

# Eindrucksvolle Hilfen für's Kopfrechnen

## 11-er Trick:

Die Multiplikation einer zweistelligen Zahl mit 11 ist ein Kinderspiel.

## Beispiele:

$$\begin{aligned}17 \cdot 11 &= 187 \\36 \cdot 11 &= 396 \\91 \cdot 11 &= 1001\end{aligned}$$

## Erklärung:

Die Ziffern der Zahl liefern die erste und letzte Ziffer des Ergebnisses. Ihre Summe ergibt die „mittlere Ziffer“. Falls diese Summe größer als 9 ist, wird die erste Zahl des Ergebnisses um eins erhöht.

## Quadrieren zweistelliger Zahlen, die auf 5 enden:

## Beispiele:

$$\begin{aligned}25 \cdot 25 &= 625 \\45 \cdot 45 &= 2025 \\75 \cdot 75 &= 5625\end{aligned}$$

## Erklärung:

Das Ergebnis endet stets auf 25. Multipliziert man die Zehnerziffer mit ihrem Nachfolger, erhält man den vorderen Teil des Ergebnisses.

## Quadrieren beliebiger zweistelliger Zahlen:

Wir untersuchen zunächst die Struktur von Produkten, deren Summe 20 ergibt:

| Produkt | Ergebnis | Abstand von 100 |
|---------|----------|-----------------|
| 10·10   | 100      | 0               |
| 9·11    | 99       | 1               |
| 8·12    | 96       | 4               |
| 7·13    | 91       | 9               |
| 6·14    | 84       | 16              |
| 5·15    | 75       | 25              |

...

6 und 14 besitzen den Abstand 4 zur 10, das Produkt 6·14 liegt jedoch  $4^2=16$  von  $10^2$  entfernt. Man erkennt, dass der Abstand von 100 genau dem Quadrat des Abstandes der Faktoren von der 10 entspricht.

Das ist kein Zufall. Wählt man beispielsweise Produkte deren Summe 24 ergeben, erhält man ein ähnliches Ergebnis:

| Produkt | Ergebnis | Abstand von 144 |
|---------|----------|-----------------|
| 12·12   | 144      | 0               |
| 11·13   | 143      | 1               |
| 10·14   | 140      | 4               |
| 9·15    | 135      | 9               |
| 8·16    | 128      | 16              |
| 7·17    | 119      | 25              |

...

Hier liegen 7 und 17 jeweils 5 ober- und unterhalb der 12. Damit liegt 7·17 genau  $5^2=25$  von 144 entfernt.

Mit diesen Erkenntnissen können wir nun Quadratzahlen im Kopf berechnen. Wir müssen nur ein einfach zu berechnendes Produkt finden, dessen Faktoren gleich weit ober- und unterhalb von unserer Ausgangszahl liegen.

**Beispiel:**

$$37^2 = 40 \cdot 34 + 3^2 = 1360 + 9 = 1369$$

$$\text{oder } 50 \cdot 24 + 13^2 = 1200 + 169 = 1369$$

**Quadrieren beliebiger dreistelliger Zahlen:**

Wir gehen genauso vor, wie beim Quadrieren der zweistelligen Zahlen. Bei der „Produktsuche“ sollte man hier sinnvollerweise so weit nach unten oder oben gehen, bis die nächste 100-er Zahl erreicht ist.

**Beispiel:**

$$286^2 = 300 \cdot 272 + 14^2 = 81600 + 196 = 81796$$

Wenn der Abstand recht groß ist, wird unter Umständen eine Nebenrechnung für das Quadrat der zweistelligen Zahl notwendig:

$$546^2 = 500 \cdot 592 + \underbrace{46^2}_{50 \cdot 42 + 16} = 296000 + 2116 = 298116$$

Mit etwas Übung wird die Fehlerquote schnell geringer.

*Viel Erfolg!*

**Übungen:**

|                  |                  |                  |                  |                  |                  |                   |
|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------------|
| 15·11            | 63·11            | 11·83            | 7·11·13          | 15 <sup>2</sup>  | 65 <sup>2</sup>  | 75 <sup>2</sup>   |
| 95 <sup>2</sup>  | 22 <sup>2</sup>  | 37 <sup>2</sup>  | 43 <sup>2</sup>  | 54 <sup>2</sup>  | 101 <sup>2</sup> | 512 <sup>2</sup>  |
| 417 <sup>2</sup> | 577 <sup>2</sup> | 726 <sup>2</sup> | 856 <sup>2</sup> | 888 <sup>2</sup> | 19 <sup>4</sup>  | 1015 <sup>2</sup> |