Musteraufgabe 1** (von der Koordinatenform zur Parameterform)**:

Die Gleichung $x_1+2x_2+4x_3=5$ beschreibt eine Ebene im Raum. Forme die Gleichung in die entsprechene Parametergleichung um.

Lösung:

Setzt man für x_2 und x_3 beliebige Zahlenwerte ein, kann man die obige Gleichung nach x_1 auflösen. So lassen sich die Koordinaten vieler Punkte der entsprechenden Ebene finden, niemals jedoch alle. Um eine Lösung für alle Punkte der Ebene anzugeben setzten wir (statt Zahlenwerten) Variablen für x_2 und x_3 ein und lösen nach x_1 auf:

$$x_2=r\,;x_3=s \rightarrow x_1=5-2r-4s$$

Die Koordinaten für einen (allgemeinen) Punkt X der Ebene lauten damit:

$$(x_1|x_2|x_3)=(5-2r-4s|\ r\ |\ s);\ (\text{mit } r,s\in\mathbb{R}).$$

Das können wir auch durch eine Parameterdarstellung des entsprechenden Ortsvektors $\overrightarrow{OX}$ beschreiben. (Erinnere dich an die Addition und Multiplikation von Vektoren.)

$$E:\vec{x}=\overrightarrow{OX}=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5-2r-4s\\r\\s\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\0\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-2r\\r\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-4s\\0\\s\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\0\\0\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-2\\1\\0\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-4\\0\\1\end{pmatrix}$$

Da die beiden Spannvektoren (rechts) nicht linear abhängig sind (***überprüfen!***), haben wir unsere Parameterdarstellung der Ebene gefunden.