Funktionsbestimmung durch Verschiebung und Streckung

zu 2.) Periodische Vorgänge lassen sich oft durch Sinusfunktionen beschreiben. Die hier vorliegende Wertetabelle liefert *y*-Werte zwischen 17,2 und 22,9 [in °C].

Damit fordern wir (statt Werten zwischen -1 und 1) Werte zwischen 17,2 und 22,9, was einem „Ausschlag“ (Amplitude) von 2,85 um den Mittelwert 20,05 entspricht.

→ Streckung des Schaubildes von $f(x)=\sin x$ in *y*-Richtung mit dem Faktor $k_y=2{,}85$ und anschließende Verschiebung in *y*-Richtung um 20,05

Zwischenergebnis: $f_1(x)=2{,}85\cdot\sin x+20{,}05$

Die Periode beträgt bei unserem Vorgang 24 [Stunden] (statt 2π). Somit müssen wir das Schaubild der Sinusfunktion mit dem Faktor $k_x=\frac{12}{\pi}$ in *x*-Richtung strecken. (Achtung, der Streckfaktor in *x*-Richtung geht als Kehrwert in die Funktion ein!)

→ Streckung des Schaubildes um $k_x=\frac{12}{\pi}$ in *x*-Richtung liefert

Zwischenergebnis: $f_2(x)=2{,}85\cdot\sin\left(\frac{\pi}{12}\cdot x\right)+20{,}05$

Nun müssen wir noch beachten, dass die Sinuskurve vom Ursprung aus betrachtet von ihrem Mittelwert ansteigt – dies ist hier nicht bei $x=0$ der Fall, sondern erst bei $x=12$.

→ Verschiebung des Schaubildes um 12 in *x*-Richtung:

Zwischenergebnis: $f_2(x)=2{,}85\cdot\sin\left(\frac{\pi}{12}\cdot(x-12)\right)+20{,}05$

Durch Ausmultiplizieren des Terms in der großen Klammer erhalten wir das Ergebnis in der Form $f(x)=a\cdot\sin(bx+c)+d$:

Endergebnis: $\boxed{T(x)=2{,}85\cdot\sin\left(\frac{\pi}{12}\cdot x-\pi\right)+20{,}05\quad[\text{in } ^\circ C]}$

zu 3.) Die Änderungsrate bei einer Sinusfunktion ist am größten, wenn der Mittelwert überschritten wird – dies ist um 12.00 Uhr der Fall, also für $x=12$.

zu 4.) Da Sinuskurven in den Bereichen um den „Mittelwert“-Durchgang nahezu „linear“ verlaufen, wird die 21 °C-Grenze ca. um 13.00 Uhr überschritten – bis ca. 23.00 Uhr. (Mittelwerte werden um 12.00 Uhr und um 24.00 Uhr erreicht. Vergleiche 1/3-1/2-Regel.)

Hinweis:

Vergleicht man dieses Ergebnis mit dem „Regressionsergebnis“, so liegen die Werte nah beieinander. Sicherlich ist das Regressionsergebnis exakter, da hier mehr Tabellenwerte in die Parameterbestimmung eingehen.

Da aber auch die Messwerte je nach Temperaturlage variieren, liefert die auf die obige Art gefundene Funktion ebenfalls vernünftige Näherungswerte.