Musteraufgabe 4 *(von Parameterform zur Koordinatenform – Möglichkeit 2)***:**

Grundlage der Berechnung sind zwei linear unabhängige Richtungsvektoren $\vec{q}$ und $\vec{v}$ sowie ein beliebiger Punkt *P* aus der Ebene. Diese Angaben entnimmt man direkt der Parameterdarstellung unserer Ebene.

Schritt 1: Bestimmung eines Normalenvektors $\vec{n}$

(vgl. früherer Aufgabentyp „*Bestimmung einer Parametergleichung für eine Gerade, die auf einer Ebene senkrecht steht*".)

Aufgrund der Orthogonalität erhalten wir mit dem Skalarprodukt zwei Gleichungen:

$$\vec{q}\cdot\vec{n}=q_1\cdot n_1+q_2\cdot n_2+q_3\cdot n_3=0$$
$$\vec{v}\cdot\vec{n}=v_1\cdot n_1+v_2\cdot n_2+v_3\cdot n_3=0$$

Zur Bestimmung der drei Komponenten von $\vec{n}$ benötigen wir eigentlich drei Gleichungen. Da die Länge des Normalenvektors in unserem Fall keine Rolle spielt, können wir für eine seiner Komponenten eine beliebige Zahl ungleich 0 wählen. (***Tipp:*** verwende immer die 1 für die erste Komponente n_1)

Merke: Die Koordinaten von $\vec{n}$ sind die Koeffizienten unserer Ebenengleichung.(Umgekehrt ergeben die Koeffizienten einer Ebenengleichung stets einen Normalenvektor.)

Zwischenergebnis: $a_1\cdot x_1+a_2\cdot x_2+a_3\cdot x_3=(1\cdot)x_1+n_2\cdot x_2+n_3\cdot x_3=\mathbf{b}$ (*b* unbekannt!)

Schritt 2: Bestimmung der konstanten Zahl b

Nun kommt der Punkt *P* aus der Ebene ins Spiel. Wir setzen seine Koordinaten in unser Zwischenergebnis ein. Da für jeden Punkt aus der Ebene die Koordinatengleichung erfüllt sein muss, gilt das natürlich auch für *P*.
Damit liefert diese einfache Rechnung einen Wert für *b*:

$$\mathbf{b}=p_1+n_2\cdot p_2+n_3\cdot p_3$$

Damit haben wir bereits unsere Ebenengleichung:

$$\boxed{x_1+n_2\cdot x_2+n_3\cdot x_3=b} \qquad (1)$$

Beachte, dass es unendlich viele Koordinatengleichungen zu einer einzigen Ebene gibt. Um Brüche zu vermeiden multipliziert man oft beide Seiten der Gleichung (1) noch mit dem Hauptnenner *(HN)* der Koeffizienten n_2 und n_3.

Endergebnis: $\boxed{HN\cdot x_1+HN\cdot n_2\cdot x_2+HN\cdot n_3\cdot x_3=HN\cdot b}$

Tipp: Multipliziere die drei Komponenten von $\vec{n}$ bereits vor Schritt 2 mit dem *HN* von n_2 und n_3. Das erleichtert die Berechnung von *b*.