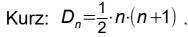
2016 ist eine Dreieckszahl

Nachweis in drei Schritten

Schritt 1 (Ansatz mit Formel für Dreieckszahlen):

Wir wissen, dass sich die n-te Dreieckszahl D_n schreiben lässt als Hälfte des Produkts aus n und dem Nachfolger von n.





Schritt 2 (quadratische Gleichung aufstellen):

Unsere unbekannte Variable ist n. Der Wert von D_n ist 2016. Damit bilden wir unsere Gleichung, die durch Ausmultiplizieren und Normieren auf den Einsatz der p-q-Formel vorbereiten:

$$\frac{1}{2} \cdot n \cdot (n+1) = 2016$$

$$\frac{1}{2} \cdot n^2 + \frac{1}{2} \cdot n = 2016 \mid -2016$$

$$\frac{1}{2} \cdot n^2 + \frac{1}{2} \cdot n - 2016 = 0 \mid \cdot 2 \text{ (Normierung)}$$

$$n^2 + n - 4032 = 0 \text{ (reif für die } p - q \text{-Formel)}$$

Schritt 3 (Einsatz der *p-q-*Formel):

Die Gleichung liegt nun in der Form $x^2+px+q=0$ vor. Damit können wir die

Lösungsformel $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ (mit p=1 und q=4032) ins Spiel bringen:

Antwortsatz:

2016 ist die 63.-ste Dreieckszahl.

D. h.
$$2016=1+2+3+...+63$$
 oder $2016=\frac{1}{2}\cdot63\cdot64$.

Lösung Zusatzfrage: Bei einer Party müssten 64 Gäste miteinander anstoßen, damit das Sektglas 2016 mal erklingt.

Begründung: Bei zwei Gästen erklingt das Glas genau einmal. Kommt ein dritter hinzu stößt er mit den beiden anwesenden Gästen je einmal an. Das macht $1+2+3=D_2$. Dies geht so weiter bis der 64. Gast mit den vorhanden 63 Gästen je einmal anstößt – macht $1+2+3+...+63=D_{63}=2016$.