



Staatsexamensarbeit Matthias Amelunxen

1.1 Juni 1999

Entwicklung einer Lernsoftware
für den interaktiven Zugang
zur Quantenphysik
mittels Zeigerdiagrammen

Prüfungsarbeit in Physik

Im Rahmen des Ersten Staatsexamens

erstellt von

Matthias Amelunxen

1 Einleitung 1

| | | |
|--------|---|----|
| 2 | Die vorhandene Lernsoftware | 3 |
| 3 | Die Quantenmechanik mit Pfadintegralen..... | 4 |
| 3.1 | Die Behandlung der Quantenmechanik in Schulbüchern..... | 4 |
| 3.1.1 | Das Schulbuch „Impulse Physik 2“[11]..... | 4 |
| 3.1.2 | Das Schulbuch „Metzler Physik“[10] | 5 |
| 3.1.3 | Fazit der Schulbuchbetrachtung | 7 |
| 3.2 | Feynmans Ansatz | 7 |
| 3.2.1 | Das Pfadintegral in der Quantenmechanik - Vergleich mit der klassischen Mechanik..... | 7 |
| 3.2.2 | Die Reduktion des Pfadintegrals - Einführung der Uhren..... | 9 |
| 3.2.3 | Die Verallgemeinerung des Huygensschen Prinzips..... | 10 |
| 3.2.4 | Einsatzmöglichkeiten in der Schule | 10 |
| 4 | Das Programmpaket | 12 |
| 4.1 | Die Oberflächengestaltung..... | 12 |
| 4.2 | Die Programmteile..... | 13 |
| 4.2.1 | Die Startseite | 13 |
| 4.2.2 | Der Programmteil „Das Prinzip der Quantenmechanik - die Stoppuhr und alle möglichen Wege“ | 14 |
| 4.2.3 | Der Programmteil „Von der Stoppuhr zur Wellenfunktion“..... | 20 |
| 4.2.4 | Der Programmteil „Darstellung einer Wellenfunktion durch viele Uhren“ | 24 |
| 4.2.5 | Der Programmteil „Geradlinige Ausbreitung von Licht“ | 27 |
| 4.2.6 | Der Programmteil „Reflexion am ebenen Spiegel“..... | 30 |
| 4.2.7 | Der Programmteil „Reflexion am Reflexionsgitter“ | 32 |
| 4.2.8 | Der Programmteil „Interferenz am Doppelspalt“..... | 34 |
| 4.2.9 | Der Programmteil „Wellenfunktion eines freien Elektrons“..... | 37 |
| 4.2.10 | Der Programmteil „Wellenfunktion eines Elektrons an einer Potentialstufe“ | 38 |
| 4.2.11 | Der Programmteil „Wellenfunktion eines Elektrons im unendlich tiefen Potentialtopf“ | 41 |

| | |
|---|----|
| Zusammenfassung und Ausblick..... | 44 |
| Literaturverzeichnis..... | 45 |
| Anhang | 46 |
| A1 Die Systemvoraussetzungen..... | 46 |
| A2 Die Entwicklungsumgebung Delphi 3..... | 46 |

1 Einleitung

Die Quantenmechanik bereitete schon Generationen von Schülern und Studenten¹ enorme Schwierigkeiten. Die Darstellung im Unterricht stützte und stützt sich noch heute zumeist auf die Verwendung zweier Modellvorstellungen: Licht und andere Quantenteilchen werden als Welle oder als Korpuskel betrachtet. Verwirrend ist die hierdurch gegebene Wahlmöglichkeit: Warum verhält sich ein Photon beim Photoeffekt wie ein Teilchen, am Doppelspalt hingegen wie eine Welle? Und woher „weiß“ es, was es gerade „zu sein hat“?

Dieses Phänomen wird gemeinhin mit dem Ausdruck „Dualismus Teilchen - Welle“ beschrieben. An der Lösung dieses Problems arbeiteten so berühmte Männer wie Albert Einstein (1879-1955), Erwin Schrödinger (1887-1961), Werner Heisenberg (1901-1976), Nils Bohr (1885-1962) und Max Born (1882-1970). Die auftretenden Schwierigkeiten werden in einem Ausspruch Borns deutlich:

Es war damals viel verlangt, dass jemand, der jeden Tag Interferenzen beobachtet, an eine Erneuerung der Korpuskulartheorie glauben sollte. ...Einstein ... sagte etwa, dass die Wellen nur dazu da seien, um den korpuskularen Lichtquanten den Weg zu weisen, und er sprach in diesem Sinne von einem "Gespensterfeld". Dieses bestimmte die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Lichtquant, der Träger von Energie und Impuls, einen bestimmten Weg einschlägt. ([11], S. 201)

Ziel dieser Staatsexamensarbeit ist es, Lehrer wie Schüler bei der Einführung der Quantenmechanik im Unterricht soweit wie möglich durch den Einsatz von Animationen und interaktiven Sequenzen zu unterstützen. Dabei wird ein Zugang zu diesem Thema gewählt, der auf den Physiker Richard P. Feynman zurückgeht (vgl. Kap. 3.2). Durch ihn gelingt es, direkt von Anfang an das Wellenmodell mit dem Korpuskelmodell zu verbinden, oder, anders ausgedrückt, das Elektron richtig darzustellen: Als Teilchen UND Welle.

Aus der später durchgeführten Schulbuchbetrachtung (vgl. Kap. 2.1) wird ersichtlich, dass immer noch der Weg über Wellen- und Korpuskelmodell der gewöhnliche ist. Die große Gefahr hierbei ist aber, dass viele Schüler durch äußere Umstände, wie Abwahl des Faches oder Verlassen der Schule, die Verbindung der beiden nicht mehr

¹ Die Verwendung der männlichen Form schließt hier und im folgenden die weibliche mit ein.

vermittelt bekommen. Damit fehlt der Grundstein für die moderne Physik. Meiner Meinung nach ist es durchaus möglich, direkt mit der Einführung des vollständigen Modells zu beginnen, ohne die Schüler zu überfordern. Dadurch gewinnt man die von Anfang an vorhandene Konsistenz sowie die Möglichkeit dafür, dass sich der für die neue Betrachtungsweise nötige Gewöhnungseffekt einstellt.

Für die Entwicklung des Programmes galten folgende Zielsetzungen:

Die Oberfläche sollte ansprechend, aber nicht unnötig überladen gestaltet sein. Durch mit der Maus steuerbare Eingabelemente sollte eine schnelle und unkomplizierte Programmbedienung ermöglicht werden. Als Inhalte standen die prinzipielle Wirkungsweise der Quantenmechanik (QM) im Vordergrund, absolute Zahlenwerte, die erfahrungsgemäß sehr abschreckend auf Schüler wirken, treten zurück.

2 Die vorhandene Lernsoftware

Vor Beginn der Arbeit führte ich eine umfassende Softwarerecherche durch, dabei waren auch die Staatsexamensarbeiten von Michael Wünstel [3] und Ulrike Burkhard [4] sehr hilfreich. Diese hatten etwa ein Jahr zuvor ebenfalls die bis zu diesem Zeitpunkt vorhandene Lernsoftware zum Thema Quantenmechanik untersucht, allerdings lagen dort die Schwerpunkte auf weiterführenden Betrachtungen wie den Wellenfunktionen eines Elektrons bei verschiedenen Potentialformen sowie der Heisenbergschen Unschärferelation.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass mit einer Ausnahme keine Software zu diesem Thema auf dem Markt gefunden wurde, die zum anschaulichen und interaktiven Gebrauch in der Schule geeignet wäre.

Diese eine Ausnahme stellt das Programm [9] dar, welches ebenfalls Feynmans Ansatz zur Einführung verwendet und umfassend alle Phänomene der geometrischen Optik sowie viele einfachere Beispiele im Zusammenhang mit Elektronen behandelt. Der große Nachteil dieser Software ist die eingeschränkte Interaktivität. Sämtliche Parameter müssen numerisch eingegeben werden. Das setzt voraus, dass das Ergebnis eigentlich im Voraus bekannt sein müsste, um einen gewissen Effekt zu erzielen. Eine schnelle Variation der Parameter ist nicht möglich. Die Bedienung durch eine Maus, wie sie Schüler mittlerweile durch den Umgang mit dem eigenen PC gewohnt sind, ist ebenfalls nicht vorgesehen. Zusätzlich ist die Oberflächengestaltung wenig ansprechend, sie entspricht dem DOS- Standard. All diese Faktoren erschweren eine entdeckende und selbständige Nutzung durch Schüler.

3 Die Quantenmechanik mit Pfadintegralen

3.1 Die Behandlung der Quantenmechanik in Schulbüchern

Stellvertretend werden hier zwei Schulbücher daraufhin untersucht, wie sie in das Thema Quantenmechanik einführen. Außerdem steht am Ende jeder Betrachtung eine Abschätzung darüber, ob und wie das Programm zur Unterstützung des Unterrichts eingesetzt werden kann.

3.1.1 Das Schulbuch „Impulse Physik 2“[11]

Das neue Buch aus dem Jahr 1997 geht zur Einführung der Quantenmechanik vom Wellenmodell und dem Huygensschen Prinzip aus. Damit werden alle gängigen Phänomene wie Reflexion, Beugung und Interferenz am Gitter erklärt. Direkt im Anschluss führt der Doppelspaltversuch von Claus Jönsson in das Kapitel „Mikroobjekte“ ein. Dort ist auch ein Auszug aus dessen Originalveröffentlichung abgedruckt, in dem die Schwierigkeiten bei der Herstellung der Spalte beschrieben werden. Auf diesem Weg kann den Schülern die sonst so lebensfremde QM ein Stück weit näher gebracht werden. Die häufig auftretenden Floskeln wie „Wir nehmen einen Doppelspalt und...“ entfallen, die mühsame Forschungsarbeit eines Physikers wird sichtbar.

Fazit der Versuchsbeschreibung ist folgender Satz: „Mit Hilfe des Interferenzmusters kann nur von einer Wahrscheinlichkeit für einen bestimmten Auftreffort gesprochen werden.“ ([11], S. 193). Der Begriff der Wahrscheinlichkeit fällt hierbei zum ersten Mal. Durch ein weiteres Experiment, der Beugung von Photonen an einer Nadelspitze (Geoffrey Taylor, 1909), wird dargestellt, dass auch bei Reduktion der Lichtintensität bis hin zu einzelnen Photonen bei entsprechend langer Belichtung ein Interferenzbild entsteht. Dieses kann also kein Effekt einer Photon - Photon-Wechselwirkung sein. Der hieraus gezogene Schluss korrigiert die bisherige Interpretation des Wellenmodells: „Die mit dem Wellenmodell vorhersagbare Intensitätsverteilung liefert nur ein Maß für die Auftreffwahrscheinlichkeit des Photons an einer Stelle.“ ([11], S. 197)

Durch exemplarische Lösung der Schrödingergleichung für ein Elektron im unendlich tiefen Potentialtopf wird ein Einblick in die theoretische Physik gegeben

und die Größe ψ sowie deren Quadrat näher betrachtet. Dabei ist ψ eine nicht messbare Größe, Zustandsfunktion genannt. ψ^2 hingegen wird als messbare Wahrscheinlichkeitsdichte interpretiert.

Meiner Meinung nach ist diese Einführung sehr gelungen, werden doch die im Unterricht demonstrierbaren Phänomene wie Reflexion und Beugung anschaulich durch das Wellenmodell erklärt und direkt danach dieses gut funktionierende Modell für Sonderfälle erweitert bzw. uminterpretiert. Das Lösen der Schrödingergleichung bietet die Möglichkeit, Schülern die mathematische Vorhersagbarkeit physikalischer Phänomene an einem Beispiel zu demonstrieren. Außerdem wird so der Grund für die Energiequantisierung gebundener Zustände ersichtlich, ein einfaches Modell des Wasserstoffatoms ist geschaffen.

Photo- und Comptoneffekt, welche das Korpuskelmodell begründen, sind hinter der Einführung des Wahrscheinlichkeitsmodells für Elektronen angefügt. Das erzwingt die anschließende Frage nach der Konsistenz von Wahrscheinlichkeits- und Korpuskelmodell. Durch die Entstehung eines Interferenzbildes hinter einem Gitter bei schwacher Belichtung ist diese gesichert. Elektronen und Photonen können in gleicher Weise beschrieben werden.

Der scheinbare Widerspruch zwischen Teilchen- und Wellenmodell kann bei diesem Zugang gar nicht erst entstehen.

Bei einem Unterrichtsaufbau nach diesem Buch kann das vorliegende Programm eine große Unterstützung bieten, da es nach Einführung der Wahrscheinlichkeitsdichte ψ^2 die schon im Wellenmodell behandelten Effekte aus der neuen Sicht noch einmal erläutert und die Schüler so an das Arbeiten mit Wahrscheinlichkeiten gewöhnt.

3.1.2 Das Schulbuch „Metzler Physik“[10]

Das Kapitel „Wellenmodell des Lichts“ wird mit einem kurzen Rückblick auf die geometrische Optik und das dort verwendete Strahlenmodell begonnen. Danach führen die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit sowie die Betrachtung von Interferenz- und Beugungserscheinungen das Wellenmodell ein.

Gegen Ende dieses Abschnittes wird die Entstehung der Lichtintensitätsverteilung an Einzelspalt und Gitter durch Pfeildiagramme erklärt.

Durch Addition der jeweils zu einem Spalt gehörenden Zeiger entsteht die Resultierende, Amplitude genannt. Deren Länge wird in ein Phasen - Amplituden-Diagramm eingetragen, wobei die Phase den Winkel bezeichnet, um den sich benachbarte Pfeile in ihrer Richtung unterscheiden.

Durch Quadrieren der Amplitudenlänge erhält man eine Kurve, die modulo einer Konstante die Intensitätsverteilung angibt. Dabei tritt der Aspekt der Wahrscheinlichkeit nicht auf.

Erst im Kapitel „Wahrscheinlichkeitswellen beim Licht“, das im großen Abschnitt „Einführung in die Quantenphysik“ enthalten ist, werden Wellen- und Teilchenmodell kombiniert. Beim Doppelspaltexperiment mit Licht wird durch Originalaufnahmen dokumentiert, dass einzelne Photonen auf den Schirm treffen und durch ihre Vielzahl erst das bekannte Interferenzbild entsteht. Hieraus ergibt sich der Schluss, dass es sich bei der im Wellenmodell gefundenen Intensitätsverteilung nur um eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, Dichte genannt, handeln kann. Unterstützt wird dieser durch eine ausführlich beschriebene Computersimulation.

Die Erweiterung des neuen Modells erfolgt durch die Einführung der de Broglie-Wellen, Betrachtung der Beugung von Elektronen am Gitter und die erneute Diskussion des Doppelspaltexperiments, diesmal mit Elektronen.

Meines Erachtens ist der hier beschriebene Zugang zur Quantenmechanik problematisch:

Das in großer Ausführlichkeit behandelte Wellenmodell kann sich in den Köpfen der Schüler festigen, da, zumindest, wenn nach dem Buch vorgegangen wird, sehr viel Zeit bis zur Einführung des Wahrscheinlichkeitsmodells, die zwei Kapitel später erfolgt, vergeht. Und auch dort wird erst auf die Quantisierung von Licht eingegangen; Compton- und Photoeffekt führen zum Korpuskelmodell hin. Erst im letzten Schritt wird, im Gegensatz zum vorher betrachteten Buch [11], die Wahrscheinlichkeit ins Spiel gebracht. So entsteht auch hier zunächst wieder der Dualismus Teilchen - Welle.

Die Chancen der Feynmanschen Darstellungsweise werden weitgehend ungenutzt gelassen.

Das vorliegende Programm eignet sich bei Verwendung dieses Buches nur zur Festigung des Wissens nach Abschluss der gesamten Unterrichtseinheit. Ein paralleler Einsatz ist kaum möglich.

3.1.3 Fazit der Schulbuchbetrachtung

Es scheint sinnvoll, spätestens nach dem Wellenmodell die neue Interpretationsweise mit Wahrscheinlichkeiten einzuführen, um die Schüler nicht unnötig mit dem scheinbaren Widerspruch „Teilchen - Welle“ zu belasten. „Impulse Physik 2“ verfolgt diesen Weg. Durch die so entstandene Reihenfolge ist es nur noch notwendig, die Konsistenz dieser beiden Modelle mit dem Wahrscheinlichkeitsmodell nachzuprüfen.

Meiner Meinung nach wäre es aber auch möglich und nützlich, die Quantenmechanik durch das Doppelspaltexperiment mit einzelnen Photonen oder Elektronen einzuleiten und die älteren Modelle nur als Vereinfachung für spezielle Anwendungen zu sehen.

3.2 Feynmans Ansatz

Richard P. Feynman (1918-1988), Physiker und Nobelpreisträger, entwickelte eine eigene Methode, um die Quantenmechanik anschaulich darzustellen. Eine starke Triebfeder hierbei war seine gute Freundin, Alix Mautner, die ihn lange Zeit um eine Vorlesung zu diesem Thema, ausgelegt für fachfremdes Publikum, gebeten hatte. Daraus entstand 1985 in Zusammenarbeit mit dem Lehrer Ralph Leighton das populärliterarische Buch „QED“ [1]. Allerdings setzte Feynman Teile der dort enthaltenen Inhalte und Veranschaulichungen schon weit früher in wissenschaftlichen Büchern, beispielsweise in dem von mir verwendeten Werk „Quantum Mechanics And Path Integrals“ [6] von 1965, ein.

3.2.1 Das Pfadintegral in der Quantenmechanik - Vergleich mit der klassischen Mechanik

Betrachtet man ein **klassisches** Teilchen in einem äußeren Potential V , so ergibt sich der Weg $\vec{r}(t)$, den es benutzt, um von einem Punkt A zum Zeitpunkt t_A nach Punkt B zum Zeitpunkt t_B zu kommen, durch Variationsrechnung folgendermaßen:

Die Lagrange- Funktion für dieses Teilchen ist:

$$L = L(\dot{\vec{r}}, \vec{r}, t) = \frac{m}{2} \dot{\vec{r}}^2 - V(\vec{r}, t)$$

Die klassische Wirkung S wird durch folgendes Integral beschrieben:

$$S = S[\vec{r}(t)] = \int_{t_A}^{t_B} L(\dot{\vec{r}}, \vec{r}, t) dt$$

Dabei steht $\vec{r}(t)$ für jeden möglichen Pfad. Der, den das Teilchen benutzt, der klassische Weg also, ist dadurch ausgezeichnet, dass dort die Wirkung minimal wird. Berechnen lässt er sich durch Lösen der Lagrangeschen Bewegungsgleichung

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial x} \right) = 0$$

In der **Quantenmechanik** wird nicht mehr ein einziger Pfad gefunden, auf dem sich das Teilchen sicher bewegen muss, sondern es kann alle möglichen Wege von einem Punkt zum anderen nehmen, von denen jedem eine Wahrscheinlichkeitsamplitude $K[\vec{r}(t)]$ zugewiesen wird.

Die Wahrscheinlichkeitsamplitude des Teilchens, von A nach B zu gelangen, errechnet sich aus der Summe der Einzelamplituden für jeden Weg:

$$K[B, A] = \sum_{\substack{\text{alle Pfade} \\ \text{von A nach B}}} K[\vec{r}(t)]$$

Die Einzelamplituden sind komplexe Zahlen, sie haben alle den gleichen Betrag aber unterschiedliche Phasen:

$$K(B, A) \sim e^{iS/\hbar}$$

Hierbei ist S die klassische Wirkung.

Da es unendlich viele Möglichkeiten gibt, von A nach B zu kommen, wird aus der Summe ein Integral, welches folgendermaßen geschrieben wird:

$$K(B, A) = \int_A^B e^{iS/\hbar} D\vec{r}(t)$$

Dabei drückt das große D aus, dass es sich hier nicht um ein normales, sondern um ein Pfadintegral handelt.

Genauer betrachtet sind diese beiden scheinbar verschiedenen Konzepte identisch:

Die zu einem Weg gehörende Phase wird durch die Wirkung in Einheiten von \hbar angegeben.

Da nun bei quantenmechanischen Phänomenen die Wirkung in etwa dieser Größenordnung liegt, bewirkt die Änderung eines Weges in der Nähe desjenigen mit der kleinsten Wirkung auch nur eine kleine Änderung der Phase, und die Wahrscheinlichkeitsamplituden einer ganzen Menge von Möglichkeiten überlagern sich konstruktiv. Im Gegensatz dazu ist die Wirkung eines klassischen Teilchens sehr groß im Verhältnis zu \hbar . Deshalb verursacht eine (in klassischen Maßstäben) kleine Variation des Weges eine sehr große Änderung der Phase. Konstruktiv tragen zur Resultierenden nur sehr wenige Pfade nahe dem klassischen bei. Alle anderen Einzelamplituden heben sich mit denen ihrer „Nachbarn“ auf. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich ein klassisches Teilchen auf einem anderen Weg als eben dem klassischen bewegt, ist somit praktisch gleich null (vgl. [6], S. 26-39, [7]).

3.2.2 Die Reduktion des Pfadintegrals - Einführung der Uhren

Feynman vereinfacht das Pfadintegral folgendermaßen:

Jeder mögliche Weg $\vec{r}(t)$ erhält eine Uhr. Die Länge des Uhrzeigers ist gleich dem Betrag der Wahrscheinlichkeitsamplitude $K[\vec{r}(t)]$ des Pfades.

Das Teilchen wird auf seinem Weg von A nach B „gestoppt“. Der Winkel des Zeigers am Punkt B ist gleich dem der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsamplitude an dieser Stelle.

Da es unmöglich ist, alle Möglichkeiten darzustellen, werden, ohne das Ergebnis dadurch in seiner Aussage zu verfälschen, Vertreter ausgewählt.

Die Resultierende aller Wahrscheinlichkeitsamplituden entsteht durch Addition der Zeiger in ihrer Endstellung. Das Quadrat hiervon wiederum ergibt die Gesamtwahrscheinlichkeit dafür, dass das Teilchen auf irgendeinem der möglichen Wege von A nach B gelangt.

3.2.3 Die Verallgemeinerung des Huygensschen Prinzips

Eine funktionierende Modellvorstellung der optischen Phänomene an Gittern, Spiegeln und Spalten für starke Lichtquellen liefert schon das Huygenssche Prinzip, wonach in jedem Punkt einer Wellenfront eine kreis- oder im dreidimensionalen eine kugelförmige Welle ausgesandt wird. Die neue Wellenfront entsteht durch Überlagerung all dieser Elementarwellen. So besteht zu jedem Zeitpunkt die Möglichkeit eines Wechsels der Ausbreitungsrichtung, dabei stehen alle Wege zur Verfügung. Auch hier erhält man, ähnlich wie beim Arbeiten mit Zeigern, Interferenz.

Der große Mangel dieser Darstellung ist die Betrachtung von Licht als Welle; zeigen doch Experimente, dass immer nur ganze Photonen oder Elektronen gemessen werden, eine Verteilung eines solchen Teilchens über einen Schirm ist unmöglich. Diese wäre aber bei Reduktion der Lichtintensität nötig, um Helligkeitsmaxima und – Minima zu erzeugen. Deshalb ist die Interpretation des Resultierendenquadrates als Wahrscheinlichkeit unumgänglich.

3.2.4 Einsatzmöglichkeiten in der Schule

Der verblüffende Zusammenhang zwischen klassischer Mechanik und Quantenmechanik kann in der Schule genutzt werden, um das Interesse der Schüler zu wecken; geht es doch um ein Gebiet, das, wie ein Nobelpreisträger, nämlich Feynman selbst sagt, nicht zu verstehen ist (vgl. [1], S. 20). Vielleicht kann gerade an dieser Stelle ein neuer Anfang liegen, die Herausforderung, das „Unmögliche“ nachzuvollziehen.

Natürlich soll es nicht zum Ziel gemacht werden, eine Physikvorlesung an die Schule vorzuverlegen. Aber allein das Wecken des Schülerinteresses an diesem Gebiet,

daran, wie QM und Mechanik die Phänomene auf der Erde beschreiben, scheint mir ein großes Ziel.

Durch die von Feynman gewählte Methode wird den Schülern weitgehend die Last des Erlernens neuer Begriffe genommen. Gerade für die hier auftretende neue Sichtweise ist das sehr wichtig, da sonst weitere Probleme durch die fremde Fachterminologie hinzukommen. Ohne explizit komplexe Zahlen zu verwenden, gelingt es ihm mit Hilfe der Uhrzeiger, den bei gewöhnlichen grafischen Darstellungen auftretenden Verlust von realem oder imaginärem Anteil der Wellenfunktion zu umgehen. Die Anschaulichkeit wird enorm gesteigert, da die Länge der Resultierenden immer sichtbar bleibt.

Als weiteren wichtigen Punkt möchte ich anführen, dass der Dualismus Teilchen-Welle endlich beseitigt ist. Das Einführen der Wahrscheinlichkeit macht es möglich, auch bei Durchführung eines Versuches mit einem einzelnen Photon oder Elektron Aussagen über den Ausgang zu treffen. Hier würde das Huygenssche Prinzip nicht mehr greifen, es wäre sogar falsch, da es, wie oben erwähnt, eine Verteilung des einen Teilchens im Raum erfordert.

Alle diese Vorteile werden im Programm QED ausgenutzt, allein durch die Verwendung rotierender Zeiger werden viele einfachere Phänomene der Quantenmechanik beschrieben.

4 Das Programmpaket

4.1 Die Oberflächengestaltung

- Die Oberflächen der einzelnen Programmteile sind in Fenstern, wie sie von Windows-Anwendungen her bekannt sind, erstellt.
- Der Bereich des Bildschirms, auf dem eine Simulation oder eine Animation abgespielt wird, ist blau unterlegt. Der restliche Bereich erhielt einen grauen Hintergrund. Dadurch soll ein schnelleres Zurechtfinden auf den Bildschirmseiten erreicht werden.
- Die Bedienelemente sind auf eigenen, gegen den Hintergrund abgesetzten Flächen zusammengefasst.
- Die Buttons für das Starten, Beenden oder Unterbrechen einer Simulation oder Animation sind mit Symbolen gekennzeichnet, wie sie auch an Videorecordern und CD-Playern zu finden sind, mit welchen Schüler täglich umgehen.
- Auf jeder Bildschirmseite befindet sich ein Informationsbutton. Durch Anklicken öffnet sich ein Fenster, auf dem einige Hinweise und Erläuterungen zum Inhalt und zur Bedienung des entsprechenden Programmteils zu finden sind.
- Bewegt man den Mauszeiger über ein Bildelement, so wird in der Bodenleiste eine kurze Information über die Funktion oder ein Bedienhinweis eingeblendet.
- Die einzelnen Programmteile können über die Menüseite erreicht werden. Schließt man eine Seite, so gelangt man automatisch wieder dorthin zurück. Dies ermöglicht das direkte Erreichen des gewünschten Programmteils.
- Um eine möglichst einfache und effektive Parametereingabe zu erreichen, werden Schieberegler eingesetzt. Sie bieten gegenüber der numerischen Eingabe außerdem den Vorteil, dass die Auswirkungen kontinuierlicher Veränderungen der Ausgangsdaten direkt mitverfolgt werden können.

4.2 Die Programmteile

4.2.1 Die Startseite

Die Startseite stellt den Mittelpunkt des Programmes dar. Sie wird beim Öffnen automatisch aufgerufen. Von dort aus gelangt man dann durch Anklicken der einzelnen Punkte in die entsprechenden Unterprogramme. Auf diese Art wird das Durchlaufen vieler Teilprogramme, um an eine bestimmte Stelle zu gelangen, vermieden und trotzdem eine sichtbare Strukturierung gewahrt.

Die wesentlichen Inhalte gliedern sich in zwei Teile: Teil eins behandelt Probleme der geometrischen Optik, Teil zwei verschiedene Wellenfunktionen von Elektronen.

Die Programmpunkte bauen mehr oder weniger aufeinander auf, müssen aber nicht unbedingt alle verwendet werden. Das ermöglicht die Benutzung des Programmes sowohl als vollständige Erarbeitungsgrundlage als auch als Nachschlagewerk, um theoretisch Gelerntes durch Animationen zu veranschaulichen und das Wissen zu festigen. Außerdem kann ein Infofenster mit Informationen über das Programm aufgerufen werden.

Um die Handhabung zu erleichtern, wechseln die Programmpunkte immer dann, wenn sich der Mauszeiger über ihnen befindet, sie also durch Mausklick angewählt werden können, ihre Farbe.

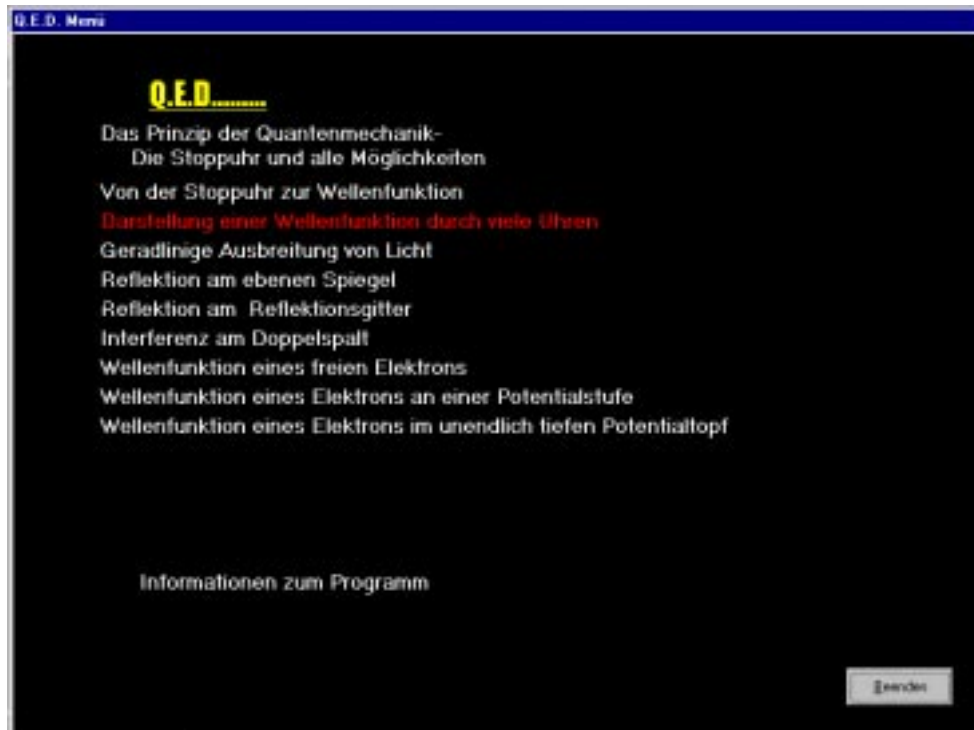


Abbildung 1: Die Startseite.

4.2.2 Der Programmteil „Das Prinzip der Quantenmechanik - die Stoppuhr und alle möglichen Wege“

Als Einführung in die Behandlung der Quantenmechanik mit Pfadintegralen wurde ein Beispiel gewählt, welches in seinen einzelnen Bestandteilen nichts Neues für die Schüler enthält. Auf diese Weise kann die erste Schwelle beim Einstieg in ein neues Thema, die große Menge der neuen Fachbegriffe, umgangen werden.

Die wichtigsten Inhalte dieses Programmteils sind die Wellenfunktionen für jeden der möglichen ununterscheidbaren Wege des quantenmechanischen Teilchens, repräsentiert durch die Stoppuhren, sowie die Addition der Wellenfunktionen aller ununterscheidbaren Wege, repräsentiert durch die Addition der Zeiger.

Zur Veranschaulichung der Inhalte benutzte ich den Vergleich zwischen einem „normalen“ Rennfahrer mit einem solchen, der sich nach den Regeln der Quantenmechanik richtet. Er erhielt den Namen „Atomi“, um anzudeuten, in welchen Größenordnungen es sich im letzteren Fall handelt. Die Rennstrecke verläuft beide Male in einem sich aufspaltenden Tunnel. Die Kernaussage „Wenn die

beiden Tunnel ein bestimmtes Längenverhältnis aufweisen, kommt Atomi nicht mehr heraus, bei einer geringfügigen Veränderung aber doch mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit, die deutlich größer als Null ist!“, ist für Schüler verblüffend, macht das Thema aber sicher auch interessant. Sie beschreibt auf jeden Fall im Wesentlichen den Unterschied zwischen klassischer Physik und Quantenmechanik in den im Programm behandelten einfachen Fällen. Durch den Tunnel, der sich erst in seinem Inneren aufspaltet und sich vor dem Ausgang wieder vereinigt, wird die Ununterscheidbarkeit der Wege angedeutet, die zur Ermöglichung der Interferenz der Wellenfunktionen gefordert werden muss.

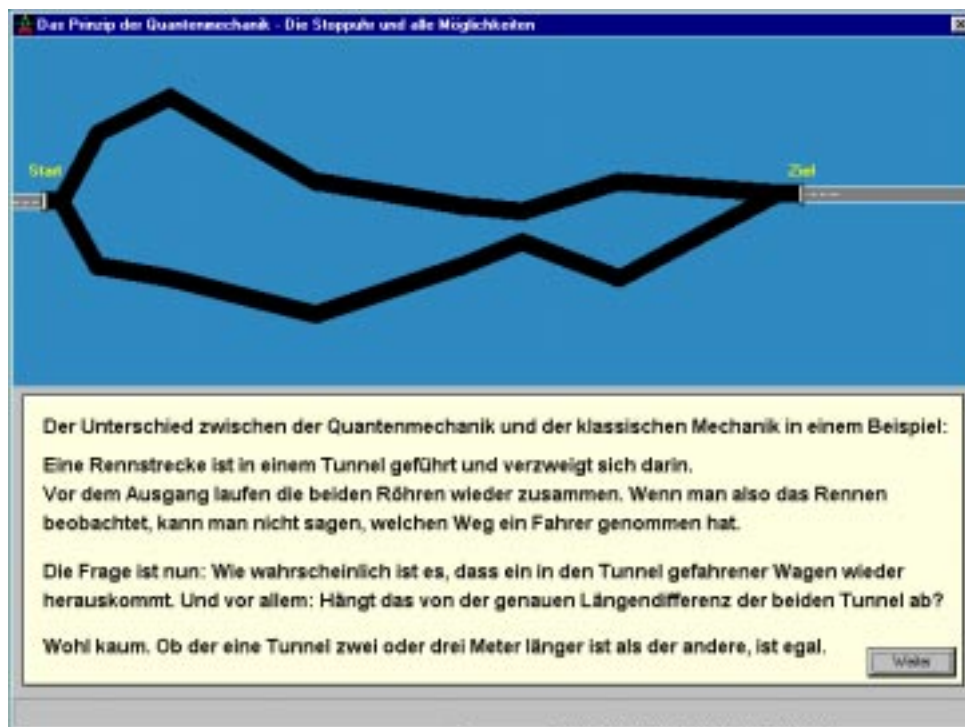


Abbildung 2: Die Einleitung in das Beispiel des Rennfahrers. Im oberen Bildbereich sind die beiden Tunnel zu erkennen, die sich erst nach der Einfahrt verzweigen.

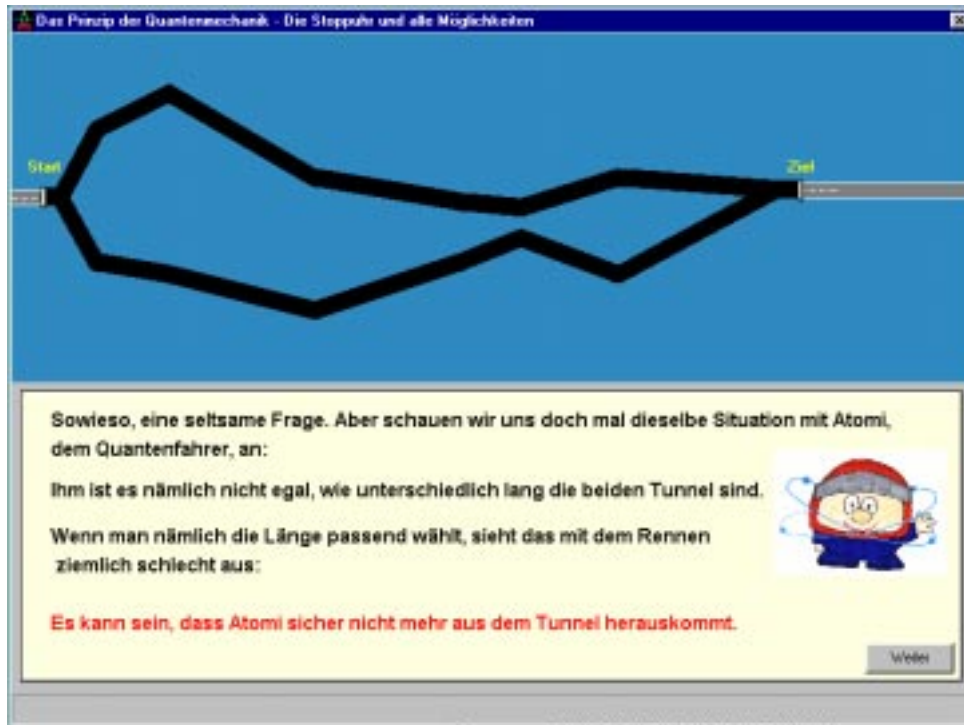


Abbildung 3: Die weitere Einführung in das Problem.

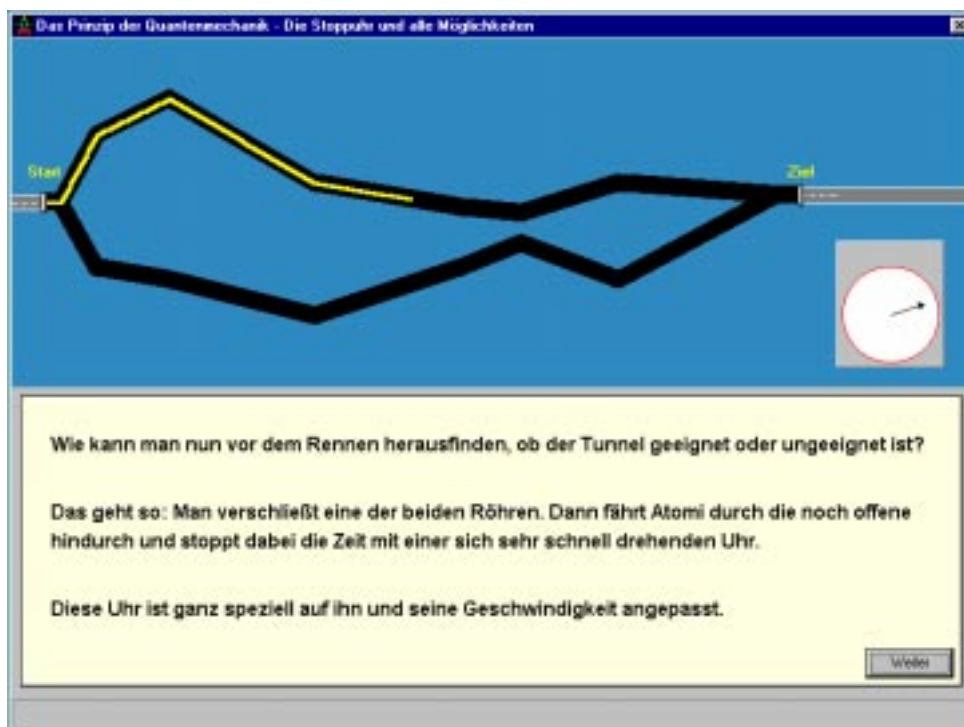


Abbildung 4: Atomi wird auf dem Weg durch den oberen Tunnel gestoppt. Die Spitze der gelben Linie gibt seine aktuelle Position an. Die Uhr läuft.



Abbildung 5: Der Uhrzeiger wird im über der Uhr befindlichen Feld abgespeichert.



Abbildung 6: Der zweite Weg wird abgefahren und die Zeit gestoppt.

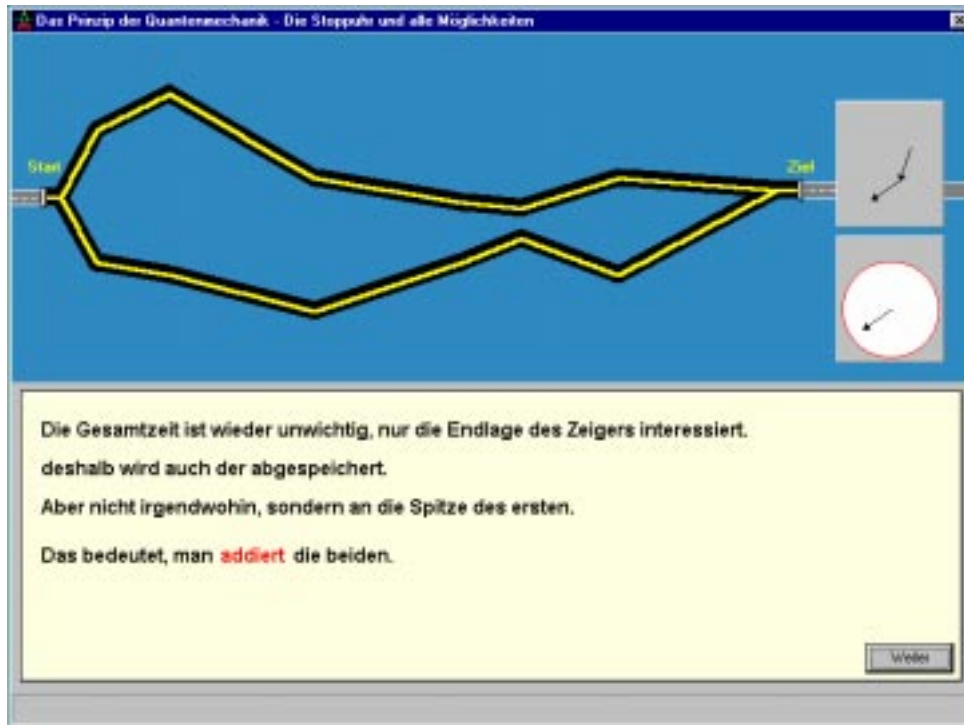


Abbildung 7: Die beiden Zeiger werden addiert.

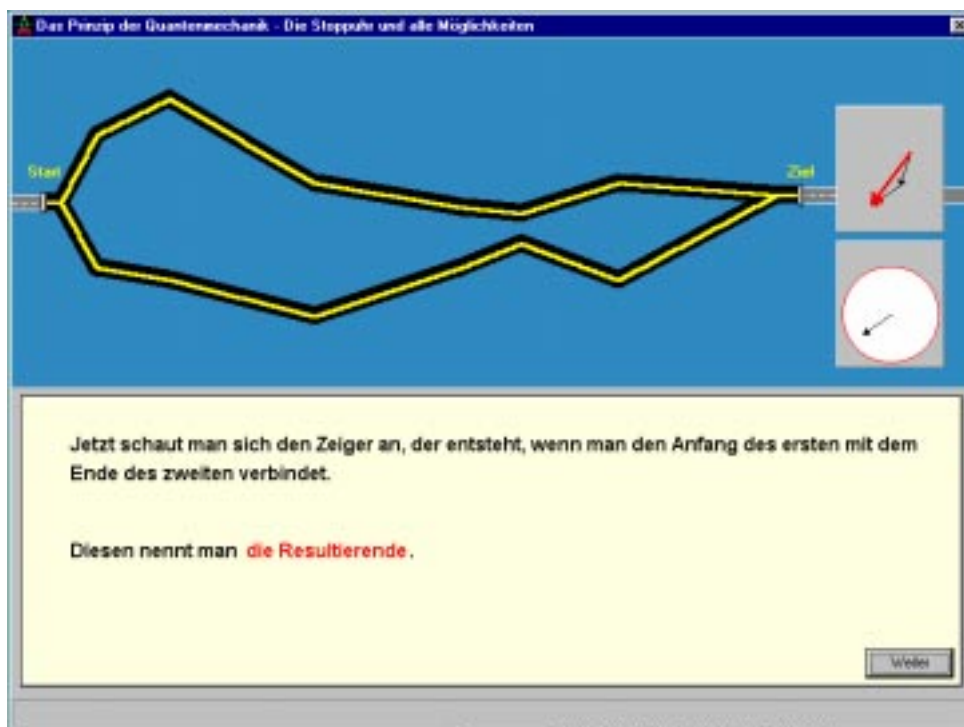


Abbildung 8: Die Resultierende wird eingeführt.

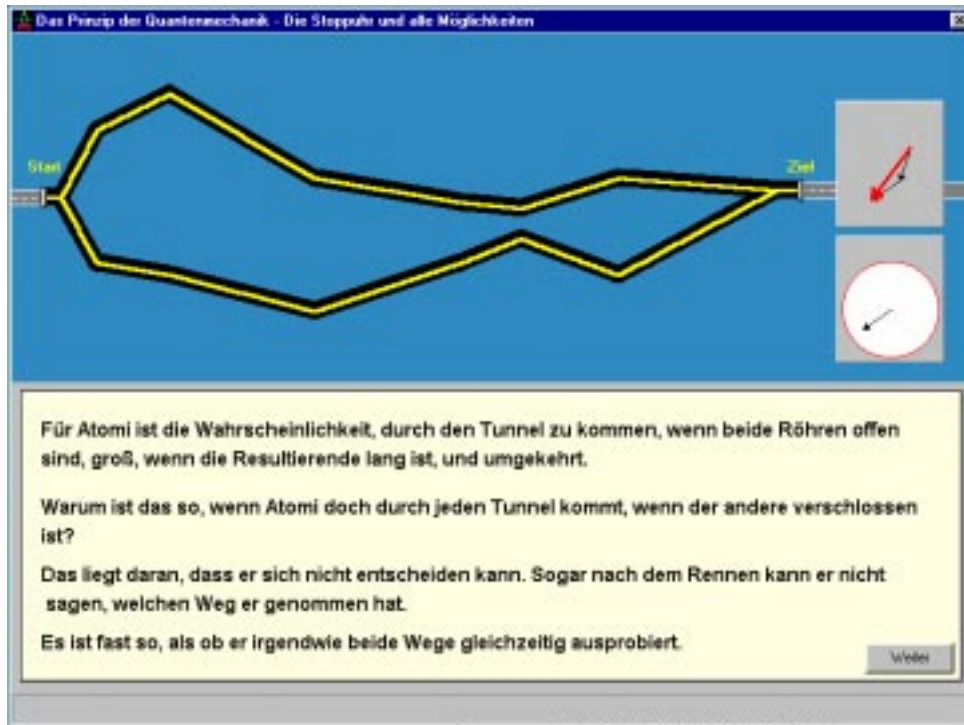


Abbildung 9: Zusätzlicher erklärender Text.

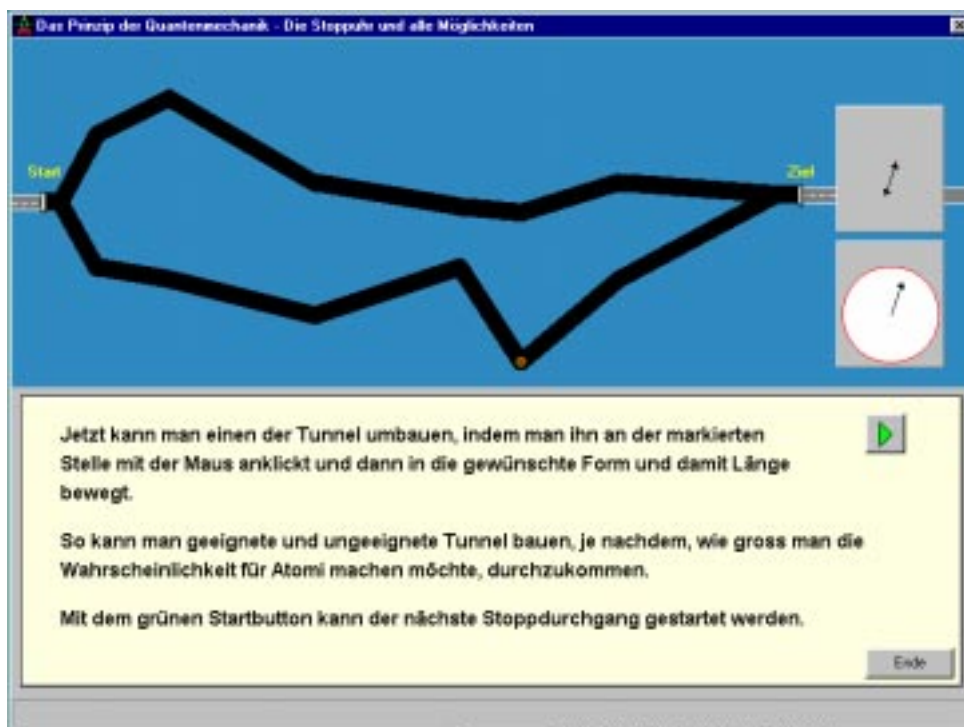


Abbildung 10: Der Tunnel ist am roten Punkt variierbar in seiner Form und Länge. Im abgebildeten Beispiel ergab die Pfeiladdition eine Resultierendenlänge von null.

4.2.3 Der Programmteil „Von der Stoppuhr zur Wellenfunktion“

Feynman entwickelte den in dieser Arbeit verwendeten Ansatz zur Erklärung der Quantenmechanik für eine Vorlesung vor fachfremdem Publikum. Er musste also einen Weg finden, ohne komplexe Zahlen oder gar Funktionen Wellen zu beschreiben. Dies gelang ihm sehr anschaulich durch die Einführung von Stoppuhren, wie in Kapitel 3.2.2 beschrieben. Da dieses Programm jedoch in der Oberstufe eingesetzt werden soll, erschien es mir sinnvoll, den Zusammenhang zwischen Stoppuhr und Wellenfunktion darzustellen. Dabei habe ich bewusst auf die Verwendung komplexer Zahlen verzichtet, um einerseits die Anzahl neuer Begriffe gering zu halten und andererseits die problemlose Verwendung auch im Grundkurs zu ermöglichen.

Ein kleiner Nachteil der Stoppuhren liegt in ihrer gewohnten Drehrichtung gegen die mathematisch positive Richtung. Hier war abzuwägen, ob man linksdrehende Uhren einführen und so die Konsistenz mit der Mathematik bewahren oder die Vorstellung und Alltagserfahrung sowie den Wortschatz der Schüler nutzen sollte. Ich habe mich für Letzteres entschieden, im Bewusstsein, dass eine spätere Einführung der komplexen Zahlen durch das „Uhrenbild“ etwas erschwert werden könnte. Allerdings ergeben sich nun gute Vergleichsmöglichkeiten, z. B. kann ein „der Welle entgegengehen und deshalb die Uhr vorstellen müssen“ verglichen werden mit einem anderen, gut bekannten Vorgang: „Der Sonne entgegenfliegen und deshalb die Uhr vorstellen müssen.“

Das Umdenken „Zurückstellen heißt eigentlich vorstellen“ halte ich für problematischer und hinderlicher für die Vorstellung als das spätere Festlegen der mathematisch positiven Drehrichtung.

Ergänzend sei hier noch erwähnt, dass sich dieser Programmteil sehr gut zur Simulation des Dopplereffekts eignet, da, anders als bei Abbildungen in Büchern, eine animierte Welle vorliegt, die an einem verschiebbaren Punkt ausgewertet wird. Bewegt man diesen gegen die Ausbreitungsrichtung, so kann die scheinbare Erhöhung der Frequenz deutlich beobachtet werden.

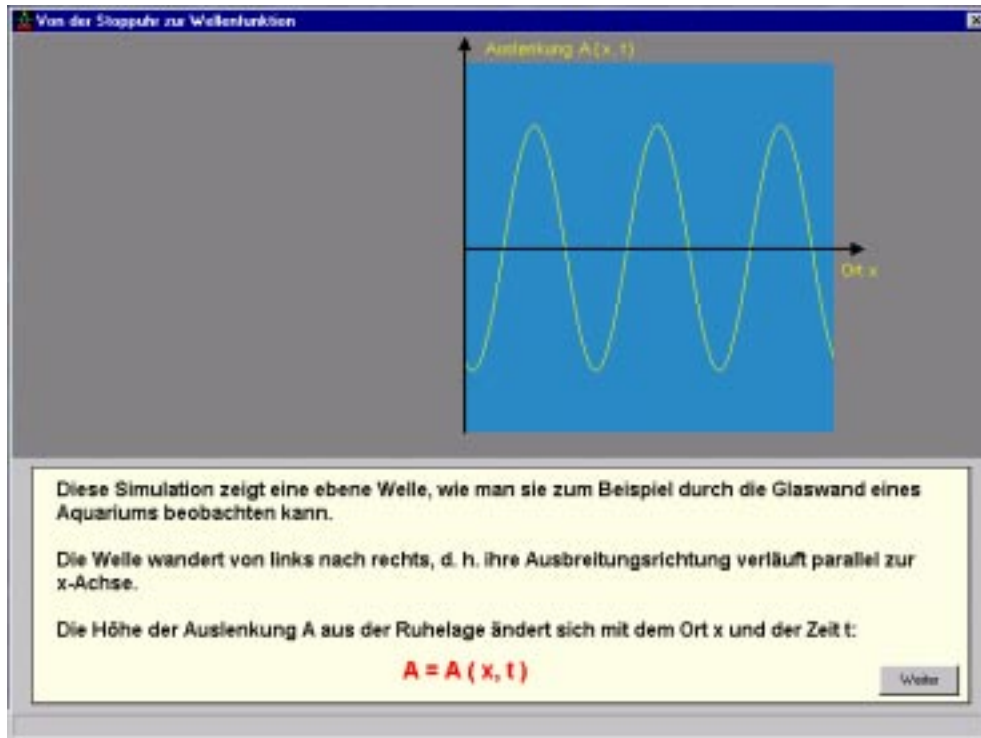


Abbildung 11: Die abgebildete Welle läuft von links nach rechts.

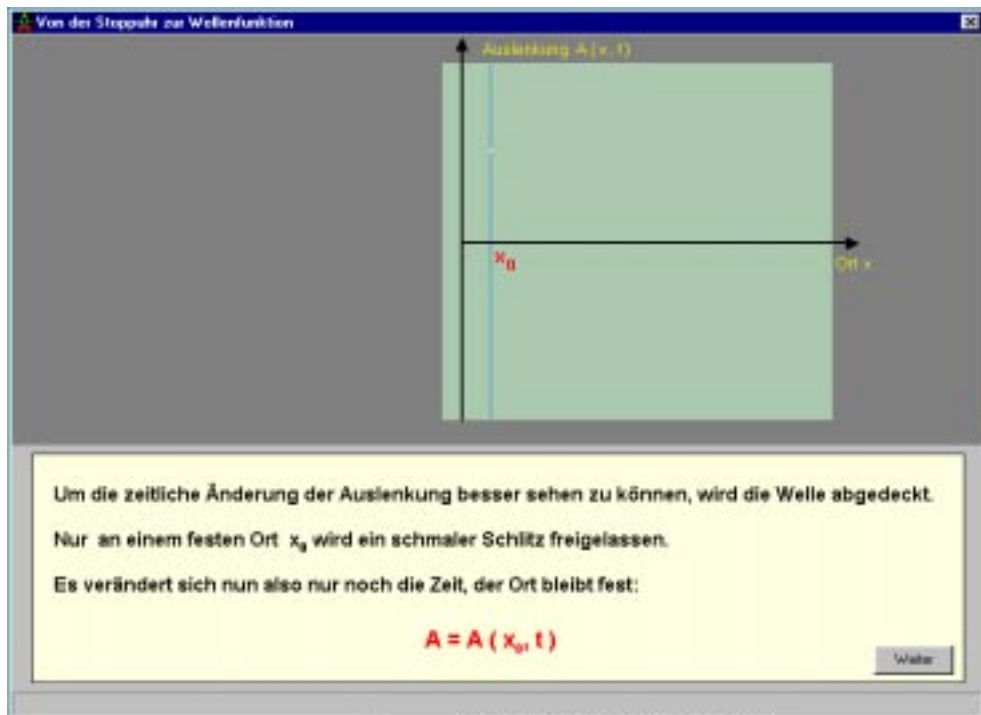


Abbildung 12: Die Welle wird durch einen Schlitz beobachtet. Der noch sichtbare gelbe Fleck bewegt sich periodisch auf und ab.

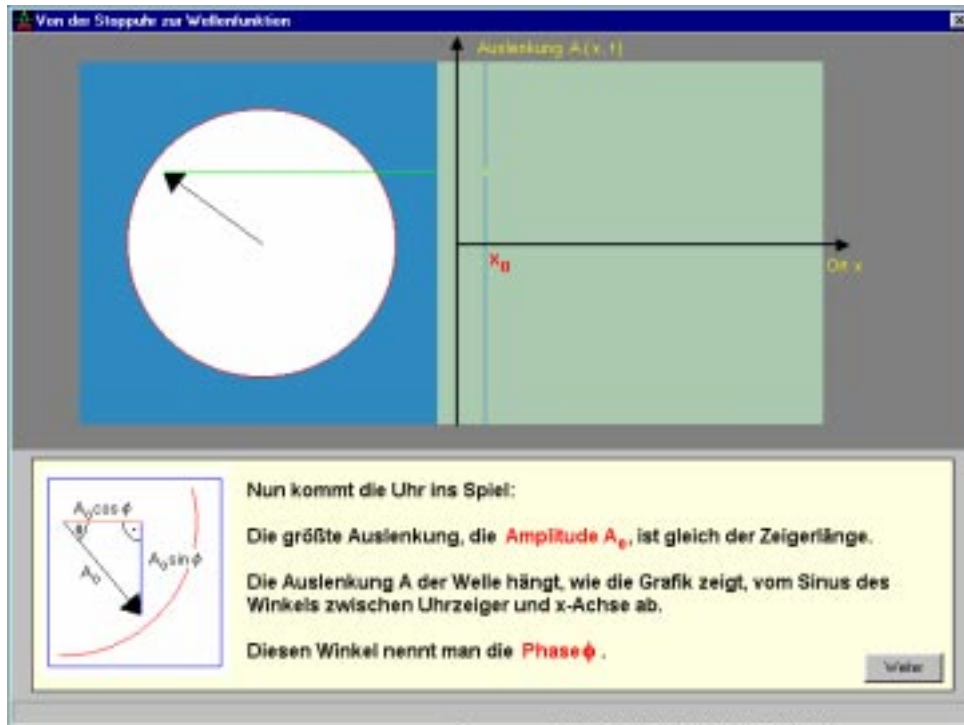


Abbildung 13: Die rotierende Zeigerspitze liegt immer in derselben Höhe wie der sichtbare Wellenausschnitt, der Bezug zur Kreisbewegung wird deutlich.



Abbildung 14: Die Abdeckung ist entfernt, der Ort, an dem die Wellenfunktion von der Uhr beschrieben wird, ist durch den senkrechten roten Balken markiert. Periodendauer, Kreisfrequenz und deren Bezug zur Phase werden erläutert.

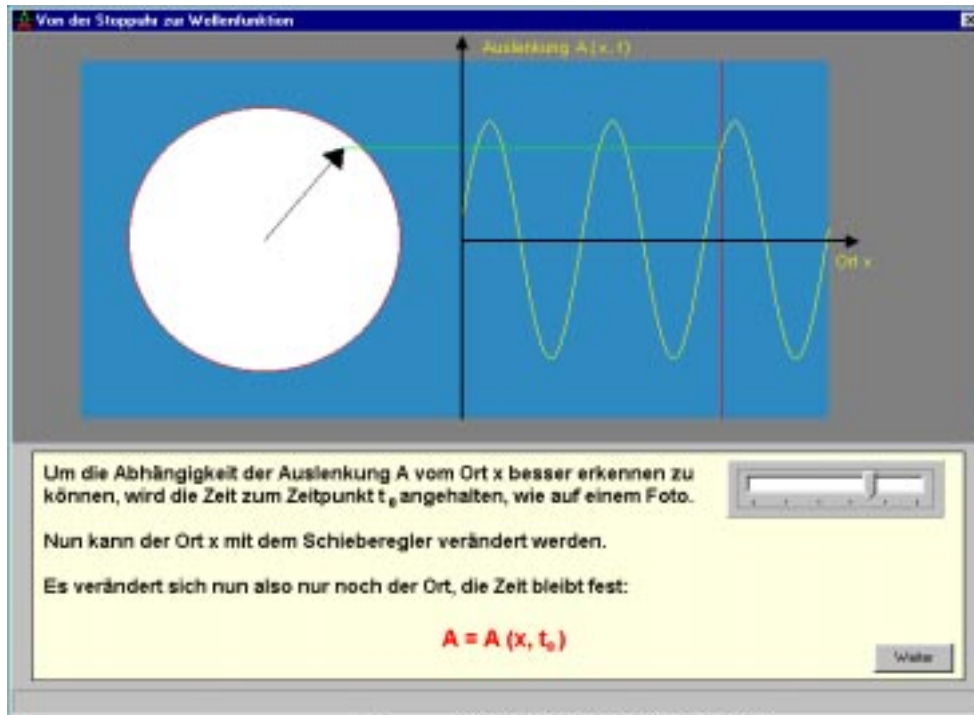


Abbildung15: Die Zeit wird angehalten, die Welle verändert sich nicht mehr. Der rote Balken und damit der Auswertungspunkt der Wellenfunktion kann mit dem Schieberegler geändert werden, der Uhrzeiger folgt der Auslenkung der Welle.



Abbildung 16: Der Zusammenhang zwischen Wellenlänge, Änderung des Ortes und der Zeigerstellung der Uhr wird verdeutlicht.

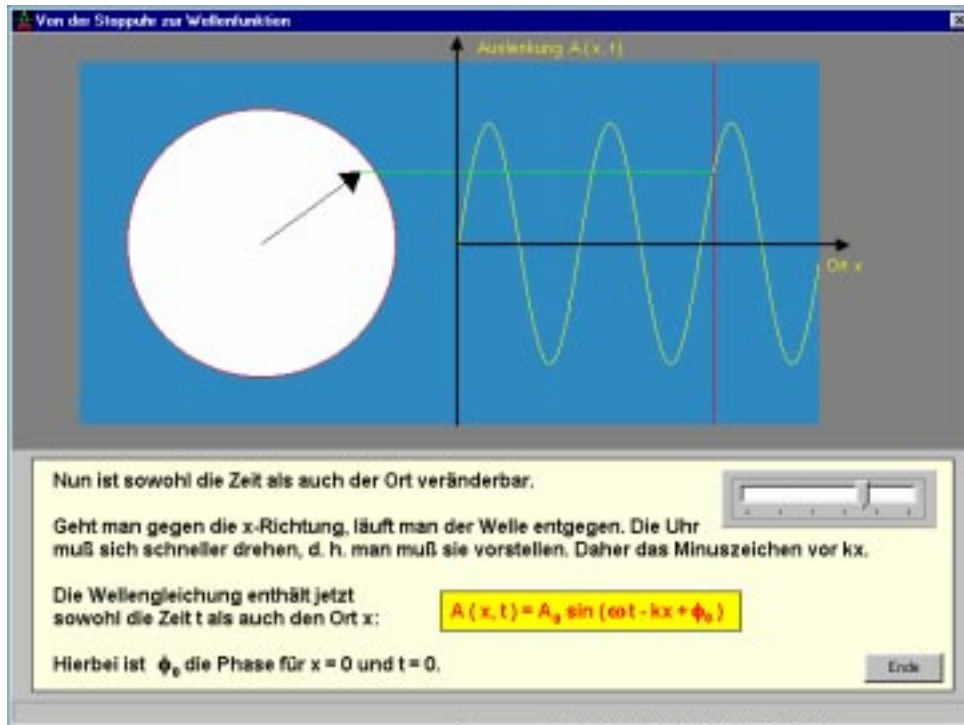


Abbildung 17: Die Welle verändert sich wieder. Der Ort, an dem die Welle durch die Uhr dargestellt wird, kann weiter mit dem Schieberegler verändert werden.

4.2.4 Der Programmteil „Darstellung einer Wellenfunktion durch viele Uhren“

Nachdem im vorangegangenen Teil der Arbeit der Zusammenhang zwischen Stoppuhr und Wellenfunktion dargelegt wurde, soll hier nun die Sinuskurve als Darstellung ersetzt werden durch eine Kette von Uhrzeigern. Wie im Programm beschrieben, stellt jeder Zeiger die Funktion an der Stelle dar, an der sich sein Fußpunkt befindet. Der große Vorteil gegenüber der Sinusdarstellung liegt darin, dass der imaginäre Anteil nicht mehr verlorengeht. Nur so ist ein korrektes Addieren von mehreren Wellen und das Auffinden der richtigen Wahrscheinlichkeitsamplitude auch grafisch möglich.

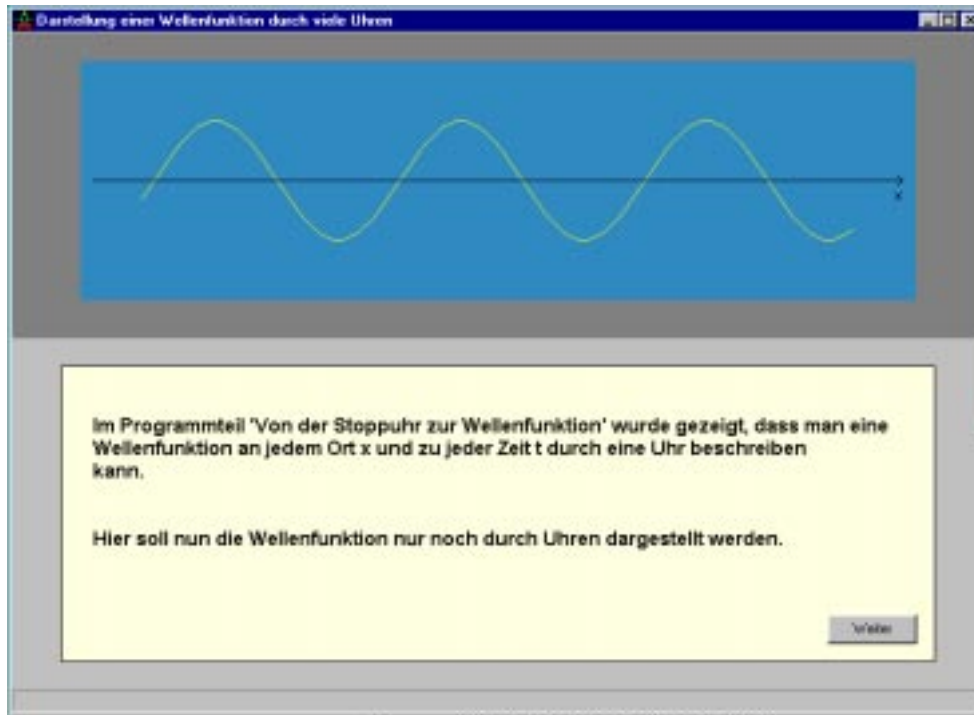


Abbildung 18: Eine von links nach rechts laufende Welle wird simuliert.

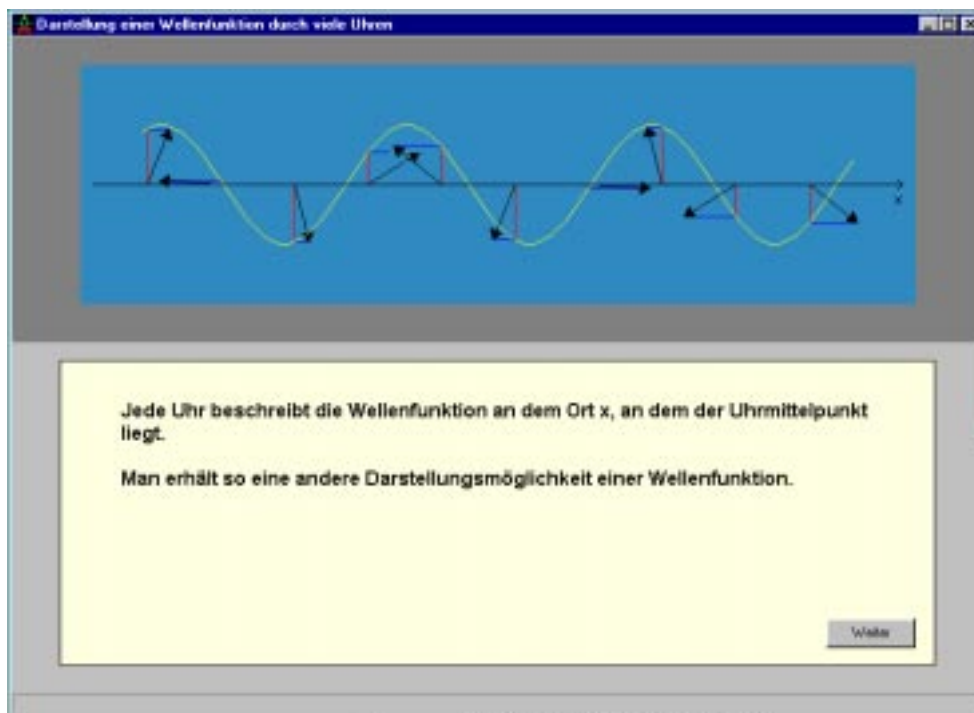


Abbildung 19: An einigen Orten werden Zeiger zur Darstellung der Welle eingesetzt. Dreiecke verdeutlichen die Beziehung zwischen Uhr und Wellenfunktion.

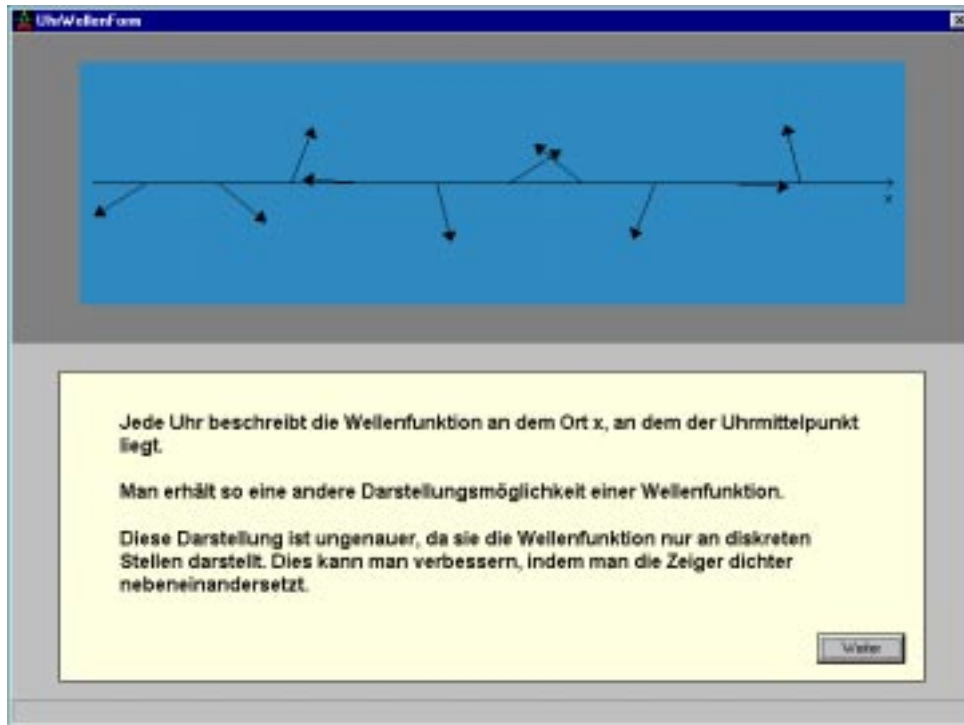


Abbildung 20: Die Welle wird nur noch durch Uhren dargestellt.

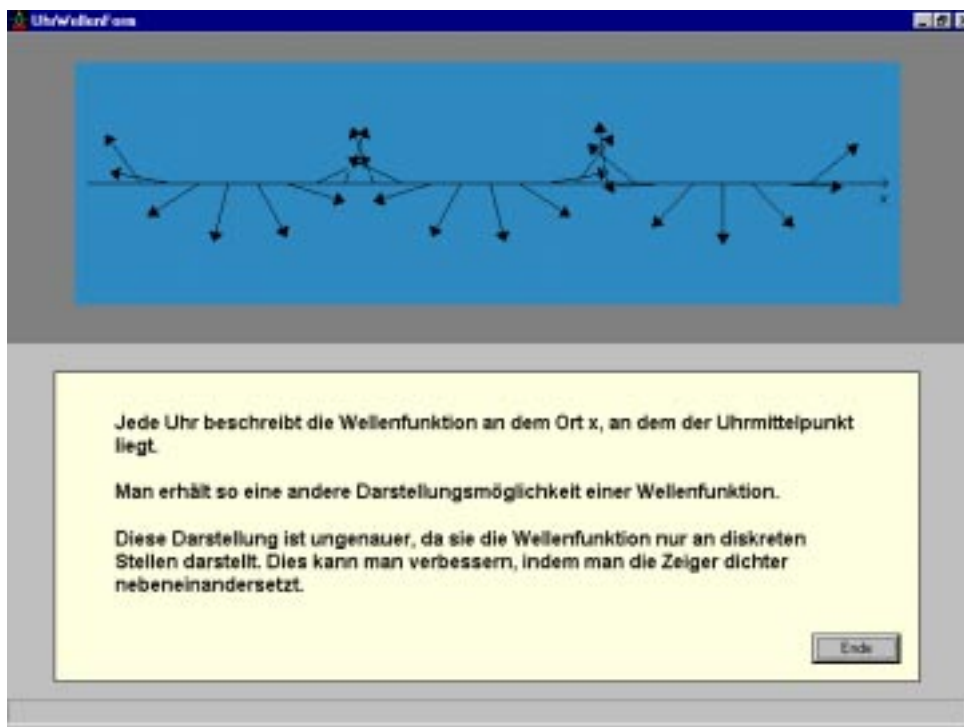


Abbildung 21: Eine Erhöhung der Uhrenzahl ergibt eine genauere Darstellung.

4.2.5 Der Programmteil „Geradlinige Ausbreitung von Licht“

Eine wichtige Voraussetzung zur unkomplizierten Behandlung der einfacheren quantenmechanischen Probleme ist die geradlinige Fortbewegung der Teilchen im Raum. In der Schule wird dies als selbstverständlich angenommen; insbesondere in der geometrischen Optik spricht man sogar von „Strahlen“. Auch Schüler vermuten aus alltäglichen Beobachtungen heraus, dass sich Licht geradlinig ausbreitet, wenn es nicht durch Linsen oder andere Apparaturen gebeugt oder gebrochen wird. Wenn aber nun von einer „Addition aller Möglichkeiten“ die Rede ist, wird zunächst nicht klar, warum zu diesen, ganz entgegen der Erfahrung, nicht auch beliebige gekrümmte Bahnen gehören sollten, was tatsächlich auch der Fall ist. Die Lösung dieses scheinbaren Widerspruchs liegt darin begründet, dass sich quantenmechanische Teilchen mit einer hohen Wahrscheinlichkeit geradlinig bewegen, aber eben manchmal auch nicht. Es stellt sich die Frage, wie man hierfür eine Erklärung finden kann.

Die anschauliche Ausarbeitung dieses Sachverhaltes gestaltete sich schwierig: Als feste Größen sind die Teilchen- bzw. Lichtquelle und der Empfänger (Detektor) gegeben. Nun existieren aber unendlich viele Wege dazwischen. Es ist also unmöglich, diese alle darzustellen. Bader „löst“ dieses Problem in seinem Programm [9], indem er als mögliche Wege zwei aneinandergesetzte Kreisabschnitte vorgibt. Hiermit zeigt er, dass von diesen möglichen Bahnen die annähernd geraden den größten Beitrag zur Wahrscheinlichkeitsamplitude beisteuern. Mir erschien diese Methode als nicht sehr sinnvoll, da die Frage, warum sich Licht auf geraden Bahnen bewegen sollte, hier nur abgeändert wird zu der Frage, warum es dieses auf Kreisbögen tun sollte. Außerdem ist diese Darstellung in keiner Weise interaktiv, die vorgegebenen Bahnen werden vom Computer automatisch erzeugt und die zugehörigen Zeiger bzw. Wellenfunktionen berechnet. Deshalb beschränkte ich mich auf die Betrachtung einer Gruppe von elf eng beieinander liegenden Wegen. Überlagert man nämlich hier die zugehörigen Wellenfunktionen, ergibt sich bei einer starken Veränderung der Weglängen innerhalb der Gruppe eine relativ kurze Resultierende und umgekehrt. Wenn sich aber schon die in einem gewissen Bereich liegenden Wellenfunktionen gegenseitig aufheben, ist kaum zu erwarten, dass sie in der Summe über alle möglichen Wege, also in der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsamplitude, einen nennenswerten Beitrag leisten.

In diesem Programmteil können nun auf einer Zeichenfläche zweidimensionale Lichtwege „vorgeschlagen“ werden, indem man sie mit der Maus zeichnet.

Der Zeichenvorgang wird per Mausklick gestartet und automatisch beendet, wenn der Zeichenstift über den Detektor bewegt wird. Zu diesem vorgegebenen Weg berechnet der Computer nach einem festgelegten Schema annähernd parallel verlaufende Nachbarwege. Die zugehörigen Wellenfunktionen werden in Form von Stoppuhrzeigern addiert und das Resultierendenquadrat gebildet.

Es lässt sich sehr deutlich zeigen, dass bei geradliniger Verbindung zwischen Quelle und Detektor die größte Resultierendenlänge entsteht, der Beitrag dieser Wege zur Gesamtwahrscheinlichkeitsamplitude also am größten ist.

So ist das Problem der Vorgabe festgelegter Lichtwege umgangen worden, die Schüler können interaktiv mitverfolgen, wie bei einer Annäherung der Wegform an eine Gerade die zugehörige Wahrscheinlichkeit wächst.

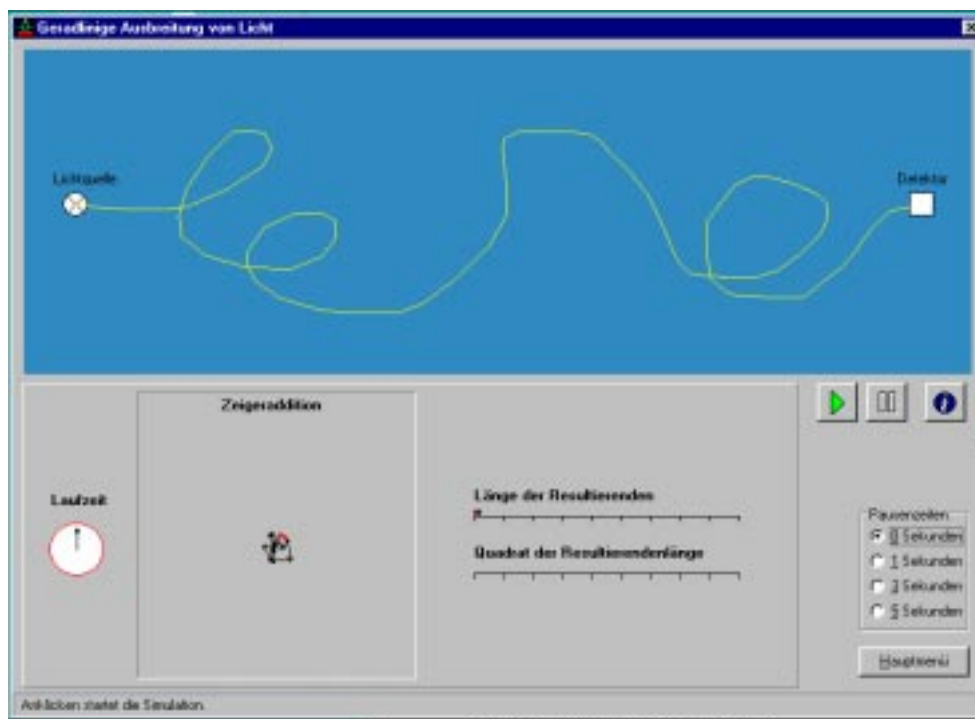


Abbildung 22: Ein beliebiger Lichtweg wurde eingezeichnet. Die Pfeiladdition sowie die abgetragene Resultierendenlänge stammen noch vom letzten Simulationsthrough.

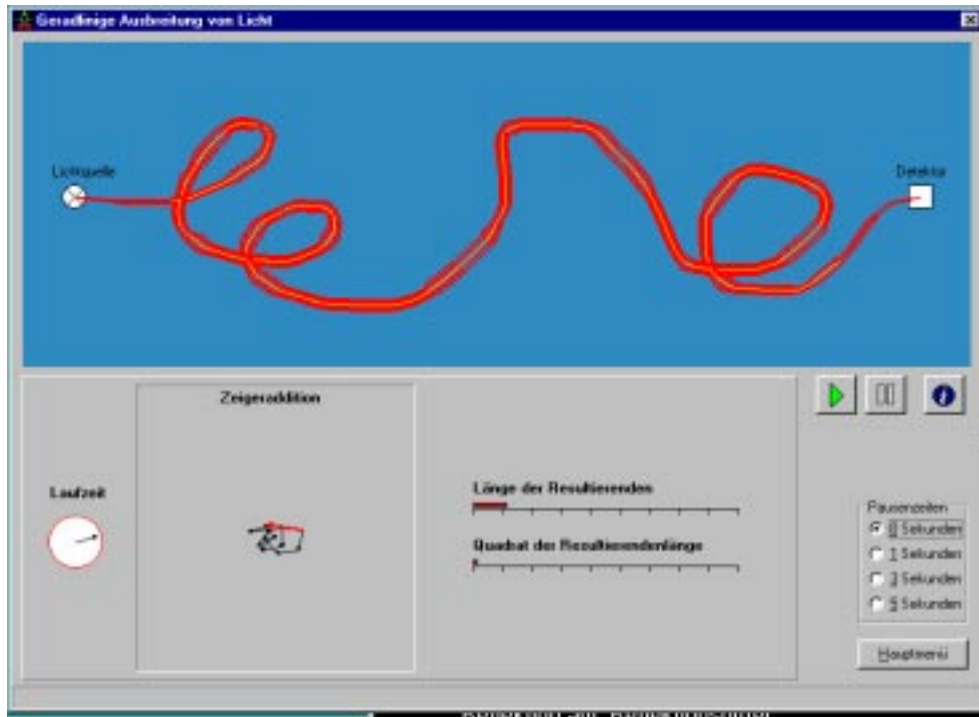


Abbildung 23: Die ähnlichen Wege sind berechnet, abgelaufen und die entstehenden Zeiger addiert.

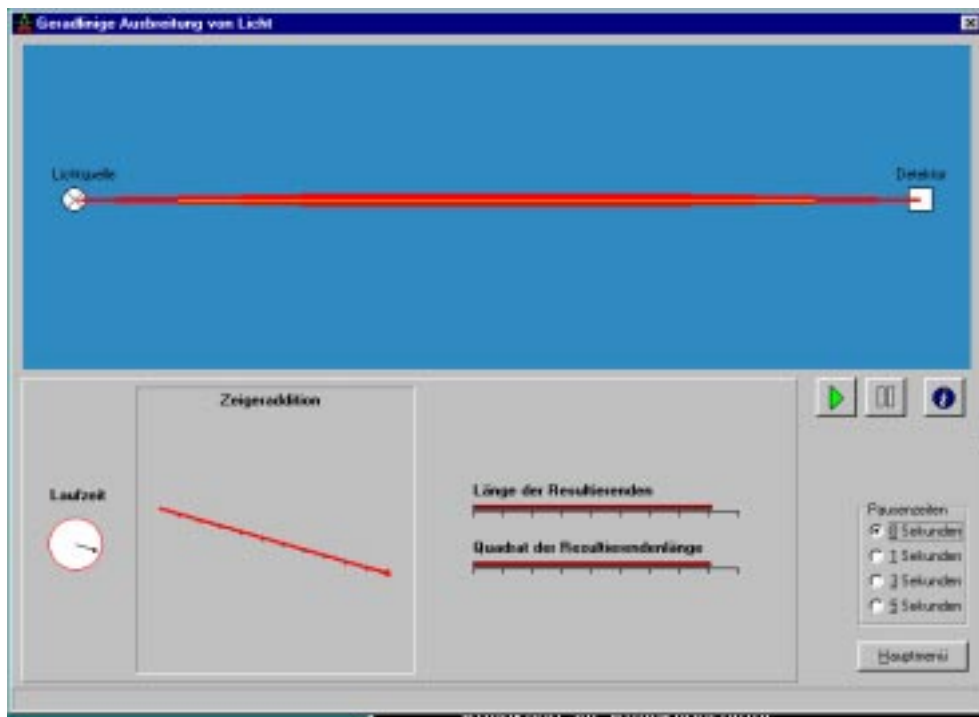


Abbildung 24: Der gerade Lichtweg mit der größtmöglichen Resultierenden.

4.2.6 Der Programmteil „Reflexion am ebenen Spiegel“

Eines der einfachsten Probleme der in der Schule vorkommenden Quantenmechanik wird hier näher betrachtet: Eine Lichtquelle beleuchtet über einen ebenen Spiegel einen Detektor. Die Schüler können nun durch Veränderungen der Spiegelbreite und -Position untersuchen, welche Teile des Spiegels „wichtig“ für die Reflexion sind, also einen großen Beitrag zur Resultierenden liefern, und welche nicht.

Das aus der Mittelstufe bekannte Reflexions-„Gesetz“: "Einfallswinkel = Ausfallwinkel" kann untersucht werden. Deutlich ist zu sehen, dass ein „Ablaufen und stoppen“ der mittleren Lichtwege solche Uhrzeiger hervorbringt, die in ähnliche Richtungen zeigen. Das unter dem Spiegel angeordnete Laufzeitdiagramm liefert anschaulich die Begründung hierzu: Für die Wege, für die Einfall- und Ausfallwinkel in etwa gleich lang sind, gilt, dass die Laufzeiten ein lokales Minimum annehmen und deshalb auch in etwa gleich lang sind. Dieser Sachverhalt wird mitunter in den Schulen bei der Einführung von Maximierungsaufgaben berechnet. Durch die Ähnlichkeit der Zeiten können sich natürlich auch die Stoppuhren nur in sehr begrenztem Maße weiterdrehen. So entsteht bei der Addition eine große Resultierende, die betrachteten Wege tragen also viel zur Gesamtwahrscheinlichkeit bei. Bei Veränderung der Farbe, z. B. bei Erhöhung der Frequenz, wirken sich kleine Laufzeitunterschiede stärker auf die Zeigerstellung aus. Für blaues Licht ist also der „günstige“ reflektierende Bereich eines Spiegels schmaler als für rotes.

Eine weitere mögliche Erkenntnis liegt darin, dass man den Spiegel nicht in die Mitte zwischen Quelle und Detektor setzen und dann seine Breite beliebig verringern kann. Nach dem altbekannten „Gesetz“ müsste die Reflexion genauso wahrscheinlich sein wie bei Verwendung eines sehr großen Spiegels. Stellt man die Breite aber minimal ein, so kann nur noch ein einziger Lichtweg zur Reflexion beitragen, die Resultierende ist gleich dessen Zeiger und damit verhältnismäßig kurz.

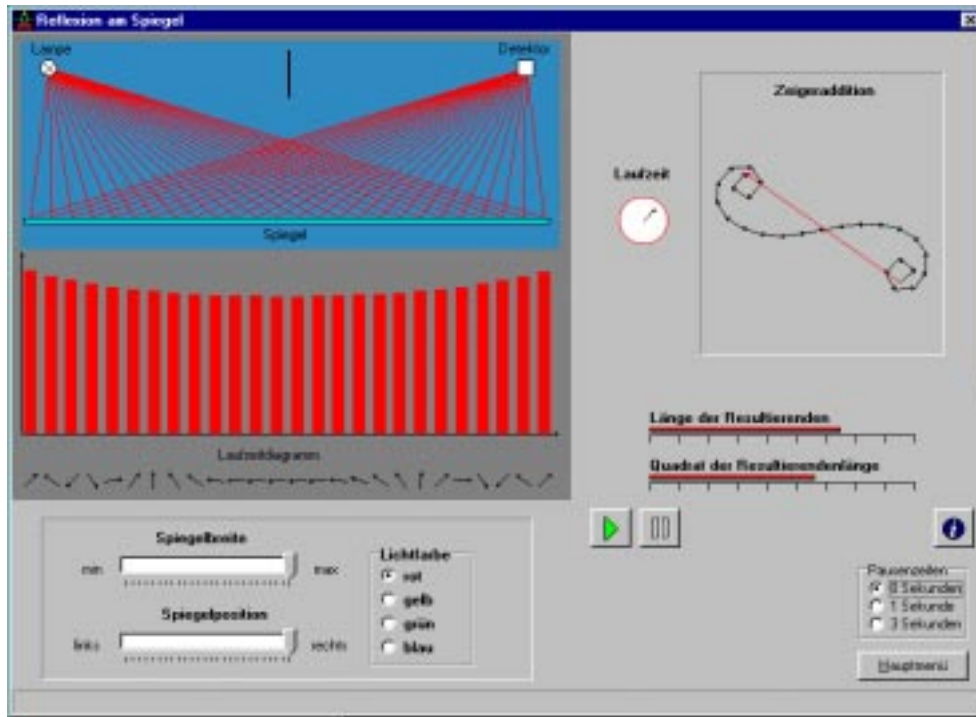


Abbildung 25: Reflexion am ganzen Spiegel sowie Pfeiladdition. Am jeweiligen Auftreffpunkt wird die Laufzeit sowie der zugehörige Stoppuhrzeiger abgetragen.

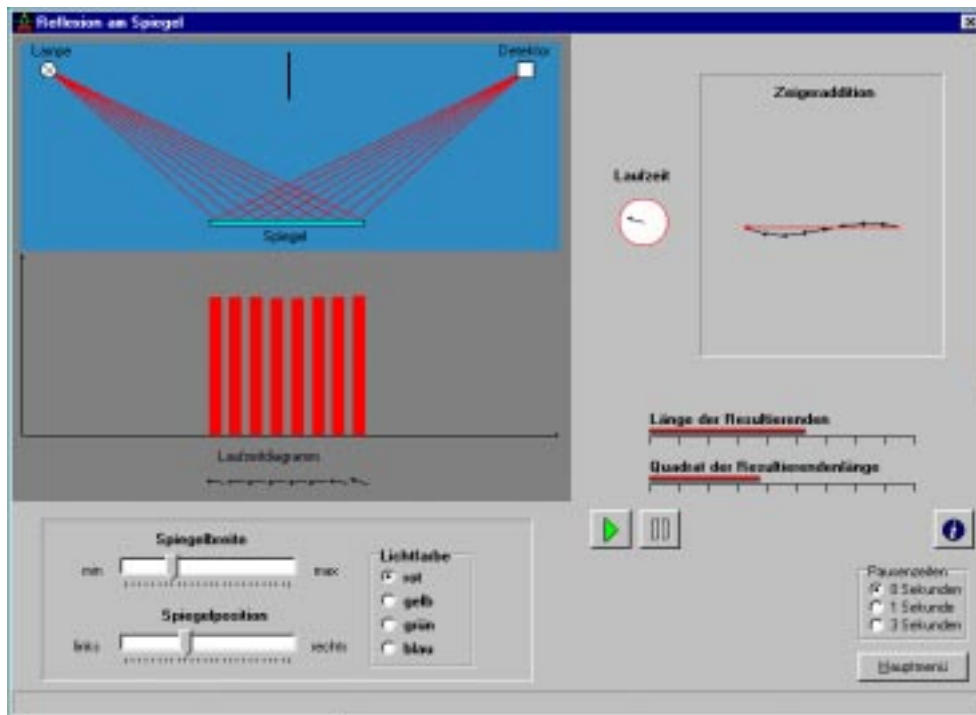


Abbildung 26: Nur der mittlere Spiegelteil ist aktiv. Die Resultierende ist fast genauso lang wie in Abb. 25.

4.2.7 Der Programmteil „Reflexion am Reflexionsgitter“

Der Spiegel aus dem vorangegangenen Programmteil wurde hier in viele kleine Segmente zerlegt, die durch Anklicken mit der Maus ein - und ausgeschaltet werden können. So lässt sich ein Reflexionsgitter herstellen. Um schneller Konstellationen mit fast allen oder keinen Segmenten zu erhalten, besteht eine weitere Option darin, diese alle auf einmal zu aktivieren oder zu deaktivieren.

In der Schule werden optische Gitter meist so eingeführt, dass das Phänomen der Beugung demonstriert und dann nach seinen Ursachen gesucht wird. Dieser Programmteil ermöglicht ein umgekehrtes Vorgehen:

Die Simulation wird einmal mit dem vollen Spiegel durchgeführt. Unter jedem Segment wird der zugehörige Stoppuhrzeiger abgebildet. Jetzt kann eine „Pfeilvorzugsrichtung“ gewählt werden, z. B. „nach oben“. Alle Segmente, deren zugehörige Zeiger nicht im Wesentlichen in diese zeigen, werden deaktiviert. Die Resultierende wird dann aus einer rein konstruktiven Interferenz gebildet und ist länger als beim kompletten Spiegel. Der noch weitaus verblüffendere Effekt ist aber folgender:

Die Teile des Gitters, für die der Einfallswinkel etwa gleich dem Ausfallwinkel ist, welche also nach klassischen Vorstellungen einzig und allein reflektieren, werden deaktiviert. Startet man nun die Simulation, ergibt sich trotzdem eine relativ große Resultierende; die Wahrscheinlichkeit, dass ein Quant den Weg über dieses Gitter zum Detektor nimmt, ist unter Umständen nicht einmal wesentlich kleiner als die bei Verwendung eines ganzen Spiegels. Das Phänomen der Beugung ist erklärt.

Eine Veränderung der Lichtfarbe zeigt, dass das erstellte Gitter nicht für alle Frequenzen gleich gut funktioniert, es ergeben sich dann auch destruktive Interferenzen.

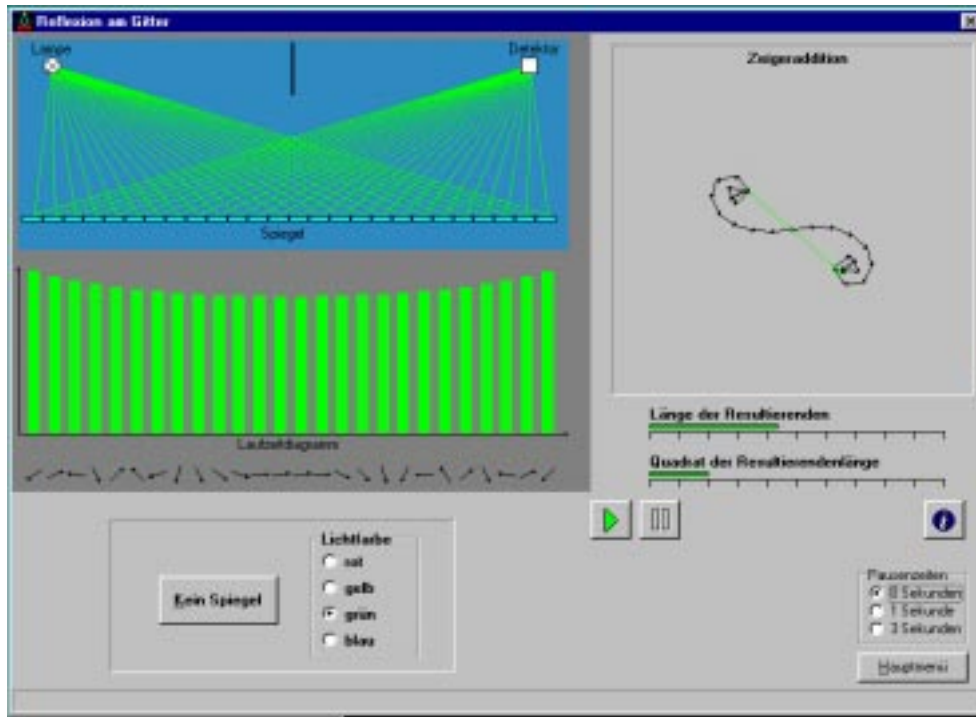


Abbildung 27: Das vollständig eingeschaltete Gitter entspricht dem vollen Spiegel.

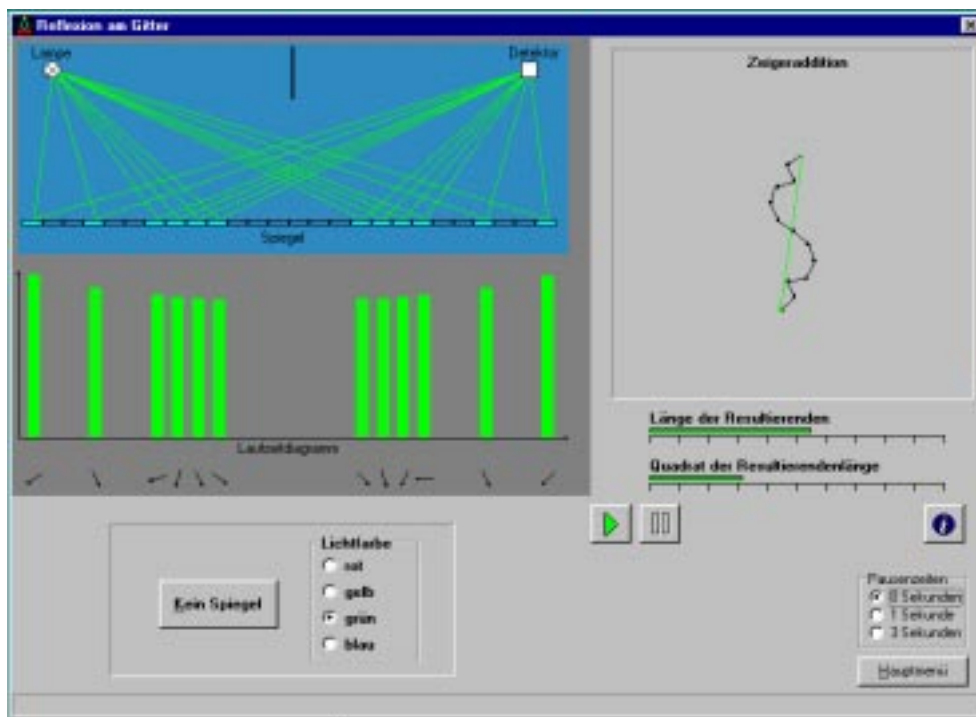


Abbildung 28: Ein Beugungsgitter. Die Resultierende ist größer als in Abb. 27, obwohl der mittlere Bereich des Spiegels inaktiv ist.

4.2.8 Der Programmteil „Interferenz am Doppelspalt“

Erst 1960 gelang es Prof. Dr. Claus Jönsson an der Universität Tübingen, das Doppelspaltexperiment mit Elektronen durchzuführen. Das Hauptproblem lag in der Herstellung der benötigten sehr schmalen Spalte und Spaltabstände (vgl. [11], S. 191). Mit Licht starker Intensität kann auch in der Schule gezeigt werden, dass durch einen Doppelspalt ein Interferenzmuster erzeugt wird.

Die Erklärung zu beiden Phänomenen soll in diesem Programmteil gegeben werden. Dazu betrachtet man ein einzelnes Photon, das von einer Lichtquelle ausgesandt wird. Dieses besitzt genau zwei Möglichkeiten, auf stückweise geradlinigen Wegen an eine bestimmte Stelle am Schirm zu gelangen. Dort wird es mit dem Detektor nachgewiesen.

Wie in den vorherigen Programmteilen werden diese beiden Pfade abgelaufen, gestoppt und die Resultierenden sowie deren Quadrat gebildet, welches als dünner Balken entsprechender Länge rechts neben dem Detektor erscheint.

Mit der Maus kann man den Detektor verschieben. So lassen sich mehrere Positionen am Schirm daraufhin untersuchen, wie groß die zugehörige Wahrscheinlichkeitsamplitude für ein Auftreffen des Photons auf diese Stelle ist.

Auf einer Fläche im unteren Bildschirmbereich wird die Differenz der beiden Lichtweglängen angezeigt. So kann schnell erkannt werden, dass es bei der Interferenz nicht auf die absolute Länge der beiden Pfade, sondern eben nur auf deren Unterschied ankommt. Durch den Vergleich von Längendifferenz, Wellenlänge und Wahrscheinlichkeitsamplitude wird deutlich, dass ein Wegunterschied von $\lambda/2$ eine destruktive und einer von λ eine konstruktive Interferenz ergeben.

Eine Option lässt das automatische Verschieben des Detektors zu, wodurch für jede Position die Wahrscheinlichkeitsamplitude ermittelt wird und so eine Dichteverteilung entsteht.

Im realen Experiment kommen zu dem Interferenzeffekt des Doppelspalts noch die der Einzelspalte hinzu. Dies zu berücksichtigen hätte aber hier bedeutet, eine klare Darstellung (nur zwei zu addierende Zeiger) sowie die ausschließliche Übermittlung des wichtigsten Inhalts einzubüßen.

Dasselbe Experiment, ausgeführt mit Elektronen, wird im Programm ALEA [12], das ebenfalls im Fachbereich Physik der Universität Mainz entstanden ist, ausführlich

behandelt. Die Darstellung mit Zeigern wird dort nicht verwendet, aber mit dem hier erworbenen Wissen kann darauf verzichtet werden.

Als Weiterführung kann ALEA dazu dienen, die wirkliche Wahrscheinlichkeitsdichte darzustellen, in der auch der Einfluss der Einzelspalte berücksichtigt ist.

Auf die Möglichkeit, die Spalte einzeln zu verschließen, wurde ebenfalls verzichtet, da dies, genauso wie die Verschiebung und Verbreiterung der Spalte, in ALEA enthalten ist.

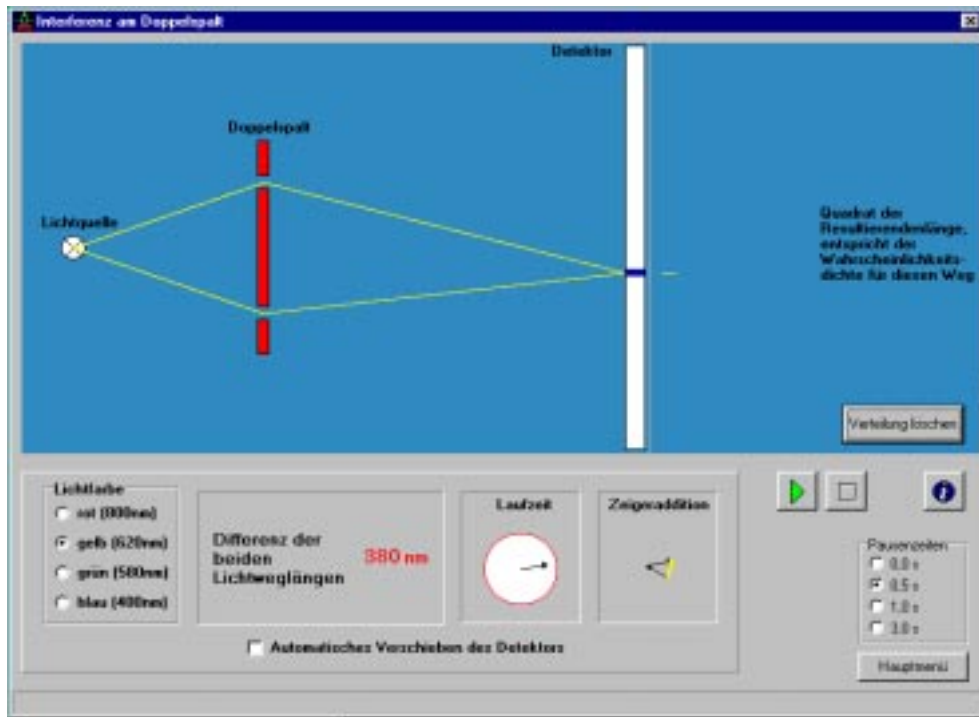


Abbildung 29: Der Detektor wurde an eine bestimmte Stelle geschoben und diese ausgewertet. Die beiden Stoppuhrzeiger sind zur Resultierenden addiert, deren Quadrat rechts neben dem Detektor abgetragen ist.

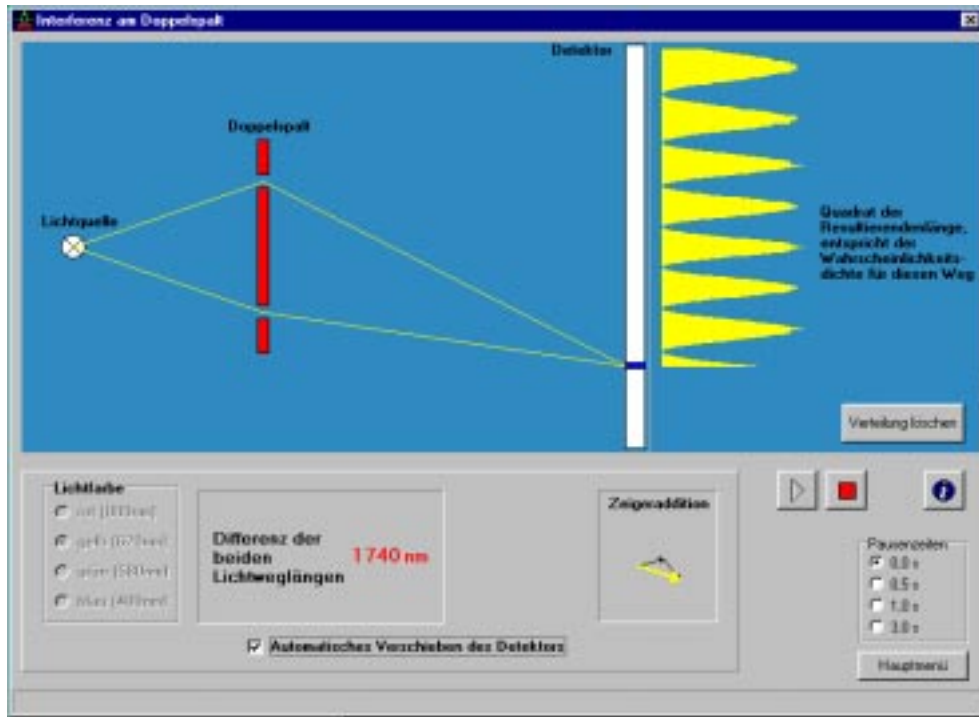


Abbildung 30: Der Detektor wird automatisch nach unten verschoben; die Auswertung der einzelnen Positionen ergibt eine Wahrscheinlichkeitsdichte.

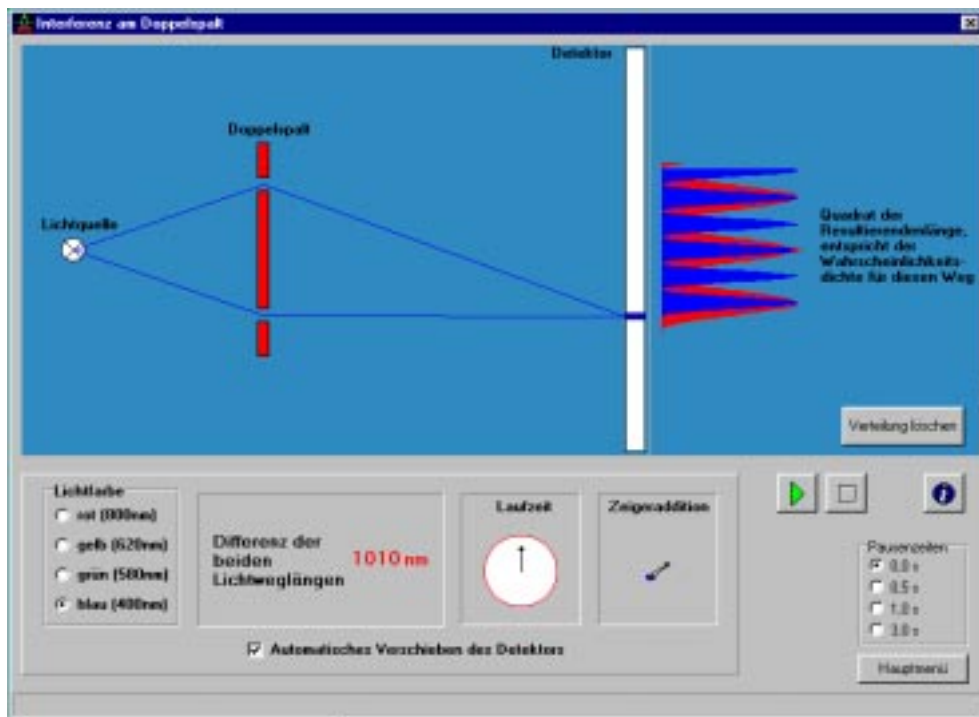


Abbildung 31: Vergleich der Dichten von blauem und rotem Licht.

4.2.9 Der Programmteil „Wellenfunktion eines freien Elektrons“

Die hier benutzte Wellenfunktion stellt eine starke Vereinfachung der Realität dar: Das Elektron besitzt eine völlig scharfe Energie. Dadurch entstehen keine Wellenpakete wie bei Überlagerung von Wellenfunktionen aus einem bestimmten Energiespektrum. Als Folge hiervon ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit nicht örtlich begrenzt, die Amplitudenquadrate der Welle sind an jedem Ort gleich groß. Für das Elektron bedeutet dies, dass es überall mit der gleichen Wahrscheinlichkeit anzutreffen ist. In der Realität kann man einen solchen Zustand vergleichen mit dem eines Elektrons im Strahl einer Elektronenquelle mit schmalen Energiespektrum. Diese Quelle strahlt schon unendlich lange, was bedeutet, dass die Antreffwahrscheinlichkeit für ein beliebiges Elektron an jeder Stelle konstant und ein Maß für die Größe der Wahrscheinlichkeitsamplitude an diesem Ort ist. Praktisch müsste man also überall die relative Häufigkeit für das Auffinden eines Elektrons ermitteln.

Als wichtiger Lerneffekt dieses Abschnitts soll gezeigt werden, dass, obwohl die „Welle“ etwas zeitlich Veränderliches ist, die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eine zeitunabhängige Größe ist.

Weiterhin kann durch Veränderung der Elektronenenergie² mit dem Schieberegler gezeigt werden, dass sich zwar die räumliche und zeitliche Periodizität der Wellenfunktion ändert, die Aufenthaltswahrscheinlichkeit jedoch nicht.

² In diesen Betrachtungen wird die Ruheenergie des Elektrons nicht mit einberechnet. Das Thema „Relativitätstheorie“ wird in der Schule meistens erst nach der Quantenmechanik behandelt, eine Verwendung an dieser Stelle würde die Schüler sicher verwirren.

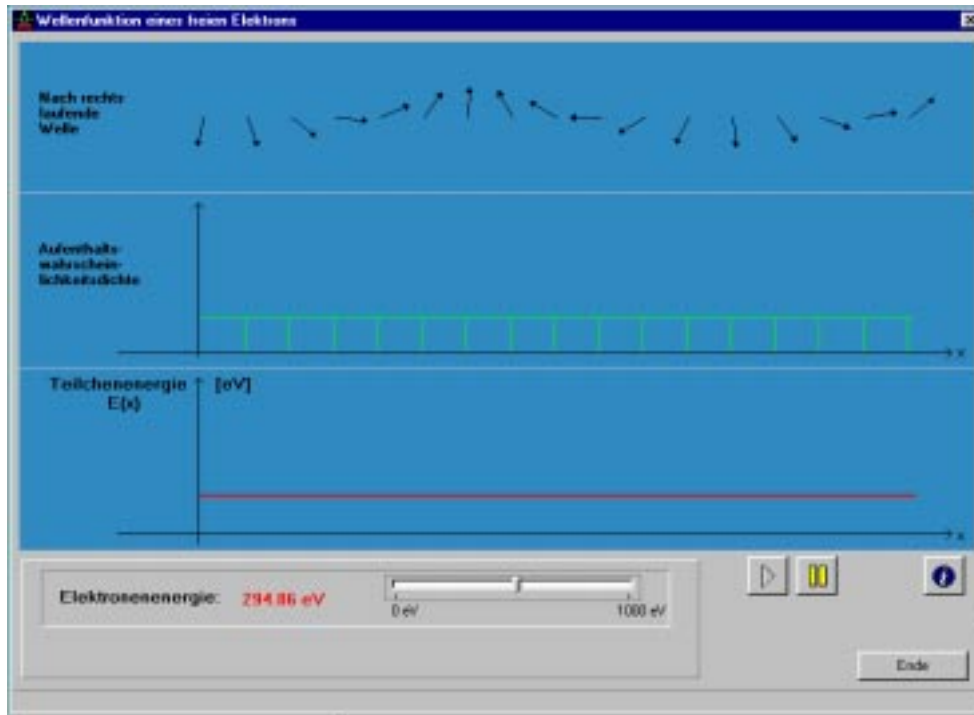


Abbildung 32: Die obere Zeile zeigt die Wellenfunktion, die mittlere deren Quadrat und die unterste die Elektronenenergie als Funktion des Ortes.

4.2.10 Der Programmteil „Wellenfunktion eines Elektrons an einer Potentialstufe“

Ein Elektron, dessen Wellenfunktion wie im vorherigen Programmteil beschrieben dargestellt wird, trifft auf eine Potentialstufe. Ist seine Energie kleiner als die Höhe der Stufe, so kann man beobachten, dass eine reflektierte Welle entsteht, deren Wellenlänge identisch ist mit der der einlaufenden Welle. Allein der Phasensprung an der Stufe variiert mit dem Verhältnis von Elektronenenergie zu Stufenhöhe. Ist dieses klein, so beträgt der Sprung annähernd 180° , die Resultierende der Überlagerung und die Aufenthaltswahrscheinlichkeit direkt vor der Stufe verschwinden. Links davon bildet sich eine stehende Welle, es gibt Stellen der totalen Auslöschung. Dort ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit Null.

Rechts der Stufe ist zu beobachten, dass es einen Anteil gibt, der, obwohl dies klassisch nicht möglich wäre, in die Stufe eindringt. Die Wellenlänge und damit die Aufenthaltswahrscheinlichkeit nehmen exponentiell mit der Eindringtiefe ab. Diese Erscheinung bezeichnet man als „Tunneleffekt“.

Liegt die Teilchenenergie in der Höhe der Oberkante der Stufe, so sind ein- und auslaufende Welle in Phase, die Resultierende ist doppelt so lang wie die einzelnen Zeiger und die Aufenthaltswahrscheinlichkeit an der Reflexionsstelle ist vervierfacht. Die „Welle“ verliert in diesem Fall im rechten Bereich ihre räumliche Periodizität, es besteht keine Welle mehr. Die Wahrscheinlichkeit, ein Elektron anzutreffen, ist dort überall gleich.

Erhöht man die Energie über die Stufenhöhe hinaus, so verringert sich die Länge der Zeiger des reflektierten Anteils, die links resultierende stehende Welle ist nur noch moduliert, totale destruktive Interferenz liegt nicht mehr vor. Rechts der Stufe nimmt die Zeigerlänge und damit die Aufenthaltswahrscheinlichkeit ab. Als Grenzfall einer sehr kleinen Stufe lässt sich eine ungestört durchlaufende Welle erahnen.

Die Veränderung des Phasensprungs ist vergleichbar mit der Reflexion einer Seilwelle am losen oder festen Ende.

Nur aus Uhrzeigern konstruierbar ist diese Simulation nicht, die Zeigerlängen und Phasensprünge ergeben sich aus der Lösung der Schrödingergleichung.

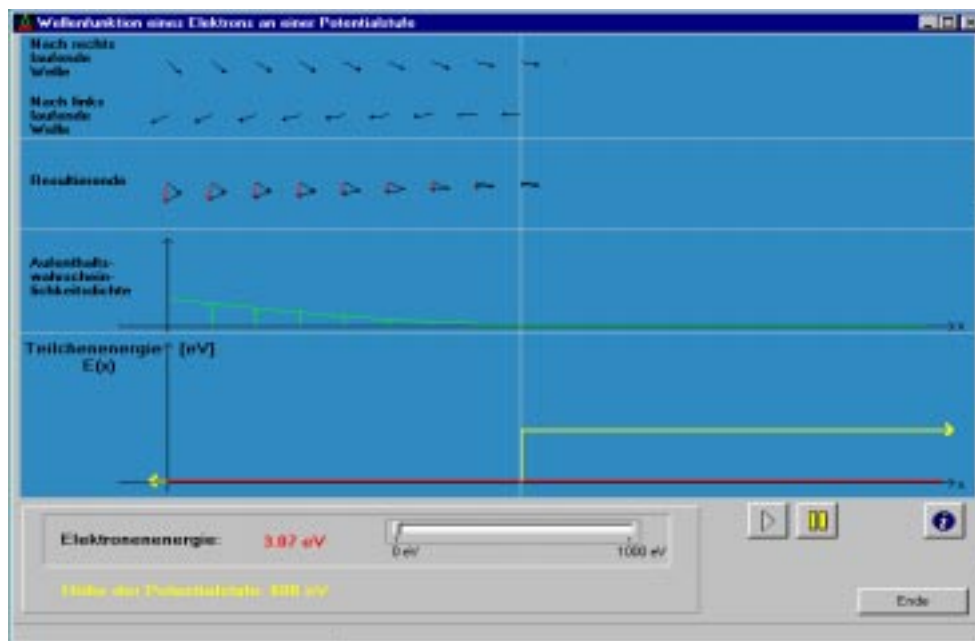


Abbildung 33: Die Wellenfunktion eines Elektrons an der Potentialstufe, hier mit sehr kleiner Teilchenenergie. Durch den Phasensprung zwischen einlaufender und reflektierter Welle von annähernd 180° verschwindet die Resultierende vor der Stufe.

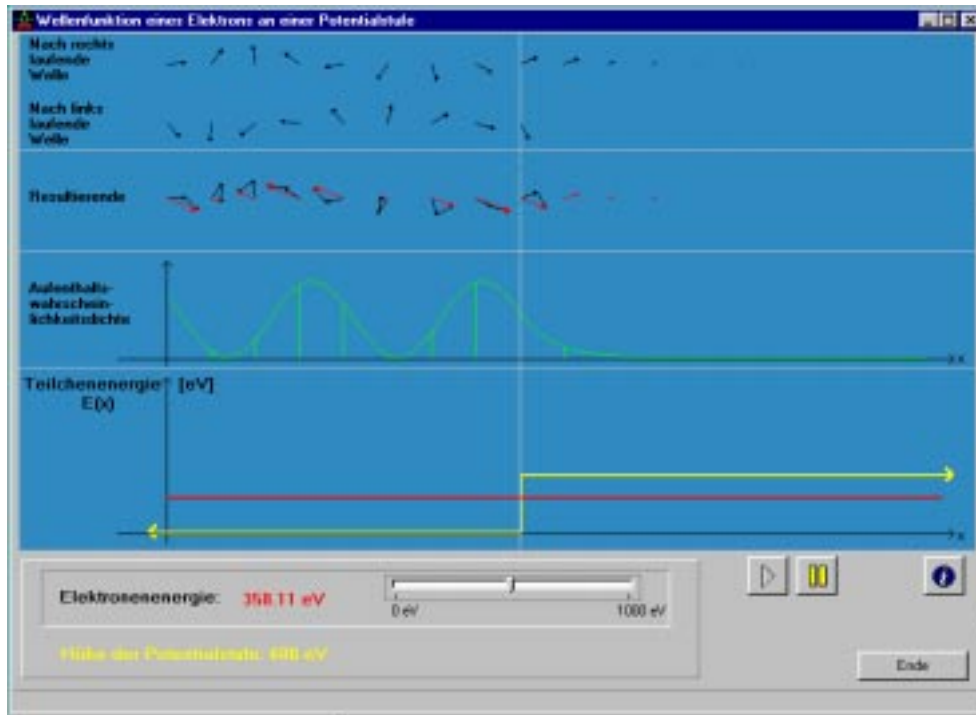


Abbildung 34: Die Elektronenenergie ist in etwa halb so hoch wie die der Stufe. Deutlich ist der Tunneffekt zu erkennen, die Aufenthaltswahrscheinlichkeit in der Stufe ist ungleich null.

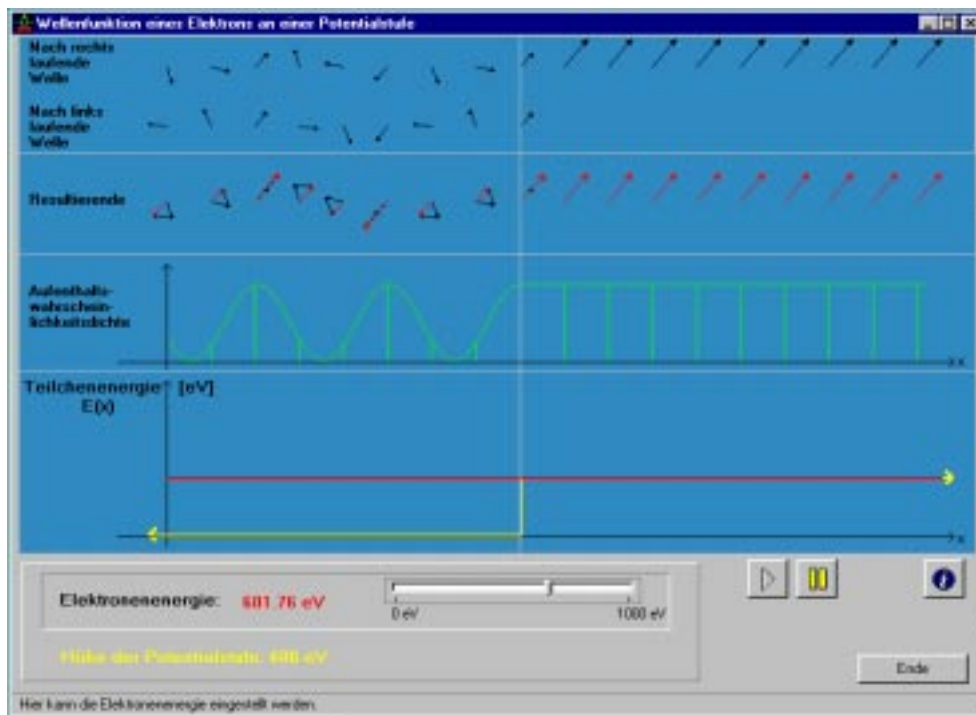


Abbildung 35: Elektronen- und Stufenenergie sind gleich. Die Wellenfunktion verliert rechts der Stufe ihre räumliche Periodizität.

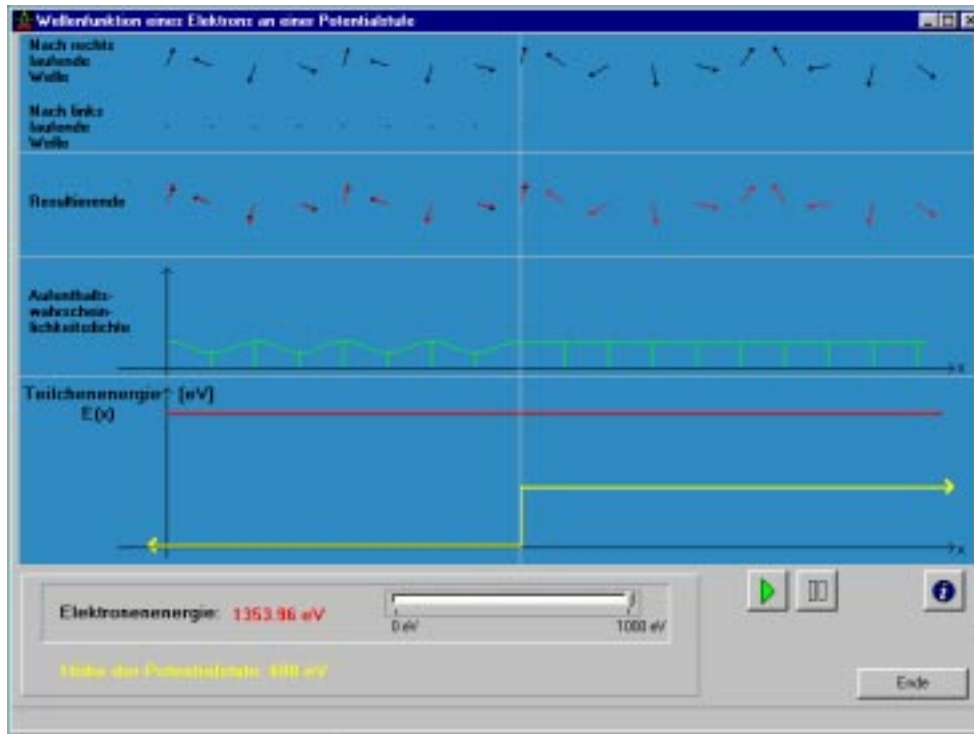


Abbildung 36: Die Elektronenenergie ist viel höher als die der Stufe. Die Modulation der Welle im linken Bereich ist schon recht schwach. Rechts der Stufe ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit räumlich konstant.

4.2.11 Der Programmteil „Wellenfunktion eines Elektrons im unendlich tiefen Potentialtopf“

Als Weiterführung des Falles der Potentialstufe wird nun der unendlich tiefe Potentialtopf eingeführt. Hierzu wird eine von links einlaufende Welle betrachtet, die gegen eine unendlich hohe Potentialwand prallt. Wie im vorausgegangenen Programmteil gezeigt, ergibt sich ein Phasensprung von 180° . Hin- und rücklaufende Welle überlagern sich zu einer stehenden. Im linken Bildschirmbereich ist eine zweite, ebenfalls unendlich hohe Stufe angebracht. Dort muss sich ebenfalls ein Phasensprung von 180° ergeben. Damit nun die links reflektierte Welle mit der von rechts einlaufenden sowie der ersten nach rechts laufenden konstruktiv interferiert, muss sie mit letzterer in Phase sein. Ansonsten ergäbe sich eine mehr oder weniger schnelle Auslöschung der vielfach reflektierten Wellen. Für das Entstehen stationärer, also zeitlich unveränderlicher (Wahrscheinlichkeits-) Zustände sind also nur bestimmte Energien zulässig.

Außerhalb des Topfes muss die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons gleich null sein, da es nicht in die Wände tunneln kann. Die Wahrscheinlichkeitsdichte wird so zu einer stetigen Funktion und damit ohne Sprungstellen, was bei der Lösung der Schrödingergleichung als Randbedingung vorgegeben wird.

Die so erhaltenen Energieeigenwerte können durch Variation der Elektronenenergie mittels Schieberegler gefunden werden. Eine weitere Option ermöglicht deren automatisches Auffinden durch Drücken eines Buttons.

Diese einfache Konstellation ist sehr gut geeignet, um Schülern das Entstehen von Energieniveaus, beispielsweise im Wasserstoffatom, zu erläutern.

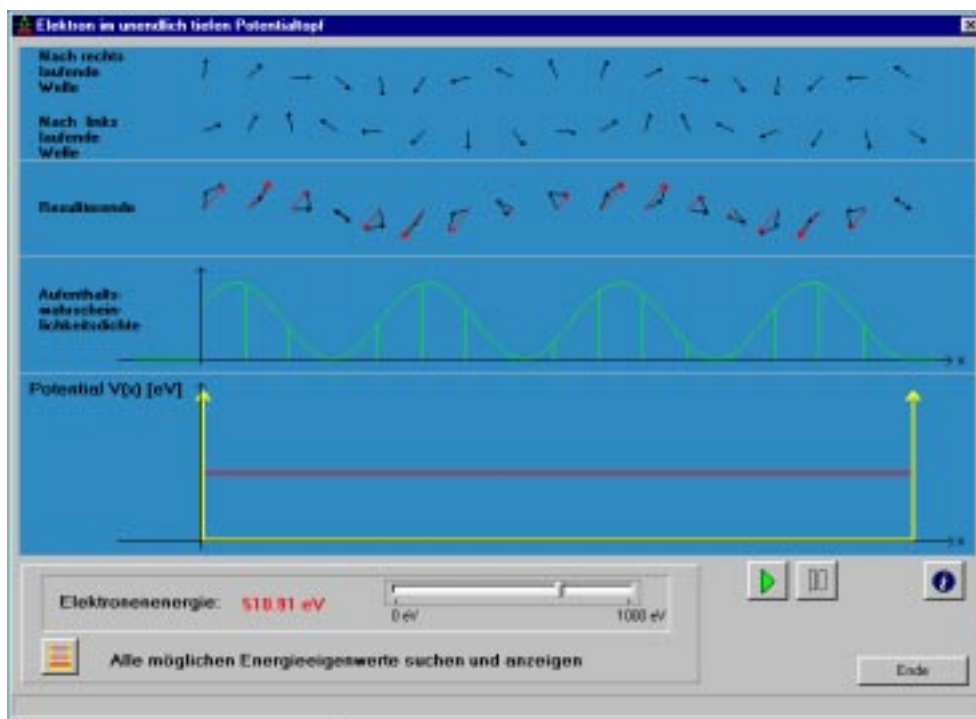


Abbildung 37: Die Wellenfunktion erfüllt nicht die Randbedingungen, die eingestellte Energie ist also kein Eigenwert.

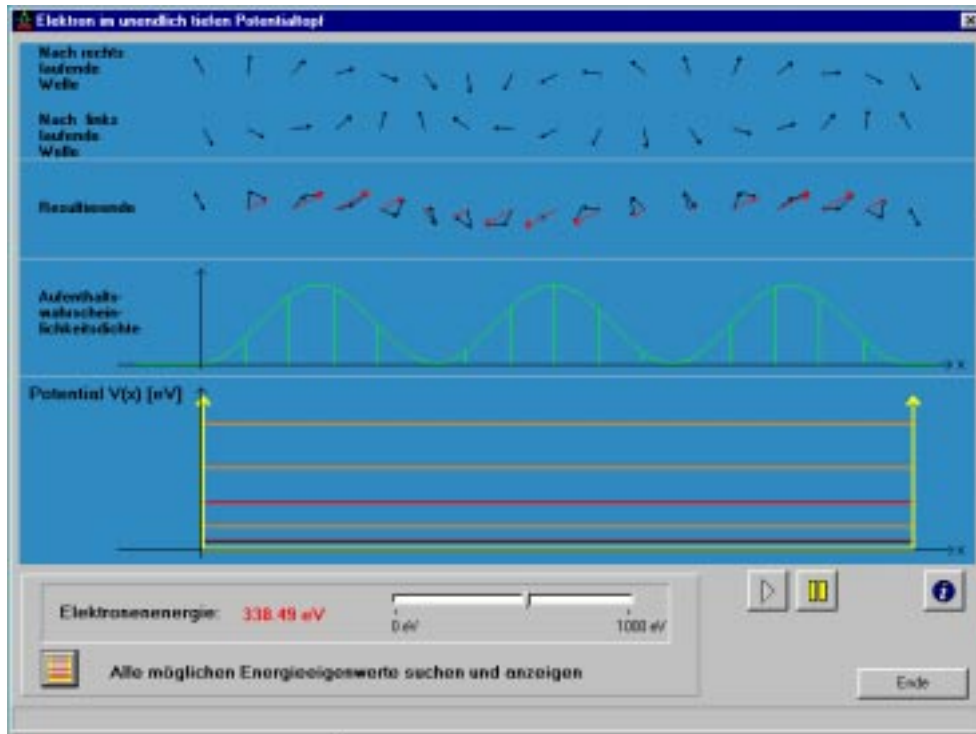


Abbildung 38: Alle Energieeigenwerte sind vom Rechner gesucht und angezeigt. Der drittniedrigste ist gewählt. Die Wellenfunktion stellt eine stehende Welle mit drei Bäuchen dar.

Zusammenfassung und Ausblick

Das Programm QED soll Lehrer und Schüler bei der Einführung der Quantenmechanik unterstützen. Durch die große Interaktivität und die hohe Anzahl der verwendeten Animationen wird die Schüleraktivität im Unterricht gefördert.

Mir ist bewusst, dass der Lehrer durch den Einsatz dieser Software keinesfalls entbehrlich wird. Einführende und ergänzende Erläuterungen sind unumgänglich. Durch den gegliederten Aufbau ist es dem Anwender ermöglicht, selbst darüber zu entscheiden, welche Teile des Programms verwendet werden sollen und welche nicht.

Die Lernerfolge durch den zusätzlichen Einsatz der Visualisierung physikalisch-mathematischer Probleme dürften deutlich erkennbar sein, was erste Versuche mit fachfremden Testpersonen zeigten. Gerade bei der Behandlung von zeitlich veränderlichen Vorgängen wie Wellen bietet sich die Verwendung von animierten Darstellungen an, was an Schulen immer noch selten geschieht.

Das zugrundeliegende Konzept der Zeigeraddition bietet wie kein anderes die Möglichkeit, Wellenphänomene zu erklären, ohne auf Projektionen komplexer Funktionen auf Real- oder Imaginärteil zurückgreifen zu müssen. Auch die Einführung der komplexen Zahlen ist nicht zwingend notwendig.

Nach dem Entstehen des Programmes wird es nun notwendig sein, durch intensiven Testeinsatz an Schulen zu klären, welche Punkte in der Gestaltung, dem Inhalt sowie der Bedienung noch verbessert werden können. Durch die sehr positiven Äußerungen von Lehrern, die vorläufige Versionen der beschriebenen Software bei Fortbildungen demonstriert bekamen, wurde deutlich, dass ein Einsatz eben dieser durchaus erwünscht ist.

Durch die modulare Programmierung ist eine spätere Erweiterung, auch durch Fremdpersonen, leicht durchzuführen. So behandelt ein weiterer Programmteil, der schon im Entstehen ist, den Tunneleffekt eines Elektrons durch einen Potentialwall.

Literaturverzeichnis

- [1] Feynman, Richard P.: *QED*, Piper Verlag GmbH, München, 1997
- [2] Warken, Elmar: *Delphi 3*, Addison Wesley Longman GmbH, 1997
- [3] Wünstel, Michael: *Entwicklung von Lernsoftware zur Darstellung typischer Quantenphänomene*, Staatsexamensarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 1997
- [4] Burkhard, Ulrike: *Veranschaulichung der Quantenphysik durch Wellenpakete an Hand speziell dafür entwickelter Computersimulationen*, Staatsexamensarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 1997
- [5] Benutzerhandbuch *Borland Delphi 3*, Borland GmbH, Langen, 1997
- [6] Feynman, R. P., Hibbs, A. R.: *Quantum Mechanics and Path Integrals*, McGraw-Hill Inc., New York, 1965
- [7] Fechner, Andrea: „Warum ist ein Vektorpotential ‚real‘?“ in: *Physik in unserer Zeit* Nr 1, Wiley-VCH Verlag GmbH, Weinheim, 1998
- [8] Bader, Franz: *Eine Quantenwelt ohne Dualismus*, Schroedel Schulbuchverlag GmbH, Hannover, 1996
- [9] Bader, Franz: *Quanten-Physik: Ein Computerprogramm*
- [10] Grehn, Joachim (Hg.): *Metzler Physik*, J. B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung und Carl Ernst Poeschel Verlag GmbH, Stuttgart, 1992
- [11] Bayer, Reinhard u. a.: *Impulse Physik 2*, Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart, 1997
- [12] Wünstel, Michael und Burkhard, Ulrike: *ALEA, Simulationssoftware zur Quantenmechanik*, Ernst Klett Verlag GmbH, Stuttgart, 1998

Anhang

A1 Die Systemvoraussetzungen

Systemvoraussetzungen für das Programm QED ist Windows 95/98. Programmiert wurde es auf einem Pentium 233 mit 32 MB Arbeitsspeicher. Alle Animationen liefen mit ausreichender Geschwindigkeit, allerdings konnte durch Variation einiger Parameter festgestellt werden, dass in manchen Fällen der Prozessor und nicht die implementierte Zeitverzögerung den geschwindigkeitsbegrenzenden Faktor darstellte. Daher kann es auf langsameren Rechnern (486ern) zu Beeinträchtigungen bei der Laufgeschwindigkeit kommen. Es mussten jedoch die Vorteile rechenaufwendiger Animationen gegen die Nachteile hoher Ansprüche an die vorhandene Hardware abgewogen werden. Durch die enorme Steigerung der Leistungsdaten und den extremen Preisverfall bei Personalcomputern schien ein mittelschneller Pentium I-PC als Maßstab geeignet.

A2 Die Entwicklungsumgebung Delphi 3

Bei der Auswahl der Entwicklungsumgebung spielten folgende Kriterien eine Rolle: Als Betriebssystem kam wegen der großen Verbreitung nur Windows 95/98 in Frage. Um die Bedienerfreundlichkeit zu erhöhen und den Anwender nicht durch neue, unbekannte Steuerungselemente zu belasten, sollten diese und der Programmaufbau eine möglichst ähnliche Funktionalität und Erscheinungsform wie Windows 95/98 besitzen. Außerdem sollte eine Programmiersprache zugrunde liegen, die eine spätere problemlose Erweiterung des Programmes durch dritte erlaubt. Deshalb und durch die angestrebte Verwendung als Schulsoftware bot sich Turbo- Pascal an. Diese Sprache wird im Informatikunterricht der Oberstufe sowie in Anfängervorlesungen der Mathematik, z.B. Algorithmen I, verwendet. Eine komfortable Windows-orientierte Entwicklungsumgebung bietet Borlands Delphi 3, die zugehörige Sprache Object-Pascal ist sehr eng mit Turbo-Pascal verwand. Delphi 3 stellt eine große Menge vorgefertigter Objekte zur Verfügung, wie etwa Fenster, Buttons oder Schieberegler. Fügt man ein solches Objekt auf der Arbeitsfläche ein, generiert Delphi den zugehörigen Quelltext automatisch und fügt ihn in den bereits

bestehenden ein. Dort können dann die Routinen für die möglichen Ereignisse, z. B. das Anklicken eines Buttons, eingetragen werden.