Schwingungsgleichungen

a) Berechnung von ω:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{10\frac{N}{m}}{0{,}4kg}} = \sqrt{25\frac{1}{s^2}} = 5\frac{1}{s}$$

$$2\pi \cdot f = \omega \qquad f = \frac{\omega}{2\cdot\pi} = 0{,}795\,Hz$$

$$T = \frac{1}{f} = 1{,}25\,s$$

---

b) Ansatz mit Anfangsbedingungen:

$$s(t) = -\hat{s}\cdot\cos(\omega\cdot t)$$

$$v(t) = +\hat{s}\cdot\omega\cdot\sin(\omega\cdot t)$$

$$= \hat{v}\cdot\sin(\omega\cdot t)$$

---

c) Wann ist die Masse 5cm oberhalb der Gleichgewichtslage?

$$s(t_1) = -\hat{s}\cdot\cos(\omega\cdot t_1)$$

$$0{,}05m = -0{,}2m\cdot\cos(\omega\cdot t_1) \quad |:-0{,}2m$$

$$-0{,}25 = \cos(\omega\cdot t_1) \qquad \text{inv cos Bogenmaß!}$$

$$1{,}82 = \omega\cdot t_1 = 5\frac{1}{s}\cdot t_1$$

$$t_1 = \frac{1{,}82}{5\frac{1}{s}} = \underline{0{,}36\,s}$$

In der Glg.-Lage ist die Masse erstmals nach $\frac{T}{4}$ also etwa 0,314 s

0,36 s sind also plausibel.

---

d) Geschwindigkeit der Masse bei +5cm:

$$v(t_1) = \hat{v}\cdot\sin(\omega\cdot t_1)$$

$$= \hat{s}\cdot\omega\cdot\sin(\omega\cdot t_1)$$

$$= 0{,}2m\cdot 5\frac{1}{s}\cdot\sin(5\frac{1}{s}\cdot 0{,}36s) \qquad \text{1,82 s.o.} \quad \text{Bogenmaß!}$$

$$= 1\frac{m}{s}\cdot 0{,}969$$

$\hat{v}$

$$= \underline{0{,}969\frac{m}{s}}$$

Elongationsenergie

a) Startenergie:

$$W_{st} = \frac{1}{2}\cdot D\cdot\hat{s}^2$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 10\frac{N}{m}\cdot(0{,}2m)^2$$

$$= \underline{0{,}2\,J}$$

---

b) Elongationsenergie bei 5cm Auslenkung:

$$W = \frac{1}{2}\cdot D\cdot s^2$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 10\frac{N}{m}\cdot(0{,}05m)^2$$

$$= \underline{0{,}0125\,J}$$

---

c) Energieerhaltung:

$$W_{kin} = W_{st} - W = 0{,}2J - 0{,}0125J$$

$$= \underline{0{,}1875\,J}$$

---

d) Es gilt $W_{kin} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$

$$2\cdot W_{kin} = m\cdot v^2$$

$$v^2 = \frac{2\cdot W_{kin}}{m} = \frac{2\cdot 0{,}1875J}{0{,}4kg}$$

$$= 0{,}9375\frac{m^2}{s^2}$$

$$\underline{v = 0{,}968\frac{m}{s}}$$

$\boxed{\text{fertig!}}$

Exkurs: $\frac{1}{2}\cdot D\cdot\hat{s}^2 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot\hat{v}^2$ (Glg.-Lage)

$$0{,}2J = \frac{1}{2}\cdot m\cdot\hat{v}^2$$

$$0{,}4J = 0{,}4kg\cdot\hat{v}^2$$

$$\hat{v}^2 = 1\frac{m^2}{s^2} \qquad \hat{v} = 1\frac{m}{s}$$

vgl. links!