

Die (Un-)Vollständigkeit der Quantentheorie

1. Die EPR – Argumentation	2
A: Vollständigkeit und Realität	2
B. Geisterhafte Fernwirkung (ein triviales Beispiel)	3
2. Das EPR – Experiment	4
A. Zur Polarisation eines Photons	4
B. Gleichzeitig erzeugte Photonen und Polarisation.	5
C. Anwendung der EPR-Argumentation auf dieses Experiment	6
D. Anwendung der Quantentheorie auf dieses Experiment.	7
3. Die Klärung der Auseinandersetzung.	8
A. Um was es geht und um was es nicht geht :	8
B. Ausflucht-Hypothese : „Vor-Fühlung“	8
C. Die Bellsche Ungleichung :	9
D. Quantentheorie und Bellsche Ungleichung:	11
E: Entscheidungsexperiment :	12
4. Konsequenzen :	13
A. Was war falsch an der EPR-Argumentation	13
B. Fernwirkung oder Fern-Korrelation ?	14
Anhang 1: Klassische Fehlvorstellungen:	15
a) Unabhängige Photonen:	15
b) Photonen mit identischer Polarisation	18
Anhang 2 : Erzeugung verschränkter Photonen :	22
Anhang 3: Entscheidungsbaum zur Quantentheorie:	23
Anhang 4 : Die erste Seite der grundlegenden Arbeit von Einstein, Podolsky und Rosen (1935)	24
Literaturhinweise	25

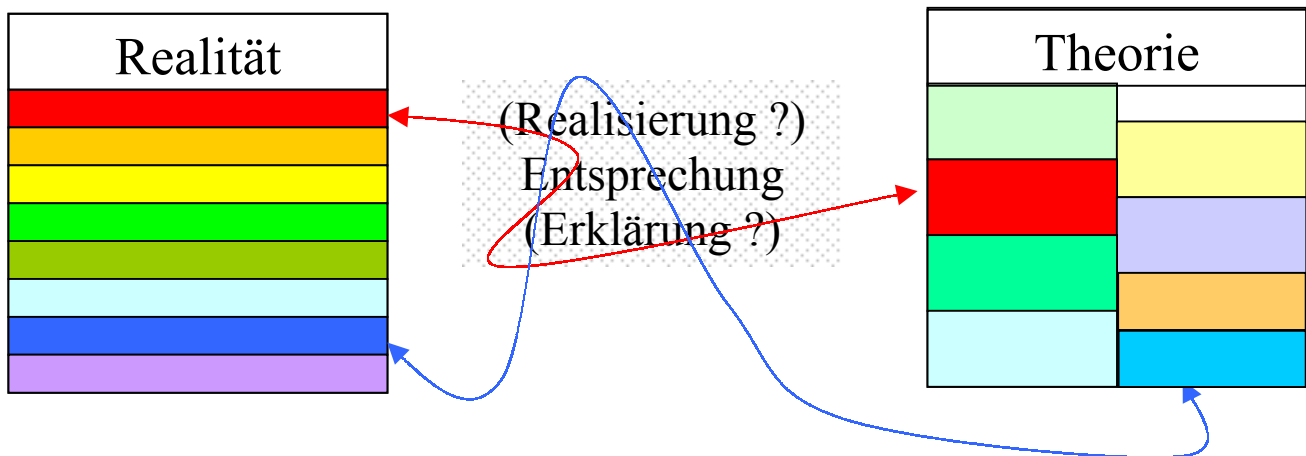
1. Die EPR-Argumentation:

A. Vollständigkeit und Realität:

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In

(Kopie aus der Originalarbeit von Einstein, Podolski, Rosen (1935))

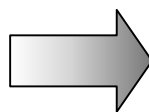
1. Vollständigkeitskriterium : In einer vollständigen Theorie entspricht jedem Element der Realität ein Element der Theorie.



2. Hinreichendes Realitätskriterium : Wenn es eine Möglichkeit gibt, eine physikalische Größe mit Sicherheit vorauszusagen, ohne das System zu zerstören, dann ist diese physikalische Größe ein Element der Realität.

Eine physikalische Größe ist mit Sicherheit voraussagbar.

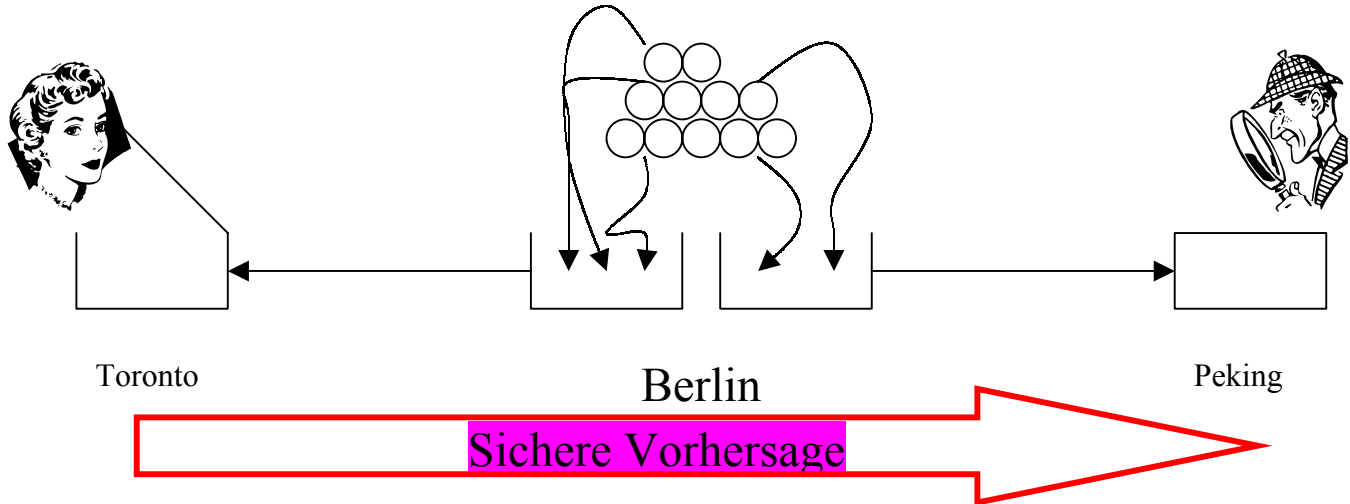
Bei diesem Vorgang erfolgt keine Störung des Systems



Diese physikalische Größe ist ein Element der Realität

B. Geisterhafte Fernwirkung : Ein triviales Beispiel.

Chris hat in Berlin eine beliebige Anzahl Murmeln zur Verfügung. Davon packt sie/er in Berlin einige, es müssen nicht gleich viele sein, in zwei Schachteln. Chris vertauscht die beiden Schachteln unkontrolliert. Eine Schachtel schickt sie/er nach Peking zu Bob, die andere nach Toronto zu Alice



In Toronto behauptet Alice, dass sie die Anzahl der Murmeln in Peking mit Sicherheit voraussagen kann, sobald sie die Anzahl der Murmeln in ihrem Paket bestimmt hat. Und das gelingt ihr auch mehrmals.

Absendetag	Anzahl in Toronto	richtige Voraussage von Alice	
28.12.2001	2	2	
15.3.2002	4	2	
27.3.2002	3	2	
22.4.2002	1	5	
29.4.2002	4	1	

Das kann kein Zufall sein. **Es muss eine Ursache dafür geben !**

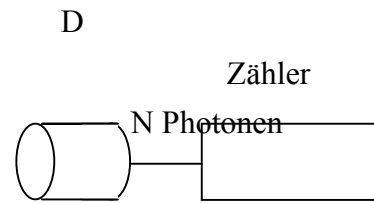
Denkbare Ursachen :

Echte Zauberei : (Psychokinese, Wahrsagerei...)	Trick
Fernwirkung	lokale, verborgene Parameter

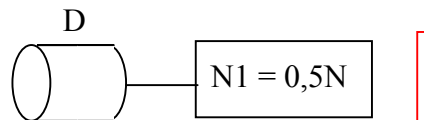
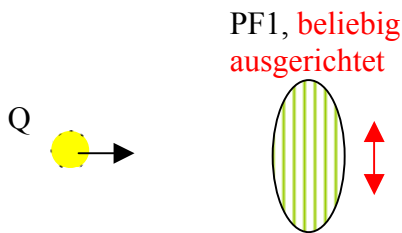
2. Das EPR-Experiment :

A. Zur Polarisation eines Photons :

a) ohne Pol-Filter



b) mit einem Pol-Filter

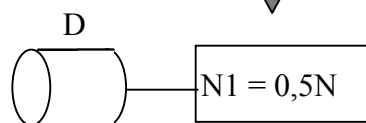
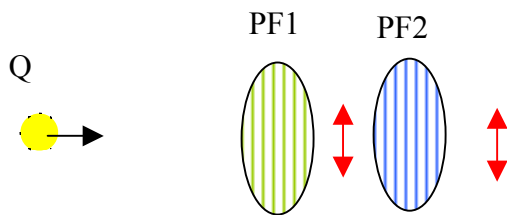


Jetzt liegt die Polarisationseigenschaft vor.

50% Durchlass bei jeder beliebigen Ausrichtung.
 ⇒ Die Polarisation der Photonen ist **unbestimmt**

100%

c) Mit zwei parallelen Pol-Filtern :



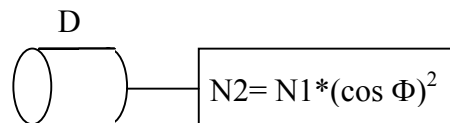
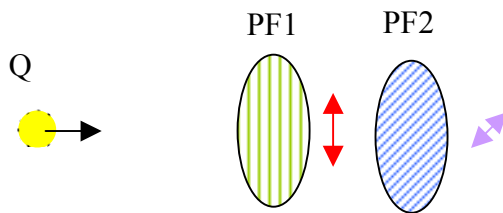
⇒ PF1 **bestimmt** die Polarisation der durchgelassenen Photonen.

Malussches Gesetz:

Durchgang :
 $P_{trans}(\Phi) = (\cos \Phi)^2$
 Absorption :
 $P_{abs}(\Phi) = (\sin \Phi)^2$

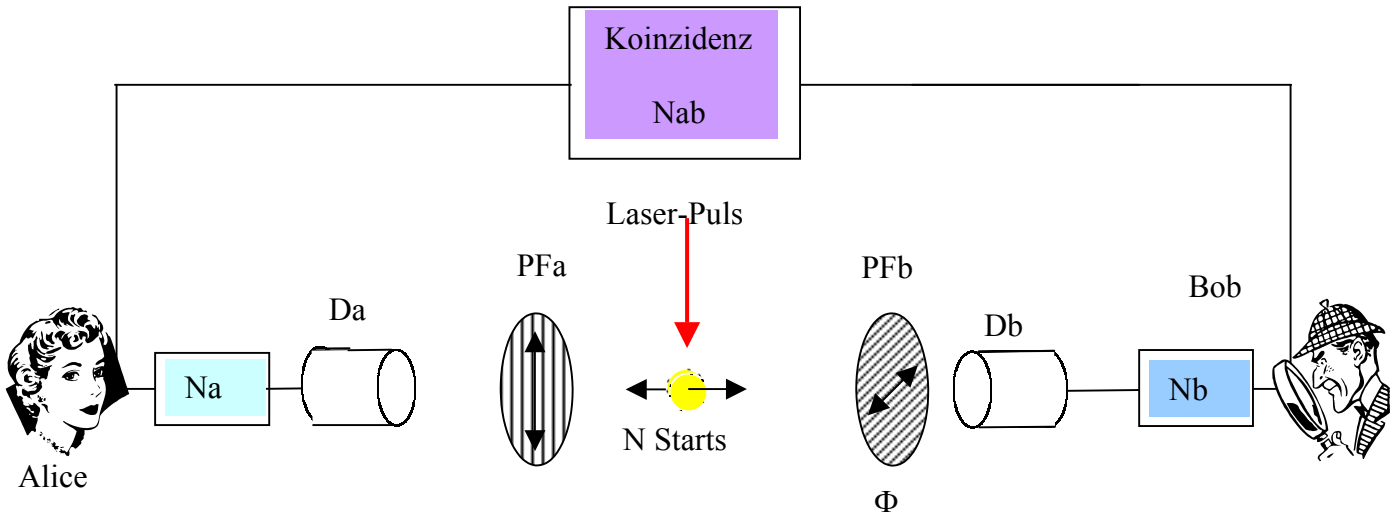
[2.S.350]

d) Winkel Φ zwischen Polarisatoren :



Winkel zwischen den PFs	Anzahl Photonen	Anzahl Durchgänge durch PF1	Anzahl Klicks in D	Durchgangshäufigkeit
Φ	N	N1	N2	N2/N
0°	1000	500	500	0,5
90°	1000	500	0	0
Φ	N	0,5N	$0,5N(\cos\Phi)^2$	$0,5(\cos\Phi)^2$

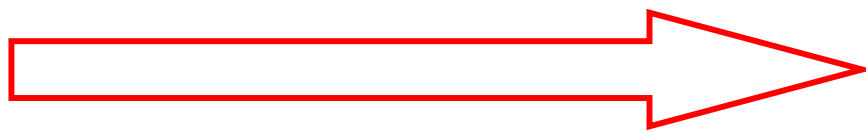
B. Gleichzeitig erzeugte Photonen und Polarisation.



Zunächst wird eine Raumrichtung senkrecht zur Flugrichtung der Photonen willkürlich gewählt. Der Polfilter PFa wird in dieser Raumrichtung eingestellt. Der Polfilter PFb wird um den Winkel Φ gegenüber PFa gedreht.

Zählraten :

1	2	3	4	5	6
Winkel zwischen den PFs	Anzahl Doppel-Starts	Anzahl Klicks in Da	Anzahl Klicks in Db	Anzahl von gleichzeitigen-DaDb-Klicks	Koinzidenzhäufigkeit
Φ	N	Na	Nb	Nab	Nab/N
0°	1000				
90°	1000				



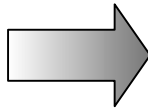
Echte Zauberei : (Psychokinese, Wahrsagerei...)	Trick
Fernwirkung	lokale, verborgene Parameter

C: Anwendung der ERP-Argumentation auf dieses Experiment

Alice und Bob stellen ihre Polarisatoren in beliebiger Richtung, aber parallel zueinander. Alice misst / bestimmt die Polarisation ihres Photons.

Sie kann mit Sicherheit voraussagen, ob das Photon, das noch zu Bob unterwegs ist, absorbiert oder transmittiert wird.

Alice ist weit von Bob entfernt. Ihre Messung kann das Photon von Bob nicht instantan beeinflussen, stören.

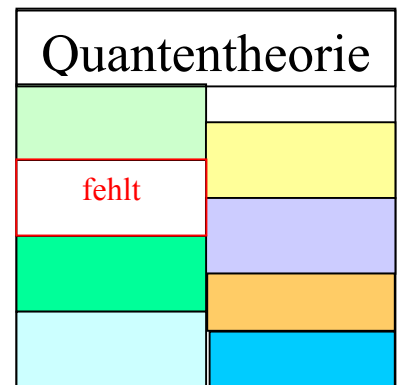


Eine der beiden Eigenschaften, bei Bob entweder durchzugehen oder absorbiert zu werden, ist ein Element der Realität. Diese Eigenschaft trägt das Photon, seit der Entstehung, mit sich herum.

Diesem Element der Realität entspricht kein Element der Quantentheorie :

Die Durchgangseigenschaft des Photons von Bob ist ein Element der Realität.

Keine Entsprechung



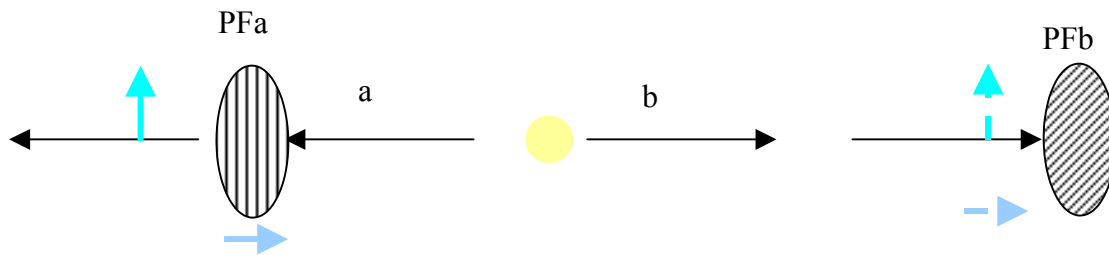
Folgerungen von Einstein, Podolski, Rosen	Die Quantentheorie ist unvollständig
	Man muss nach einer vollständigen Theorie mit (bisher) verborgenen Parametern weitersuchen.

D. Anwendung der Quantentheorie auf das EPR-Experiment:

a) Die Photonen a und b sind zunächst ununterscheidbar. Sie sind in **einem gemeinsamen Zustand**. (verschränkte „Teilchen“.)

b) Die Photonen haben beim Verlassen der Quelle **keine lineare Polarisationsrichtung**. (Unbestimmtheit)

c) Erst im Mess/Bestimmprozess erhalten sie **eine gemeinsame Polarisationsrichtung**. (Messpostulat) (*)



3 : PFa ist näher an der Quelle als PFb. Durch den Prozess der Photonenerzeugung ist keine Polarisationsrichtung präpariert. Also 50% Durchgang :

$$N_a = 0,5N.$$

5 Von den b-Photonen dieser Paare kommen, nach Malus, $0,5N (\cos\Phi)^2$ Photonen auch durch PFb. Wenn aber beide Photonen des Paares durchkommen, dann haben wir Koinzidenz. Dies geschieht also in

$$N_{ab} = 0,5N (\cos\Phi)^2 \text{ Fällen.}$$

4 Durch Absorption in PFa nimmt das Photonenpaar die gemeinsame Polarisierung (Verschränkung) senkrecht zu PFa an. Dies geschieht wieder der Hälfte aller Photonenpaaren, also ebenfalls $0,5N$ Photonenpaaren.

Von den b-Photonen dieser Paare kommen, nach Malus also

$$0,5N \cos(90^\circ - \Phi)^2 = 0,5N (\sin\Phi)^2 \text{ Photonen in Db an.}$$

Insgesamt gilt also :

$$N_b = N_{ab} + 0,5N (\sin\Phi)^2 = 0,5N (\cos\Phi)^2 + 0,5N (\sin\Phi)^2 = 0,5N$$

1	2	3	4	5	6
Winkel zwischen den PFs	Anzahl Doppel-Starts	Anzahl Klicks in Da	Anzahl Klicks in Db	Anzahl von DaDb-Klicks	Koinzidenzhäufigkeit
Φ	N	N_a	N_b	N_{ab}	N_{ab}/N
0°	1000	500	500	500	0,5
90°	1000	500	500	0	0
Φ	N	$0,5N$	$0,5N$	$0,5N(\cos\Phi)^2$	$0,5 (\cos\Phi)^2$

*) In der Quantentheorie ist auch noch eine Alternativhypothese möglich : „Nach Durchgang durch PFa sind sie sicher orthogonal polarisiert.“ Welche dieser Alternativen eintritt ist von den Randbedingungen abhängig.

3. Die Klärung der Auseinandersetzung.

A. Um was es geht und um was es nicht geht :

1. EPR behauptet nicht, dass die Quantentheorie falsche Ergebnisse liefert, im Gegenteil.

Die Ergebnisse der Quantentheorie stimmen ja auch mit den Experimenten genau überein.

2. EPR ist aber nicht mit der Argumentation der Quantentheorie einverstanden,

denn die Quantentheorie akzeptiert eine starke Nichtlokalität der Photonen
Zufall und Nichtkausalität
Unbestimmtheit von physikalischen Größen
Festlegung von Eigenschaften erst durch Messung.

3. EPR stellt nicht die Nicht-Lokalität der Messung in Frage.

In einer Messung an einen Ort kann man selbstverständlich Eigenschaften an einem anderen Ort feststellen. (Elemente auf einem anderen Stern werden auf der Erde bestimmt)

Was EPR behaupten ist : wenn man so (wie bei dem Murmeltrick) sichere Voraussagen machen kann, dann muss ein lokal definiertes Faktum, ein, bei der Messung „verborgener“ Parameter vorgelegen haben, das die vorausgesagte Größe determiniert..

(Im Murmelproblem : Die Gesamtzahl der Murmeln war abgesprochen. Sie war stets gleich der Anzahl der Werkzeuge in der Woche der Absendung.)

B. Ausflucht-Hypothese : „Vor-Führung“

Die paarweise gleichen Polarisierungen der Photonen richten sich von vorne herein an dem nahegelegenen Polarisator P_{Fa} aus, also schon bei der Entstehung an der Quelle. Sie starten schon mit der richtigen Polarisation.

Vorteil dieser Hypothese:

1. Sie gibt die experimentellen Daten genauso wieder, wie Hypothese 3.
2. Sie würde die EPR Kriterien für den verborgenen Parameter erfüllen.

Einwände : der Mechanismus der Fernwirkung wäre völlig unklar (geisterhaft ?) wenn auch nicht unbedingt instantan. P_{Fa} steht ja schon lange da.

Experimentelle Überprüfung : 1982 in Orsay durch A. Aspect, Dalibard und G. Roger.

Die „Einstellung der Polarisatoren erfolgte durch einen Zufallsgenerator während der Flugzeit der Photonen“ [3; S.2]

C. Die Bellsche Ungleichung :

Bells Voraussetzung: wir nehmen an, dass es solche lokal festgelegten, verborgenen Parameter wirklich gibt.

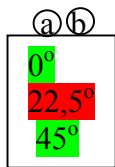
Jedem Photonenpaar ist also schon bei seiner Entstehung aufgeprägt, wie es sich bei jeder beliebigen Polarisatorrichtung verhalten wird, sonst ließe sich die 100% Koinzidenz bei allen denkbaren parallelen Polarisatoren nicht erklären.

Diese Aufprägung lässt sich nachträglich nicht mehr verändern, sonst würde man ja doch die Nichtlokalität akzeptieren.

Wir wählen eine Richtung im Raum, senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Photonen willkürlich aus. In Bezug dazu bieten wir den Photonen drei Polarisatorrichtungen an : 0° ; $22,5^\circ$ und 45° .

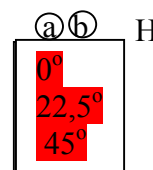
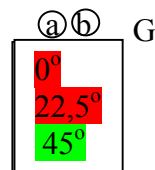
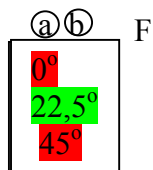
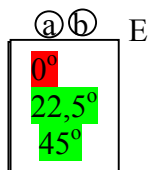
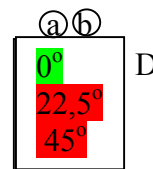
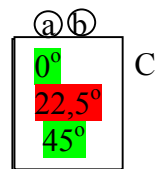
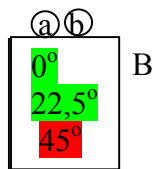
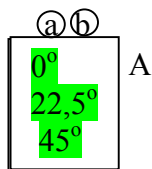
Nach Voraussetzung ist bereits für jedes Photonenpaar festgelegt, ob die Einzelphotonen die angebotene Polarisatorrichtung akzeptieren (also durchfliegen), oder sie ablehnen werden (also stecken bleiben)

In Bezug auf dieses Angebot kann man dann jedes Photonenpaar mit folgender Schreibweise charakterisieren :



Jedes Photon eines solchen Photonenpaares geht also bei 0° durch, bleibt bei $22,5^\circ$ stecken und fliegt durch 45° durch.

Mit Hilfe dieser Schreibweise kann man alle Photonenpaare in 8 Merkmalsgruppen einteilen:



Der Trick besteht nun darin, dass man den beiden Photonen eines Paares verschieden orientierte Polfilter zum Durchfliegen anbietet : Wir betrachten dann folgende koinzident messbaren Ereignisse.

Für a: 0° ; für b: 45° :

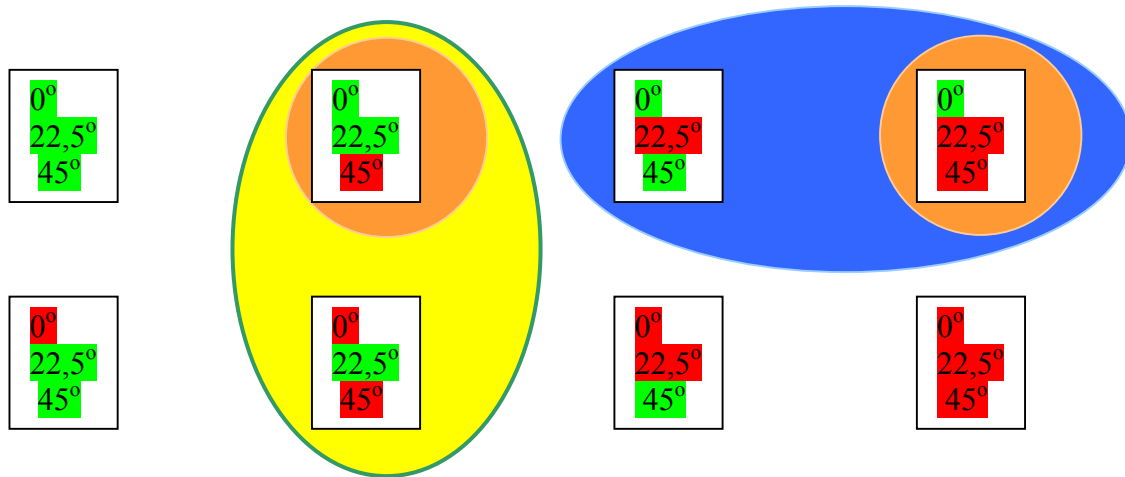
(a 0° ; b 45°) : a geht durch, b bleibt stecken wird von den Paaren B und D, realisiert.

Für a: 0° ; für b: $22,5^\circ$:

(a 0° , b $22,5^\circ$) : a geht durch, b bleibt stecken wird von den Paaren C und D, realisiert.

Für a: $22,5^\circ$; für b: 45° :

(a $22,5^\circ$, b 45°) : a geht durch, b bleibt stecken wird von den Paaren B und F realisiert.



$$\Rightarrow P(a \text{ 0}^\circ; b \text{ 45}^\circ) \leq P(a \text{ 0}^\circ, b \text{ 22,5}^\circ) + P(a \text{ 22,5}^\circ, b \text{ 45}^\circ)$$

Bellsche Ungleichung.

Die Bellsche Ungleichung folgt also, rein mathematisch, aus unserer Annahme der Existenz lokal festgelegter, verborgener Parameter.

D. Quantentheorie und Bellsche Ungleichung:

1	2	3	4	5		Wahrscheinlichkeiten für a : b	
Winkel zwischen den PFs	Anzahl Doppel-Starts	Anzahl Klicks in Da	Anzahl Klicks in Db	Anzahl von DaDb-Klicks	Anzahl der Klicks in Da, bei denen kein Klick in Db erfolgt		$\Phi_a = 22,5^\circ$ und $\Phi_b = 45^\circ$ entspricht $\Phi_a = 0^\circ$ und $\Phi_b = 22,5^\circ$
Φ	N	Na	Nb	Nab	Na - Nab	$P(a 0^\circ, b \Phi)$	$P(a 22,5^\circ, b 45^\circ)$
0°	1000	500	500	500	0	0	
$22,5^\circ$	1000	500	500	427	73	0,073	0,073
45°	1000	500	500	250	250	0,250	
$67,5^\circ$	1000	500	500	73	427	0,427	
90°	1000	500	500	0	500	0,500	
Φ	N	0,5N	0,5N	$0,5N(\cos\Phi)^2$		$0,5 (1-(\cos\Phi)^2)$	

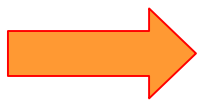
$$\text{Bell: } P(a 0^\circ; b 45^\circ) \leq P(a 0^\circ, b 22,5^\circ) + P(a 22,5^\circ, b 45^\circ)$$



Widerspruch

Quantenth.:

$$0,25 > 0,073 + 0,073$$

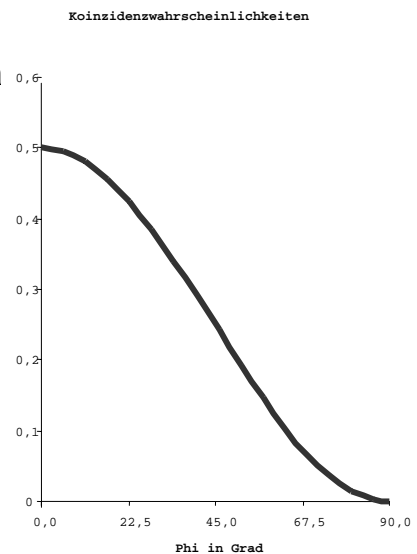


Es gibt ein Entscheidungsexperiment.

E: Entscheidungsexperiment :

1. Voraussagen der Quantenphysik nach unseren Überlegun

$$P(a \ 0^\circ, b \ \Phi) = 0,5 (\cos\Phi)^2$$



2. Anpassungen an die realen Gegebenheiten und experimenteller Befund : A.Aspect u.a.. (1982)

1. Die Detektoren sind nicht ideal. Sie detektieren nicht jedes Photon, und sie haben einen Null-Effekt.
2. Die Pol-Filter sind nicht ideal. Sie absorbieren, auch ohne Polarisierungseffekte.

Durch größeren theoretischen Aufwand entsteht dadurch eine, von unserer Kurve, etwas abweichende Voraussage der Quantentheorie.

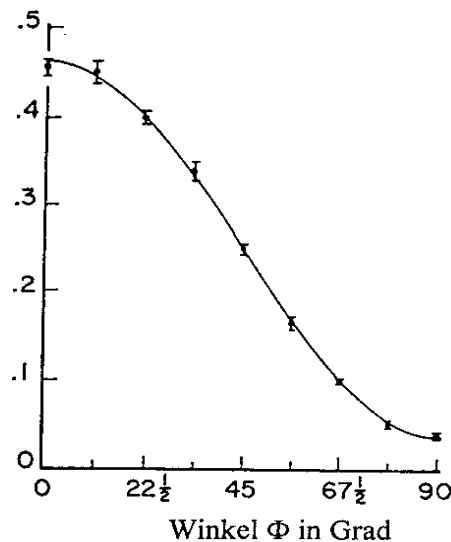



Bild 3.24
Experimentelle Ergebnisse über die Koinzidenzrate in Abhängigkeit vom Winkel zwischen den Polarisatoren. Die eingezeichnete Kurve gibt das Resultat der quantenmechanischen Formel (3.16.11).

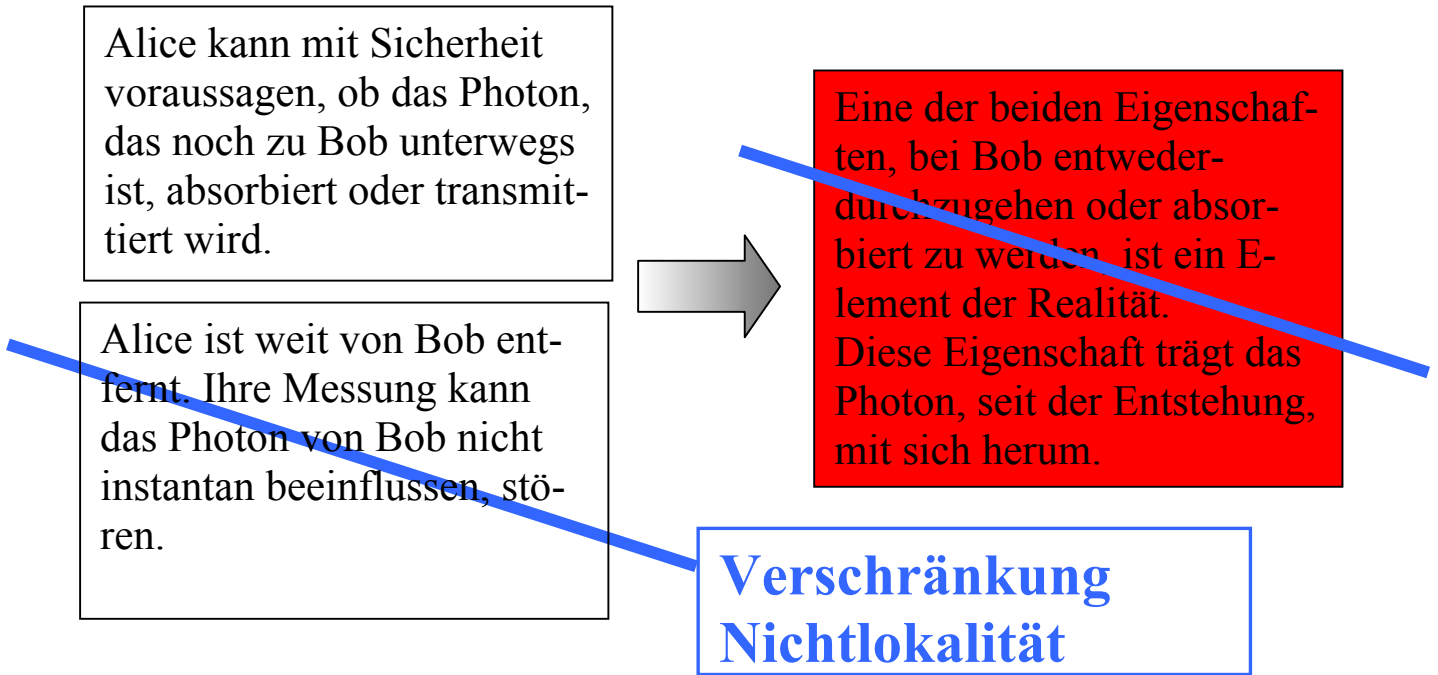
(entnommen aus [2;S.354])

 In der Realität gilt die Bellsche Ungleichung nicht. Wenn wir Voraussetzen, dass die Mathematik/Logik stimmt, dann kann Bells Voraussetzung nicht erfüllt sein.

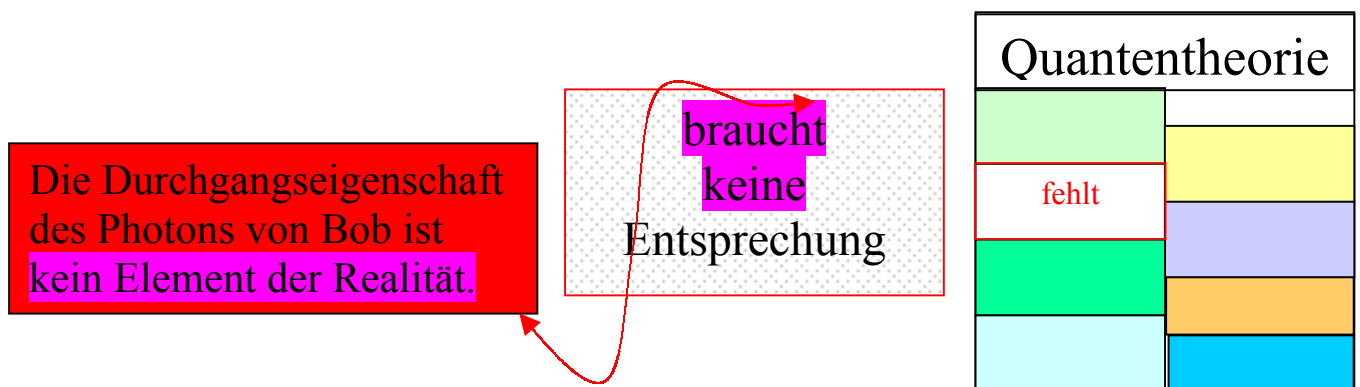
Es gibt keine verborgenen, lokalen Parameter

5. Konsequenzen :

A. Was war falsch an der EPR - Argumentation ?



Das Photonenpaar bildet eine verschränkte Einheit. Alice misst/bestimmt nicht einfach die Polarisierung ihres Photons, sondern die Polarisierung des verschränkten Paares.
 Durch die Messung ändert sich die gesamte Zustandsfunktion (Vergleiche : Knallertest : Der Einbau des Knallers ändert die gesamte Zustandsfunktion im Raum).
 Die Photonen sind bis zum Augenblick ihrer Detektion nicht lokal.



Die Quantentheorie ist im Sinne von EPR nicht unvollständig !

(Bohm präsentiert eine nichtlokale Theorie mit verborgenen Parametern, die noch nicht widerlegt ist. Sie stimmt in ihren Voraussagen vollständig mit der Quantentheorie überein, hat aber ihre eigenen Schwierigkeiten !)

B. Fernwirkung oder Fern-Korrelation ?

Alice bewirkt mit ihrem Polfilter **nichts kausal**.

Sie kann durch nichts vorherbestimmen, ob das nächste Photon absorbiert oder durchgelassen wird weder bei sich noch bei Bob. Sie, oder ihr Pol-Filter, legen nicht fest dass ihr, oder Bobs Photon durchgelassen wird.

Sie kann, an ihrem Ort, nicht einmal feststellen, **ob** sie es mit einem **verschränkten Photon**, oder mit einem Einzelphoton zu tun hat.

Nur wenn sie die Koinzidenzen, durch klassischen Informationsaustausch mit Bob, feststellt, weiß sie, dass es sich um verschränkte Photonen handelt.

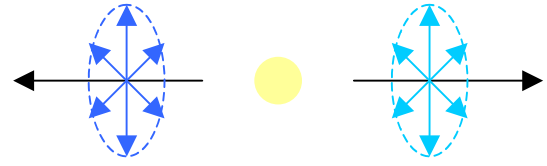
Es gibt keine „geisterhafte Fernwirkung“, weil Alice nichts bewirkt !
Sie misst/bestimmt nur die gemeinsame Eigenschaft (Fern-Korrelation)!

C. Überlichtgeschwindigkeit ?

Überlichtgeschwindigkeit liegt hier genauso wenig vor, wie bei dem Murrel-Trick.

Wir können nicht begreifen, „warum die Natur so verfährt, wie sie verfährt. Das Warum versteht nämlich niemand.“ (R.P.Feynman 1985)

Anhang 1: Klassische Fehlvorstellungen:



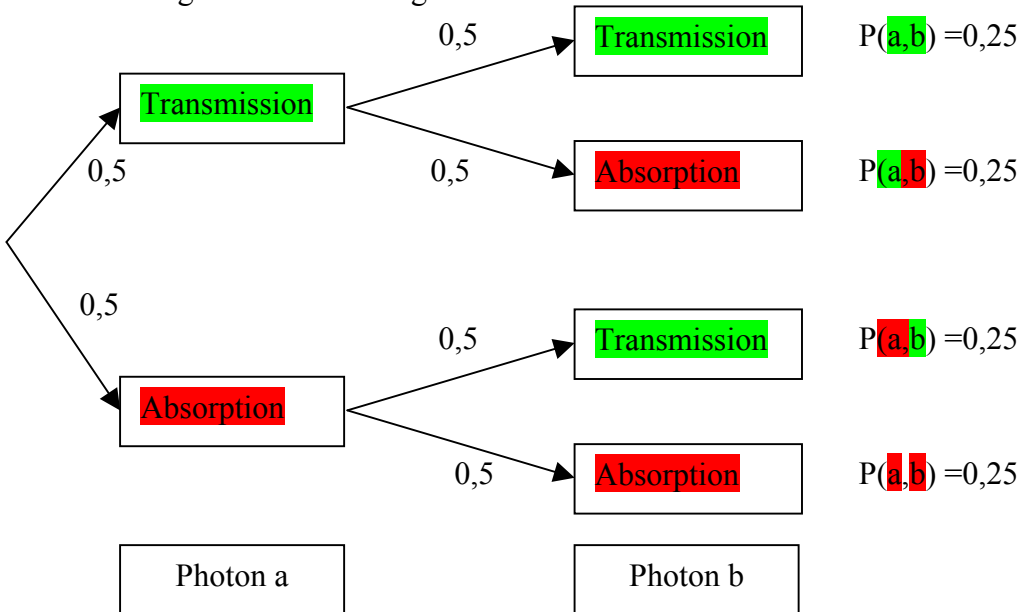
a) Unabhängige Photonen:

Die Photonen a und b eines Paares haben beim Verlassen der Quelle lineare Polarisierungen, deren Richtungen, unabhängig voneinander, statistisch gleichverteilt sind.

3 4 Die Photonen bewegen sich unabhängig voneinander, also wie einzelne Photonen (siehe A), durch ihre jeweiligen Filter.
 $\Rightarrow N_a = N_b = P(a) \cdot 500$.

5 Bei unabhängigen Polarisierungen: Transmission oder Absorption erfolgen, wie beim Münze werfen mit 50% Wahrscheinlichkeit. Wahrscheinlichkeit für gleichzeitige Transmission : 25%
 $\Rightarrow N_{ab} = 250$

Darstellung mit Entscheidungsbaum :



Also :

1	2	3	4	5	6
Winkel zwischen den PFs	Anzahl Doppel-Starts	Anzahl Klicks in Da	Anzahl Klicks in Db	Anzahl von DaDb-Klicks	Koinzidenzhäufigkeit
Φ	N	N_a	N_b	N_{ab}	N_{ab}/N
0°	1000	500	500	250	0,25
90°	1000	500	500	250	0,25
Φ	N	$0,5N$	$0,5N$	$0,25N$	0,25

Alice kann keine sichere Voraussage über das Photon bei Bob sagen.

Quantitativ : Wir bezeichnen den Winkel der Polarisations Ebene des Photons a gegenüber der Durchlassrichtung des Polfilters PFa mit φ_a (entsprechend für b mit φ_b).

Wir bezeichnen die Anzahl der a-Photonen, die mit einem Polarisationswinkel im Winkelintervall $[\varphi_a; \varphi_a + d\varphi_a]$ von der Quelle aus zum Polfilter PFa fliegen mit $N(\varphi_a)$ (entsprechend für die b-Photonen mit $N(\varphi_b)$).

Da alle Winkel φ_a mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftreten gilt :

$$N(\varphi_a) = \frac{N}{\pi/2} \cdot d\varphi_a, \text{ unabhängig von } \varphi_a. \quad (1)$$

Von diesen Photonen kommt, nach Malus, der Anteil $\cos^2(\varphi_a)$ durch das Polfilter PFa. Für die Anzahl aller durchkommenden a-Photonen gilt dann:

$$N_a = \int_0^{\pi/2} \frac{N}{\pi/2} (\cos^2 \varphi_a) d\varphi_a \quad (2)$$

$$= \frac{N}{\pi/2} \cdot \left[\frac{1}{2} (\varphi_a + \sin \varphi_a \cdot \cos \varphi_a) \right]_0^{\pi/2} = \frac{N \cdot \pi/2}{(\pi/2) \cdot 2} = \frac{N}{2}$$

$$\text{Also : } N_a = \frac{N}{2} \quad (3)$$

Analog gilt dies auch für die b-Photonen.

Bellsche Ungleichung für unabhängige, polarisierte Photonen.

1	2	3	4	5	Wahrscheinlichkeiten für a ; b		
Winkel zwischen den PFS	Anzahl Doppel-Starts	Anzahl Klicks in Da	Anzahl Klicks in Db	Anzahl von DaDb-Klicks	Anzahl der Klicks in Da, bei denen kein Klick in Db erfolgt		$\Phi_a = 22,5^\circ$ und $\Phi_b = 45^\circ$ entspricht $\Phi_a = 0^\circ$ und $\Phi_b = 22,5^\circ$
Φ	N	Na	Nb	Nab	Na - Nab	$P(a\ 0^\circ, b\ \Phi)$	$P(a\ 22,5^\circ, b\ 45^\circ)$
0°	1000	500	500	250	250	0	
$22,5^\circ$	1000	500	500	250	250	0,25	0,25
45°	1000	500	500	250	250	0,25	
$67,5^\circ$	1000	500	500	250	250		
90°	1000	500	500	250	250		
Φ	N	0,5N	0,5N	0,25N			

Bell: $P(a\ 0^\circ; b\ 45^\circ) \leq P(a\ 0^\circ, b\ 22,5^\circ) + P(a\ 22,5^\circ, b\ 45^\circ)$



Kein Widerspruch

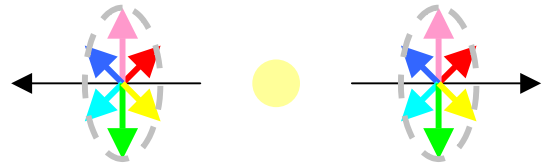
$0,25 > 0,25 + 0,25$

Die statistisch verteilte, unabhängige Polarisation der beiden Photonen an der Quelle wäre also verträglich mit Bells Voraussetzung der Existenz lokaler, verborgener Parameter, wird aber im Experiment widerlegt.

Die Polarisation ab der Quelle ist keine physikalische Realität.

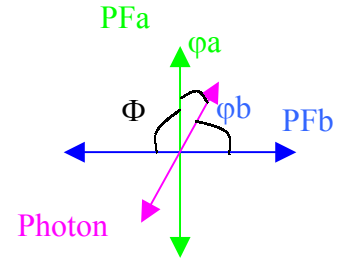
b) Photonen mit identischer Polarisation

Die Photonen a und b eines Paares haben beim Verlassen der Quelle lineare Polarisationen, deren Richtungen, von vorne herein paarweise gleich, aber statistisch gleichverteilt sind.

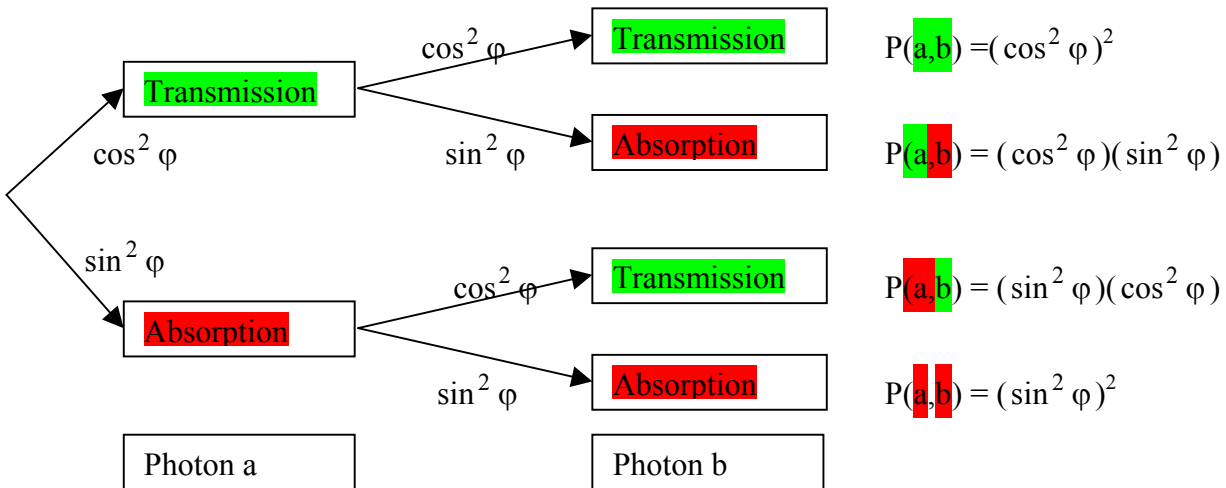


3 4 Die Photonen bewegen sich unabhängig voneinander, also wie einzelne Photonen (siehe 2.A), durch ihre jeweiligen Filter.
 $\Rightarrow N_a = N_b = P(a) \cdot N = 500.$ (siehe Hypothese 1)

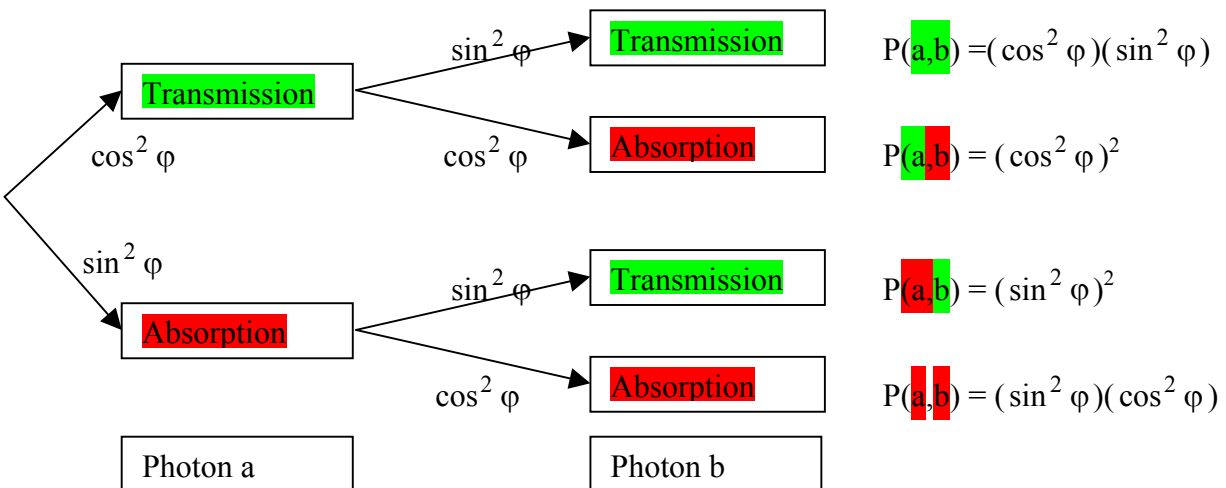
5 : Wir bezeichnen den Winkel der Polarisations Ebene des Photons a gegenüber der Durchlassrichtung des Polfilters PFa mit φ_a (entsprechend den Winkel der Pol-Ebene des Photons b gegenüber der Ausrichtung von PFb mit φ_b).



Parallele Polfilter : $\Phi = 0 \Rightarrow \varphi_a = \varphi_b = \varphi.$



Orthogonale Polfilter : $\Phi = 90^\circ \Rightarrow \varphi_a = \varphi \Rightarrow \varphi_b = 90^\circ - \varphi_a \Rightarrow \cos \varphi_b = \cos(90^\circ - \varphi) = \sin \varphi$



⇒ Folgende Häufigkeiten ergeben sich durch Integration über alle möglichen Winkel φ (siehe unten) :

1	2	3	4	5	6
Winkel zwischen den PFs	Anzahl Doppel-Starts	Anzahl Klicks in Da	Anzahl Klicks in Db	Anzahl von DaDb-Klicks	Koinzidenzhäufigkeit
Φ	N	N_a	N_b	N_{ab}	N_{ab}/N
0°	1000	500	500	375	0,375
90°	1000	500	500	125	0,125
Φ	N	$0,5N$	$0,5N$	$\frac{N}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} + \cos^2 \Phi \right)$	$\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} + \cos^2 \Phi \right)$ (nach [2;S.352])

Alice kann keine sichere Voraussage über das Photon bei Bob machen.

Quantitative Analyse :

Für Koinzidenz (gleichzeitige Transmission) gilt :

a) Bei parallelen Polfiltern : Da die Photonen gleich polarisiert sind gilt für jedes einzelne Photonenpaar: $\varphi_a = \varphi_b = \varphi$.

Für die Anzahlen der, in dem Winkelintervall $[\varphi, \varphi+d\varphi]$ emittierten, Photonen gilt jeweils:

$$N(\varphi_a) = N(\varphi_b) = N(\varphi) = \frac{N}{\pi/2} \cdot d\varphi \quad (1.2)$$

Für die Anzahl der von PFa durchgelassenen Photonen gilt nach Malus :

$$N_a(\varphi) = N(\varphi) \cdot \cos^2 \varphi.$$

Da die Polfilter unabhängig arbeiten gilt für jedes Photon b, das zu einem durchgelassenen Photon a gehört. Es wird mit der Wahrscheinlichkeit $P(b|\varphi) = \cos^2 \varphi$ durchgelassen.

$$\Rightarrow N_b(\varphi) = N_a(\varphi) \cdot \cos^2 \varphi = \frac{N}{\pi/2} \cdot (\cos^2 \varphi)^2$$

Da alle Winkel φ zu beachten sind folgt :

$$N_{ab} = \int_0^{\pi/2} \frac{N}{\pi/2} \cdot (\cos^2 \varphi)^2 d\varphi = \frac{3}{8} N \quad (4.1)$$

b) Bei orthogonalen Polfiltern : Da die Photonen gleich polarisiert sind gilt für jedes einzelne Photonenpaar: $\varphi_a = \varphi_b = \varphi$.

Für die Anzahlen der, in dem Winkelintervall $[\varphi, \varphi+d\varphi]$ emittierten, Photonen gilt jeweils:

$$N(\varphi_a) = N(\varphi_b) = N(\varphi) = \frac{N}{\pi/2} \cdot d\varphi \quad (1.2)$$

Für die Anzahl der von PFa durchgelassenen Photonen gilt nach Malus :

$$N_a(\varphi) = N(\varphi) \cdot \cos^2 \varphi.$$

Da die Polfilter unabhängig arbeiten gilt für jedes Photon b, das zu einem durchgelassenen Photon a gehört. Es wird mit der Wahrscheinlichkeit $P(b|\varphi) = \sin^2 \varphi$ durchgelassen.

$$\Rightarrow N_b(\varphi) = N_a(\varphi) \cdot \sin^2 \varphi = \frac{N}{\pi/2} \cdot (\cos^2 \varphi) (\sin^2 \varphi)$$

Da alle Winkel φ zu beachten sind folgt :

$$N_{ab} = \int_0^{\pi/2} \frac{N}{\pi/2} \cdot (\cos^2 \varphi) (\sin^2 \varphi) d\varphi = \frac{1}{8} N \quad (4.2)$$

Bellsche Ungleichung für Photonen mit identischer Polarisation.

1	2	3	4	5		Wahrscheinlichkeiten für a, b	
Winkel zwischen den PFS	Anzahl Doppel-Starts	Anzahl Klicks in Da	Anzahl Klicks in Db	Anzahl von DaDb-Klicks	Anzahl der Klicks in Da, bei denen kein Klick in Db erfolgt		$\Phi_a = 22,5^\circ$ und $\Phi_b = 45^\circ$ entspricht $\Phi_a = 0^\circ$ und $\Phi_b = 22,5^\circ$
Φ	N	N_a	N_b	N_{ab}	$N_a - N_{ab}$	$P(a\ 0^\circ, b\ \Phi)$	$P(a\ 22,5^\circ, b\ 45^\circ)$
0°	1000	500	500	375	125		
$22,5^\circ$	1000	500	500	338	132	0,132	0,132
45°	1000	500	500	250	250	0,25	
$67,5^\circ$	1000	500	500	162	338		
90°	1000	500	500	125	375		
Φ	N	$0,5N$	$0,5N$	$\frac{N}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} + \cos^2 \Phi \right)$			

$$\text{Bell: } P(a\ 0^\circ; b\ 45^\circ) \leq P(a\ 0^\circ, b\ 22,5^\circ) + P(a\ 22,5^\circ, b\ 45^\circ)$$



kein Widerspruch

$$0,25 > 0,132 + 0,132$$

Die statistisch verteilte, aber identische Polarisation der beiden Photonen an der Quelle wäre also verträglich mit Bells Voraussetzung der Existenz lokaler, verborgener Parameter, wird aber im Experiment widerlegt.

Die Polarisation ab der Quelle, auch die gleichartige, ist keine physikalische Realität.

Anhang 2 : Erzeugung verschränkter Photonen :

a) Positronium-Vernichtung (1969) erzeugt zwei verschränkte Gamma-Photonen nach [4.S.132]

b) Atom-Kaskaden (1972 Freedman; Clauser) : „Calcium-Atome werden in einen angeregten Zustand gebracht, der den Gesamtdrehimpuls $j = 0$ trägt. Innerhalb sehr kurzer Zeit fallen sie in einer Kaskade über einen ($j = 1$) - Zwischenzustand in den Grundzustand ($j = 0$) zurück. Dabei werden zwei kohärente Photonen emittiert.“ [2.S.350].

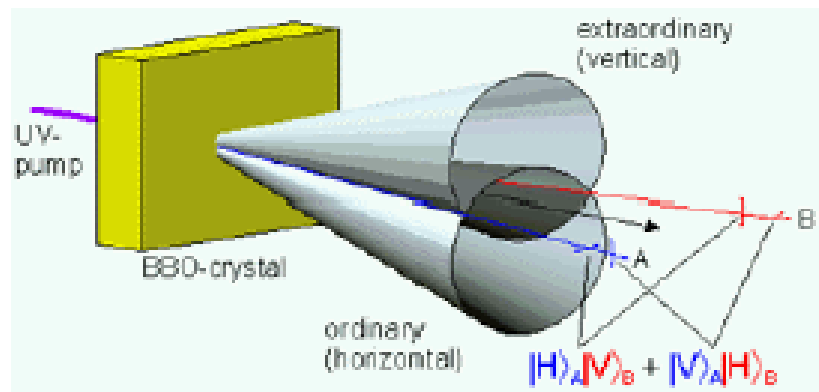
Ausführlicher in [4, S.133ff] dargestellt .

c) Spontaneous parametric down conversion (1985 L. Mandel):

Beschuss eines nichtlinearen β -Barium-Borat (BBO) Kristalls mit einem intensiven, kurzen UV-Laserpuls, $\lambda = 351 \text{ nm}$, $\Delta t = 200 \text{ fs}$

je zwei Photonen durch " parametrische Abwärtskonversion"

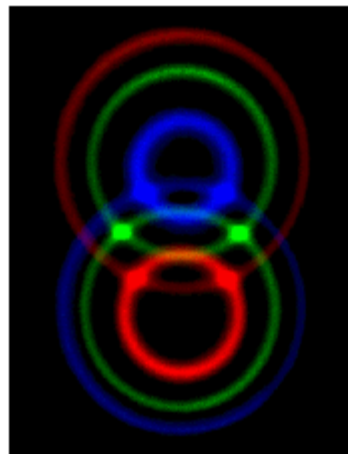
(Umkehrung der Frequenzverdopplung)



Aufnahme mit drei Interferenzfiltern in 5 nm-Wellenlängenbereichen um 681, 702 u. 725 nm

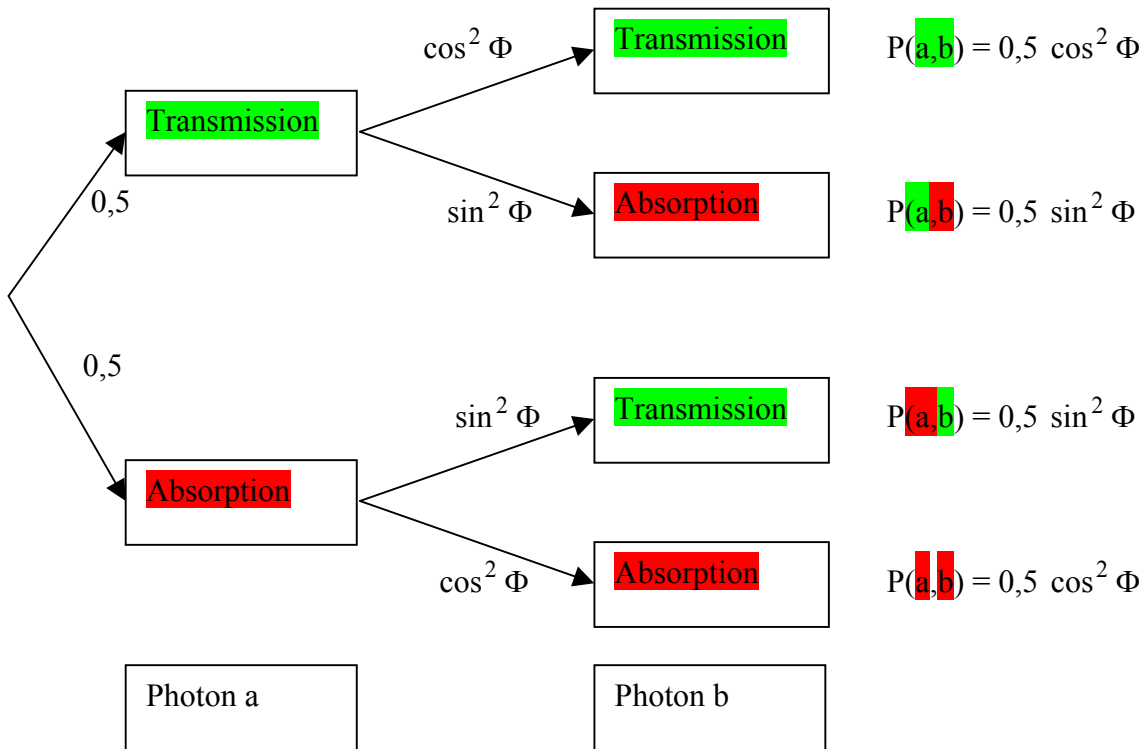
Günter Quast, Univ. Mainz Januar 2001

Ausführlichere Beschreibung in [4,



S.152f]

Anhang 3: Entscheidungsbaum zur Quantentheorie:



Anhang 4 : Die erste Seite der grundlegenden Arbeit von Einstein, Podolsky und Rosen (1935)

MAY 15, 1935

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 47

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*

(Received March 25, 1935)

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in

quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (1) is false then (2) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.

1.

ANY serious consideration of a physical theory must take into account the distinction between the objective reality, which is independent of any theory, and the physical concepts with which the theory operates. These concepts are intended to correspond with the objective reality, and by means of these concepts we picture this reality to ourselves.

In attempting to judge the success of a physical theory, we may ask ourselves two questions: (1) "Is the theory correct?" and (2) "Is the description given by the theory complete?" It is only in the case in which positive answers may be given to both of these questions, that the concepts of the theory may be said to be satisfactory. The correctness of the theory is judged by the degree of agreement between the conclusions of the theory and human experience. This experience, which alone enables us to make inferences about reality, in physics takes the form of experiment and measurement. It is the second question that we wish to consider here, as applied to quantum mechanics.

Whatever the meaning assigned to the term *complete*, the following requirement for a complete theory seems to be a necessary one: *every element of the physical reality must have a counterpart in the physical theory*. We shall call this the condition of completeness. The second question is thus easily answered, as soon as we are able to decide what are the elements of the physical reality.

The elements of the physical reality cannot be determined by *a priori* philosophical considerations, but must be found by an appeal to results of experiments and measurements. A comprehensive definition of reality is, however, unnecessary for our purpose. We shall be satisfied with the following criterion, which we regard as reasonable. *If, without in any way disturbing a system, we can predict with certainty (i.e., with probability equal to unity) the value of a physical quantity, then there exists an element of physical reality corresponding to this physical quantity*. It seems to us that this criterion, while far from exhausting all possible ways of recognizing a physical reality, at least provides us with one

(Kопiert aus [5; S. 108]).

Literatur :

[1] : Küblbeck.: 17epr3.doc (Fortbildungsmaterial)

[2]: H. Rollnik; Quantentheorie; vieweg studium;69; Aufbaukurs Physik.

[3]: wissenschaft –online>Lexikon der Physik>Bellsche Ungleichungen

[4]: G.Greenstein,A.C.Zajonc : The Quantum Challenge; Jones and Bartlett Publishers, Sadbury, Massachusetts, 1997 ;(<http://www.jbpub.com>)

[5]: Franco Sellerie : Die Debatte um die Quantentheorie; Vieweg 1990

Anhang :

Einige Originalveröffentlichungen (nach [4]):

1935 A.Einstein, B.Podolsky and N. Rosen, “Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?”, Phys.Rev., vol. 47,pp.777-780

1951 D.Bohm, Quantum Theory (New York: Printice-Hall, 1951)

1964 John Bell, „On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox”, Physics, vol. 1, pp. 195- 200

1966 John Bell, “On the problem of hidden variables in quantum mechanics, Rev.Mod.Phys., vol. 38, pp. 447-452

1981 A.Aspect, P.Granger and G.Roger: “Experimental tests of realistic local theories via Bell’s theorem,” Phys.Rev.Lett., vol.47, pp 460-463.

1982 A.Aspect, P.Granger and G.Roger: “Experimental realization of Einstein-Podolski-Rosen-Bohm Gedanken experiment: A new violation of Bell’s inequalities”, Phys.Rev.Lett., vol. 49,pp.91-94

1982 A.Aspect, P.Granger and G.Roger: “Experimental test of Bell’s inequalities using time varying analyzers”; Phys.Rev.Lett., vol. 49, pp 1804-1808