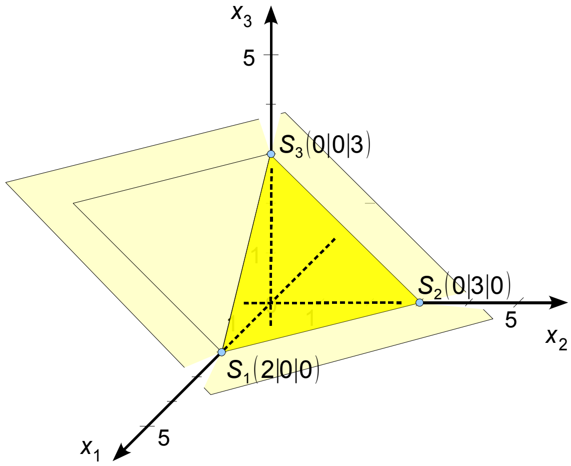
Musteraufgabe 2 *(aus Zeichnung zur Koordinatengleichung)***:**



Bestimme eine Ebenengleichung zur Ebene durch $S_1(2|0|0), S_2(0|3|0)$ und $S_3(0|0|3)$.

Lösung:

Aus den Spurpunkten S_1, S_2 und S_3 ergeben sich (triviale) Forderungen an die Ebenengleichung, da zwei der drei Koordinaten null sind:

$$\left.\begin{array}{llll} \text{Bei } S_1 & \text{ist } x_2=x_3=0 & \rightarrow \text{Forderung:} & x_1=2 \\ \text{Bei } S_2 & \text{ist } x_1=x_3=0 & \rightarrow \text{Forderung:} & x_2=3 \\ \text{Bei } S_3 & \text{ist } x_1=x_2=0 & \rightarrow \text{Forderung:} & x_3=3 \end{array}\right\} \text{ 1}$$

Wie finden wir die Ebenengleichung, die all dies erfüllt?

Zunächst bestimmen wir das kleinste gemeinsame Vielfache *(kgV)* der obigen drei Zahlenwerte → $kgV(2,3,3)=6$
Mit unseren obigen Forderungen ergibt sich die Ebenengleichung (in Koordinatenform): $3x_1+2x_2+2x_3=6$

Hinweis: Teilt man die obige Gleichung (auf beiden Seiten) durch 6, erhält man die sogenannte ***Achsenabschnittsform***. (In den Kehrwerten der Kooeffizienten „stecken" die drei Achsenabschnitte 1.)

Wichtige Spezialfälle:

- Ist eine Ebene parallel zu einer Koordinatenachse, dann fehlt die entsprechende Koordinate in der Koordinatengleichung.

  Z. B. gibt es bei der zur x_3-Achse parallelen Ebene durch S_1 und S_2 gibt es keinen Spurpunkt auf der x_3-Achse. Die Koordinaten aller Ebenenpunkte werden z. B. durch die Gleichung $\frac{1}{2}x_1+\frac{1}{3}x_2=1$ erfüllt.

- Wird eine Ebene durch zwei Koordinatenachsen aufgespannt muss die dritte Koordinate für alle Ebenenpunkte null sein. So beschreibt die Gleichung $x_3=0$ die x_1x_2-Ebene.

- Verläuft eine Ebene durch eine Koordinatenachse, wird die entsprechende Gleichung durch die Schnittgerade in der Ebene der beiden anderen Achsen beschrieben. So liefert $x_3=3x_2$ bzw. $3x_2-x_3=0$ die Ebene durch $P(0|1|3)$ und die x_1-Achse. (Die Koordinatengleichung enthält keine x_1-Komponente, da die Ebene parallel zur x_1-Achse verläuft.)