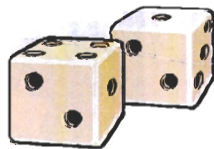


## Leitidee Zufall



## Leitidee Zufall



### 5. LEITIDEE DATEN UND ZUFALL

Die Schülerinnen und Schüler können

- Daten systematisch sammeln und übersichtlich darstellen;
- Daten erfassen, entnehmen, transferieren;
- verschiedene mathematische Darstellungen verwenden;
- Daten interpretieren;
- Aussagen, die auf Datenanalysen basieren, reflektieren und bewerten;
- Wahrscheinlichkeitsaussagen verstehen;
- Wahrscheinlichkeiten bestimmen – zweistufige Zufallsversuche;
- logisch schließen und begründen.

*Häufigkeitstabellen*

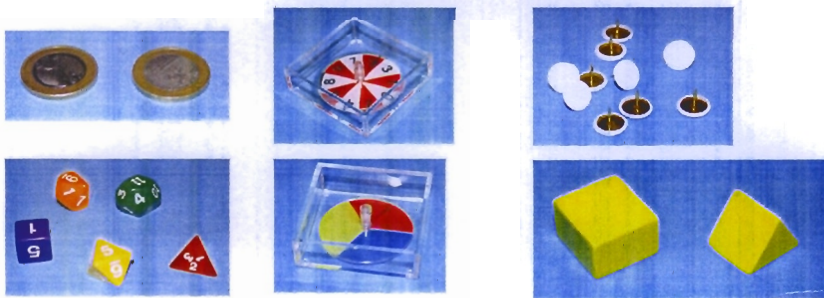
*Diagramme*

*Baumdiagramme*

*Pfad- und Summenregel*

## einstufige Zufallsversuche

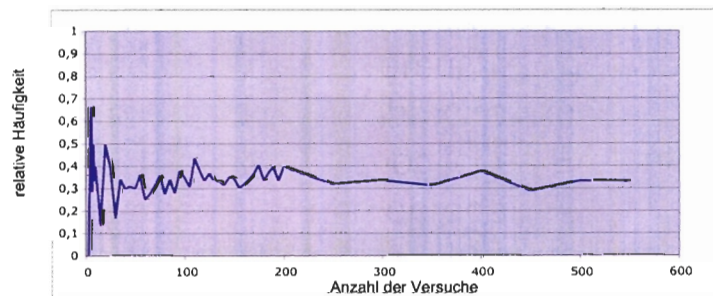
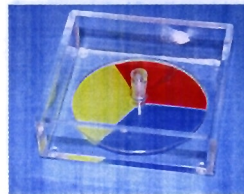
- Zufallsgeräte, Zufallsversuch, Ergebnisse, relative Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit, Ereignis, sicheres Ereignis, unmögliches Ereignis, Gegenereignis, Summenregel



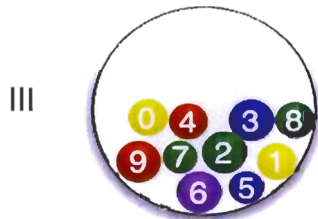
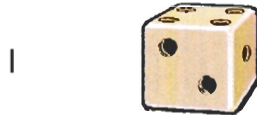
## relative Häufigkeit

### Zufallsexperiment - Glücksrad

- die relative Häufigkeit der Farbe rot in einem Experiment gibt das Verhältnis der Anzahl der gezogenen Farbe rot Anzahl der Versuche an.



## Beispiele I & II



➤ Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit eine gerade Zahl zu ziehen?

- ✓ wir betrachten mehrere Ergebnisse
- ✓ Ein zufälliges Ereignis ist die eine Teilmenge der Ausgangsmenge

$E$  (gerade Zahl) = { 2; 4; 6 }

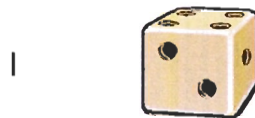
Ergebnismenge  $S$  = {1;2;3;4;5;6}

## LAPLACE-Formel

Sind die möglichen Ergebnisse alle gleich wahrscheinlich, so gilt für ein Ereignis  $E$ , das sich aus mehreren günstigen Ergebnissen zusammensetzt:

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$$

## Beispiel III



- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „gerade Zahl“?

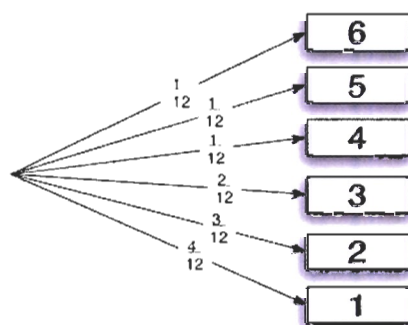
$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$$

zu Beispiel III

- Wahrscheinlichkeiten für
  - Ergebnis 2: 3 von 12 =  $3/12$
  - Ergebnis 4: 1 von 12 =  $1/12$
  - Ergebnis 6: 1 von 12 =  $1/12$

$$\frac{3}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$$

## Summenregel



Baumdiagramm

- Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist die Summe der Wahrscheinlichkeiten der zugehörigen Ergebnisse

$E_i$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	$E_5$	$E_6$
$P(E_i)$	$\frac{4}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

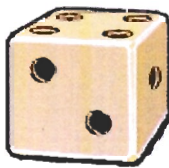
Wahrscheinlichkeitsverteilung

## Begriffe



- Zufallsexperiment
  - ✓ Kann nicht mit Sicherheit vorhergesagt werden
  - ✓ unter gleichen Bedingungen beliebig oft wiederholbar
- Ergebnis
  - ✓ jedes denkbare Ergebnis eines Zufallsversuchs
- Ereignis
  - ✓ Teilmenge der Ergebnismenge
- Summenregel
  - ✓ Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist die Summe der Wahrscheinlichkeiten der zugehörigen Ergebnisse
- sicheres Ereignis
  - ✓ besitzt die Wahrscheinlichkeit 1
- unmögliches Ereignis
  - ✓ besitzt die Wahrscheinlichkeit 0
- Gegenereignis
  - ✓ die Wahrscheinlichkeit beträgt  $1 - P$ , wenn  $P$  die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses ist

## Aufgabe



Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse.

Die gewürfelte Zahl ist

- gerade
- ungerade
- eine Primzahl
- eine Quadratzahl
- größer als 2 und kleiner als 5
- kleiner als 1
- größer als 0

## zweistufige Zufallsexperimente

- 2mal Ziehen mit Zurücklegen

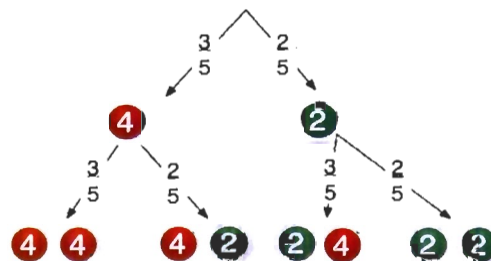


mögliche Ergebnisse

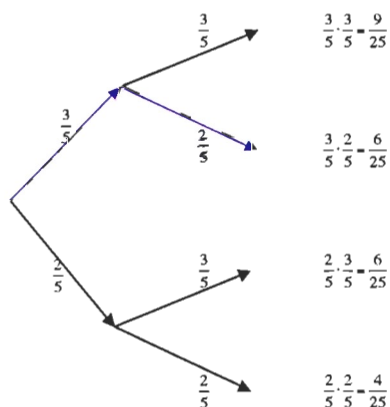
- $S = \{ rr; gg; rg; gr \}$

Wahrscheinlichkeiten

- $P(rr) = 3/5 \cdot 3/5 = 9/25$
- $P(rg) = 3/5 \cdot 2/5 = 6/25$
- $P(gr) = 2/5 \cdot 3/5 = 6/25$
- $P(gg) = 2/5 \cdot 2/5 = 4/25$



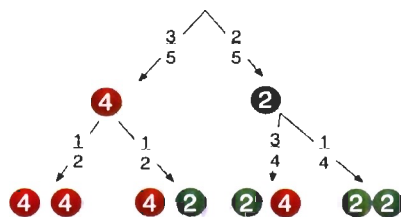
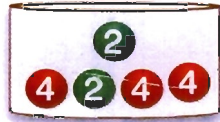
## Pfadregel - Produktregel



Die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses in einem mehrstufigen Zufallsversuch ist gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten entlang dem zugehörigen Pfad.



## zweistufige Zufallsexperimente



➤ zweimal Ziehen ohne Zurücklegen

mögliche Ergebnisse

$$S = \{ rg; gg; rr; gr \}$$

Wahrscheinlichkeiten

$$P(rr) = 3/5 \cdot 1/2 = 3/10$$

$$P(rg) = 3/5 \cdot 1/2 = 3/10$$

$$P(gr) = 2/5 \cdot 3/4 = 6/20$$

$$P(gg) = 2/5 \cdot 1/4 = 2/20$$

## Beispiel



### Die Todesstrafe in Zelephanien

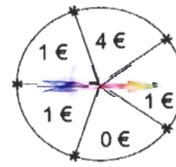
Wer in Zelephanien zum Tode verurteilt wird, erhält eine letzte Chance. Mit verbundenen Augen darf er einen der drei Behälter wählen und aus diesem Behälter eine Kugel ziehen.

Eine weiße Kugel rettet sein Leben.

➤ Wie hoch ist seine Überlebenschance?

$$P(L) = 1/3 \cdot 3/6 + 1/3 \cdot 5/6 + 1/3 \cdot 4/6 = 2/3$$

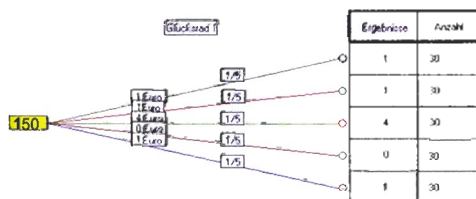
## Erwartungswert



Vorschlag für ein Spiel mit dem Glücksrad:

- Einsatz von 1€
- Annahme: 150 Versuche

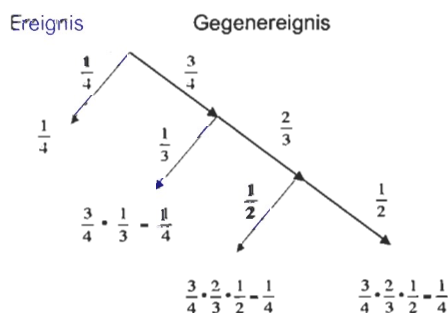
➤ Gewinn oder Verlust?



$$\begin{aligned}
 \text{Erwartungswert} &= 150 \cdot (0,2 \cdot 1\text{€} + 0,2 \cdot 1\text{€} + 0,2 \cdot 4\text{€} + 0,2 \cdot 0\text{€} + 0,2 \cdot 1\text{€}) \\
 &= 150 \cdot 1,4\text{€} \\
 &= 210\text{€}
 \end{aligned}$$

Werden den Ergebnissen eines Zufallsexperiments Zahlenwerte oder Größen zugeordnet, und diese mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert, so entspricht die Summe der Produkte dem Erwartungswert des Zufallsexperiments.

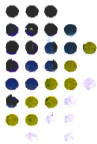
## Streichholz ziehen



- 4 Streichhölzer, eines ist kürzer
- es wird nacheinander gezogen
- Ist es günstiger, eher als Erster oder als Letzter ein Streichholz zu ziehen?

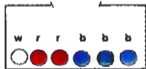


# Prüfungsaufgaben



## Aufgabe 5:

Aus der Urne werden nacheinander  
zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.



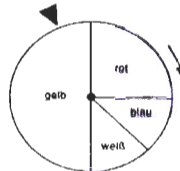
w...weiß  
r...rot  
b...blau

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden zwei blaue Kugeln gezogen?  
Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden zwei weiße Kugeln gezogen?  
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist mindestens eine der Kugeln rot oder weiß?

## Aufgabe 6:

a) Das Glücksrad wird einmal gedreht.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit bleibt  
das Rad auf gelb oder weiß stehen?



b) Das Glücksrad wird zweimal gedreht.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit bleibt das Rad zweimal hintereinander  
auf blau stehen?

Mit welcher Wahrscheinlichkeit bleibt das Rad auf unterschiedlichen  
Farben stehen?

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ergibt sich hintereinander blau und rot  
oder umgekehrt?