

5er-Quadrate als Anwendung der ersten binomischen Formel

Mit dieser Technik kannst du in zwei Schritten das Quadrat jeder Zahl berechnen, die kleiner als 100 ist und auf 5 endet.

Beispiel:

Schritt 1. Um das Quadrat von 65 zu berechnen, wird die Zehnerziffer (hier: 6) mit der um 1 größeren Zahl (hier: $6+1=7$) multipliziert.

Schritt 2. Schreibe diese Zahl auf und ergänze 25 dahinter. Schon hast du die Lösung.

Warum funktioniert das?

(Zum Verständnis der folgenden Rechnung musst du die erste binomische Formel kennen: $(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$. Die Gültigkeit der Formel bestätigt man schnell durch Ausmultiplizieren von $(a+b) \cdot (a+b)$.)

$$\begin{aligned} \text{In unserem Beispiel gilt: } 65^2 &= (6 \cdot 10 + 5 \cdot 1)^2 &= 6^2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 6 \cdot 10 \cdot 5 + 5^2 \\ & &= 6^2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^2 + 25 \\ & &= 10^2 \cdot (6 \cdot 6 + 6) + 25 \\ & &= (6 \cdot 7) \cdot 100 + 25 \\ & &= 4200 + 25 \\ & &= 4225 \end{aligned}$$

Verallgemeinerte Begründung:

Bei einer zweistelligen Zahl, die auf 5 endet, liegt die Zehnerziffer immer zwischen 1 und 9.

Ersetzt du in der obigen Rechnung die 6 durch die jeweilige Zehnerziffer, so erkennt man die Gültigkeit der obigen Rechenregel.

Übrigens erkennt man aus dem Rechenweg, dass das Verfahren auch für größere 5-er-Zahlen funktionieren muss. Warum? Überprüfe mit dem Taschenrechner.

Hinweis: Unter

<http://www.schule-bw.de/unterricht/faecher/mathematik/3material/sek1/zahl/kopf/index.html>

findest du zwei Lernvideos zu diesem Thema sowie weitere Tipps zur Berechnung beliebiger Quadrate ohne Taschenrechner.