

Übungsaufgabe zu windschiefen Geraden

Gegeben sind die Geraden g und h mit den Gleichungen

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- Zeige, dass die Geraden g und h windschief sind und berechne den Abstand zwischen den beiden Geraden.
- Berechne alle Punkte auf g und h , die vom Ursprung aus den Abstand 8 LE (Längeneinheiten) haben.
- Bestimme den Abstand des Stützpunktes von g zur Geraden h .
- Man kann den Abstand windschiefer Geraden auf den Abstand paralleler Ebenen zurück führen. Beschreibe diesen Zusammenhang mit einer Skizze und berechne die Gleichungen der parallelen Ebenen E_g und E_h mit $g \subset E_g$ und $h \subset E_h$.
- Ermittle die Gleichung einer Geraden k , die g und h orthogonal schneidet.
- Die Geraden g und h können auch Flugbahnen zweier Flugzeuge darstellen (Längen in Kilometern und t in Minuten).

Berechne die Geschwindigkeit der Flugzeuge in Kilometern pro Stunde.

Bestimme den Zeitpunkt, bei dem sich die Flugzeuge am nächsten kommen.

Wie groß ist dieser minimale Abstand?

Senkrecht von oben scheint die Sonne auf die Flugzeuge. Deren Bahn beschreibt auf dem ebenen Boden ($x_1 x_2$ -Ebene) je eine „Schattenlinie“. In welchem Punkt schneiden sich diese beiden Linien?



Hinweise:

- Überlege dir, welche Problemstellungen bei windschiefen Geraden mit der HNF-Abstandsformel gelöst werden können. Bei bestimmten Aufgabenstellungen ist dieses „Werkzeug“ unbrauchbar. Warum? Suche hierzu Beispiele.
- Warum kann man den variablen Verbindungsvektor zwischen den windschiefen Geraden nicht minimieren, um auf die Punkte mit minimalem Abstand zu kommen?
- Welche grundlegenden Unterschiede zu „normalen“ Geradengleichungen bestehen, wenn es sich um Bewegungsgleichungen handelt?