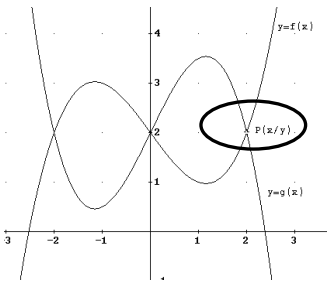
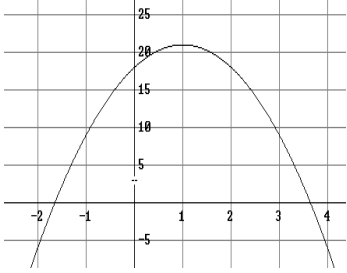
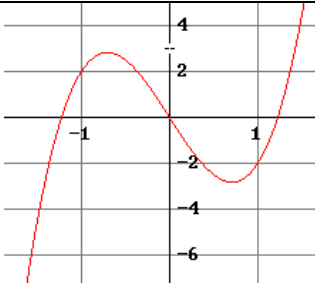
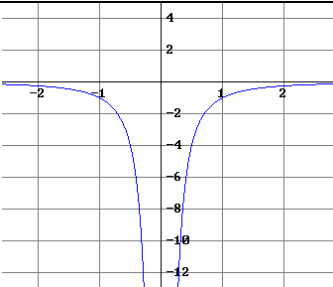


Was man wissen sollte:

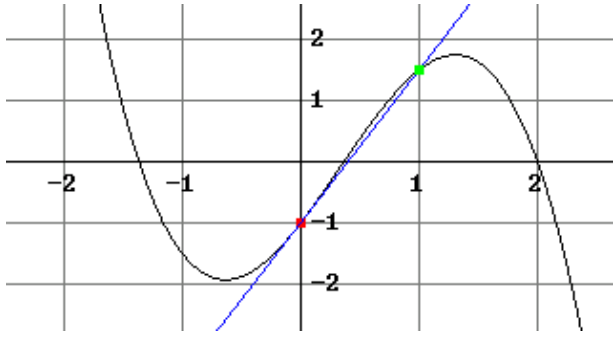
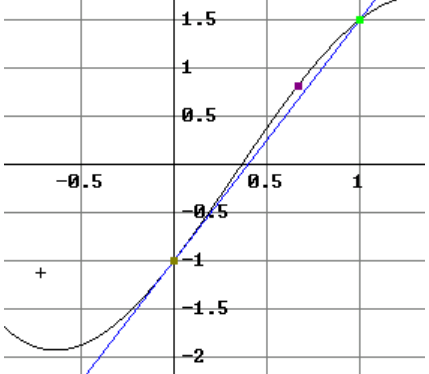
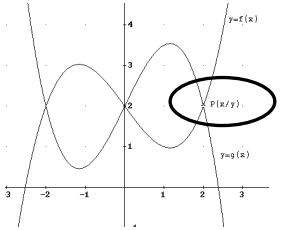
- Alle Grundlagen aus der Eingangsstufe (betr. ganzrationale Fktn. und Hyperbeln)
- O.g. Funktionen ableiten können
- Den Zusammenhang von $f'' - f' - f$ kennen.
- Tangenten an Kurven, auch von Punkten außerhalb, berechnen können.
- Hoch-/Tief-/Wendepunkte einer ganzrat. Funktion berechnen können (genaue Werte!!)
- Den TR sinnvoll (Grafik, Berechnungen) einsetzen können.

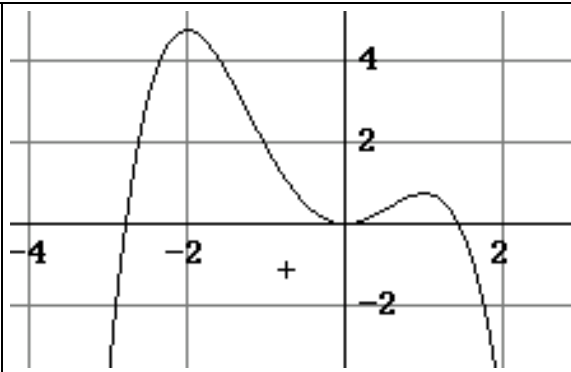
Aufgabenbeispiele:

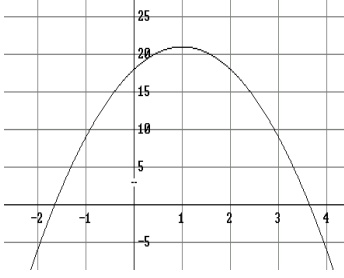
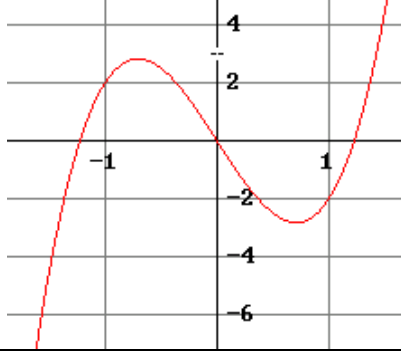
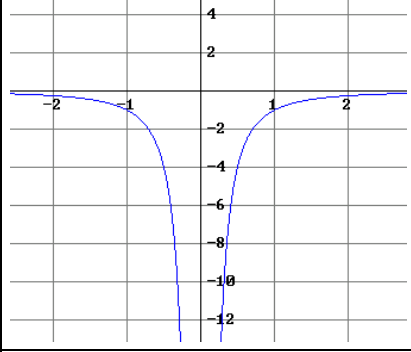
1.	$f: x \rightarrow -x^3 + x^2 + \frac{5}{2}x - 1; x \in \mathbb{R}$. $P_1(0/f(0))$ und $P_2(1/f(1))$ sind Punkte auf f .		
a)	Bestimmen Sie die Steigung der Sekante durch P_1 und P_2 .		
b)	In welchem Punkt P hat das Schaubild von f dieselbe Steigung wie die Sekante P_1P_2 ? Berechnen Sie die Koordinaten von P .		
2.	$f: x \rightarrow \frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{3}x + 2, x \in \mathbb{R}$, Schaubild heiße K_1 $g: x \rightarrow -\frac{1}{2}x^3 + 2x + 2, x \in \mathbb{R}$, Schaubild heiße K_2 . Die beiden Schaubilder (vgl. Skizze) schneiden sich im 1. Quadranten in $P(x/y)$. a) Berechnen Sie die Koordinaten von P b) Berechnen Sie den Schnittwinkel, unter dem sich K_1 und K_2 in P schneiden.		
3.	$f: x \rightarrow f(x) = -\frac{2}{9}(2x^4 + \frac{8}{3}x^3 - 8x^2); x \in \mathbb{R}$, Schaubild heiße K .		
a)	Bestimmen Sie alle Achsenschnittpunkte von K .		
b)	Berechnen Sie die Hoch-, Tief- und Wendepunkte von K .		
c)	Erstellen Sie eine ergänzende Wertetabelle und zeichnen Sie K in ein Koordinatensystem mit 1 LE = 1 cm für $-3 \leq x \leq 2$ (y-Achse: $[-4; 5]$)		
4.	Verständnisfragen (Antwort bitte kurz begründen: sprachlich-mit mathematischer Genauigkeit). Es sei f eine ganz-rationale Funktion mit $\text{grad}(f) = n$ und ihr Schaubild heiße K .		
a)	Von welchem Grad muss f mindestens sein, damit K 2 Wendepunkte hat?		
b)	Es sei $\text{grad}(f)=4$ und $f(x) > 0$ auf $\mathbb{R}$. Wie viele Hochpunkte kann K maximal haben?		
c)	Gibt es ein f mit $\text{grad}(f)=3$, deren K zwei Hochpunkte hat?		
d)	Ab welchem $\text{grad}(f)$ ist mit mindestens einem Wendepunkt von K zu rechnen?		
5.	Der Verlauf von f' , g' , h' ist gegeben. Daraus soll auf den Verlauf von f , g , h „rückgeschlossen“ werden:		
			
6.	Wie kann man mittels Ableitungskalkl Bereiche einheitlichen Monotonieverhaltens einer Funktion f bestimmen?		

Funktionen zu Aufg. 5

$f(x) := -(x+4) \cdot (x-2) \cdot (x-5)$	$f(x) = -3x^2 + 6x + 18$
$g(x) := x^4 - 3x^2 - 3$	$g'(x) = 4x^3 - 6x$
$h(x) := \frac{1}{x}$	$h'(x) = -\frac{1}{x^2}$

1.	$f: x \rightarrow -x^3 + x^2 + \frac{5}{2}x - 1; x \in \mathbb{R}$. $P_1(0/f(0))$ und $P_2(1/f(1))$ sind Punkte auf f .
a)	Bestimmen Sie die Steigung der Sekante durch P_1 und P_2. $f(x) := -x^3 + x^2 + \frac{5}{2}x - 1$ $[0, -1]$ $\left[1, \frac{3}{2}\right]$ $\frac{y - [0, -1]_2}{x - [0, -1]_1} = \frac{[0, -1]_2 - \left[1, \frac{3}{2}\right]_2}{[0, -1]_1 - \left[1, \frac{3}{2}\right]_1}$ $\frac{y + 1}{x} = \frac{5}{2}$ $y = \frac{5 \cdot x - 2}{2}$ 
b)	In welchem Punkt P hat das Schaubild von f dieselbe Steigung wie die Sekante P_1P_2? Berechnen Sie die Koord. P. $\frac{5 \cdot x}{2} - 1$ $f'(x) = \frac{5}{2}$ $x = \frac{2}{5} \vee x = 0$ $f\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{22}{25}$ $f(0) = -1$ 
2.	$f: x \rightarrow \frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{3}x + 2, x \in \mathbb{R}$, Schaubild heiße K_1 $g: x \rightarrow -\frac{1}{2}x^3 + 2x + 2, x \in \mathbb{R}$, Schaubild heiße K_2. Die beiden Schaubilder (vgl. Skizze) schneiden sich im 1. Quadranten in $P(x/y)$. a) Berechnen Sie die Koordinaten von P b) Berechnen Sie den Schnittwinkel, unter dem sich K_1 und K_2 in P schneiden. 
	$f(x) := \frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{3}x + 2$ $g(x) := -\frac{1}{2}x^3 + 2x + 2$ $f(x) = g(x)$ $f(x) - g(x) = 0$ $\frac{5 \cdot x \cdot (x^2 - 4)}{6} = 0$ $x = -2 \vee x = 2 \vee x = 0$ $f(2) = 2$ $[2, 2]$ $f'(2)$ $\frac{8}{3}$ $g'(2)$ -4 $\text{TAN}(\delta) = \frac{-4 - \frac{8}{3}}{1 + (-4) \cdot \frac{8}{3}}$ $\text{TAN}(\delta) = \frac{20}{29} \quad ; \quad \delta = 34.59228868$

3.	$f : x \rightarrow f(x) = -\frac{2}{9}(2x^4 + \frac{8}{3}x^3 - 8x^2)$; $x \in \mathbb{R}$, Schaubild heiße K.													
a)	Bestimmen Sie alle Achsenschnittpunkte von K.													
b)	Berechnen Sie die Hoch-, Tief- und Wendepunkte von K.													
	Waagepunkte: $f'(x) = 0$, dann mit $f''(x) \neq 0$ HP / TP entscheiden Wendepunkte: $f''(x) = 0$, diese Nullstellen müssen ungerade Ordnung haben:													
c)	Erstellen Sie eine ergänzende Wertetabelle und zeichnen Sie K in ein Koordinatensystem mit 1 LE = 1 cm für $-3 \leq x \leq 2$ (y-Achse: $[-4; 5]$)													
	$f(x) := -\frac{2}{9} \cdot \left(2 \cdot x^4 + \frac{8}{3} \cdot x^3 - 8 \cdot x^2 \right)$$\frac{d}{dx} f(x) = -\frac{2}{9} \cdot (16 \cdot x^3 + 8 \cdot x^2 - 16 \cdot x)$$f'(x) = 0 \text{ liefert Waagestellen:}$$x = -2 \vee x = 1 \vee x = 0$$f''(x) \text{ entscheidet über HP / TP:}$$\frac{d}{dx} f'(x) = -\frac{2}{9} \cdot (48 \cdot x^2 + 16 \cdot x - 16)$$f''(-2) = -32 / 3$$f''(1) = -16 / 3$$f''(0) = 32 / 3$$f''(x) = 0 \text{ - mit Zusatz !! - liefert Wendestellen:}$$x = -\frac{\sqrt{7}}{3} - \frac{1}{3} \vee x = \frac{\sqrt{7}}{3} - \frac{1}{3}$$x = -1.215250437 \vee x = 0.5485837703$	<table data-bbox="836 837 1129 1218"><tr><td>-3</td><td>-4</td></tr><tr><td>-2</td><td>4.740740740</td></tr><tr><td>-1</td><td>1.925925925</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0.7407407407</td></tr><tr><td>2</td><td>-4.740740740</td></tr></table>	-3	-4	-2	4.740740740	-1	1.925925925	0	0	1	0.7407407407	2	-4.740740740
-3	-4													
-2	4.740740740													
-1	1.925925925													
0	0													
1	0.7407407407													
2	-4.740740740													
4.	Verständnisfragen (Antwort bitte kurz begründen: sprachlich-mit mathematischer Genauigkeit). Es sei f eine ganz-rationale Funktion mit $\text{grad}(f) = n$ und ihr Schaubild heiße K.													
a)	Von welchem Grad muss f mindestens sein, damit K 2 Wendepunkte hat? Damit f'' 2 Nullstellen hat, muss sie mindestens quadratisch sein. Da beim Ableiten immer eine x-Potenz weniger herauskommt, muss f in diesem Fall mindestens $\text{Grad}(f) = 4$ haben.													
b)	Es sei $\text{grad}(f)=4$ und $f(x) > 0$ auf $\mathbb{R}$. Wie viele Hochpunkte kann K maximal haben? ... also f''' ist vom Grad 3, somit maximal 3 Waagepunkte. Da $f(x) > 0$, kommt f von oben und geht nach oben, also 2 TP und 1 HP maximal oder nur 1 TP und kein HP.													
c)	Gibt es ein f mit $\text{grad}(f)=3$, deren K zwei Hochpunkte hat? Nein, da bei $\text{grad}(f) = 3$ die Kurve von oben nach unten oder umgekehrt verläuft und somit entweder 1 HP und 1 TP oder keinen von beiden haben kann.													
d)	Ab welchem $\text{grad}(f)$ ist mit mindestens einem Wendepunkt von K zu rechnen? f' muss eine Nullstelle haben, also muss sie eine lineare Funktion sein, die nicht parallel zur x-Achse verläuft, also vom $\text{Grad}(f) = 1$.													

5.	Der Verlauf von f' , g' , h' ist gegeben. Daraus soll auf den Verlauf von f , g , h „rückgeschlossen“ werden:		
			
	Negative Steigung, dann waagrechte Tangente, dann positive Steigung bis zum Maximum von ca 21 a.d. Stelle 1, dann wieder abnehmende Steigung bis zu einem Waagepunkt bei ca 3,6, ab dort negative Steigung: $f(x) := -(x+4) \cdot (x-2) \cdot (x-5)$ $f'(x) = -3x^2 + 6x + 18$	Negative Steigung, ab ca -1,2 Übergang ins Positive, zunehmend bis ca -0,7, dann wieder abnehmend nach 0 a.d. St. 0, dann negative Steigung bis zum stärksten Abfallen bei ca 0,7, ab dort Abnahme des Fallens bis zu einem Waagepunkt a.d. St. 1,2, ab dort wieder positive Steigung. Es gibt also 3 Waagepunkte. $g(x) := x^4 - 3x^2 - 3$ $g'(x) = 4x^3 - 6x$	Für $x \rightarrow -\infty$ geht die Steigung gegen Null, für $x \rightarrow 0$ geht die Steigung nach $-\infty$ und für $x \rightarrow +\infty$ geht die Steigung auch wieder gegen Null. $h(x) := \frac{1}{x}$ $h'(x) = -\frac{1}{x^2}$
6.	Wie kann man mittels Ableitungskalkül Bereiche einheitlichen Monotonieverhaltens einer Funktion f bestimmen? Smw: $f' > 0$, smf: $f' < 0$. Monotoniewechsel an HP /TP: HP : smw $\rightarrow$ smf, TP : smf $\rightarrow$ smw.		