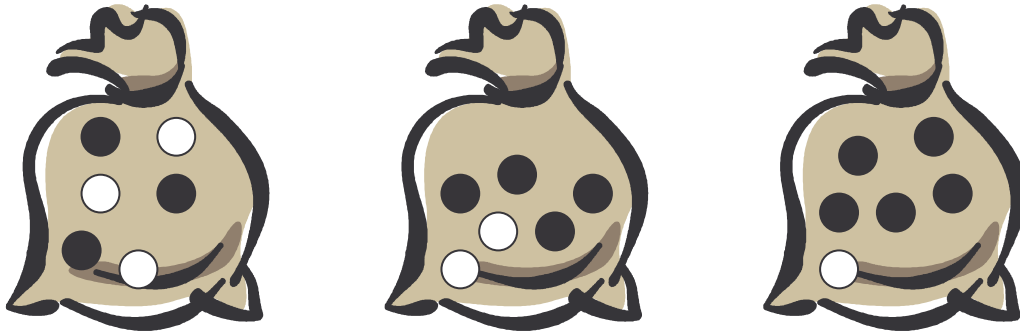


In einem Märchen aus 1001 Nacht bewarb sich der schöne Jüngling um die Hand der Königstochter.

Doch der König stellte alle Bewerber vor schwierige Aufgaben. Nur dieser Jüngling hatte alle Hürden fehlerfrei genommen. Nun erdachte sich der König eine neue, letzte Aufgabe.

Der Jüngling durfte einen Beutel auswählen und danach aus dem gewählten Beutel eine Kugel ziehen. Eine weiße Kugel sollte das ersehnte Glück bringen, eine schwarze hingegen würde bedeuten, dass auch der schöne Jüngling nicht der richtige Gemahl für die Königstochter sei.

Wir wollen mal in die Beutel hineinsehen.



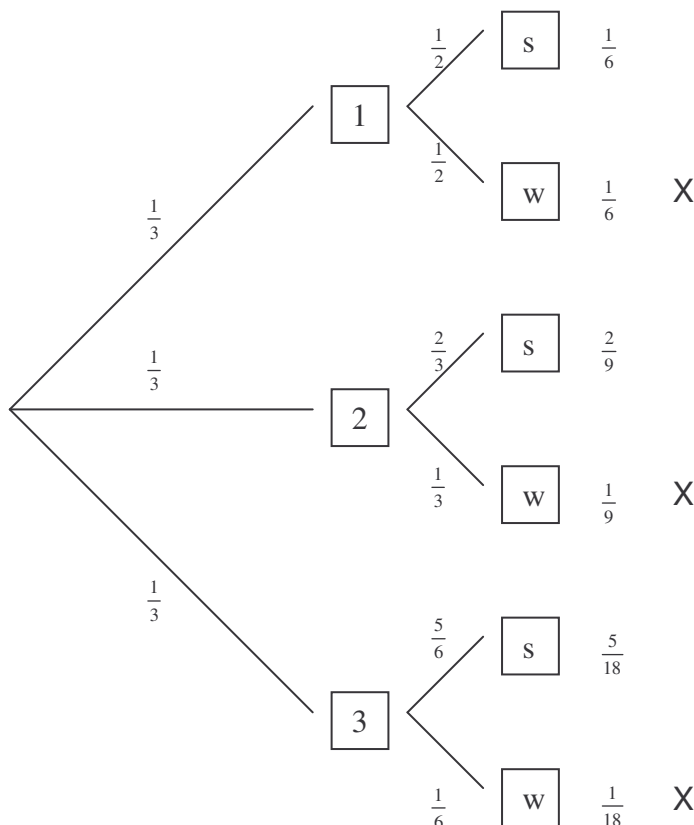
Wie groß ist die Chance für den Jüngling, dass sein Herzenswunsch in Erfüllung geht?

Wäre die Chance, eine weiße Kugel zu ziehen, größer, wenn sich in jedem Beutel zwei weiße befänden?

Lösung:

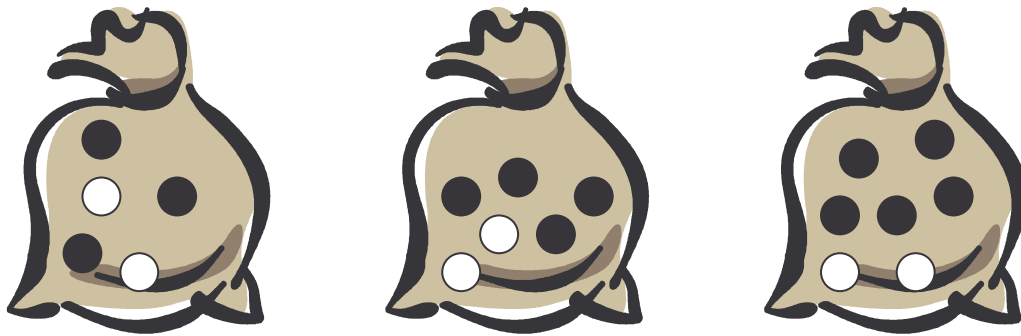
- a) Es handelt sich um ein zweistufiges Zufallsexperiment (wenn man Schwierigkeiten hat, zu dieser Erkenntnis zu gelangen, sei empfohlen, einige Beispielergebnisse durchzugehen.)

Ergebnisse erste Stufe: Beutel 1, 2, und 3;
Ergebnisse zweite Stufe: schwarze Kugel, weiße Kugel

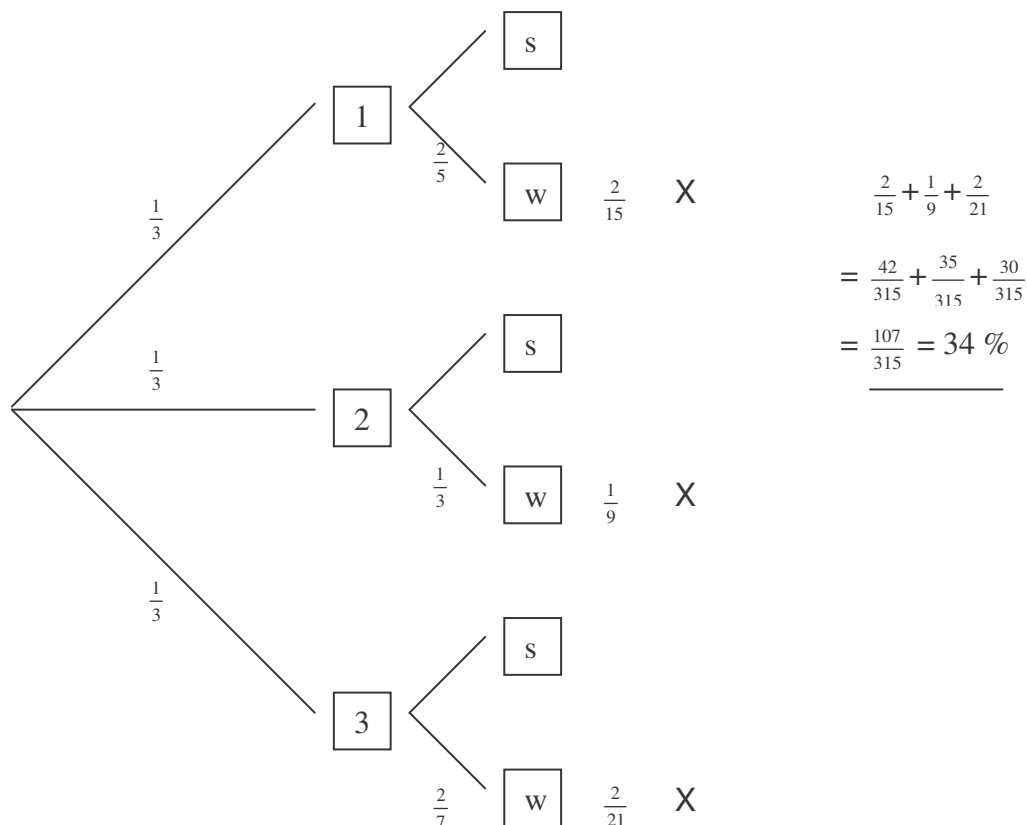


$$\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{3+2+1}{18} = \frac{1}{3} = 33,3 \%$$

b) Die Ausgangssituation ist dann folgende:



Aus Beutel 1 wurde eine weiße Kugel in Beutel 3 gelegt. Diese scheinbar kleine Veränderung wirkt sich auf die Wahrscheinlichkeiten in der zweiten Stufe des Zufallsexperiments aus, denn jetzt treten in der zweiten Stufe andere Wahrscheinlichkeiten auf, zu sehen an den anderen Bruchzahlen. Da sich in Beutel 1 und 3 die Gesamtzahl der Kugeln ändert, ist der Nenner anders als in a), zu sehen im Baumdiagramm bei Verzweigung 1 und 3.



Die Wahrscheinlichkeit bzw. Chance erhöht sich offensichtlich, wenn auch nur geringfügig. Wenn man so tauschen würde, dass in jedem Beutel sechs Kugeln verbleiben, nämlich dann 2 weiße und vier schwarze, dann bliebe die Wahrscheinlichkeit gleich.

Solange man die Anzahl der Kugeln in den einzelnen Beuteln gleich hält, kann man weiße und schwarze Kugeln beliebig zwischen den Beuteln hin- und hertauschen, die Wahrscheinlichkeit bleibt bei einem Drittel, beispielsweise auch für den Fall, dass alle sechs weißen Kugeln in einem Beutel und die restlichen zwölf schwarzen zu je sechs in den anderen beiden Beuteln untergebracht werden. In einem solchen Falle hätte man das Zufallsexperiment auf Einstufigkeit reduziert.

Verändert sich aber die Kugelzahl in den Beuteln, wie in b) geschehen, ändert sich auch die Wahrscheinlichkeit und Chance für den Jüngling.

Im alten Rom wollte der Kaiser seinen Astrologen entlassen, weil er mit ihm unzufrieden war. Kaum eine Deutung war in der letzten Zeit vortrefflich gelungen. Doch eine letzte Chance sollte dem Astrologen gewährt werden:

„Vier Kugeln, zwei weiße und zwei schwarze, soll der Astrologe auf zwei gleiche Gefäße verteilen. Der Kaiser zieht sodann eine Kugel; ist sie schwarz, muss der Astrologe gehen, ist sie weiß, darf er bleiben!“

- Überlegen Sie sich eine Verteilung, fertigen Sie ein Baumdiagramm an und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für Entlassung und für Weiterbeschäftigung.
- Überlegen Sie sich sämtliche Verteilungsmöglichkeiten und berechnen Sie die Chancen.
- Wie muss der Astrologe seine Kugeln in den Gefäßen verteilen, wenn er sich die größtmögliche Weiterbeschäftigungschance sichern will?

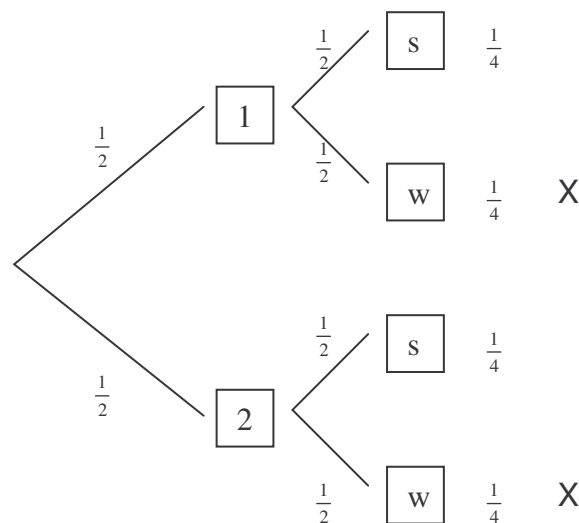
Lösung:

- Es handelt sich um ein zweistufiges Zufallsexperiment

Mögliche Ergebnisse der ersten Stufe: Gefäß 1 und 2

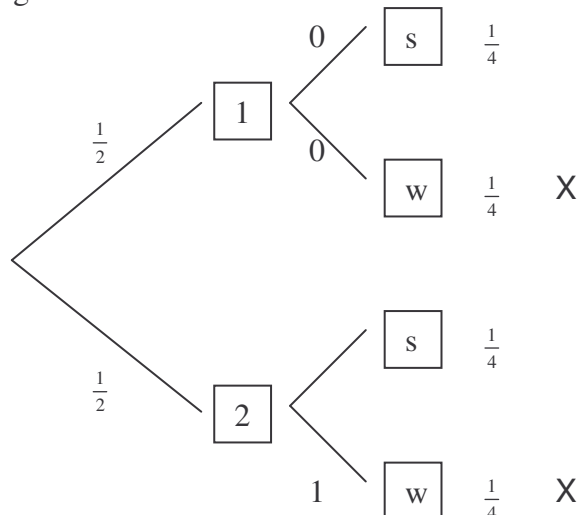
Der zweiten Stufe: schwarze Kugel, weiße Kugel

Das folgende Baumdiagramm geht von der Verteilung sw-sw aus, das heißt in jedes Gefäß wird eine weiße und eine schwarze Kugel gelegt.



Seine Chance auf Weiterbeschäftigung ist $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} = 50\%$.

- Das Baumdiagramm stellt die Wahrscheinlichkeiten bei der Verteilung ss und ww.



Wie in a) erhält man $p = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} = 50\%$. Das Gleiche ergibt sich für ww-ss.

- c) Da er jedes Gefäß immer mit zwei Kugeln füllen muss, ist seine Chance immer 50 %. Vielleicht lässt sich der Kaiser ja dazu überreden, die Gefäße mit einer unterschiedlichen Kugelzahl zu füllen, dann könnte er seine Chancen vergrößern!

Der Vater von Bernd hat die Angewohnheit, benutzte Streichhölzer nach Gebrauch in die Streichholzschachtel zurückzustecken.

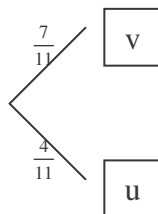
In der Schachtel befinden sich noch 4 ungebrauchte und 7 verbrauchte Hölzer. Der Vater von Bernd zieht ein Streichholz heraus ohne hinzuschauen.

- Wie groß ist die Chance, dass es sich um ein ungebrauchtes Streichholz handelt?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht er auf diese Weise zweimal hintereinander ein brauchbares Streichholz?

Lösung:

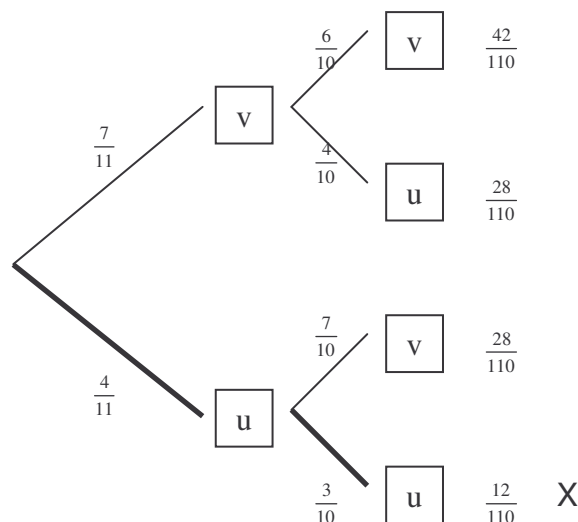
- Es handelt sich um ein einstufiges Zufallsexperiment; zwei Ergebnisse sind möglich, nämlich verbraucht v und ungebraucht u.

Gesamtzahl der Streichhölzer in der Schachtel: 11. Davon sind 4 ungebraucht und 7 verbraucht.



Die Wahrscheinlichkeit, ein ungebrauchtes Streichholz zu ziehen: $p = \frac{4}{11}$.

- Dies ist ein zweistufiges Zufallsexperiment.
 Ergebnisse in Stufe 1: v, u
 Ergebnisse in Stufe 2: v, u



Berechnung der Wahrscheinlichkeit mit der ersten Pfadregel (Produktregel): $p = \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10} = \frac{12}{110}$

Bei einem Test soll ein „Hellseher“ (der dies zu sein behauptet) sagen, in welcher Reihenfolge eine andere Person 5 verschiedene Dinge angeordnet hat.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass jemand die Reihenfolge richtig rät ohne hellseherisch begabt zu sein?

Lösung:

Das Baumdiagramm zur Lösung ist sehr groß, deshalb sei es nur beschrieben. Es hat in der ersten Stufe 5 Äste mit der Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{5}$ für jeden Ast, dann in der zweiten Stufe 4 Äste mit je $\frac{1}{4}$, in der dritten Stufe drei Äste mit $\frac{1}{3}$, dann 2 Äste mit $\frac{1}{2}$, dann jeweils noch einen Ast mit der Wahrscheinlichkeit 1, denn in der letzten Stufe steht ja der Gegenstand für den letzten Rang der Reihenfolge fest.

Der Hellseher muss einen Pfad entlang aller fünf Stufen aus allen möglichen Pfaden erwischen. Wenn der Hellseher tatsächlich nur auf gut Glück vorgeht, ist die Wahrscheinlichkeit, den richtigen für die richtige Reihenfolge somit $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{120}$.

Hier zeigt sich das Baumdiagramm als ein eher umständlicher Weg. Ein kombinatorisches Vorgehen ist geschickter, denn es handelt sich bei der Anordnung der 5 verschiedenen Dinge um Permutationen. Um daher alle Möglichkeiten zu berechnen, verwendet man die Permutationen:

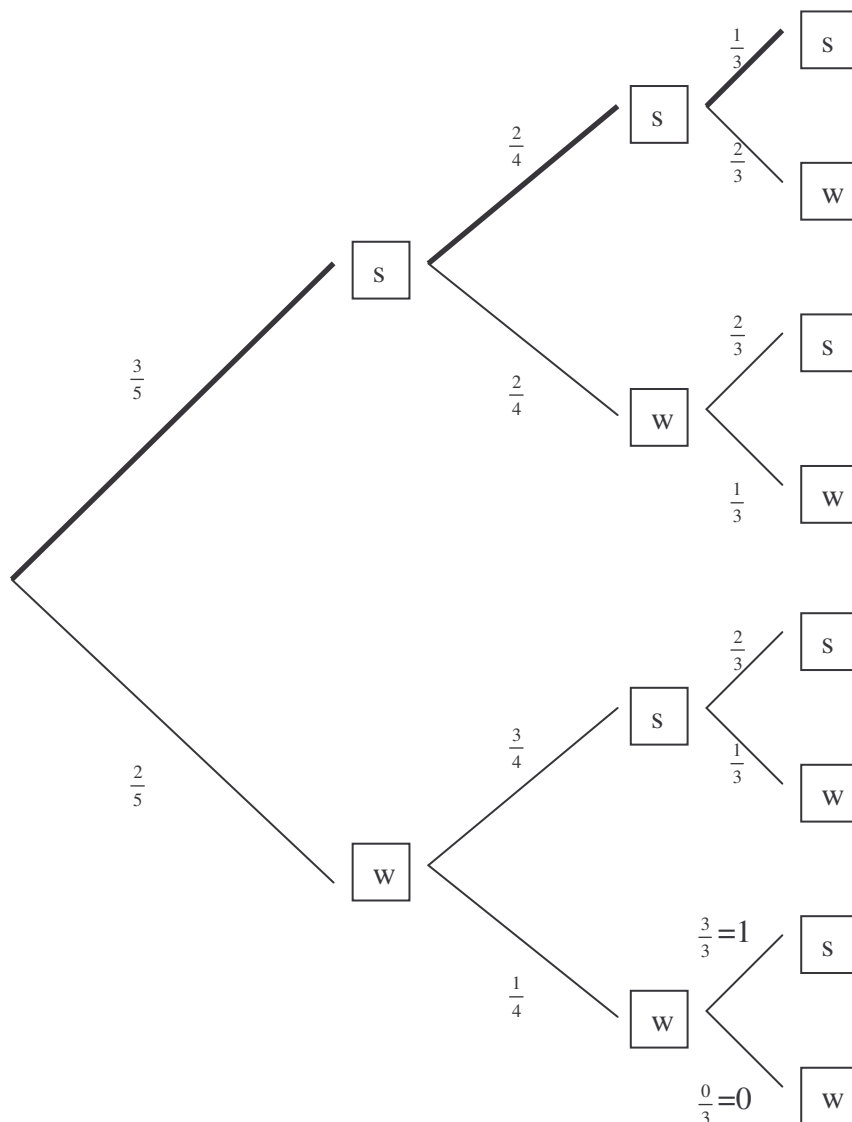
$5! = 120$ Möglichkeiten. Eine muss richtig ausgewählt werden, also ist $p = \frac{1}{120}$. Die kombinatorischen Berechnungsmöglichkeiten stehen den Lernenden allerdings nicht zur Verfügung.

In einem Gefäß befinden sich 5 gleichartige Kugeln, allerdings sind drei schwarz und zwei weiß gefärbt.

- Wie groß ist die Chance, wenn man dreimal hintereinander ziehen darf, die drei schwarzen Kugeln zu ziehen? Dabei soll die einmal gezogenen Kugel nicht wieder in den Behälter zurückgelegt werden.
- Wie ändern sich die Wahrscheinlichkeiten, wenn man die Kugel nach jedem Zug wieder zurücklegt?

Lösung:

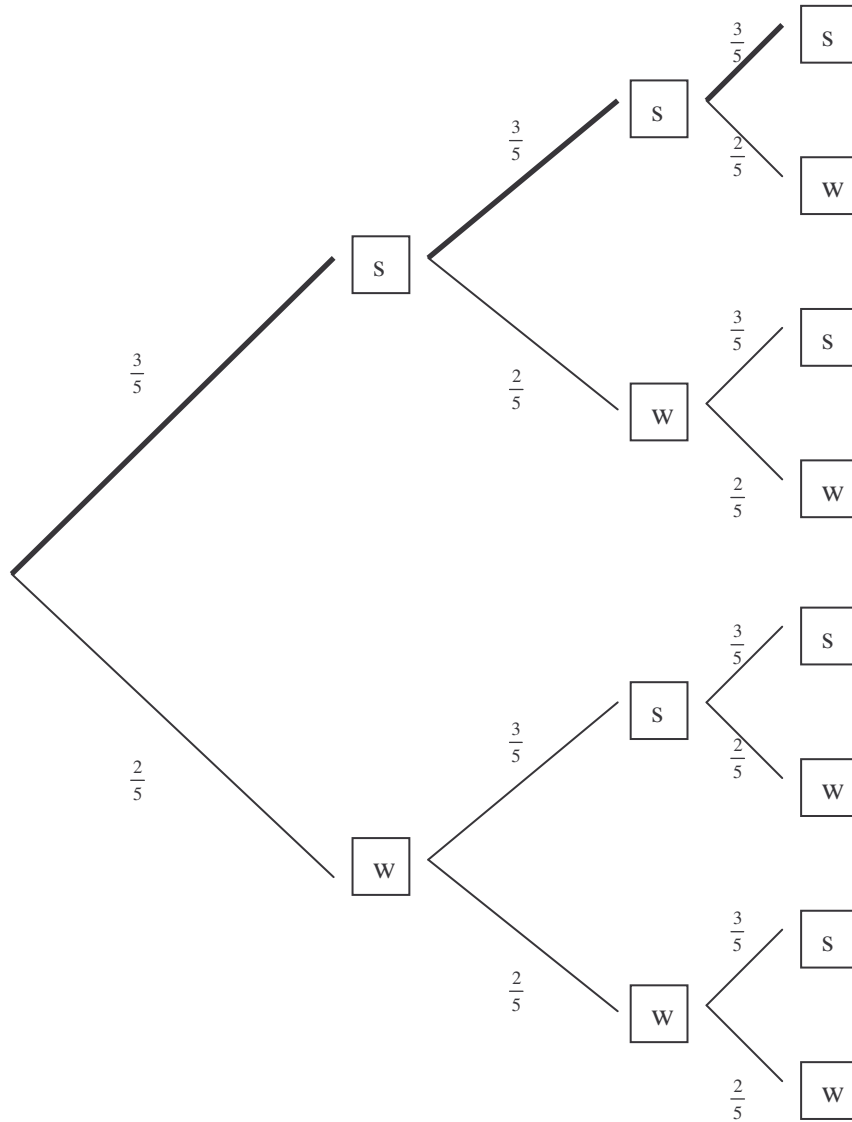
- Es liegt ein dreistufiges Zufallsexperiment vor. Bei allen drei Stufen sind die möglichen Ergebnisse schwarz s und weiß w. Die gezogene Kugel wird nicht zurückgelegt, daher verringert sich die Anzahl der Kugeln in der Urne nach jeder Stufe um 1. Dadurch verändert sich der Nenner in den Brüchen, die die Wahrscheinlichkeit darstellen.



Berechnung der Wahrscheinlichkeit entlang des Pfades sss mit der ersten Pfadregel (Produktregel):

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10} = 10 \%$$

- b) Die Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm haben nun immer den gleichen Nenner, da die Gesamtzahl in der Urne für jede Stufe des Zufallsexperiments gleich bleibt. Grund hierfür ist, dass nach jedem Ziehen die gezogene Kugel wieder zurückgelegt wird. Aus dem Baumdiagramm wird deutlich, dass durch das Zurücklegen die Wahrscheinlichkeiten, die von einem Verzweigungspunkt ausgehen, immer gleich sind.



Berechnung der Wahrscheinlichkeit entlang des Pfades sss mit der ersten Pfadregel (Summenregel):

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{27}{125} = 21,6 \%$$

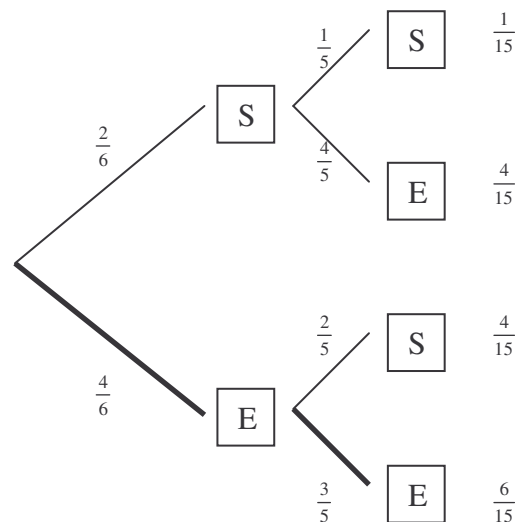
Der Zollbeamte Herlock Sholmes weiß genau, dass unter der Reisegruppe von sechst Personen zwei Leute sind, die Zigaretten und Alkohol in nicht unerheblichem Maße geschmuggelt haben. Er will aber nicht alle sechs durchchecken, sondern greift sich lediglich zwei Personen aus der Gruppe heraus.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit erwischt er keinen Schmuggler? Zeichnen Sie ein Baumdiagramm und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit anhand der Pfadregel.

Lösung:

Es liegt ein zweistufiger Zufallsversuch vor. Außerdem handelt es sich um ein „Ziehen ohne Zurücklegen“, denn der Zollbeamte stellt ja die erste Person, die er sich aus der Reisegruppe herausgegriffen hat, nicht wieder zurück in die Gruppe, bevor er sich eine zweite Person herausgreift.

Mögliche Ergebnisse: Schmuggler S und ehrlicher Mensch E



Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E-E entlang des dick hervorgehobenen Pfades durch Verwendung der ersten Pfadregel (Produktregel):

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{30} = \frac{6}{15} = 0,4 = 40 \%$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von (immerhin noch oder nur?) 40 % erwischt er keinen Schmuggler.

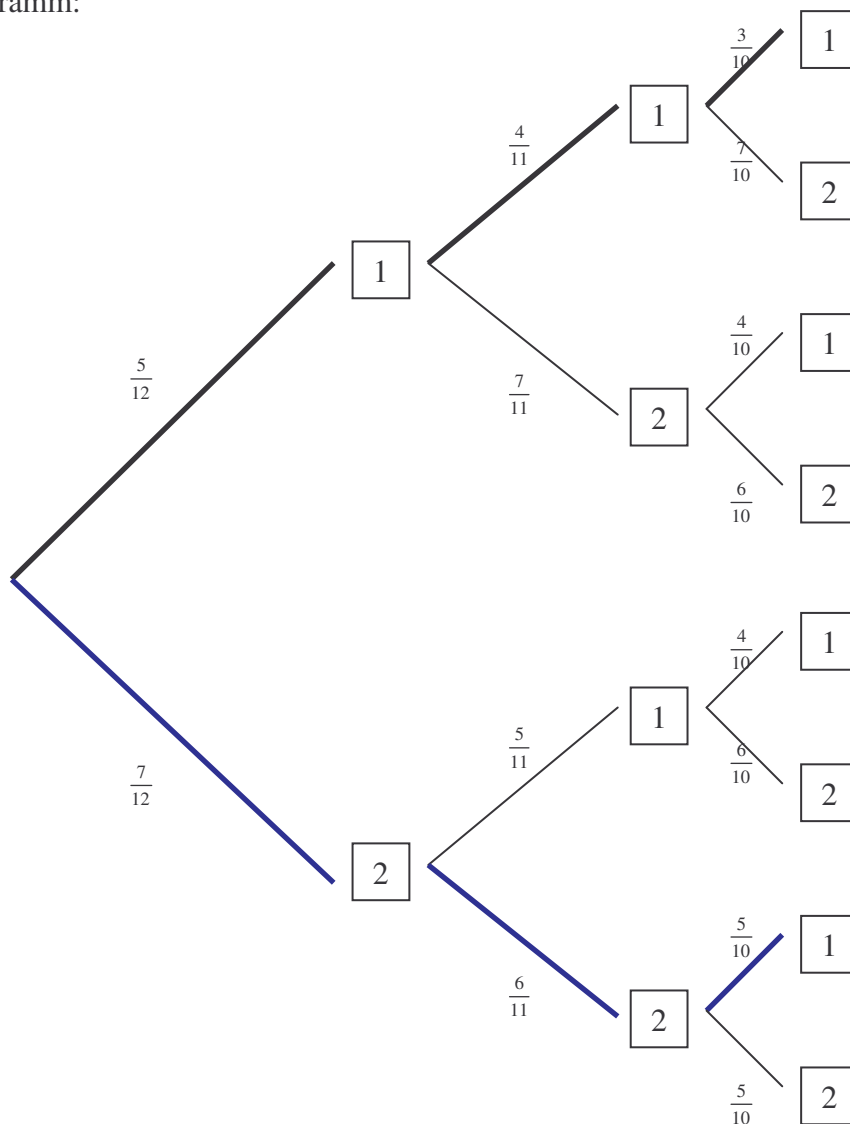
In Herrn Mooslos Geldbörse befinden sich 5 Ein-Euro-Münzen und 7 Zwei-Euro-Münzen. Er zieht nacheinander drei Geldstücke hervor.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei Geldstücke Ein-Euro-Münzen sind?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die ersten beiden Geldstücke Zwei-Euro-Münzen sind und das dritte eine Ein-Euro-Münze?

Lösungen:

Es handelt sich um ein dreistufiges Zufallsexperiment, wobei ein Ziehen ohne Zurücklegen stattfindet. Die möglichen Ergebnisse bei jeder Stufe: 1 € und 2 €.

Baumdiagramm:



Wahrscheinlichkeit bei a), schwarzer Weg: $\frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10} = \frac{60}{1320} = 4,5 \%$

b), blauer Weg: $\frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10} = \frac{210}{1320} = 15,9 \%$

Ein Ehepaar wünscht sich drei Kinder. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

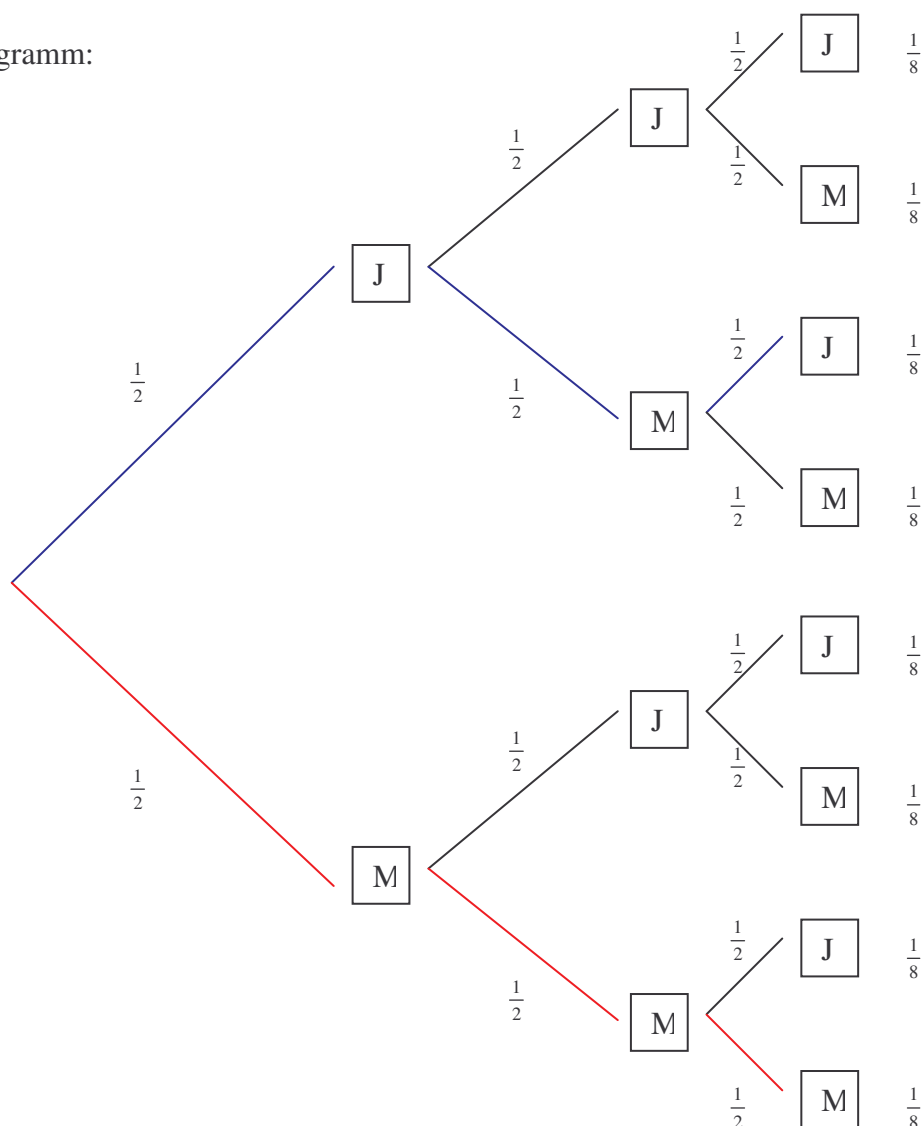
- a) alle Kinder Mädchen sind?
- b) das zweite Kind ein Junge ist?
- c) das älteste Kind ein Junge, das zweite Kind ein Mädchen und das Jüngste ein Junge ist?
- d) das Ehepaar zwei Mädchen und einen Jungen hat?

Es wird davon ausgegangen, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Jungengeburt bei 50% liegt; tatsächlich werden etwas mehr Jungen als Mädchen geboren!

Lösungen:

Es liegt ein dreistufiges Zufallsexperiment vor. Jede Geburt (genauer gesagt: Jeder der drei Vorgänge der Eizellenbefruchtung) stellt eine Stufe dar. In jeder Stufe gibt es zwei mögliche Ergebnisse: Junge J und Mädchen M.

Baumdiagramm:



- a) Berechnet werden soll die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis M-M-M. Hierfür gehen wir den rot hervorgehobenen Weg entlang. In jeder der drei Stufen gibt es für das Ergebnis eine bestimmte Wahrscheinlichkeit, die im Baumdiagramm am Weg angeschrieben ist.

Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis M-M-M erhalten wir, indem wir alle Einzelereignisse des Pfades miteinander multiplizieren. Wir benutzen also die erste Pfadregel (Produktregel): $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = 12,5 \%$

- b) Entweder man betrachtet die zweite Stufe des Zufallsexperiments isoliert, dann kann man die Wahrscheinlichkeit direkt folgern oder ablesen: $p = \frac{1}{2} = 50 \%$, oder man betrachtet die ersten beiden Stufen, nimmt sich die beiden richtigen Fälle J-J und M-J für das Ereignis heraus und berechnet die Wahrscheinlichkeit mit der Produkt- und Summenregel:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 50 \%$$

- c) Wie a), aber blauer Weg, 12,5 %.
- d) Drei Pfade im Baumdiagramm erfüllen die Bedingungen für das Ereignis (von oben der vierte, sechste und siebte). Daher beträgt die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis:

$$3 \cdot \frac{1}{8} = \frac{3}{8} = 37,5 \%$$

In einem Losbeutel befinden sich noch 10 Lose, 4 Nieten und 6 Gewinne. Jemand kauft drei Lose.

- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau drei Gewinne gezogen werden?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich kein Gewinn unter den drei gezogenen Losen befindet?
- Wie wahrscheinlich ist es, dass genau ein Gewinn dabei ist?
- Wie groß ist die Chance, dass mindestens ein Gewinn gezogen wird?

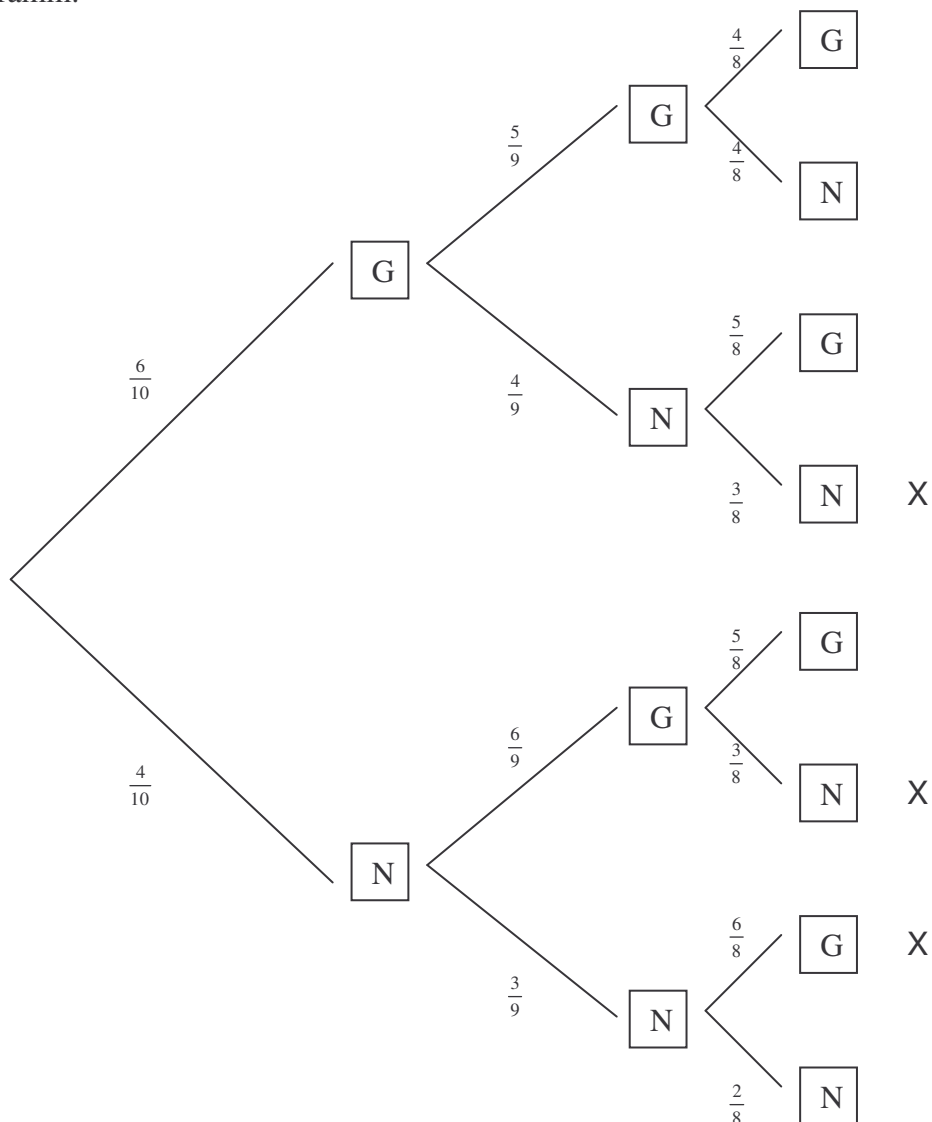
(Tipp: Führt selbst Versuche durch und bestimmt zunächst die relativen Häufigkeiten!)

Lösungen:

Drei Lose werden gekauft, es wird also dreimal gezogen. Somit handelt es sich um ein dreistufiges Zufallsexperiment. Der Kunde behält sein gezogenes Los jedes Mal, es wird nicht mehr zurückgelegt. Damit liegt ein Ziehen ohne Zurücklegen vor: Die Gesamtzahl der Lose in der Trommel verringert sich nach jedem Ziehen bzw. jeder Stufe um 1, der Anteil der Gewinne und Nieten darin hängt davon ab, was in den Stufen zuvor gezogen wurde. Daraus folgt, dass bei den einzelnen Wegen im Baumdiagramm unterschiedliche Brüche auftreten.

In jeder Stufe sind zwei Ergebnisse möglich: Gewinn G oder Niete N

Baumdiagramm:



a) Das Ereignis, dass drei Gewinne gezogen werden (G-G-G) wird im Baumdiagramm durch den ersten, obersten Weg dargestellt. Die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Stufen sind entlang der Wege aufgeführt. Die (Gesamt-) Wahrscheinlichkeit für G-G-G erhält man mit der ersten Pfadregel (Produktregel): $\frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{120}{720} = \frac{1}{6} = 16,7 \%$

b) Das Ereignis wird im Baumdiagramm durch den untersten Weg dargestellt. Die Wahrscheinlichkeit für N-N-N ist: $\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{24}{720} = \frac{1}{30} = 3,3 \%$

c) Von oben nach unten gezählt trifft das Ereignis „Genau ein Gewinn ist dabei.“ auf die Ergebnisse 4, 6 und 7 zu, im Diagramm durch ein X am Ende hervorgehoben. Man muss nun für diese drei Ergebnisse mit der ersten Pfadregel (Produktregel) die Wahrscheinlichkeiten berechnen und dann alle drei Wahrscheinlichkeiten addieren, um die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis zu erhalten (zweite Pfadregel bzw. Summenregel).

In der folgenden Rechnung wird alles in einem Aufwasch erledigt:

$$\frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{72}{720} + \frac{72}{720} + \frac{72}{720} = \frac{216}{720} = \frac{3}{10} = 30 \%$$

d) In dieser Aufgabe wird nach der Wahrscheinlichkeit für das Gegenereignis des Ereignisses aus Teilaufgabe b) gefragt. Deshalb kann man die berechnete Wahrscheinlichkeit aus Teilaufgabe b) zur schnellen Beantwortung der Frage nutzen.

Gegenereignis (siehe b): $\bar{p} = \frac{1}{30}$

Wahrscheinlichkeit für mindestens einen Gewinn: $p = 1 - \frac{1}{30} = \frac{29}{30} = 96,7 \%$

Koch Spoilnix braucht für seine herrliche Rindfleischsuppe zwei Eier, die er als Eierstich verarbeiten möchte.

Unglücklicherweise sind von den zehn Eiern, die sich noch im Kühlschrank befinden, drei nicht mehr ganz so taufrisch. Um es genauer auszudrücken, sie sind faul. Koch Spoilnix greift wahllos in die Eierleiste seines Kühlschranks, um sich nacheinander die benötigten zwei Eier zu holen.

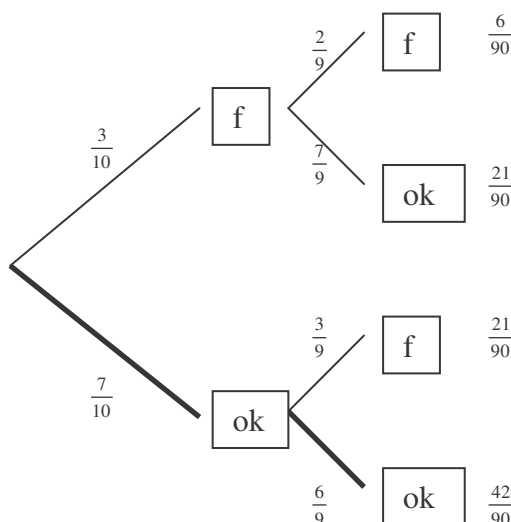
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er zwei Eier verarbeitet, von denen

- a) beide faul sind?
- b) eines faul ist?
- c) keines faul ist?

Ein komplettes Baumdiagramm für diesen Fall zu erstellen, wäre der reinste Wahnsinn. Es reicht ein vereinfachtes Diagramm, um die Pfad- bzw. die Summenregel anzuwenden. Ergänze es und berechne.

Lösungen:

Etwas schleierhaft erscheint die Aussage über ein Baumdiagramm zur Lösung. Diese Aussage steht tatsächlich so in der Aufgabe. Das Baumdiagramm ist nämlich recht einfach und übersichtlich, handelt es sich doch um einen zweistufigen Zufallsversuch mit den möglichen Ergebnissen faul f und ok. Außerdem wird „ohne Zurücklegen gezogen“.



- a) beide faul: $p = \frac{6}{90} = 6,7 \%$
- b) eines faul: $p = \frac{48}{90} = 53,3 \%$
- c) keines faul: $p = \frac{42}{90} = 46,7 \%$

Johannes hat die Nummer seines Zahlenschlosses vergessen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass er es in den nächsten fünf Minuten öffnet, wenn er für eine Kombination vier Sekunden braucht?

(aus XQuadrat A5, Oldenbourg Verlag)

Lösungen:

Die Aufgabenstellung ist offen, d.h. welche Beschaffenheit des Zahlenschlosses angenommen wird, sei dem Schüler vorbehalten. Beispielhaft wird ein vierstelliges Zahlenschloss mit den Ziffern 0 bis 9 berechnet.

Zunächst wird geklärt, wie viele Zahlenkombinationen in den 5 Minuten schafft.

$300\text{s} : 4\text{s} = 75$ Zahlenkombinationen

Es handelt sich um ein vierstufiges Zufallsexperiment, zwei Ergebnisse sind in jeder Stufe möglich, nämlich Treffer T und verfehlt v. Unter einer Stufe des Zufallsexperiments ist die Positionierung eines Zahlenschlossrädchens.

Das Baumdiagramm besteht demnach aus 4 Verzweigungsstufen. Von jedem Verzweigungspunkt gehen zwei Äste aus, der obere führt zum Ergebnis T mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{10}$, der untere zum Ergebnis v mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{9}{10}$.

Die Wahrscheinlichkeit entlang des Ereignisses T-T-T-T beträgt $(\frac{1}{10})^4 = \frac{1}{10000}$

Johannes kann in den 5 Minuten 75 mal probieren. Damit ergibt sich für ihn die

Wahrscheinlichkeit, die richtige Kombination zu erdrehen: $75 \cdot \frac{1}{10000} = \frac{75}{10000} = 0,0075 = 0,75 \%$

Johannes sollte also lieber schauen, dass ihm die Kombination doch noch einfällt. Es sei aber darauf hingewiesen, dass man die Berechnung nur unter der Annahme durchführt, dass Johannes wahllos und unsystematisch probiert. Nur dann ist es nämlich ein Zufallsexperiment.

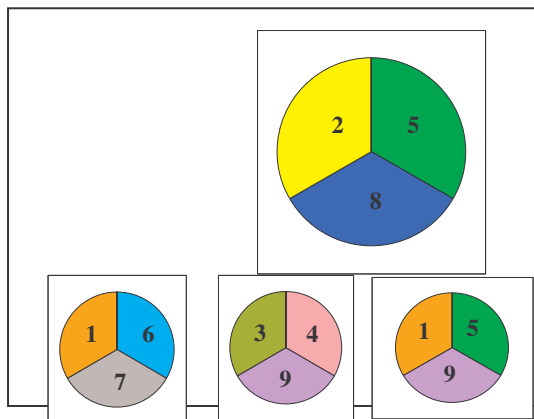
Beim Schulfest bietet die Klasse 9d folgendes Glücksspiel an:

Das große Glücksrad wird immer von Leila aus der 9d gedreht, ihr Gegenspieler darf eines der kleinen Glücksräder drehen. Die größere Zahl gewinnt; bei Gleichstand werden beide Räder erneut gedreht

a) Welches Glücksrad würdest du wählen?

Begründe deine Entscheidung!

b) Die Gewinnchancen stehen nicht so gut für die 9d. Verändere die Bedingungen so, dass die Klasse 9d die leicht besseren Gewinnchancen erhält.
Vergleiche die Ergebnisse mit deinem Nachbarn.



(aus XQuadrat A5, Oldenbourg Verlag)

Lösungen:

a) Zur Lösung dieser Aufgabe muss von allen vier Glücksrädern der Erwartungswert berechnet werden, d.h. das mit den Wahrscheinlichkeiten und möglichen Ergebnissen gewichtete Ergebnismittel.

Alle drei Glücksräder sind in drei gleich große Kreisausschnitte unterteilt, so dass jedes Ergebnis mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$ auftreten kann.

Erwartungswert bei Leilas Glücksrad: $\frac{1}{3} \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot 5 + \frac{1}{3} \cdot 8 = \frac{1}{3} \cdot (2+5+8) = \frac{1}{3} \cdot 15 = 5$

Bei I : $\frac{1}{3} \cdot (1+7+6) = \frac{1}{3} \cdot 14 = 4,7$
 II : $\frac{1}{3} \cdot (3+9+4) = \frac{1}{3} \cdot 16 = 5,3$
 III : $\frac{1}{3} \cdot (1+9+5) = \frac{1}{3} \cdot 15 = 5$

Bei Glücksrad II hat Leilas Gegenspieler auf Dauer bessere Chancen.

b) Individuelle Schülerergebnisse

Die Summen aller drei Werte auf je einem Glücksrad sollten $< 2 + 5 + 8$ sein, es sollte aber dennoch der Eindruck bleiben, dass Leilas Gegner eine Chance hat. Ein Beispiel: Leilas Glücksrad hat drei gleich große Segmente mit den Zahlen 1 und 3 und 9. Oder vier gleich große Segmente mit 1 und 4 und 9 und 2.

Hendrik geht zusammen mit weiteren 9 Schülern und 20 Schülerinnen in die Klasse 9b der Tulla-Realschule. Er stellt folgende Überlegungen über die Klasse an:

Die Wahrscheinlichkeit, dass ...

- ① im Unterricht ein Mädchen aufgerufen wird, liegt bei $\frac{2}{3}$.

Das ist eine falsche Überlegung, da es sich beim Aufrufen von Schülern um kein Zufallsexperiment handelt. Das Aufrufen hängt ja auch davon ab, wer sich meldet, oder vielleicht hat auch der Lehrer bereits jemanden bestimmten zum Aufrufen ausgesucht. Auf jeden Fall hängt es nicht allein vom Zufall ab.

- ② mich ein Junge beim Hausaufgaben-Vorlesen ablöst, liegt bei $\frac{1}{3}$.

Das ist eine falsche Überlegung. Hendrik wird beim Vorlesen von einem anderen Jungen abgelöst, somit kommen nur noch neun Jungen in Frage. Die Wahrscheinlichkeit beträgt dann nur $\frac{9}{30} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$. Abgesehen davon handelt es sich nicht um ein Zufallsexperiment.

- ③ ich die einzige Eins in der Mathearbeit habe, beträgt $\frac{1}{30}$.

Auch das ist kein Zufallsexperiment, gehen wir davon aus, dass der Lehrer seine Noten nicht würfelt.

- ④ Ralf im Mai Geburtstag hat, ist $\frac{1}{12}$.

Als Zufallsexperiment noch akzeptabel, wenngleich Monate unterschiedliche Tageszahlen haben. Außerdem ist in empirischen Studien bewiesen, dass in bestimmten Monaten mehr Kinder geboren werden. Die Aussage ist also diskussionswürdig.

- ⑤ irgendein Schüler oder eine Schülerin der Klasse im Mai Geburtstag hat, ist $\frac{30}{12}$.

Die Aussage ist falsch. Als einfachstes Argument für die Unrichtigkeit der Aussage kann man anführen, dass die Wahrscheinlichkeit nicht größer 1 sein kann. Es steckt aber natürlich mehr hinter dem Fehler.

(aus XQuadrat A5, Oldenbourg Verlag)

In welchen Fällen ist ein sicheres Ereignis beschrieben?

- a) Es wird eine gerade Zahl oder eine Zahl größer 2 gewürfelt.
Falsch, denn das Ergebnis 1 ist nicht im Ereignis enthalten.
- b) Es wird eine ungerade oder eine gerade Zahl gewürfelt.
Ja, alle Ergebnisse sind im Ereignis enthalten.
- c) Entweder gewinnt der VfB Stuttgart oder er verliert.
Falsch, denn das Ereignis Remis ist nicht enthalten.

(aus Schnittpunkt 6, Klett Verlag)

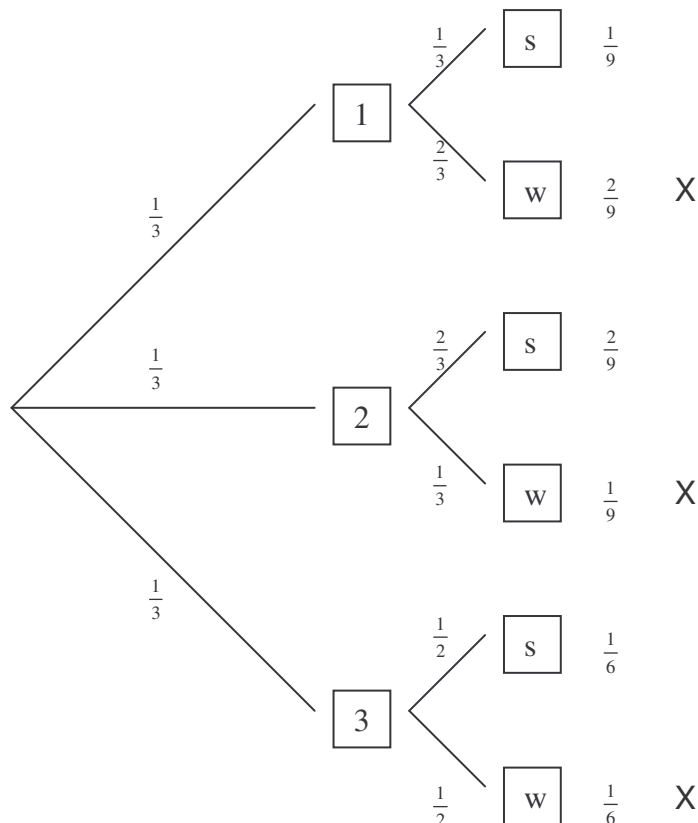
Im Lande Kalibund erhalten die Bürger einmal im Jahr die Gelegenheit, von der Steuer befreit zu werden. Dazu müssen sie zunächst mit verbundenen Augen einen Behälter wählen und anschließend aus dem gewählten Behälter eine Kugel ziehen. Wer eine weiße Kugel zieht, wird von der Steuer befreit.



- Berechne die Chance, von der Steuer befreit zu werden, wenn die Kugeln wie abgebildet verteilt sind.
- Wie ändert sich die Chance, wenn die zwei schwarzen Kugeln aus dem ersten Behälter in den zweiten Behälter gelegt werden?
- Ein Bürger bittet darum, von dem Ziehen die Kugeln selbst auf die drei Behälter verteilen zu dürfen. Wie muss er die Kugeln verteilen, damit er eine möglichst große Chance hat, von der Steuer befreit zu werden? Gib für diesen Fall die Wahrscheinlichkeit an.

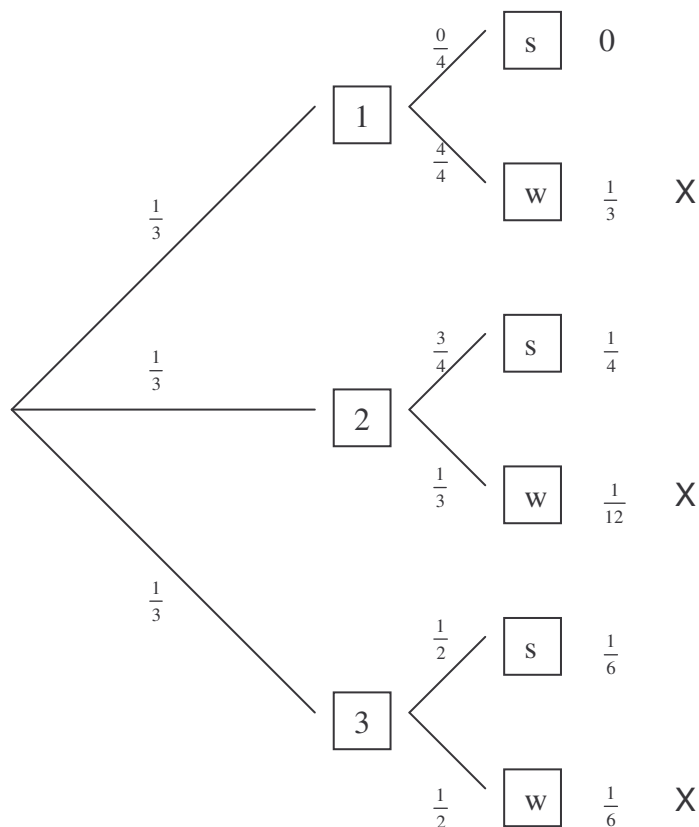
Lösungen:

- Beschrieben ist ein zweistufiges Zufallsexperiment
Mögliche Ergebnisse in der ersten Stufe: Behälter 1, 2 und 3
In der zweiten Stufe: schwarz s und weiß w



$$\frac{2}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2} = 50 \%$$

b)



$$\frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{4}{12} + \frac{1}{12} + \frac{2}{12} = \frac{7}{12} = 58,3 \%$$

- c)
- | | |
|-------------------|--------------------------------------|
| Erster Behälter: | eine weiße Kugel (sicheres Ereignis) |
| Zweiter Behälter: | eine weiße Kugel (sicheres Ereignis) |
| Dritter Behälter: | neun schwarze und 7 weiße Kugeln |

Damit ergibt sich die Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{16} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{7}{48} = \frac{39}{48} = 81,3 \%$