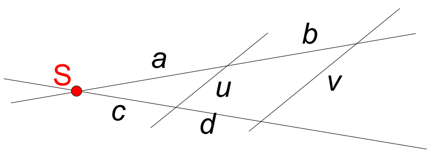


Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn sie in den Winkeln oder in den Verhältnissen entsprechender Seiten übereinstimmen.

Die Dreiecke ΔSAB und ΔSEF sind ähnlich, da sie in den Winkeln übereinstimmen (Scheitelwinkel, Wechselwinkel an Parallelen.)

4

Formuliere die Strahlensätze anhand der Figur:



Strahlensätze:

Werden zwei Strahlen mit einem gemeinsamen Punkt S von zwei Parallelen geschnitten, dann gilt:

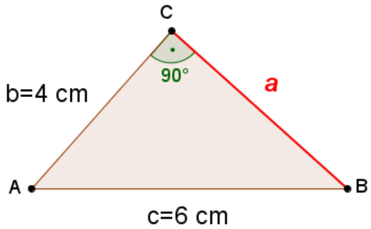
1. Strahlensatz:

$$\boxed{\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\,;\quad \frac{a+b}{a}=\frac{c+d}{c}\,;\quad \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}}$$

2. Strahlensatz: $\boxed{\frac{u}{v}=\frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d}}$

5

Berechne a und formuliere den Satz, der dafür benötigt wird.



$a=\sqrt{36-16}\,cm=\sqrt{20}\,cm=2\sqrt{5}\,cm$

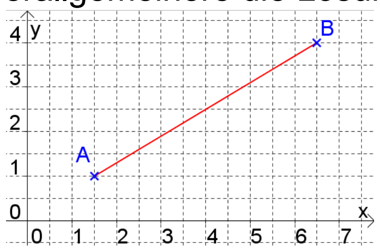
Satz des Pythagoras:

In einem rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten a, b und der Hypotenuse c gilt:

$\boxed{a^2+b^2=c^2 \;\rightarrow\; a=\sqrt{c^2-b^2}}$

6

Berechne die Länge der Strecke $\overline{AB}$. Verallgemeinere die Lösung.



$A(1{,}5|1);B(6{,}5|4)$

$\overline{AB}=\sqrt{(6{,}5-1{,}5)^2+(4-1)^2}=\sqrt{34}$

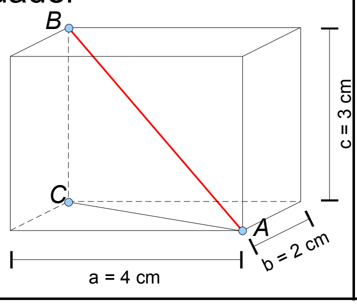
Allgemein:

$A(x_A|y_A);B(x_B|y_B)$

$\overline{AB}=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

7

Berechne im Quader die Länge der Raumdiagonalen AB.



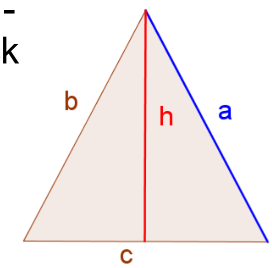
$\overline{AC}=\sqrt{2^2+4^2}\,cm=\sqrt{20}\,cm$

$\overline{AB}=\sqrt{(\sqrt{20})^2+3^2}\,cm=\sqrt{20+9}\,cm$

$\approx 5{,}4\,cm$

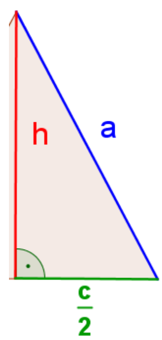
8

Berechne im gleichschenkligen Dreieck mit der Basis c die Höhe h.



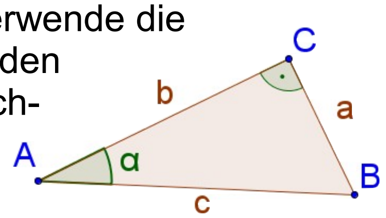
$a^2=h^2+\left(\frac{c}{2}\right)^2$ (Pythagoras)

$\rightarrow \quad h=\sqrt{a^2-\left(\frac{c}{2}\right)^2}=\sqrt{a^2-\frac{c^2}{4}}$



9

Wie sind **$\sin\alpha$, $\cos\alpha$** und **$\tan\alpha$** am rechtwinkligen Dreieck definiert? Verwende die entsprechenden Seitenbezeichnungen.



$$\sin\alpha=\frac{a}{c}=\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos\alpha=\frac{b}{c}=\frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan\alpha=\frac{a}{b}=\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

10

Begründe:

1. $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
2. $(\sin\alpha)^2+(\cos\alpha)^2=1$

Trigonom. Pythagoras

Mit dem rechten Winkel bei C gilt:

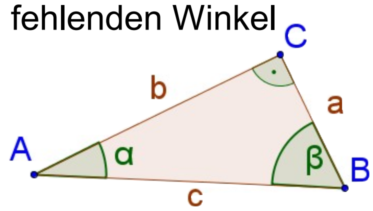
$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}}=\frac{a}{c}\cdot\frac{c}{b}=\frac{a}{b}=\tan\alpha$$

$$(\sin\alpha)^2+(\cos\alpha)^2=\left(\frac{a}{c}\right)^2+\left(\frac{b}{c}\right)^2=\frac{a^2}{c^2}+\frac{b^2}{c^2}$$

$$=\frac{a^2+b^2}{c^2}=\frac{c^2}{c^2}=1$$

11

Im rechtwinkligen Dreieck ABC gilt: $a=2{,}2\,cm$ und $b=4\,cm$.
Berechne alle fehlenden Winkel und Seiten.



$$\tan\alpha=\frac{a}{b}=\frac{2{,}2}{4}=0{,}55\ \rightarrow\ \alpha\approx 28{,}8\,°\,(TR)$$

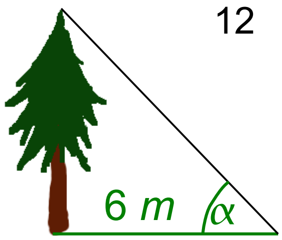
$$\beta=\gamma-\alpha=90\,°-28{,}8\,°=61{,}2\,°$$

$$\sin\alpha=\frac{a}{c}\ \rightarrow\ c=\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{2{,}2\,cm}{\sin 28{,}8\,°}\approx 4{,}6\,cm$$

Alternativ:

$$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{2{,}2^2+16}\,cm\approx 4{,}6\,cm$$

12



Wie groß ist der Baum, wenn $\alpha=47{,}8\,°$ beträgt?

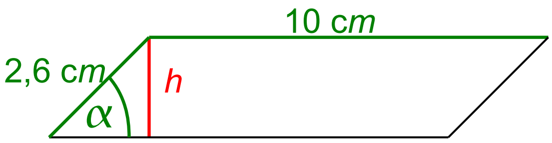
$$\tan 47{,}8\,°=\frac{h}{6m}$$

$$\rightarrow\ h=6m\cdot\tan 47{,}8\,°\approx 6{,}6\,m$$

Hinweis:

$\tan 45\,°=1\ \rightarrow\ \tan 47{,}8\,°\approx 1$

13



Wie groß ist die Parallelogrammfläche, wenn $\alpha = 40°$ beträgt?

$\sin 40° = \frac{GK}{Hyp} = \frac{h}{2{,}6\,cm}$

$\rightarrow \quad h = 2{,}6\,cm \cdot \sin 40° \approx 1{,}67\,cm$

$A_{Parallelogramm} = g \cdot h$

$= 10 \cdot 1{,}67\,cm^2 = \mathbf{16{,}7\,cm^2}$

14

Schreibe als Dezimalzahl:

a) 10^{-2}

b) $3{,}4 \cdot 10^{-3}$

c) $12{,}3 \cdot 10^4$

d) $0{,}25 \cdot 10^{-2}$

a) $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = \mathbf{0{,}01}$

b) $3{,}4 \cdot 10^{-3} = 3{,}4 \cdot 0{,}001 = \mathbf{0{,}0034}$

c) $12{,}3 \cdot 10^4 = 1{,}23 \cdot 10^5 = \mathbf{123000}$

d) $0{,}25 \cdot 10^{-2} = 2{,}5 \cdot 10^{-3} = \mathbf{0{,}0025}$

15

Ergänze die Potenzgesetze:

a) $a^p \cdot a^q =$ $\qquad a^p : a^q =$

b) $a^p \cdot b^p =$ $\qquad a^p : b^p =$

c) $(a^p)^q =$

d) $a^p \cdot b^q =$

a) $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ $\qquad a^p : a^q = \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$

b) $a^p \cdot b^p = (a \cdot b)^p$ $\qquad a^p : b^p = (a : b)^p$

c) $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$

d) $a^p \cdot b^q$ geht i. a. nicht weiter!

16

Vereinfache:

a) $a^3 \cdot a^{-2}$ b) $b^6 : b^4$ c) $(x^{-3})^4$

d) $x^8 : x^{-5}$ e) $(-a^2)^{-3}$ f) $3a^3 \cdot 5a^{-6}$

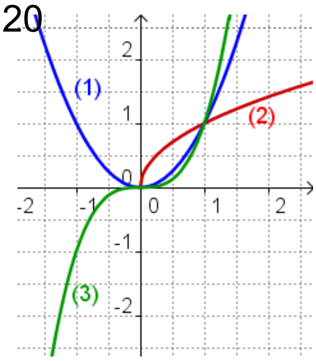
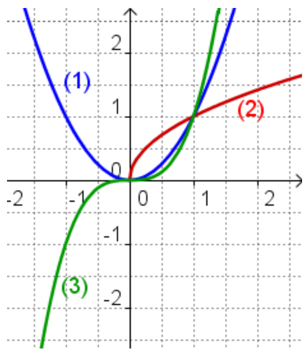
g) $\frac{x^4 y^{-3} z^2}{z^2 y^3 x^{-4}}$ h) $(a^3 \cdot b^4)^3$ i) $\left(\frac{x}{y}\right)^{-2} : \left(\frac{x}{2y}\right)^{-2}$

a) a b) b^2 c) x^{-12}

d) x^{13} e) $\frac{1}{(-a^2) \cdot (-a^2) \cdot (-a^2)} = -a^{-6}$

f) $15a^{-3}$ g) $x^8 y^{-6}$ h) $a^9 \cdot b^{12}$

i) $\left(\frac{y}{x}\right)^2 \cdot \left(\frac{x}{2y}\right)^2 = \left(\frac{y \cdot x}{x \cdot 2y}\right)^2 = \frac{1}{4}$

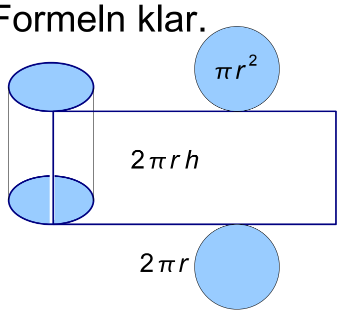
17 Was versteht man unter $a^{\frac{1}{n}}$? Für welche Werte von a ist dieser Ausdruck nur sinnvoll?	Die ***n-te Wurzel von a***, $a^{\frac{1}{n}}$, ist diejenige nichtnegative Zahl, deren n-te Potenz a ergibt: $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^n=a$ Sinnvoll nur für $a\geq 0, n\in\mathbb{N}$ mit $n\geq 1$ Schreibweise: $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$
18 Für welche Werte von a, p und q ist der Ausdruck $a^{\frac{p}{q}}$ definiert?	$a^{\frac{p}{q}}=\left(a^p\right)^{\frac{1}{q}}=\sqrt[q]{a^p}$ Sinnvoll nur für $a\geq 0$, wobei $q\neq 0$
19 Vereinfache: a) $100^{\frac{3}{2}}$ b) $9^{-\frac{1}{2}}$ c) $5^{\frac{2}{3}}\cdot 5^{\frac{1}{2}}$ d) $\sqrt[8]{16^2}$ e) $\sqrt[4]{a^6}\cdot\sqrt{a^5}$ f) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^9$ g) $\left(\sqrt[4]{x}\right)^{-2}$	a) $\sqrt{100^3}=10^3=1000$ b) $\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}$ c) $5^{\frac{2}{3}}\cdot 5^{\frac{1}{2}}=5^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}}=5^{\frac{7}{6}}$ d) $2^{\frac{4\cdot 2}{8}}=2$ e) $a^{\frac{3}{2}}\cdot a^{\frac{5}{2}}=a^4$ f) $2^{\frac{9}{3}}=2^3=8$ g) $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^2=\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}}{x}$
20 Ordne die Graphen zu: a) $y=x^3$ b) $y=-x^2$ c) $y=x^2$ d) $y=x^{\frac{1}{2}}$ 	(1) gehört zu c) (2) gehört zu d) (3) gehört zu a) 

21 Bestimme wenn möglich die exakten Lösungen: a) $x^2=9$ b) $x^4=0$ c) $x^4=10$ d) $x^6=-1$ e) $x^3=21$ f) $x^3=-27$ g) $x^{\frac{2}{3}}=2$ h) $\sqrt{x^5}=4$	a) $x_{1/2}=\pm 3$ b) $x=0$ c) $x_{1/2}=\pm\sqrt[4]{10}$ d) keine Lösung e) $x=\sqrt[3]{21}$ f) $x=-\sqrt[3]{27}=-3$ g) $x=2^{\frac{3}{2}}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ h) $x^5=4^2=2^4\rightarrow x=2^{\frac{4}{5}}=\sqrt[5]{16}$
22 Was versteht man unter dem Ausdruck $\mathbf{log_a(b)}$? Bestimme $3^{\log_3(7)}$	$\log_a(b)$ ist der ***Logarithmus von b zur Basis a***. Das ist die (Hoch-)Zahl, die für *x* eingesetzt bei a^x den Wert *b* ergibt. $\log_3(7)$ ist die Zahl, die für *x* bei 3^x den Wert 7 ergibt. Somit ist (trivialerweise) $3^{\log_3(7)}=7$.
23 Berechne exakt: a) $\log_3(81)$ b) $\log_9\left(\frac{1}{81}\right)$ c) $\log_5(625)$ d) $\log(1000)$ e) $\log_4\left(16^{4,7}\right)$	a) 4 b) -2 c) 4 d) 3 e) $\log_4\left(16^{4,7}\right)\rightarrow\log_4\left(16^{4,7}\right)=9{,}4$
24 a) Bestimme die Basis *a* von $\log_a(16)=-4$. b) Bestimme *b* von $\log_4(b)=3$	a) Weil $a^{-4}=16\rightarrow\left(\frac{1}{a}\right)^4=16\rightarrow a^4=\frac{1}{16}$ b) $4^3=2^6=64$

25 Löse die Gleichungen: a) $3^x=81$ b) $3\cdot 5^x=27$ c) $2\cdot 10^{2x+1}=4$ d) $6\cdot 2^x+7=2^x+12$	a) $x=\log_3(81)=4$ b) $5^x=9 \quad \rightarrow x=\log_5(9)=\frac{\log(9)}{\log(5)}\approx 1{,}37$ c) $10^{2x+1}=2 \quad \rightarrow 2x+1=\log(2)$ $\rightarrow x=\frac{1}{2}\cdot(\log 2-1)\approx -0{,}35$ d) $5\cdot 2^x=5 \quad \rightarrow 2^x=1 \quad \rightarrow x=0$

26 Herr Schatz möchte 1.000 € zu 5,2% für 8 Jahre anlegen. Wie groß ist das Guthaben nach 8 Jahren?	***Exponentielles Wachstum***: $B(n)=B(0)\cdot a^n$ ***Wachstumsfaktor***: $a=1+p\%$ Geg.: $B(0)=1000\,;a=1{,}052\,;n=8$ Ges.: $B(8)$ $B(8)=1000\cdot 1{,}052^8=1.500{,}12$ Das Guthaben nach 8 Jahren beträgt 1.500,12 €.

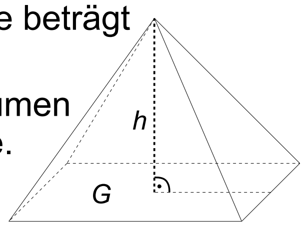
27 Ein Glas Milch wird aus dem Kühlschrank mit der Temperatur 6°C in ein Zimmer mit der Raumtemperatur 26°C gebracht. Nach 10 Minuten ist die Temperatur der Milch auf 12°C gestiegen. Welche Temperatur hat die Milch nach 30 Minuten?	***Beschränktes Wachstum***: $B(n)=B(n-1)+c\cdot(S-B(n-1))$ ***Sättigungsmanko***: $S-B(n-1)$ Geg.: $B(0)=6\,;\Delta n=10[Min.];B(1)=12$ **Schranke** $S=26$. Ges.: $B(3)$ $B(1)=12 \quad \rightarrow c=0{,}3 \quad \rightarrow B(3)=19{,}14$ Nach 30 Minuten hat die Milch eine Temperatur von etwa 19°C.

28 Mache dir die Formeln klar. Welches Volumen und welche Oberfläche hat der Zylinder?  	***Kreisfläche***: $A_{Kreis}=\pi\cdot r^2$ Der abgewickelte Mantel ist ein Rechteck mit den Seiten $u=2\pi r$ und $h \rightarrow$ ***Mantelfläche***: $M=2\pi r h$ ***Oberfläche***: $O=2\pi r h+2\pi r^2=2\pi r\cdot(h+r)$ ***Volumen***: $V=\pi r^2\cdot h$

29

Die Grundfläche der Pyramide ist ein Quadrat mit der Seitenlänge $a=4\,cm$. Die Höhe beträgt $h=6\,cm$.

Berechne das Volumen und die Oberfläche.



Volumen : $V=\frac{1}{3}G\,h=\frac{1}{3}a^2h=32\,cm^3$

Höhe eines Außendreiecks:

$$h_1=\sqrt{h^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=2\cdot\sqrt{10}\,cm\approx 6{,}3\,cm$$

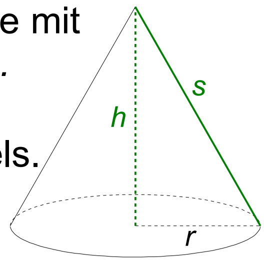
Oberflächeninhalt:

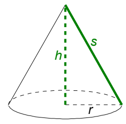
$$O=a^2+4\cdot\left(\frac{1}{2}a\,h_1\right)\approx 66{,}6\,cm^2$$

30

Der Kegel hat die Höhe $h=4\,cm$ und eine Mantellinie mit der Länge $s=5\,cm$.

Berechne das Volumen des Kegels.





Radius:

$$r=\sqrt{25-16}\,cm=3\,cm$$

Volumen:

$$V=\frac{1}{3}\pi\,r^2h\approx 37{,}7\,cm^3$$

31

Mit einem Würfel wird zweimal gewürfelt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man mindestens eine Sechs?

Rechne mit Hilfe des **Gegenereignisses**.

Ereignis A: Mindestens eine 6.

Gegenereingis $\overline{A}$: keine 6.

$$P(\overline{A})=\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}=\frac{25}{36}$$

$$P(A)=1-P(\overline{A})=\frac{11}{36}\approx 30{,}6\,\%$$

32

Mit einem Würfel wird zweimal gewürfelt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man mindestens eine Sechs?

Rechne mit Hilfe des **Additionssatzes**.

A: Mindestens eine 6.

E: Im ersten Wurf eine 6. $P(E)=\frac{1}{6}$

F: Im zweiten Wurf eine 6: $P(F)=\frac{1}{6}$

$A=E\cup F\quad (E \text{ oder } F)$

$E\cap F=\{(6,6)\}\ (E \text{ und } F)$, $P(E\cap F)=\frac{1}{36}$

$$P(A)=P(E)+P(F)-P(E\cap F)=\frac{11}{36}$$

33 Zwei Würfel werden geworfen. *E: Der erste Würfel zeigt eine 6.* *F: Die Augensumme beider Würfel ist **7**.* Untersuche durch Rechnung, ob *E* und *F* ***unabhängig*** sind.	$P(E)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ $F=\{(1{,}6);(2{,}5);(3{,}4);(4{,}3);(5{,}2);(6{,}1)\};$ $\rightarrow P(F)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ $E\cap F=\{(6{,}1)\}\rightarrow P(E\cap F)=\frac{1}{36}$ → ***E und F sind unabhängig***, denn es gilt: $\boxed{P(E\cap F)=P(E)\cdot P(F)}$.

34 Zwei Würfel werden geworfen. *E: Der erste Würfel zeigt eine 6.* *F: Die Augensumme beider Würfel ist **8**.* Untersuche durch Rechnung, ob *E* und *F* ***unabhängig*** sind.	$P(E)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ $F=\{(2{,}6);(3{,}5);(4{,}4);(5{,}3);(6{,}2)\};$ $\rightarrow P(F)=\frac{5}{36}$ $E\cap F=\{(6{,}2)\}\rightarrow P(E\cap F)=\frac{1}{36}$ → ***E und F sind <u>nicht</u> unabhängig***, denn es gilt: $\boxed{P(E\cap F)\neq P(E)\cdot P(F)}$.

35 Nenne ***drei Interpretationen der ersten Ableitung*** an der Stelle x_0 .	1.) $f'(x_0)=\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ Definition von *f'* als ***Grenzwert des Differenzenquotienten***. 2.) $f'(x_0)$ beschreibt die ***Steigung des Schaubildes von f*** an der Stelle x_0 3.) $f'(x_0)$ beschreibt die ***lokale (momentane) Änderungsrate der Funktion f*** an der Stelle x_0.

36 Bestimme den ***Differenzenquotienten*** im Intervall $[7;9]$ für die Funtion $f(x)=0{,}5\cdot x^2$.	***Differenzenquotient***: $\frac{f(9)-f(7)}{9-7}=\frac{0{,}5\cdot 9^2-0{,}5\cdot 7^2}{2}$ $=\frac{0{,}5\cdot(81-49)}{2}$ $=\frac{16}{2}=8$

37

Bestimme jeweils die ***Ableitungsfunktion f'***:

a) $f(x)=3x^4-5x^7$

b) $f(x)=2x^{-2}+\frac{8}{x}$

c) $f(x)=-\frac{1}{2x^2}+\sqrt{x}$

a) $f'(x)=12x^3-35x^6$

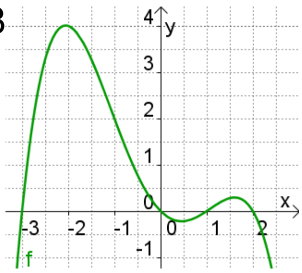
b) $f'(x)=-4x^{-3}-\frac{8}{x^2}$; da $8x^{-1}=\frac{8}{x}$

c) $f'(x)=\frac{1}{x^3}+\frac{1}{2\sqrt{x}}$; da $-\frac{1}{2}x^{-2}=-\frac{1}{2x^2}$

und $x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$ bzw. $\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

38

Skizziere den Graphen der Ableitungsfunktion f' in das Schaubild zu *f*.



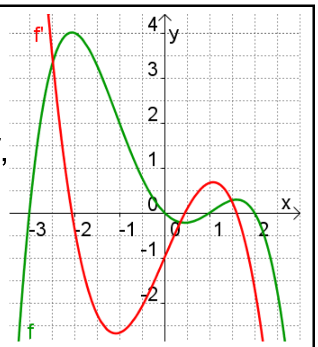
Stimmen die folgenden Aussagen? Begründe!

a) $f'(0)=0$ b) $f'(x)\geq 0$ in $[1;2]$

Beide Aussagen sind *falsch*:

zu a) bei $x=0$ fällt das Schaubild von f, somit ist $f'(0)<0$.

zu b) auch zwischen 1,6 und 2 fällt das Schaubild von *f*.



39

Bestimme die ***Gleichung der Tangenten*** im Punkt $P(-3|f(-3))$ an den Graphen von *f* mit $f(x)=2x^2-x$

Eine Verschiebung der Ursprungsgeraden mit der Steigung $m=f'(x_P)$ um x_P in *x*-Richtung und y_P in *y*-Richtung liefert die Tangente:

$f'(x)=4x-1 \rightarrow f'(-3)=-13$

$f(-3)=21$

$\rightarrow \quad t: y=-13(x+3)+21$

(ausmultipliziert $t: y=-13x-18$)

40

Bestimme mithilfe der Ableitung eventuelle ***Hoch-***, ***Tief-*** und ***Sattelpunkte*** des Graphen von *f* mit $f(x)=3x^2-2x+1$.

$f'(x)=6x-2\overset{!}{=}0 \rightarrow x=\frac{1}{3}$

Testwerte nahe $\frac{1}{3}$ ergeben einen Vorzeichenwechsel von $-$ nach $+$.

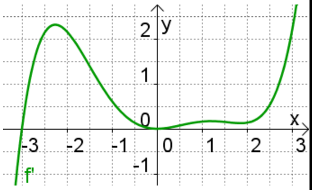
$\rightarrow$ bei $x=\frac{1}{3}$ liegt ein Tiefpunkt ***T***.

$\rightarrow T\left(\frac{1}{3}\middle|f\left(\frac{1}{3}\right)\right) \rightarrow T\left(\frac{1}{3}\middle|\frac{2}{3}\right)$

41

Die Abbildung zeigt den Graphen von *f'*.

Stimmen die Aussagen? Begründe!



a) *f* hat bei $x=-3$ ein lokales Min.

b) *f* hat bei $x=0$ ein lokales Maximum.

c) *f* ist im Intervall $[2;3]$ mon. fallend.

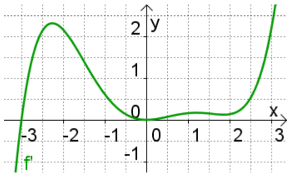
zu a) *stimmt*, da bei $x=-3$ eine Nullstelle von *f'* mit VZ-Wechsel von $-$ nach $+$ vorliegt.

zu b) *falsch*, $x=0$ ist zwar Nullstelle, aber ohne Vorzeichenwechsel.

zu c) *falsch*,

$f'(x)>0$ in $[2;3]$

$\rightarrow$ ***f*** ist hier streng monoton steigend.



42

Bestimme die ***gegenseitige Lage der Geraden***

$$g:\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\6\\4\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}4\\8\\2\end{pmatrix} \text{ und } h:\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\0\\3\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}-4\\-6\\2\end{pmatrix}$$

g und h sind nicht parallel (oder gar identisch), denn die Richtungsvektoren sind keine Vielfachen voneinander.

Schnittpunktbestimmung mit LGS:

$$\left|\begin{array}{l}3+4r=1-4s\\6+8r=\;\;-6s\\4+2r=3+2s\end{array}\right| \rightarrow \quad r=-1{,}5 \text{ und } s=1 \text{ löst } \left|\begin{array}{l}3+4r=1-4s\\6+8r=\;\;-6s\end{array}\right|$$

aber nicht die dritte Gleichung. $\rightarrow$

g und h sind zueinander windschief.

43

Wie entsteht der Graph der Funktion g aus dem Graphen der Funktion f?

a) $g(x)=2^{x+1}-3 \quad f(x)=2^x$

b) $g(x)=3\sin(x)+1 \quad f(x)=\sin x$

a) In $g(x)$ steht statt x $(x+1)$ $\rightarrow$ Verschiebung um -1 in *x*-Richtung. Der konstante Summand -3 bewirkt eine Verschiebung um -3 in *y*-Richtung.

b) Wegen dem Faktor 3 folgt die Streckung um 3 in *y*-Richtung. Zusätzlich gibt es eine Verschiebung um 1 in *y*-Richtung (vgl. a).

44

Gegeben ist die Funktion *f* mit $f(x)=2\cdot\sin(1{,}5x)+1$.

Gib die ***Amplitude a*** und die ***Periode p*** der Funktion *f* an. Bestimme weiter alle ***Extrempunkte*** im Intervall $I=[0;p]$.

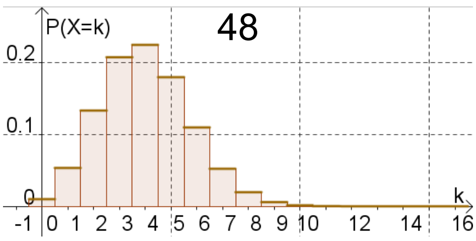
f hat die Amplitude $a=2$ und die Periode $p=\frac{4\pi}{3}$.

Max. der Sinusfunktion bei $x=\frac{p}{4}=\frac{\pi}{3}$

$\rightarrow$ Hochpunkt: $H\left(\frac{\pi}{3}|3\right)$

Min. der Sinusfunktion bei $x=\frac{3p}{4}=\pi$

$\rightarrow$ Tiefpunkt: $T(\pi|-1)$

45 Bei einem Glücksspiel mit 1€ Einsatz wirft man zwei Würfel. Bei einer Sechs erhält man 2€. Zeigen beide Würfel eine Sechs, erhält man 10€. Die Zufallsvariable X gibt den Gewinn in € an. a) Erstelle die Wahrsch.-Verteilung für X. b) Welchen durchschnittlichen Gewinn kann man auf lange Sicht erwarten?	a) X kann die Werte -1, 1 und 9 annehmen. Die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten erhält man z. B. mit einem Baumdiagramm. g: -1 | 1 | 9 $P(X=g)$: $\frac{25}{36}$ | $\frac{10}{36}$ | $\frac{1}{36}$ b) $E(X)=-1\cdot\frac{25}{36}+1\cdot\frac{10}{36}+9\cdot\frac{1}{36}=-0{,}17$ Man verliert auf lange Sicht durchschnittlich 0,17 ct pro Spiel
46 Ein fairer Spielwürfel wird sechsmal geworfen. Gib die Bernoulli-Formel an, mit welcher die Wahrscheinlichkeit berechnet werden kann, dass genau zwei Sechsen fallen.	Trefferwahrschein.: $p=P(\text{"Sechs"})=\frac{1}{6}$ Länge der Bernoulli-Kette: $n=6$ Anzahl der Treffer: $k=2$ Bernoulli-Formel: $\boxed{P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}}$ $\rightarrow P(X=2)=\binom{6}{2}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^2\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^4$
47 Etwa 20% der Deutschen sind Linkshänder. Berechne mit dem GTR/CAS die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Schulklasse mit 30 Schülern a) genau sechs Linkshänder sind, b) höchstens fünf Linkshänder sind, c) zwischen fünf und zehn Linkshänder sind.	Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Linkshänder in der Klasse. a) $P(X=6)\approx0{,}1795\approx18{,}0\,\%$ b) $P(X\leq5)\approx0{,}428=42{,}8\,\%$ c) $P(5\leq X\leq10)\approx0{,}719=71{,}9\,\%$
 48 a) Bestimme n und p bei der dargestellten Binomialverteilung. b) Bestimme $P(X=1)$ und $P(X>1)$.	a) Da die Binomialverteilung bis $k=16$ dargestellt ist, kann $n=16$ angenommen werden. Der Erwartungswert E der Binomialverteilung befindet sich bei $k=4$. Daher gilt nach $E=np \rightarrow p\approx0{,}25$. b) $P(X=1)=0{,}05=5\,\%$ $P(X>1)=1-P(X=1)-P(X=0)\approx94\,\%$