Landesinstitut
für Schulentwicklung

Allgemein bildende und berufliche Schulen
Alle Schularten

Innovativer Bildungsservice

Förderung gestalten
Kinder und Jugendliche mit besonderem Förderbedarf und Behinderungen

Modul B
Besondere Schwierigkeiten in Mathematik

Stuttgart 2012 ▪ FG - B

Landesinstitut
für Schulentwicklung

www.ls-bw.de
best@ls.kv.bwl.de

Qualitätsentwicklung
und Evaluation

Schulentwicklung
und empirische
Bildungsforschung

Bildungspläne

Redaktionelle Bearbeitung

Redaktion:	Rita Reuß Jutta Schneider Eva-Maria Malzon
Autoren:	Carmen Eckert Walter Feigl Prof. Dr. Jens-Holger Lorenz Charlotte Rechtsteiner-Merz Rita Reuß Prof. Dr. Jutta Schäfer Jutta Schneider Margret Schwarz Prof. Dr. Silvia Wessolowski
Stand:	Juli 2012

Impressum

Herausgeber: Landesinstitut für Schulentwicklung (LS)
Heilbronner Straße 172, 70191 Stuttgart
Fon: 0711 6642-0
Internet: www.ls-bw.de
E-Mail: best@ls.kv.bwl.de

Druck und Vertrieb: Landesinstitut für Schulentwicklung (LS)
Heilbronner Straße 172, 70191 Stuttgart
Fax 0711 6642-1099
Fon: 0711 66 42-1205
E-Mail: best@ls.kv.bwl.de

Editorial

Die Verwaltungsvorschrift „Kinder und Jugendliche mit besonderem Förderbedarf und Behinderungen“ kann in der Praxis gelingend umgesetzt werden, wenn entsprechendes Material vorliegt, das den beteiligten Bildungseinrichtungen die notwendigen Informationen, Tipps und Unterstützungsmöglichkeiten anbietet. Dafür wurde die Handreichungsreihe „Förderung gestalten“ entwickelt. Die Reihe besteht aus mehreren Modulen, in denen pädagogische Handlungsfelder jeweils speziell vertieft werden.

Alle grundsätzlichen Themen werden in Modul A „Förderung an Schulen“ behandelt. Modul B hat den Schwerpunkt „Förderung von Schülern mit Schwierigkeiten in Mathematik“ und will mit seinen mehrperspektivischen Inhalten eine effektive pädagogische Förderpraxis unterstützen. Das Modul besteht im Wesentlichen aus Beiträgen von Mathematikdidaktikern, die ihre Expertise und ihre Erfahrungen bei der Arbeit mit Kindern, die Schwierigkeiten in Mathematik haben, einbringen und auf diese Weise die Kenntnisse der Lehrkräfte um mathematikdidaktisch gesteuerte Lernprozessbeobachtung, Diagnose und Förderung vertiefen können. Diese Kenntnis soll auch Sicherheit verleihen, damit es leichter fällt, auf die Anforderungen der unterrichtlichen Praxis professionell zu reagieren.

Erläuterungen zur Modulstruktur

Das Grundlagenkapitel enthält die Textpassage der Verwaltungsvorschrift, die sich mit besonderen Förderbedürfnissen in Mathematik (Punkt 2.2 der Verwaltungsvorschrift) befasst und zeigt in einer Übersicht die daraus abzuleitenden Maßnahmen auf. In Punkt 2.2 dieser Verwaltungsvorschrift wird auf die Möglichkeiten des Nachteilsausgleichs hingewiesen. Eine kurze Zusammenfassung erläutert die Grundsätze, Anwendungsmöglichkeiten und Formen des Nachteilsausgleichs.

Schwierigkeiten in Mathematik

Jutta Schäfer: Im Mathematik-Unterricht mit Eigen-Sinn rechnen - Einblicke in Vorstellungen von Kindern und Jugendlichen mit besonderen Zugängen zur Welt der Zahlen

Frau Professorin Dr. Jutta Schäfer ist Prodekanin der Fakultät II Sonderpädagogik der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg. Sie lehrt und arbeitet unter dem Förderschwerpunkt „Lernen“ an der Außenstelle in Reutlingen.

An zwei Fallbeispielen (Jasmin, Klasse 2 einer Grundschule und Markus, Klasse 8 einer Hauptschule) zeigt Jutta Schäfer aus der Sicht der Kinder, wodurch Schwierigkeiten in Mathematik bedingt sein können, beziehungsweise wie sie zustande kommen und welche Auswirkungen sie haben können. Es werden Einblicke gewährt in die Vorstellungen von jungen Menschen, die ihre besonderen und eigenen Zugänge zur Welt der Zahlen haben.

Auch Dennis (Erstklässler) und Antonia (Drittklässlerin) schildern überzeugend, zu welchen Interpretationsergebnissen unsere visuelle Wahrnehmung führen kann - hier gibt es kein „Falsch“ oder „Richtig“, aber die Möglichkeit, als Erwachsener in die Vorstellungswelt von Kindern zu blicken.

Der Unterschied zwischen „Zählen“ und „Rechnen“ wird genau erläutert. Klargestellt wird auch, wie wichtig es für den Erwerb mathematischer Kompetenzen ist, Mengenbilder aufzubauen, die Beziehungen zwischen Teilmengen und Gesamtmenge (Teil-Ganzes-Verständnis) zu sehen und den Kardinalaspekt der Zahlen zu begreifen, um das zählende Rechnen zu überwinden.

Der Beitrag von Frau Professorin Dr. Schäfer sensibilisiert auf sehr eindrückliche Weise für Lernschwierigkeiten in Mathematik bei Kindern und Jugendlichen und die daraus resultierenden Probleme.

Jens Holger Lorenz: Woran zeigen sich Schwierigkeiten in Mathematik?

Herr Professor Dr. Jens Holger Lorenz lehrt an der Pädagogischen Hochschule Heidelberg im Fachbereich Mathematik.

Die Phasen des mathematischen Lernprozesses im Grundschulalter werden dargestellt und mögliche Störbereiche aufgezeigt, zum Beispiel:

- Probleme bei der auditiven Wahrnehmung und visuellen Unterscheidung
- Verwirrung durch ein Materialüberangebot
- mangelndes Verstehen von mathematischen Begriffen

Ausführlich werden die Auswirkungen solcher Störungen beschrieben und gezeigt, wie Lehrkräfte mathematische Lernschwierigkeiten diagnostizieren und darauf reagieren können. Es wird eine breite Palette von Förderansätzen in den Klassen 1 und 2 angeboten. Für den Vorschulbereich werden Präventivmaßnahmen genannt.

Fehlermuster, die in Klasse 3 und 4 beim schriftlichen Rechnen in den vier Grundrechenarten entstehen können, werden detailliert gezeigt, möglichen Ursachen zugeordnet und Anregungen gegeben, wie entsprechend schulisch gefördert werden kann.

Das Kapitel von Herrn Professor Dr. Lorenz kann als grundsätzlicher Beitrag zum Thema „Rechenschwäche in der Grundschule“ angesehen werden.

Carmen Eckert: Lernstands- und Lernprozessbeobachtungen in der Mathematik

Frau Carmen Eckert ist Schulrätin für den Fachbereich „Frühkindliche Bildung“ und Fachbereichsleiterin Grundschule. Wichtige Erfahrungen in der Arbeit mit rechenschwachen Kindern konnte sie als Schulleiterin, als Beratungslehrerin und auch als Lerntherapeutin mit eigener Praxis sammeln.

Um den diagnostischen Blick von Lehrkräften zu stärken, wird in diesem Kapitel übersichtlich ein Beobachtungsinstrumentarium angeboten, aufgeteilt nach frühen Auffälligkeiten und typischen Rechenfehlern.

Diagnostik

Silvia Wessolowski: Grenzen standardisierter Tests und Stärken informeller Testverfahren im Hinblick auf eine zielgerichtete Förderung

Frau Professorin Dr. Silvia Wessolowski ist Direktorin des Instituts für Mathematik und Informatik an der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg und Leiterin der dortigen Beratungsstelle für Grundschülerinnen und -schüler mit Lernschwierigkeiten in Mathematik.

In diesem Kapitel werden Testformen zur Feststellung eines besonderen Förderbedarfs bei Kindern mit Schwierigkeiten in Mathematik besprochen. Es gibt konkrete Hinweise auf Vor- und Nachteile bestimmter Verfahrensweisen, sowohl was ihre Anwendbarkeit und Auswertung in der Schule anbelangt, als auch welche Möglichkeiten sie für eine anschließende Förderung bieten. Die Vorzüge prozessorientierter Diagnostik und informeller Verfahren werden überzeugend genannt. Mit Hilfe von Beispielaufgaben wird die Analyse von Rechenwegen sowie des Zahl- und Operationsverständnisses ermöglicht.

Förderung

Jutta Schneider: Emily

Frau Jutta Schneider ist Referentin am Landesinstitut für Schulentwicklung und auch als Lehrerin in der schulischen Arbeit mit Kindern, die Schwierigkeiten in Mathematik haben, tätig.

Das Fallbeispiel „Emily“ zeigt, wie individuelle Förderung durch „Beobachten - Beschreiben - Bewerten - Begleiten“ gelingen kann. Im Anschluss daran werden Beobachtungsbögen und Förderpläne zu den Leitideen im Fach Mathematik der Grundschule angeboten.

Prävention

Carmen Eckert: Mathematik im Übergang Kindertageseinrichtung - Grundschule

Frau Carmen Eckert ist Schulrätin für den Fachbereich „Frühkindliche Bildung“ und Fachbereichsleiterin Grundschule. Wichtige Erfahrungen in der Arbeit mit rechenschwachen Kindern konnte sie als Schulleiterin, als Beratungslehrerin und auch als Lerntherapeutin mit eigener Praxis sammeln.

Bereits im Vorschulalter zeigen sich im Verhalten der Kinder oft Auffälligkeiten, die auf mögliche Schwierigkeiten im mathematischen Bereich hinweisen. Im alltäglichen Umfeld sollen Kinder deshalb die Chance erhalten, Einsichten und Erkenntnisse zu gewinnen und zu sichern, die für erfolgreiches Mathematiklernen wichtig sind. Solche Vorläuferfertigkeiten zu trainieren, zu wissen, welche Methoden und Materialien dafür geeignet sind, ist Thema dieses Kapitels.

Charlotte Rechtsteiner-Merz: Die Schulung des Zahlenblicks

Frau Charlotte Rechtsteiner-Merz ist als Mathematikdidaktikerin an der Pädagogischen Hochschule in Weingarten tätig, arbeitet in der dortigen Beratungsstelle für Lernschwierigkeiten in Mathematik mit und sammelte als Schulleiterin einer Grundschule Erfahrungen bei der Förderung von rechenschwachen Kindern.

Der Aufbau eines fundierten Zahlenverständnisses ist die wichtigste Grundvoraussetzung zum Verständnis von Rechenoperationen. Didaktische Überlegungen, Handlungsgrundsätze, Vorschläge für unterrichtliche Aktivitäten mit ausgewählten Materialien sind Inhalt dieses Kapitels.

Jens Holger Lorenz: Vorschläge für eine veränderte Unterrichtskultur

Herr Professor Dr. Jens Holger Lorenz lehrt an der Pädagogischen Hochschule Heidelberg im Fachbereich Mathematik.

Offener Unterricht und entdeckendes Lernen im Fach Mathematik: Ein solcher Ansatz wird der Heterogenität der Schülerschaft in der Grundschule gerecht und gestattet den Kindern mit ihren so unterschiedlichen Voraussetzungen, ihren eigenen Weg des Lernens in Mathematik voranzuschreiten. Unterrichtliche Umsetzungsmöglichkeiten zeigt das Kapitel auf.

Besonderer Förderbedarf aus Elternsicht

Margret Schwarz: Kinder und Jugendliche mit besonderem Förderbedarf

Frau Margret Schwarz ist 1. Vorsitzende des IFRK e.V. (Initiative zur Förderung rechenschwacher Kinder) in Baden-Württemberg.

Die fundierte Kenntnis der gesamten Problematik „rechenschwache Kinder“ - auch aufgrund eigener leidvoller Erfahrungen - wird in diesem Beitrag deutlich, in dem von Ursachen über Diagnosemöglichkeiten bis hin zu Unterstützungssystemen schulischer und außerschulischer Art die komplette Bandbreite des Themas sehr informativ und sachlich dargestellt wird.

Förderpraxis

Rita Reuß: Förderbeispiele und Unterstützungsmöglichkeiten

Frau Rita Reuß ist Referentin im Landesinstitut für Schulentwicklung und Landeskoordinatorin für das bundesweite Programm „SINUS an Grundschulen“ in Baden-Württemberg.

Beispielhaft werden Förderorte und Fördereinrichtungen in Baden-Württemberg vorgestellt und bestehende Kooperationsprojekte zwischen unterschiedlichen Bildungseinrichtungen beschrieben. In den vier Regierungsbezirken und/oder den Schulamtsbezirken gibt es verschiedene Modelle der Förderung von Kindern mit Schwierigkeiten in Mathematik.

Auf Fortbildungsmöglichkeiten für Lehrkräfte wird kurz hingewiesen.

Von einigen Förderschulen in Baden-Württemberg werden Lernmittel zur Mathematikförderung hergestellt und angeboten. Herr Walter Feigl, der Schulleiter der Hasenbergschule Stuttgart, gibt Einblick in die Arbeit und die Produktion der schuleigenen Lernwerkstatt. Zur Vertiefung des gesamten Themenkomplexes wird die Basisliteratur bibliografiert sowie über Materialien zur Diagnose und Förderung informiert. Eine Liste mit Internetlinks und Hinweise auf Downloadmaterialien für die praktische Arbeit ergänzen diese Informationsebene.

Rita Reuß

Inhalt

Grundlagen

1 Auszug aus der Verwaltungsvorschrift „Kinder und Jugendliche mit besonderem Förderbedarf und Behinderungen“ vom 8. März 1999, geändert durch Verwaltungsvorschrift vom 22. August 2008

„2.2 Förderung von Schülern mit besonderen Schwierigkeiten in Mathematik

Bei Schülern mit besonderen Schwierigkeiten in der mathematischen Begriffsbildung und beim mathematischen Denken und Handeln kommt der frühzeitigen Erkennung und Förderung eine besondere Bedeutung zu.

Mit dem Erfassen der individuellen Fähigkeiten zu Beginn des Anfangsunterrichts wird das Risiko später auftretender Schwierigkeiten in Mathematik erkennbar. Spätestens ab dem Anfangsunterricht soll bei den Schülern eine Beobachtung der Lernvoraussetzungen für Mathematik in Verbindung mit einer kontinuierlichen Lernstands- und Lernprozessbeobachtung erfolgen. Im Bedarfsfall werden geeignete diagnostische Verfahren eingesetzt.

Um in der Grundschule den Förderprozess zur Behebung der besonderen Schwierigkeiten in Mathematik zu unterstützen, wird auf die Möglichkeiten des Nachteilsausgleichs nach Ziffer 2.3.1 hingewiesen.“

Dieser Text zu „Schwierigkeiten in Mathematik“ gibt keine konkrete schulische Vorgehensweise an. Hierzu muss der Gesamttext der Verwaltungsvorschrift herangezogen werden (vergleiche 2.1 der Verwaltungsvorschrift „Fördermaßnahmen an allgemeinen Schulen“).

Eine ausführliche Beschreibung einzelner Maßnahmen findet sich in Modul A „Förderung an Schulen“. Nachfolgend ein Auszug daraus, dessen Inhalt auch bei Schwierigkeiten in Mathematik gültig ist:

Die Verwaltungsvorschrift unterscheidet verschiedene Maßnahmen:

- Maßnahmen, wenn Förderbedarf festgestellt wurde, also beispielsweise Angebote notwendig sind, damit Lernrückstände aufgeholt werden können beziehungsweise der Entstehung von Lernrückständen präventiv entgegen gewirkt werden kann.

- Maßnahmen, wenn die bisherigen Förderangebote zu keiner Verbesserung der Situation geführt haben, also ein besonderer Förderbedarf festgestellt wurde.

- Maßnahmen bei manifesten Schwierigkeiten, die der Klärung des Anspruchs auf ein sonderpädagogisches Beratungs-, Unterstützungs- und Bildungsangebot bedürfen.

Die selbstverständliche Aufgabe jeder allgemeinen Schule ist es, Förderbedarf zu erkennen und mit präventiven oder gezielten Fördermaßnahmen darauf zu reagieren. In welcher organisatorischen oder strukturellen Form diese stattfinden, liegt in der Verantwortlichkeit der zuständigen Pädagoginnen und Pädagogen und ist auch abhängig von den Rahmenbedingungen vor Ort. Wird deutlich, dass Förderungen zur Beseitigung von Lernrückständen keinen nachhaltigen Erfolg zeigen, liegt es im Aufgabenbereich der Schule, alle Maßnahmen einzuleiten, um einen besonderen Förderbedarf festzustellen (gestuftes pädagogisches Verfahren).

Für Maßnahmen zur Klärung des Anspruchs auf ein sonderpädagogisches Beratungs-, Unterstützungs- und Bildungsangebot ist die Einbeziehung von Experten, speziellen Einrichtungen und der Eltern vorgeschrieben. (siehe auch: www.schule-bw.de/schularten/schulartuebergreifende_themen/handreichungen)

2 Fördermöglichkeiten und Maßnahmen im Überblick

Förderung durch innere Differenzierung

Verantwortlich: Klassen- oder Fachlehrkraft

Dazu gehört im Fach Mathematik:

- ⇨ Frühzeitiges Erkennen / Erfassen individueller mathematischer Fähigkeiten in der Schuleingangsphase,
- ⇨ Bereitstellen von substantiellen Lernangeboten, offenen Aufgabenformaten und pädagogischen Arbeitsmitteln,
- ⇨ kontinuierliche Lernstands- und Lernprozessdokumentation,
- ⇨ unter Einbeziehung der Rückmeldungen zu den Vergleichsarbeiten VERA 3,
- ⇨ Erstellen von individuellen Förderplänen,
- ⇨ Durchführung von binnendifferenzierenden Fördermaßnahmen,
- ⇨ Elternberatung.

Förderung durch äußere Differenzierung

Verantwortlich: Schulleitung im Einvernehmen mit der Klassen- oder Fachlehrkraft

Allgemeine Stütz- und Förderkurse werden ermöglicht durch:

- ⇨ Entwicklung schulinterner Förderkonzepte,
- ⇨ Nachweis des Förderbedarfs anhand von Lernstandserhebungen (Diagnostik),
- ⇨ unter Einbeziehung der Rückmeldungen zu den Vergleichsarbeiten VERA 3.

Allgemeine Stütz- und Förderkurse können stattfinden:

- ⇨ Klassenbezogen,
- ⇨ klassenübergreifend,
- ⇨ schul- und schulartübergreifend.

Ablauf der Maßnahmen:

- ⇨ Pflicht zur Dokumentation,
- ⇨ Pflicht zur Überprüfung der Wirksamkeit,
- ⇨ Nachteilsausgleich kann angewandt werden.

Fördermaßnahmen in besonderen Förderklassen, das heißt auch schulübergreifende oder schulartübergreifende Maßnahmen bedürfen der Zustimmung des Schulträgers. Auf der Grundlage eines schulischen Förderkonzeptes teilt das Staatliche Schulamt der durchführenden Schule Lehrerwochenstunden aus dem Schulamtspool zu.

Gestuftes pädagogisches Verfahren (besonderer Förderbedarf)

Das genannte Verfahren wird in Gang gesetzt für Schülerinnen und Schüler, bei denen sich ein über innere und äußere Differenzierungsmaßnahmen hinausgehender Förderbedarf zeigt.
Dabei ist eine intensive und kontinuierliche Beratung der Eltern durch die Grundschule unabdingbar.
Die Klassenlehrkraft leitet das Verfahren im Einvernehmen mit der Schulleitung nach differenzierter Ermittlung des Lernstandes, Analyse des Lernumfeldes und Elterngespräch ein.
Die Klassenkonferenz beschließt weitere Unterstützungsmaßnahmen auf der Grundlage einer diagnosegeleiteten Förderplanung.
Beratung kann erfolgen durch Beratungslehrkräfte, schulpsychologische Beratungsstellen, Sonderpädagoginnen und -pädagogen und andere an der Fördermaßnahme Beteiligte.

Nach Feststellung des besonderen Förderbedarfs:
Die Einbindung außerschulischer Einrichtungen (zum Beispiel Jugendhilfe) ist nur mit Einverständnis der Eltern möglich.
Qualifizierte Lehrkräfte erteilen Förderunterricht in Fördergruppen / Förderklassen / zeitlich befristetem Einzelunterricht in Abstimmung mit der Klassenlehrkraft.
Die Förderung wird dokumentiert und regelmäßig auf Wirksamkeit überprüft.
Wenn die betroffene Schule die Durchführung von besonderen Fördermaßnahmen nicht leisten kann, koordiniert die Schulaufsichtsbehörde weitere Maßnahmen.

Sonderpädagogisches Beratungs-, Unterstützungs- und Bildungsangebot

Unterstützung der allgemeinen Schulen durch sonderpädagogische Dienste erfolgt, wenn aufgrund einer Behinderung oder eines besonderen Entwicklungsproblems ein Anspruch entsteht oder Hinweise darauf vorliegen.

Das Staatliche Schulamt koordiniert die Leistung zwischen diesen Diensten und der allgemeinen Schule im Rahmen der Kooperation mit Sonderpädagogischen Bildungs- und Beratungszentren (Sonderschulen).

Leistungen der sonderpädagogischen Dienste:

- ⇨ Sie beraten Lehrkräfte und Eltern.
- ⇨ Sie klären den sonderpädagogischen Förderbedarf.
- ⇨ Sie beteiligen sich an der Förderplanung.
- ⇨ Sie leisten Förderung in arbeitsteiligem Verfahren bei der Beschulung von Kindern mit besonderem Förderbedarf in allgemeinen Schulen.
- ⇨ Sie unterstützen die allgemeinen Schulen beim Aufbau von Hilfssystemen und Förderkonzepten.

Feststellung des Anspruchs auf ein sonderpädagogisches Beratungs-, Unterstützungs- oder Bildungsangebot

Die Feststellung des Anspruchs auf ein sonderpädagogisches Beratungs-, Unterstützungs- oder Bildungsangebot erfolgt nach einem geregelten Verfahren. Das Verfahren kann eingeleitet werden, wenn Eltern oder die Schule Anhaltspunkte dafür haben, dass ein sonderpädagogischer Förderbedarf vorliegen könnte. Auf der Grundlage einer pädagogisch-psychologischen Untersuchung, deren Ergebnisse in einem sonderpädagogischen Gutachten dargestellt werden, entscheidet das Staatliche Schulamt, ob ein Anspruch auf ein sonderpädagogisches Bildungsangebot (bisher Pflicht zum Besuch der Sonderschule) besteht. Ist dies der Fall, wird im Rahmen einer Bildungswegekonferenz die Frage des zukünftigen Lernorts gemeinsam mit den Eltern und ggf. weiteren Beteiligten geklärt.

3 Nachteilsausgleich

Der Nachteilsausgleich kommt nur bei der Leistungsmessung und Leistungsbeurteilung zum Tragen:

- ⇨ Für Kinder mit Behinderungen, die in der allgemeinen Schule unterrichtet werden,
- ⇨ für Kinder, bei denen aus gegebenem Anlass ein besonderer Förderbedarf festgestellt wurde, die aber weiterhin der allgemeinen Schule angehören.

Dabei gelten allgemeine Grundsätze:

- ⇨ Chancengleichheit bei der Leistungsmessung durch das rechtliche Gebot (Gleichheitssatz), die Nachteile von Schülerinnen oder Schülern mit besonderem Förderbedarf oder mit Behinderungen auszugleichen.
- ⇨ Grenzen des Gleichheitssatzes: Leistungsmessung erfolgt nach einheitlichen Kriterien und dem einheitlichen Anforderungsprofil des Bildungsplans.
- ⇨ Ziel des Gleichheitssatzes: Hilfsmaßnahmen gewähren, um Schülerinnen und Schülern den Weg zum schulartgemäßen Niveau zu ebnen.

Anwendung:

- ⇨ Nur in besonders begründeten Ausnahmefällen,
- ⇨ nach Entscheidung der Klassen- oder Jahrgangskonferenz,
- ⇨ Maßnahmen sollen in der Klasse erläutert und begründet werden,
- ⇨ Maßnahmen werden nicht im Zeugnis vermerkt.

Umsetzung des Nachteilsausgleichs:

Innerhalb der allgemeinen Rahmenbedingungen, zum Beispiel durch

- ⇨ Anpassung der Arbeitszeit,
- ⇨ Nutzung von besonderen technischen oder didaktisch–methodischen Hilfen,
- ⇨ Anpassung der Gewichtung der schriftlichen, mündlichen und praktischen Leistungen,
- ⇨ Abweichen von den äußeren Rahmenbedingungen bei einer Prüfung.

Im Rahmen des bestehenden Ermessensspielraums, zum Beispiel

- ⇨ durch Gewährung von Nachlernfristen,
- ⇨ bei Versetzungsentscheidungen,
- ⇨ bei der Ergänzung der Noten durch verbale Beurteilungen,
- ⇨ bei der Aufnahme in weiterführende Schulen durch Ausnahmeregelungen.

Der vollständige Text des Nachteilsausgleichs - Notengebung für behinderte Schülerinnen und Schüler, Kultusministerium September 2001, ist einsehbar unter www.schule-bw.de/schularten/sonderschulen/sonderschultypen/sfk/schulen/grundlagen/nachteilsausgleich.pdf

Schwierigkeiten in Mathematik

Jutta Schäfer

Im Mathematik-Unterricht mit Eigen-Sinn rechnen
– Einblicke in Vorstellungen von Kindern und Jugendlichen mit besonderen Zugängen zur Welt der Zahlen –

„Will man Lernschwierigkeiten in Mathematik abhelfen, muss man vor allem Experte/Expertin für Lernprozesse in Mathematik und für die Erforschung des individuellen Gebäudes der Mathematik werden, das ein Kind bisher entwickelt hat." (Gerster & Schultz 2000, Seite 8).

1 Einleitung

Im Gegensatz zu erworbenen Rechenstörungen (zum Beispiel aufgrund von Schädel-Hirnverletzungen) entstehen entwicklungsbegleitende Rechenstörungen zumeist von Beginn der Schulzeit an aus einer mangelhaften Passung zwischen Lernanforderungen im Unterricht (mit den Variablen Sach- und Vermittlungsstruktur), den Lernvoraussetzungen eines Kindes und seiner individuellen Lerndisposition. Lernschwierigkeiten sind damit auch didaktogen bedingt (Gaidoschik 2006, Gerster & Schultz 2000, Kornmann 1997/98, Lorenz 1998, Werner 2009)[1].

In diesem Beitrag wird der Frage nachgegangen, wie und unter welchen Bedingungen elementares mathematisches Lernen von Schülerinnen und Schülern mit besonderem Förderbedarf auf dem Hintergrund eines veränderten Lehr- und Lernverständnisses bestmöglich verstanden, begleitet und gefördert werden kann. Die Situation von Schulkindern mit gravierenden und überdauernden Schwierigkeiten im Fach Mathematik lässt sich am besten anschaulich anhand von Fallgeschichten skizzieren. Die siebenjährige Jasmin[2] und der 14-jährige Markus werden uns deshalb durch diesen Beitrag begleiten. An geeigneten Stellen wird untersucht, auf welchem Hintergrund ihre Schwierigkeiten und Probleme analysiert und besser begriffen werden können.

2 Ein abgebranntes Streichholz und Mathematik

Wenige Wochen vor Weihnachten in einer Grundschule. Es gongt zur großen Pause. Jasmin verweilt noch einen Moment im Förderzimmer, kramt in ihrem Federmäppchen und holt einen Geldschein heraus. „Die Frau K. sammelt nachher fürs Theater Geld ein, neun Euro. Aber meine Mama hatte nur einen Zehneuroschein daheim. Wie viel Rausgeld bekomme ich denn zurück?" Jasmin ist Zweitklässlerin. Ein aufgewecktes und selbstbewusstes Mädchen, das einmal wöchentlich in die Förderstunde Mathematik kommt, die seit Beginn des Schuljahres

1 Zur Lerndisposition von Kindern zählen neben allgemeiner Intelligenz die Fähigkeit zur Regulierung der Aufmerksamkeit sowie zum Eingehen freundlicher und vertrauensvoller Beziehungen zu Lehrkräften, Mitschülerinnen und Mitschülern. Bringen Kinder bei Schuleintritt diese für den Schulbesuch grundlegenden Fähigkeiten nicht mit, haben sie eine individuell ungünstige Lerndisposition. Kinder, die bei Schuleintritt besondere Mühe haben, sich in einer Gruppe von Gleichaltrigen zurechtzufinden, haben vielleicht mehr als andere Probleme damit, dem Lerngeschehen in einer Klasse zu folgen und bereitgestellte Lernumgebungen gewinnbringend zu nutzen (vergleiche Greenspan & Benderly 1997, Seite 281 und folgende).
2 Alle Vornamen sind geändert.

an ihrer Grundschule angeboten wird. Sie vermutet, dass die Klassenlehrerin ihr fünf oder zwei Euro zurückgeben müsse. Ganz genau weiß sie es aber nicht.

Markus besucht das 8. Schuljahr einer Hauptschule. Das Erreichen eines qualifizierten Hauptschulabschlusses steht für den 14-Jährigen auf dem Spiel, denn er hat im Fach Mathematik im Halbjahreszeugnis ein „ungenügend" stehen. Seine sonstigen schulischen Leistungen reichen von „sehr gut" bis „gut" im Durchschnitt. Markus' Haltung zur Mathematik drückt sich in Abbildung 1 aus. Hier stellt er einen Teil seiner Schulfächer sowie seinen „IQ" (Intelligenz-

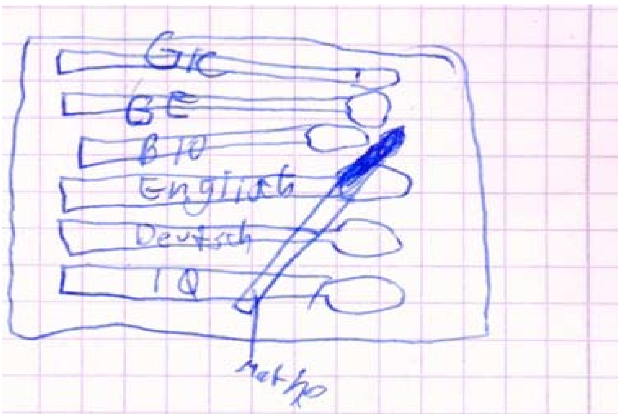


Abbildung 1: Ein abgebranntes Streichholz kann man nicht mehr anzünden! (Markus, 14 Jahre)

quotienten) als „Streichhölzer" dar. Über diesen liegt schräg ein abgebranntes Streichholz mit geschwärztem Kopf – „Mathematik". Sein lapidarer Kommentar dazu: „Ein abgebranntes Streichholz kann man nicht mehr anzünden!"

2.1 „Da komm ich mit meinem Mathe vielleicht erst in die dritte oder so".

Bereits drei Jahre zuvor begegnete ich dem Jungen erstmals, anlässlich einer Untersuchung zu Lernstand und Einstellungen „rechenschwacher" Schülerinnen und Schüler der Hauptschul-Eingangsstufe (Schäfer 2005, Seite 8). Markus konnte damals seine Situation gut reflektieren und verbal eloquent beschreiben. Sensibel nahm er schon als Elfjähriger wahr, dass seine Lernausgangslage – seine „Lernbasis" – für die Anforderungen im fünften Schuljahr nicht ausreichte. Laut seiner eigenen Schätzung befand er sich in Mathematik auf dem Stand eines Zweitklässlers. Markus' Einschätzung war realistisch. Er hatte noch im fünften Schuljahr gravierende Lücken in den Bereichen Zahl- und Stellenwertverständnis. Sein Operationsverständnis in den Grundrechenarten war bereits beim Addieren und Subtrahieren ungenügend ausgeprägt. Selbst Basisaufgaben im Zahlenraum bis 20 löste er fast ausschließlich zählend. Seine Eltern hatten ihren Jungen wegen seiner Rechenstörungen bereits an einer Kinderklinik für Neurologie und Psychiatrie vorgestellt. Dort diagnostizierte man eine „Dyskalkulie". Als ich dem Jungen nach drei Jahren wieder begegne, hat sich an seinen Schwierigkeiten im Fach Mathematik nichts geändert. Sein Lernstand im arithmetischen Bereich entspricht nach wie vor dem von Erst- oder Zweitklässlern. Einzig seine Mutlosigkeit im Hinblick auf alles, was mit Mathematik zu tun hat, hat zugenommen (siehe Abbildung 1).

2.2 Markus und Jasmin – bedauerliche Einzelfälle?

Wie dem 14-jährigen Markus und der siebenjährigen Jasmin geht es in Deutschland zahlreichen Schülerinnen und Schülern. Internationale Vergleichsstudien, zum Beispiel PISA 2003, zeigen, dass bundesweit nach wie vor rund 20 % der 15-jährigen Schüler zur Risikogruppe im Bereich „mathematische Grundbildung“ zählen. Ihre arithmetischen Fertigkeiten bewegen sich maximal auf der untersten Kompetenzstufe (Rechnen auf Grundschulniveau), ein nicht unbeträchtlicher Teil erreicht nicht einmal diese. Detailergebnisse des PISA-Konsortiums 2004 verdeutlichen, dass knapp die Hälfte der 15-jährigen Hauptschülerinnen und Hauptschüler und 23 % der Gesamtschüler nicht über elementarste Grundkenntnisse in Mathematik verfügen (Fritz & Ricken 2008, Seite 9). Unklar ist allerdings, ob die geringen Leistungen auf „mangelndes Interesse“ am Fach Mathematik zurückzuführen sind (als ob sie dann „nicht so schlimm“ wären!) oder ob sie tatsächlich auf gravierende Probleme („Rechenschwäche“) hinweisen.

Ein Vergleich dieser Ergebnisse mit denen der IGLU-Studien, in denen unter anderem mathematische Kompetenzen von Grundschulkindern erhoben wurden, zeigt ein ähnlich erschreckendes Bild: Während 42 % der deutschen Viertklässler zur Gruppe der guten und sehr guten Schülerinnen und Schüler in Mathematik gehören und „über ein solides Fundament für den Ausbau ihrer Kenntnisse an weiterführenden Schulen“ (ebenda) verfügen, erreicht auch hier fast ein Fünftel nur Kompetenzstufe 1 oder 2. Diese Schulkinder verfügen am Ende ihrer Grundschulzeit im Fach Mathematik maximal über Kenntnisse von Zweitklässlern.

Schwippert et al. mahnen mit Blick auf die Befunde aus IGLU und PISA: „Was auf der Ebene der Grundschule nicht gelingt, lässt sich offenbar – dies zeigen die PISA-Befunde – auf der Ebene der Sekundarstufe I nicht mehr kompensieren. Vielmehr ist davon auszugehen, dass sich die auf der Ebene der Grundschule nicht befriedigend gelösten Probleme auf der Ebene der Sekundarstufe weiter verschärfen.“ (zitiert nach Fritz & Ricken 2008, Seite 13 und folgende).

3 Mit Eigen-Sinn muss gerechnet werden

In einem zeitgemäßen Mathematikunterricht sollten Schulkinder stets verlässlich erleben, dass ihre Sichtweisen ernst genommen werden, anstatt ihnen vorschnell „unlogisches Denken“ oder „Unaufmerksamkeit“ zu attestieren. Dies fällt nicht immer leicht, vor allem dann nicht, wenn Antworten oder Lösungen zunächst verworren oder völlig abwegig erscheinen, weil sie von den Erwartungen der Lehrkräfte oder Mitschüler anscheinend weit entfernt sind. Dass es keine verschwendete Zeit ist, gerade hier nachzuhaken und behutsam die innere Logik der Antworten nachzuvollziehen, machen die folgenden beiden Beispiele deutlich.

3.1 Eigen-Sinn I oder: Was eine optische Täuschung mit drei Stunden zu tun hat

Die meisten Menschen sehen beim Betrachten von Abbildung 2 nicht „drei Stunden“, sondern ein weißes Rechteck, das über vier schwarzen Kreisen und einem roten Kreuz liegt. Halten Sie an dieser Stelle einen Moment inne und überlegen Sie, ob dieses „weiße Rechteck“ tatsächlich, das heißt „in Wirklichkeit“, existiert.

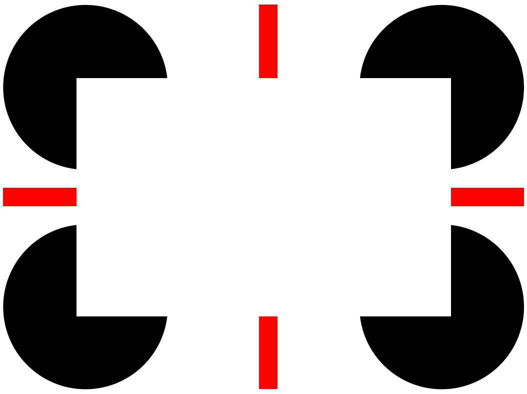


Abbildung 2: „Da sehe ich drei Stunden. (Antonia, 3. Schuljahr)

Bei dieser Figur handelt es sich um eine Variante der Kanizsa-Täuschung, benannt nach dem Künstler und Psychologen Kanizsa (1913–1973). Er konstruierte eine Figur aus drei Kreisscheiben mit Segmentausschnitten, das nach ihm benannte „Kanizsa-Dreieck“ (Abbildung 3).

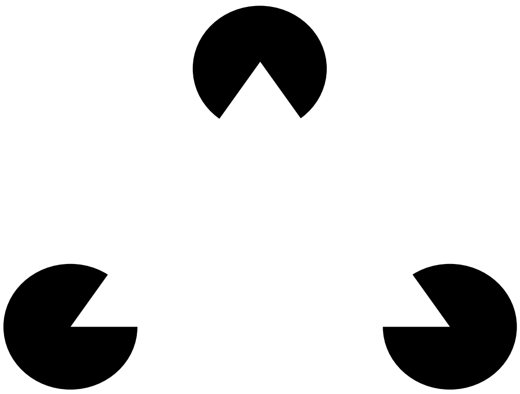


Abbildung 3: Kanizsa-Dreieck

Betrachter nehmen – anstelle der Einzelelemente – eine räumliche Anordnung von übereinander liegenden geometrischen Figuren wahr. Sie „sehen“ ein weißes Dreieck, das über drei schwarzen Kreisscheiben liegt. Dabei handelt es sich im engen Sinn nicht um optische Täuschungen. Der menschliche Wahrnehmungsapparat ist vielmehr darum bemüht, in den Figuren möglichst geschlossene und prägnante Gestalten zu erkennen, da die Kreisfragmente für sich betrachtet kein sinnvolles Bild ergeben (vergleiche Metzger 2008, Seite 430 und folgende).

Antonia „sieht“ beim Betrachten der Figur in Abbildung 2 wider Erwarten kein „weißes Rechteck“, sondern „drei Stunden“. Die Drittklässerin erklärt dazu: „Hmm, weil das auch, auf einer Uhr sieht das so aus, ähm … im Rechenbuch. Da sind manchmal solche Zeichen abgebildet und das bedeutet ‚drei Viertel’. Oder auch im Wetterbericht, im Wetterzeichenbericht, da sind dann auch manchmal so … und das heißt dann ‚drei Viertel bedeckt’ oder so ähnlich.“

Im Gegensatz zu den meisten Erwachsenen richtet Antonia ihre Aufmerksamkeit auf die Kreisausschnitte und interpretiert diese als Zeichen für „drei Viertel“. Ähnliche Symbole sind ihr vom Lesen der Uhr und vom „Wetterbericht“ her bekannt. Sie fährt fort, ihren Gedankengang zu schildern: „Und drei Viertel plus drei Viertel plus drei Viertel plus drei Viertel gleich drei Ganze.“ Vielleicht, weil sie mit einer Mathematiklehrerin spricht, sucht das Mädchen eine situativ angemessene, zum Unterrichtsfach passende Deutung der Figur und erkennt darin eine Additionssituation. Antonias Äußerungen zeigen, dass sie in der Vorstellung die Kreisausschnitte geeignet zerlegt und neu zusammensetzt. Wie sie dabei vorgeht, beschreibt sie folgendermaßen: „Wenn man das hier weg nimmt, dann ist das ein Halbes und dann nimmt man das weg, das ist auch noch ein Halbes, und das ist eine Stunde. Und dann noch die beiden zusammen geben eine halbe Stunde, also eineinhalb Stunden. Und dann ist da natürlich auch noch eineinhalb Stunden. Und eineinhalb Stunden und eineinhalb Stunden gleich drei Stunden!“ Ihre zunächst abwegig scheinende Antwort macht nun mindestens so viel Sinn, wie wenn Menschen von „weißen Rechtecken“ sprechen, die nur in ihrer Vorstellung oder „Ein-Bild-ung“ existieren.

Anhand dieser Episode wird deutlich, dass menschliche Gehirne physikalische Reizkonstellationen, die ihnen durch die Rezeptoren ihrer Sinnesorgane „gemeldet“ werden, nicht ungefiltert an höhere Gehirnzonen zum „Bearbeiten“ weiterleiten, sondern sie sofort interpretieren, indem sie Aspekte daraus hinsichtlich ihrer Bedeutung auswählen und bewerten. Dabei werden zahlreiche Anteile als „unwichtig“ verworfen, sie dringen gar nicht erst zum „Bewusstsein“ vor. Anschließend werden die Ausschnitte zu komplexen Sinneswahrnehmungen transformiert und vom Subjekt als „Wirklichkeit“ empfunden („Da ist ein weißes Rechteck.“ – „Da sehe ich drei Stunden.“). Begemann (2000, Seite 41) schreibt: „Wir alle, nicht nur Schüler, können nicht einfach aufnehmen, was uns vor die Sinne kommt oder gebracht wird. Was ein einzelner in einer Situation wahrnimmt, wird von ihm beziehungsweise seinem Gehirn in jeder Situation neu ‚konstruiert‘.“ Ein solches Konstruieren ist ein selektiver Vorgang und geschieht stets situativ, in Abhängigkeit von Erfahrungen, Vorwissen und emotionaler Gestimmtheit.

3.2 Eigen-Sinn II oder: So kann man das auch sehen!

Neben dem Aufbau sicheren Zahlverständnisses ist der Aufbau von Operationsverständnis in den Grundrechenarten zentral für das Erstrechnen. Schulbücher greifen zur Darstellung von Operationen und Handlungen häufig zurück auf Illustrationen, so genannte Sachbilder. Problematisch daran ist, dass deren Ziel, Zahlensätze und Operationen eindeutig zu veranschaulichen, nicht vollständig gelingen kann. Kinder „sehen“ in diesen Bildern häufig nicht das, was vom jeweiligen Autorenteam intendiert wurde, sondern deuten Darstellungen situativ, auf dem Hintergrund ihres Vorwissens und ihrer Vorerfahrungen (vergleiche Krauthausen & Scherer 2004, Seite 220 und folgende).

In der Abbildung 4 ist ein Ausschnitt aus einem Arbeitsblatt für Erstklässler zu sehen. Links sieht man, wie ein Bär insgesamt acht Schiffchen schwimmen lässt und davon drei Schiffchen wegpustet. Dennis, ein Erstklässler, interpretiert die dargestellte Situation anders. Er betrachtet die fünf Schiffchen links als Ausgangssituation. Die Veränderung sieht er darin, dass der Bär davon drei Schiffe wegbläst. Entsprechend dieser nachvollziehbaren Deutung lautet sein Zahlensatz „5 – 3 = 2“.

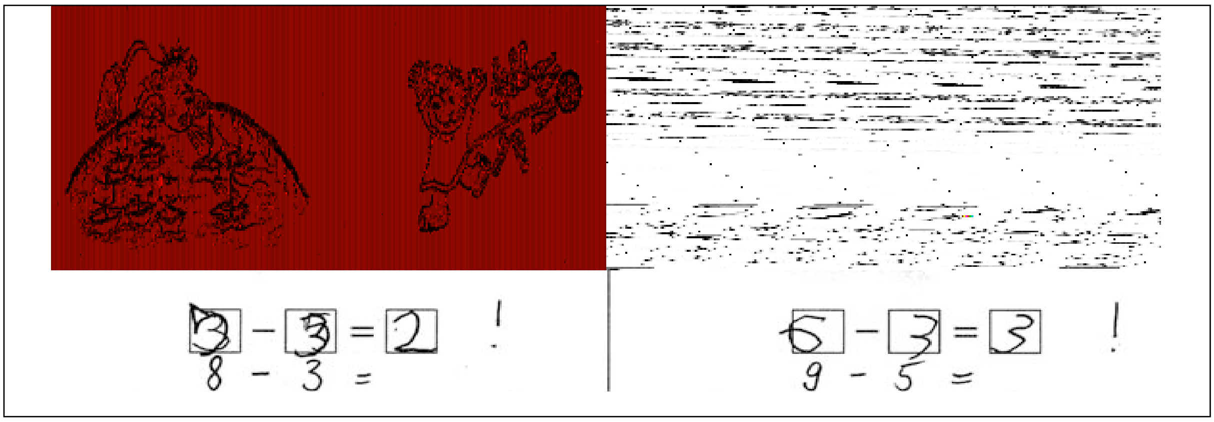


Abbildung 4: Sachbilder aus einem Arbeitsblatt für Erstklässler

Rechts ist ein Kegelspiel abgebildet. Die rollende Kugel wird durch einen Doppelstrich angedeutet. Oberhalb dieses Striches sind insgesamt sechs Kegel sichtbar, unterhalb drei Kegel. Dennis macht daraus die Gleichung „6 – 3 = 3“. Er „sieht“ also in dieser Darstellung nicht, dass von insgesamt neun Kegeln (Ausgangssituation) fünf umgefallen sind. Möglicherweise reicht sein bereichsspezifisches Wissen dazu nicht aus, da er im ersten Schuljahr nicht weiß, wie „Kegeln“ funktioniert. Vielleicht kann er aber auch Zeichnungen noch nicht perspektivisch deuten und die „umgestürzten“ Kegel als solche auffassen.

Beide Male hat der Junge einen korrekten Zahlensatz zu den Sachbildern geschrieben und jeweils richtig gezählt oder gerechnet. Beide Male streicht die Lehrkraft sein Ergebnis als fehlerhaft an und notiert ihre „richtige“ Sichtweise unter die Aufgabe, anstatt sich auf die subjektive Logik des Kindes einzulassen. Erleben Kinder ein solches Vorgehen mehrmals, ohne dass ihre Lösungsversuche gewürdigt werden, ist zu befürchten, dass sie beginnen, nachhaltig an ihrer eigenen Wahrnehmungs- und Problemlösefähigkeit zu zweifeln und zukünftig ihre Bemühungen beim Sachrechnen möglicherweise ganz einstellen mit dem Argument „Textaufgaben kann ich nicht!“

Am Beispiel von Jasmin möchte ich darüber nachdenken, welche Lernchancen in „Fehlern“ verborgen liegen und wie mithilfe eines sensiblen Umgangs mit ihnen möglicherweise dem Entstehen gravierender und überdauernder Lernschwierigkeiten vorgebeugt werden kann.

4 Fehler sind Fenster oder: Warum 10 – 9 nicht 1 ist, sondern 5 oder 2

Die siebenjährige Jasmin, von der eingangs die Rede war, ist zählende Rechnerin. Geschickt und flink zählt sie – notfalls die Nasenspitze zur Hilfe nehmend – die Zahlenreihe auf und ab und kommt im kleinen Zahlenraum damit in kurzer Zeit auf eine beträchtliche Anzahl korrekter Lösungen. Über welche zur Lösung ihres Problems notwendigen mathematischen Vorkenntnisse verfügt sie in der ersten Hälfte des zweiten Schuljahrs? Jasmin weiß, ohne nachzuzählen, dass 10 eins mehr als 9 ist. Sie kann auch Subtraktionsaufgaben „mit Unterschied 1“

lösen. Mit diesen Vorkenntnissen müsste sie eigentlich ihr Problem selbstständig meistern. Stattdessen vermutet sie, dass die Klassenlehrerin ihr fünf oder zwei Euro zurückgeben müsse. Woher kommt diese auf den ersten Blick unlogisch scheinende Vorstellung?

4.1 Mittels emotionaler Erfahrungen lernen Kinder, die Welt zu verstehen

Zwar sucht Jasmin in der konkreten Situation nach einer geeigneten mathematischen Deutung. Sie überlegt sogar richtig, dass 10 € eins mehr ist als 9 €. Aber dann weiß sie nicht mehr weiter. Um dieses Problem zu lösen, müsste sie ihr informelles Wissen, das sie sich in Realsituationen angeeignet hat (gedankliche Vorstellungen, emotionale Erfahrungen und subjektive Bedürfnisse), mit dem formellen Wissen, das sie im Mathematikunterricht erwirbt, sinnvoll miteinander verknüpfen. Warum gelingt ihr dies hier nicht?

Das Mädchen ist damit einverstanden, Wendeplättchen als „Euro“ und ein Zehnerfeld als „Geldschein“ zu nehmen. Ich (als Jasmin) schiebe der „Lehrerin“ den „Zehner“ zu. Diese darf davon neun „Euro“ wegnehmen und den verbleibenden Rest zurückgeben (Abbildung 5). Entrüstet begehrt das Mädchen auf: „So viel Geld“ gibt sie her und bekommt selbst „nur so wenig“ zurück? „Nicht einmal zwei Euro?“ Wie ungerecht!

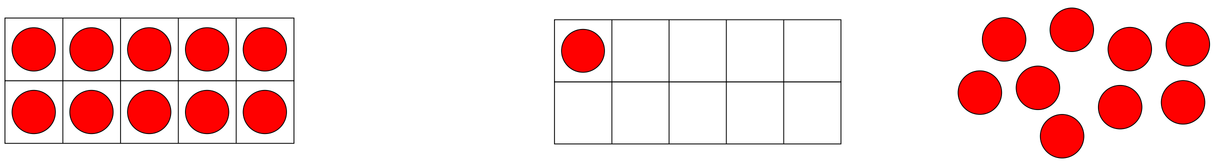


Abbildung 5: Ein mit zehn Wendeplättchen bestücktes Zehnerfeld symbolisiert einen „Zehn-Euro-Schein“.

Welche Bedürfnisse und Erfahrungen verbindet Jasmin mit dieser Situation? Aus welcher subjektiven Aneignungslogik heraus werden ihre Lösungsversuche verständlich?

Im emotionalen Bereich und auf der Ebene des informellen Wissens werden bei der Siebenjährigen vielleicht Erfahrungen und Vorstellungen aus den Kontexten „Hergeben“ beziehungsweise „mit anderen teilen“ und „tauschen“ angesprochen. Jüngeren Kindern fällt es oft nicht leicht, mit anderen zu teilen. Im Lauf ihrer Entwicklung entwickeln sie schließlich ein Gefühl dafür, wie man „gerecht“ teilen kann. Möglicherweise teilen zwei Kinder, indem sie etwas halbieren. Sie lernen außerdem zu „tauschen“, indem sie eine Sache gegen eine für sie gleichwertige hergeben. Zehn hergeben zu müssen und nur eins für sich selbst behalten zu dürfen, provoziert dagegen wahrscheinlich heftigen Widerspruch bei jedem Kind, da es bei diesem Vorgang augenscheinlich weder „gerecht“ zugeht, noch es sich um einen akzeptablen Tausch handelt, bei dem eins so viel „wert“ ist wie die neun herzugebenden zusammen.

Kinder machen außerdem bereits vor Schuleintritt Erfahrungen im Bereich „Kaufen und Bezahlen“ und entwickeln auch dazu Vorstellungen. „Bezahlen“ bedeutet dabei zunächst, dass man für Geld postwendend eine Ware erhält, entspricht also dem Tauschen. Möglicherweise wäre Jasmin, wenn sie für das gegebene Geld etwas „Greifbares“ erhalten hätte, eher zufrieden gewesen.

Jasmin ist das dritte und jüngste Kind einer alleinerziehenden und in prekären Verhältnissen lebenden Mutter. Theaterbesuche und „Eintrittskarten“ spielen vermutlich in ihrer Welt keine wesentliche Rolle. In ihrer aktuellen Situation bedeutet „Bezahlen“ vielleicht, dass Mutters

Geld „weg“ ist und die Lehrerin von jedem Kind der Klasse „viel Geld“ kassiert, ohne dass es dem Mädchen klar ist, wofür eigentlich. Es hat also aus der Sicht des Kindes so etwas wie eine „Verschiebung von Eigentum“ von der in ärmlichen Verhältnissen lebenden Mutter hin zur ohnehin als „reich“ wahrgenommenen Lehrerin stattgefunden, die von Jasmin als ungerecht empfunden wird. Das Mädchen befindet sich in einer Konfliktsituation. Vielleicht sucht sie nach einer zufrieden stellenden Lösung, die ein verständliches Bedürfnis nach Ausgleich oder Gerechtigkeit befriedigt. Denkbar ist, dass sie bei „fünf Euro“ an ein Halbieren der zehn Euro denkt und bei „zwei Euro“ daran, zwei gleiche Teile zu machen.

In Situationen wie dieser sind Lösungshinweise oder Erklärungen des „richtigen“ Rechenwegs vermutlich nicht hilfreich. Bevor Jasmin diese als ihren Lösungsweg akzeptieren kann, ist es notwendig, ihre ehrliche Entrüstung aufzugreifen und im Gespräch zu thematisieren.

4.2 Lernen ereignet sich in subjektiven Erfahrungsbereichen

Mit großer Sicherheit wurden in Jasmins Mathematik-Unterricht „Minusrechnungen“ anhand von „Wegnehmhandlungen“ mithilfe von konkretem Material, später auch zunehmend anhand von Modellen wie Steckwürfeln, Plättchen oder am Rechenrahmen, eingeführt. Aller Wahrscheinlichkeit nach lernte sie auch entsprechende Veranschaulichungen kennen. Dennoch kann sie diese im Unterricht gemachten Vorerfahrungen auf der Basis ihrer Emotionen und Erwartungen nicht gewinnbringend auf ihr konkretes Problem übertragen. Ein Transfer, eine Koppelung von formellem und informellem Wissen gelingt hier nicht zufriedenstellend. Bei Jasmin wird deutlich, dass das mathematische Vorwissen von Kindern mit ihrem Weltbild und ihren Bedürfnissen nicht immer problemlos vereinbar ist. Beides sind getrennte (Mikro-) Welten, die nicht zwangsläufig harmonisieren (Begemann 2000, Seite 102). Bauersfeld (2000, Seite 123) spricht in diesem Zusammenhang von „subjektiven Erfahrungsbereichen“.

Gerster und Schultz (2000) machen darauf aufmerksam, dass es für Kinder einen großen Unterschied bedeuten kann, in welcher Darstellungsform, das heißt „Verkleidung“, ihnen Aufgabenstellungen begegnen. Kinder können Operationen wie „10 – 9“ konkret mit Alltagsmaterial durchführen, zum Beispiel mit Münzen, Keksen oder Bonbons, ein anderes Mal auf der (semiabstrakten) Modellebene mithilfe von Steckwürfeln oder Wendeplättchen, zeichnerisch mittels durchzustreichender „Kringel“ oder abstrakt mithilfe von Pfeilen auf dem Zahlenstrahl. Mit der symbolischen Notation anhand von Ziffern und Zeichen, zum Beispiel „10 – 9 = 1“, haben sie in den Augen der Kinder zunächst nichts zu tun. Gedankliche Verbindungen zwischen den einzelnen Handlungsebenen beziehungsweise -schritten stellen sie nicht automatisch her – entgegen der Erwartungen der Lehrkräfte, für die sie „offen-sichtlich“ sind. Das ist weder ungewöhnlich noch bedenklich, sondern entspricht dem kindlichen Entwicklungsstand. Selbst anscheinend selbstverständliche Übertragungen von einer Darstellungsform auf die andere gelingen vor allem dann nicht, wenn es beim bloßen Manipulieren ohne begleitende „Übersetzung“, das heißt Verbalisierung und Begriffsbildung, bleibt.

Dass sich von der jeweiligen Lehrkraft intendierte Transferleistungen zwischen isolierten Handlungsschritten bei Schülerinnen und Schülern nicht automatisch einstellen, ist seit längerer Zeit bekannt (vergleiche Bauersfeld 2000, Seite 120). Es ist Aufgabe der Lehrkraft, auf innere Zusammenhänge hinzuweisen, indem sie sie zum Gesprächsthema macht und anhand der verschiedenen Darstellungsformen mit den Kindern überlegt, was das eine mit dem anderen zu tun haben könnte. Jasmin akzeptierte schließlich, dass ihre Lehrerin das eingenommene Geld nicht für sich behalten und sich daran persönlich bereichern wollte, sondern damit für alle Kinder der Klasse Theaterkarten und Fahrkarten kaufen würde und war entsprechend erleichtert. Nun machte auch der entsprechende Zahlensatz 10 € – 9 € = 1 € Sinn für sie.

Die hier geschilderte Begebenheit ist mehr als eine hübsche Episode im Schulalltag, über die Jasmin in einigen Jahren vielleicht lachen wird. Ich halte ihre Quintessenz mit Blick auf die Prävention von Lernstörungen anhand von drei Stichpunkten fest:

1. Lehrkräfte dürfen nicht davon ausgehen, dass Kinder die im Unterricht angesprochenen Sachbereiche aus eigener Erfahrung kennen, das heißt, ausreichendes bereichsspezifisches Wissen parat haben, besonders dann nicht, wenn die Kinder aus sozial benachteiligten Verhältnissen stammen. Im Gegenteil kann es sein, dass bestimmte Begriffe oder Redewendungen bei Kindern zunächst Erfahrungen aktivieren, die tendenziell emotional negativ besetzt sind, deswegen ein Sich-Einlassen auf die Aufgabenstellung erschweren und außerdem von den Intentionen der Lehrkraft weit entfernt sind.

2. Selbst wenn geklärt ist, dass das erforderliche bereichsspezifische Wissen bei den Kindern vorhanden ist, wissen Lehrkräfte wenig darüber, welche handlungs- und erkenntnisleitenden Interessen bei den Schülerinnen und Schülern beim Umgang mit den Aufgaben dominieren, das heißt, welche Vorstellungen und Bedürfnisse das Denken der Kinder leiten. Kinder achten bei Fragen häufig auf andere Aspekte als die Lehrkraft es beabsichtigt. Ich erinnere hierbei an Antonias Antwort auf die Frage, was sie bei der Kanizsa-Figur sieht, die völlig von dem abwich, was die Lehrkraft erwartet und selbst wahrgenommen hatte. Lehrkräfte profitieren jedoch von Offenheit gegenüber unerwarteten Schülerantworten; einerseits, weil sie dadurch erfahren, worauf die Aufmerksamkeit ihrer Schülerinnen und Schüler gerichtet ist und andererseits, weil sie damit ihren eigenen Horizont erweitern im Sinne eines „So kann man das auch sehen!“. Entsprechend ist es notwendig, dass Lehrkräfte sich jeweils im Gespräch mit den Kindern auf deren Vorerfahrungen und emotionale Gestimmtheit einlassen, bevor sie ihnen möglicherweise vorschnell „unlogisches Denken“ oder „Unkonzentriertheit“ attestieren. In den obigen Beispielen geschah dies dadurch, dass Antonias und Dennis’ Denkweg und Jasmins Entrüstung ernst genommen wurden. Derartige Schülerantworten stellen echte Lernanlässe dar, die geeignet sind, das Denken der Kinder – auch der Begabten – zu flexibilisieren und ihnen gleichzeitig aufzeigen, dass sie in ihrem Bemühen, die Welt zu verstehen, ernst genommen werden. [1]

3. Um mathematische Probleme effektiv anzugehen, reicht Kindern in der Regel bereichsspezifisches (Umwelt-)Wissen nicht aus. Erforderlich sind außerdem Zahlverständnis sowie Operationsverständnis der Grundrechenarten. Kinder mit Lernstörungen im mathematischen Bereich haben beides häufig noch nicht ausreichend entwickelt, weil ihnen zum Beispiel wichtige Handlungserfahrungen bisher vorenthalten wurden oder weil ihnen der innere Zusammenhang beziehungsweise der Transfer zwischen unterschiedlichen Repräsentationsebenen nicht deutlich wurde. Dies kann dazu führen, dass Kinder „rezepthaft“, das heißt, schematisch Rechenaufgaben abarbeiten, ohne zu verstehen, was sie dabei tun und warum sie es so tun. Dabei kommen sie in der Regel immer dann an ihre Grenzen, wenn die Aufgabenstellung vom bekannten Muster abweicht. So kommt es vor, dass Kinder zwar Aufgaben wie 42 – 39 lösen, aber bei veränderter Aufgabenstellung wie 39 + __ = 42 ratlos sind.

1 „Mach doch nicht so ein Theater!“ Möglicherweise wirkte es sich bei Jasmin noch erschwerend aus, dass der Begriff „Theater“ bei Kindern mit negativen Assoziationen gekoppelt sein kann und dann die Einsicht besonders schwer fällt, dafür auch noch bezahlen zu müssen.

5 Zählen sie noch oder rechnen sie schon? [1]

Wie bereits angedeutet, ist Jasmin zählende Rechnerin. Als problemlösendes Instrument zum Lösen von Plus- und Minusaufgaben kennt und nutzt sie bisher nur die Zahlwortreihe. Was wissen oder vermuten wir über ihr Zahlverständnis? Was können wir aus Erfahrungen mit älteren Schülerinnen und Schülern, die beim zählenden Rechnen verharren, zu dieser Frage beitragen?

Neben einem im vorschulischen Bereich häufig vorherrschenden ordinalen Zahlverständnis auf Basis eines inneren Zahlenstrahls („Nummern"- oder „Tastaturverständnis") müssen Kinder spätestens mit Schuleintritt ein kardinales Anzahlverständnis aufbauen. Dieses ist vordergründig daran erkennbar, dass sie auf die Frage nach dem „wie viele?" die vollständige Anzahl der Objekte einer Menge nennen können, ohne sie ein zweites Mal zu zählen (count-to-cardinal-transition). Außerdem können sie eine vorgegebene Anzahl von Objekten aus einer unsortierten Menge auszählen, zum Beispiel sechs Spielzeugautos aus einem Korb mit Spielzeug (cardinal-to-count-transition) (vergleiche Fritz & Ricken 2008, Seite 53).

5.1 Die darf man doch nicht einfach wegklappen – das ist doch die Eins!

Ob der 14-jährige Markus bereits das Konzept der Kardinalität erworben hat? Zunächst sieht alles danach aus. Werden ihm Zehnerfelder mit strukturierten Anzahlen bis 10 präsentiert, nennt er die Anzahl jeweils schnell und korrekt. Ebenso kann er mir eine Anzahl von Murmeln aus einer Schale auszählen, wenn ich ihn darum bitte. Diesen Meilenstein scheint Markus also gemeistert zu haben.

Stutzig werde ich aber, als ich den Jungen beim Rechnen mit seinen Fingern beobachte. Markus' „vier" besteht aus der geöffneten rechten Hand, von der er den kleinen Finger etwas ungelenk nach unten wegklappen möchte, während er die restlichen Finger der Hand ausstreckt – feinmotorisch keine einfache Aufgabe. Deshalb weise ich ihn leichthin auf eine Alternative zu diesem Fingerbild hin: „Du kannst auch den Daumen einklappen, und die anderen vier Finger strecken, dann ist es viel einfacher, „vier" zu zeigen". Diesen Hinweis kommentiert Markus jedoch beinahe erschrocken: „Der Daumen ist doch die „Eins", die darf man doch nicht einfach wegklappen!"

5.2 Ordinal gebundenes Anzahlverständnis und zählendes Rechnen

Mit diesem höchst einseitigen Anzahlverständnis werden Markus' anhaltende Schwierigkeiten beim Rechnen leichter verständlich. Der Achtklässler verfügt zwar über eine einfache Form der Kardinalität, indem er einer gezählten Anzahl das richtige Zahlwort zuordnen kann und umgekehrt. Er scheint sich aber dabei noch immer an einem imaginierten Zahlenstrahl zu orientieren. Diese Vor- oder Zwischenform einer voll entwickelten Anzahlvorstellung bezeichne ich als „ordinal gebundene Kardinalität". Das bedeutet folgendes: Markus' „Vier" ist noch keine abstrakte Einheit, keine „numerische Größe" – ein von Zahlwortreihe beziehungsweise von konkreten Objekten losgelöst zu denkender „Vierer" – , sondern ist gebunden an den Abschnitt der Zahlwortreihe, der mit „eins" beginnt und bei „vier" endet. Der Junge scheint noch kein „inneres Bild" einer „Vierheit" zu besitzen, das er als Baustein oder Werkzeug zum Rechnen benutzen könnte. Kinder, die unter „drei" den Abschnitt „1-2-3" der Zahlwortreihe verstehen und unter „vier" den Abschnitt „1-2-3-4", haben große Mühe damit, diese Vorstellungen mit

1 So lautet der Titel einer wissenschaftlichen Hausarbeit, die im Sommer 2010 von C. Hieber verfasst wurde.

3 + 4 = 7 in Verbindung zu bringen oder im Gedächtnis zu behalten (Gerster 2003, Seite 154; Gerster und Schultz 2000, Seite 11 und folgende sowie Seite 106 und Seite 108). In Abbildung 6 wird ein Versuch unternommen, eine solche problematische Zahlvorstellung und ihre Auswirkungen auf das Verständnis des Addierens zu veranschaulichen.

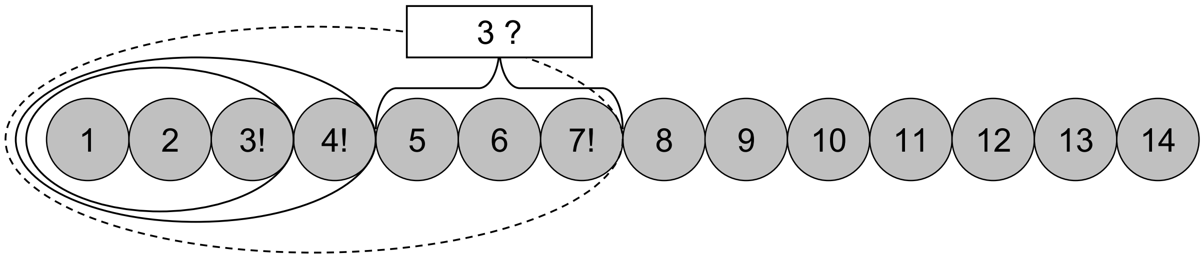


Abbildung 6: Werden die Anzahlen 3 und 4 jeweils als Anfangsstücke der Zahlwortreihe verstanden (3 als „1-2-3" und 4 als „1-2-3-4"), wird nicht deutlich, was „4 + 3" mit „7" zu tun hat, da „5-6-7" nicht als zweiter Summand „3" verstanden wird.

Dazu passt folgende Beobachtung: Kinder, die ein ordinal gebundenes Anzahlverständnis erworben haben, wechseln häufig die bisher vorherrschende Strategie des „Alles-Zählens" und werden zu „Weiterzählern". Auch Jasmin hat das Stadium des Alles-Zählens bereits überwunden und wendet die „Weiterzähl"-Strategie an, das heißt, sie zählt ab dem ersten Summanden weiter. Aufgaben wie 8 + 5 löst sie, indem sie den ersten Summanden nennt („acht"), anschließend die Zahlwortreihe fortsetzt und parallel dazu einen Finger nach dem anderen aufklappt („9, 10, 11, 12, 13"). Sobald ihr das so entstehende Fingerbild anzeigt, dass sie den zweiten Summanden vollständig dazu gezählt hat, stoppt sie das Weiterzählen und wiederholt das zuletzt genannte Zahlwort („dreizehn").

5.3 Sackgasse „Weiterzählen"

Allgemein besteht Konsens darüber, dass das Verharren beim zählenden Rechnen eines der Hauptmerkmale von Schülerinnen und Schülern mit gravierenden Schwierigkeiten beim Rechnenlernen darstellt. Die Ablösung vom zählenden Rechnen wird deshalb in der Förderung vorrangig angestrebt. Jedoch wird das Weiterzählen gegenüber der bei Schulanfängern verbreiteten Strategie des Alles-Zählens häufig als „fortgeschrittener" oder „ökonomischer" bezeichnet, vor allem, wenn es durch die „Min-Strategie"[1] perfektioniert wird (zum Beispiel Fritz & Ricken 2005, Seite 15 sowie 2008, Seite 36; Krajewski 2002, Seite 75)[2]. Diese optimistische Einschätzung ist fragwürdig.[3]

Hauptschwierigkeit bei der Strategie des Weiterzählens sind die notwendigen Kontrollprozesse, die ein doppeltes Zählen erforderlich machen: Rechnungen wie 4 + 3 werden folgendermaßen gelöst: „Vier. Eins dazu: 5; zwei dazu: 6; drei dazu: 7".

1 Weiterzählen vom größeren Summanden aus, wodurch die Anzahl der Zählschritte minimiert wird.
2 Tatsächlich kann man im Unterricht beim Erstrechnen im kleinen Zahlenraum beobachten, dass Kinder, die die Strategie des Weiterzählens einsetzen, hinsichtlich der Bearbeitungszeit und der Lösungsraten lange Zeit unauffällig bleiben. Dies ändert sich meist schlagartig, wenn Kinder im mehrstelligen Zahlenraum rechnen sollen.
3 Bei meinen Ausführungen beschränke ich mich auf das Addieren zweier Summanden beziehungsweise das Subtrahieren mit einem Subtrahenden.

Kinder, die ihre Finger als Zählhilfe nutzen, meistern diese Aufgaben, indem sie eine verbale mit einer motorischen Zählprozedur verknüpfen. Sie beginnen damit, betont „vier“ zu sagen. Anschließend sagen sie „fünf“ und strecken gleichzeitig einen Finger aus, meist den Daumen (motorische Zählprozedur). Anschließend sagen sie „sechs“, strecken den nächsten Finger bis sie das Fingerbild des zweiten Summanden vor Augen haben. Nun nennen sie das Ergebnis ihrer verbalen Zählprozedur: „sieben“.

Der Zusammenhang zwischen motorischer und verbaler Zählprozedur wird jedoch auf dieser Verständnisgrundlage nicht deutlich beziehungsweise prägt sich ihnen nicht ein. Es scheint sogar einen unaufgelösten Widerspruch zu geben zwischen beiden Endzuständen, dem Hörzeichen „sieben“ als Ergebnis der verbalen Prozedur und dem Sehzeichen, das heißt dem Fingerbild „drei“ als Ergebnis der motorischen Prozedur. Besonders problematisch ist dabei folgendes: Aufgaben wie 9 + 3, 8 – 3, 17 – 3 und andere mit „3“ als zweitem Summanden beziehungsweise Subtrahenden haben im Ergebnis jeweils identische Sehzeichen (Fingerbild 3) in Kombination mit völlig unterschiedlichen Hörzeichen (zwölf, fünf, vierzehn).

Kinder mit ordinal gebundenem Zahlverständnis, für die ein Arbeiten mit Material ungewohnt ist, oder denen das Fingerzählen verboten wurde, haben es sich möglicherweise angewöhnt, „im Kopf“ weiterzuzählen. Dabei „erfinden“ sie allerlei Kompensationsstrategien – sie wippen mit den Füßen, nicken rhythmisch mit dem Kopf, tippen sich mit einem Finger in die Handfläche oder ähnlichem, um das Lösen von Aufgaben zu bewältigen und sich die Anzahl der Zählschritte irgendwie zu vergegenwärtigen. Motorische Zählprozesse verschmelzen hier mit dem verbalen Prozess des Weiterzählens. „Sehzeichen“, welche zuvor als Stütze zum Überwachen des Zählvorgangs dienten und den motorischen Prozess abbildeten, fallen weg. Von „Entlastung“ kann dabei dennoch keine Rede sein, was jeder leicht feststellen kann, der einmal versucht, sich in das Zahlverständnis dieser Schülerinnen und Schüler hineinzuversetzen und auf dieser Basis das Weiterzählen im Kopf praktiziert.

Dazu übertrage man die Zahlenreihe auf Buchstaben (a = 1, b = 2, c = …) und löse ohne Zuhilfenahme von Zahlen die „Rechnung“ k + h = __. Mithilfe des „Weiterzählens“ kann man dabei folgendermaßen verfahren: Beginne bei k. Zähle weiter: l (+ a), m (+ b), n (+ c), o (+ d)… bis „+ h“. Dabei handelt es sich um einen dynamischen Vorgang, der ohne begleitende Motorik kaum zu bewältigen ist. Verzählt man sich oder wird abgelenkt, muss man neu beginnen. [1]

Ein derart verfremdetes „Rechnen“ mit Buchstaben fällt Erwachsenen aus den gleichen Gründen schwer wie zählend rechnenden Kindern das Rechnen mit Zahlen. Beide können sich unter Buchstaben keine abstrakten Anzahlen vorstellen oder vergessen diese innerhalb weniger Minuten wieder. Genauso geht es Kindern auf der Stufe des ordinal gebundenen Anzahlverständnisses mit der Zahlwortreihe. Erst wenn die Zahlworte zuverlässig und sicher an (Mengen-) Vorstellungen gekoppelt sind, ist die Grundlage für ein echtes Rechnen mit Zahlen gelegt. Vorher können Kinder ausschließlich zählend rechnen – oder Aufgaben auswendig lernen!

Für das nichtzählende Rechnen benötigen Kinder über die einsichtsvolle Kopplung von Zahlwort und Menge hinaus jedoch auch ein sicheres Teil-Ganzes-Verständnis und ein gefestigtes Operationsverständnis, auf das jedoch in diesem Beitrag nur ansatzweise eingegangen werden kann.

1 Beim „Alles-Zählen“ würde man zunächst (unter Zuhilfenahme der Finger oder anderen Materials) beide Summanden „auszählen“ und anschließend das so entstandene – statische – Bild, das die Summe aus c und f darstellt, „durchzählen“: c + f = ?. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass man – falls man kurzzeitig unaufmerksam ist oder abgelenkt wird – ein zweites und drittes Mal mit dem „Durchzählen“ beginnen kann.

5.4 Weiterzählen und Teil-Ganzes-Vorstellungen

Das Wissen über Beziehungen zwischen Teilmengen und Mengen (Teil-Ganzes-Verständnis) kann in seiner essentiellen Bedeutung für die Entwicklung mathematischen Verständnisses nicht hoch genug eingeschätzt werden (vergleiche Resnick 1983, Seite 114 und folgende; vergleiche Gerster & Schultz 2000, Seite 12 und Seite 75 und folgende). In der Regel entwickelt sich ein erstes, vorzahliges (protoquantitatives) Teil-Ganzes-Verständnis im Lauf des Kleinkindalters: „Das Teile-Ganzes-Schema entwickelt sich als ein protoquantitatives Schema (also ohne exakte Quantifizierung) aus „real-life-situations", in denen zusammengesetzt und zerlegt wird, aber noch keine exakte Quantifizierung erforderlich ist. Beispiele dafür sind: Im Puzzle fehlt ein Teil, das Kind gibt seinem Bruder einen Teil (nicht alle) seiner Bonbons, es isst nur einen Teil des Kuchenstücks …" (vergleiche Gerster & Schultz 2000, Seite 339). Kinder, die diese häufig noch vorzahligen Erfahrungen nicht in ihr (An-) Zahlkonzept integrieren, bleiben im Schulalter oft bei einer ordinal gebundenen Anzahlauffassung. Ihnen stehen dann außer dem zählenden Rechnen kaum tragfähige nichtzählende Lösungsstrategien zur Verfügung. Insbesondere Kinder mit noch ordinal gebundener Zahlauffassung begreifen Anzahlen (noch) nicht als „Ganzheiten" und deshalb schon gar nicht als Ganzheiten, aus denen andere Ganzheiten zusammengesetzt werden können und die ihrerseits aus Teilen zusammengesetzt sind. Dementsprechend ist auch ihr Operationsverständnis noch unvollständig ausgeprägt, denn Zahlverständnis und Operationsverständnis der Grundrechenarten hängen hier untrennbar zusammen.

Ein verbreiteter Irrtum ist die Überzeugung, das Teil-Ganzes-Verständnis erschöpfe sich darin, die Zerlegbarkeit von Zahlen zu erkennen und zu nutzen und sei deshalb „nur" für Erstrechner wirklich bedeutungsvoll. Teil-Ganzes-Verständnis hat fundamentale Auswirkungen auf die Entwicklung von Verständnis für die Grundrechenarten und trägt in der Sekundarstufe maßgeblich zum Verständnis von Zahlen und Operationen in neuen Zahlbereichen, zum Beispiel den rationalen Zahlen [1], bei. Auf der Grundlage des Teil-Ganzes-Konzeptes werden die Grundrechenarten folgendermaßen gedeutet: Addieren bedeutet ein Zusammenfügen von Teilen zu einem Ganzen (der Summe). Subtrahieren heißt, dass das Ganze (der Minuend) und ein Teil davon bekannt sind. Gesucht ist der unbekannte Teil (die Differenz). Beim Multiplizieren wird das Ganze (das Produkt) aus mehreren gleichgroßen Teilen zusammengesetzt, während das Ganze (der Dividend) beim Dividieren bereits bekannt ist und in Abhängigkeit vom Divisor in gleichgroße Teile geteilt wird. Gesucht wird – entsprechend der beiden Grundvorstellungen des Dividierens – entweder die Anzahl der Teile, was dem Konzept des Aufteilens entspricht, oder aber ihre Größe; dies entspricht dem Konzept des Verteilens (vergleiche Van de Walle 2004, Seite 137 und Seite 143). Auch das Prozentrechnen mit den Begriffen Grundwert (das Ganze, das in hundert gleiche Teile zerlegt wird), Prozentsatz (Anzahl der Teile) und Prozentwert (Mächtigkeit der Teile) lässt sich ohne Teil-Ganzes-Vorstellungen nur schwer begreifen. Erst in der Sekundarstufe wird also die volle Bedeutung dieses Konzepts deutlich und spätestens dort zeigen sich Auswirkungen ungenügender Teil-Ganzes-Vorstellungen, zum Beispiel beim Sachrechnen, später dann auch bei geometrischen Problemstellungen wie dem Zerlegen und Berechnen von Flächen und Volumina.

Was trägt nun die Strategie des Weiterzählens zur Entwicklung von Teil-Ganzes-Vorstellungen bei? Radatz und andere beschreiben Aspekte des Addierens beziehungsweise des Subtrahierens und unterscheiden dabei dynamische Situationen, bei denen jeweils eine Menge ver-

1 Auf der Basis von Teil-Ganzes-Vorstellungen kann 1/8 folgendermaßen gedeutet werden: Das Ganze (1) wird in acht (gleichgroße) Teile zerlegt. 1/8 ist ein Teil davon. Der Nenner gibt an, in wie viele Teile („Portionen") das Ganze zerlegt wird, der Zähler sagt, wie viele der so entstandenen Teile es sind.

ändert wird (zum Beispiel durch Hinzufügen), von statischen Situationen, denen das Prinzip des Vereinigens zweier Mengen zugrunde liegt (vergleiche Radatz et al. 1996, Seite 77 bis Seite 80). Die Strategie des Weiterzählens bedeutet ein sukzessives Hinzufügen zu einer Ausgangsmenge und entspricht damit dem dynamischen Aspekt des Addierens. Sie funktioniert nach dem Muster „Startpunkt – Schritte zählen – Endpunkt" und fordert gerade nicht dazu heraus, den Zusammenhang zwischen den Summanden und dem Summenganzen in den Blick zu nehmen: „Bei diesem Aufgabenverständnis ist das Ergebnis ein angepeiltes, unbekanntes Zahlwort in der Zahlwortreihe. Das Kind, das die Aufgaben in dieser Weise versteht, hat keinen Anlass, die drei Zahlen gemeinsam zu reflektieren." (Gerster & Schultz 2000, Seite 12). Es handelt sich dabei nicht um ein „neues konzeptuelles Wissen" (vergleiche Krajewski 2005, Seite 56), sondern lediglich um einen zwar unverstandenen, aber leicht zu übernehmenden „Trick" beziehungsweise ein „Rechenrezept", dessen Befolgen auch ohne grundlegendes Verständnis für Quantitäten und Operationen möglich ist.

Damit dürfte deutlich geworden sein, dass die Strategie des „Weiterzählens" uneffektiv für den Aufbau von Teil-Ganzes-Vorstellungen und einsichtsvollem Rechnen ist und ihr Einsatz im Unterricht und der Förderung zumindest nicht gezielt angestrebt und/oder gefördert werden sollte. Stattdessen sollte den Kindern, deren Zahlverständnis noch ordinal gebunden ist, ausreichend Zeit eingeräumt werden, eine „Kardinalbewusstheit von Ordnungszahlen" (Krajewski 2005, Seite 59) durch ein echtes Kardinalverständnis im Sinne einer „Mengenbewusstheit von Zahlen" zu erweitern.

Kinder mit ordinal gebundenem Anzahlverständnis benötigen Lernumgebungen und Aufgaben, mit deren Hilfe sie ihr kardinales Verständnis vervollständigen und – gleichzeitig – ein Verständnis für numerische Teil-Ganzes-Beziehungen aufbauen können. Darum sollten sie nicht vorschnell von der Strategie des Alles-Zählens weggeführt werden, solange noch kein entwickeltes Kardinalzahlverständnis und kein Teil-Ganzes-Verständnis aufgebaut wurde.

Das vielerorts verpönte Alles-Zählen, das viele Kinder anfangs intuitiv zum Lösen einfacher Additions- und Subtraktionsaufgaben einsetzen, bietet den Vorteil, dass der Zusammenhang zwischen den Summenteilen und dem Summenganzen anschaulich ist und die Entwicklung von Teil-Ganzes-Vorstellungen unterstützen kann.

Kinder sollten mit Material arbeiten, das es erlaubt, Anzahlen als strukturierte Quantitäten darzustellen. Dafür erweist sich Material, das die „Kraft der Fünf" ins Zentrum stellt, als besonders geeignet (Zehnerfelder, Zehnersystemmaterial mit Fünferstäben, Rechenschiffchen) sowie – zum Unterstützen der Vorstellungen auf formal-symbolischer Ebene – Seguin-Karten. Geeignete Übungs- und Fördervorschläge für den Mathematikunterricht finden sich zum Beispiel bei Van de Walle (2004), Gerster (2003a und b), Gerster und Schultz (2000), Gaidoschik (2003 und 2007) und Schäfer (2005 und 2006).

Mithilfe derartigen Materials kann das zeitaufwändige einerweise Auszählen der Summanden bei Anzahlen größer als 5 zunehmend von einem einsichtsvollen Herstellen der geforderten Anzahlen abgelöst werden. Außerdem kann das Summenganze im Sinne eines „Zusammen-Sehens", das dem Vereinigen von Anzahlen entspricht, zunehmend unter Nutzen simultaner und quasi-simultaner Anzahlerfassung nichtzählend erkannt und ermittelt werden. Allerdings sehen viele Kinder diese Zusammenhänge nicht von selbst – sie müssen von ihnen erst konstruiert werden und dazu benötigen sie kompetente Begleitung.

Zusammenfassend ist zu beachten, dass Schülerinnen und Schüler frühzeitig Gelegenheiten bekommen sollten, Zahlen als Zusammensetzungen aus anderen Zahlen zu verstehen. (An-)

Zahlen sollten sie sich von Beginn ihrer Schulzeit an als „gegliederte Quantitäten“ im Sinne „mentaler Werkzeuge“ (Hiebert 1997, Seite 20) vorstellen. Mit diesen „Denk-Werkzeugen“ können sie – zunächst in der Realität, dann zunehmend in der Vorstellung – Veränderungen und Handlungen an gegliederten Quantitäten durchführen (zum Beispiel Vereinigen, Wegnehmen, Hinzufügen, Ergänzen, Vervielfachen, …) und so eine Grundlage für ein voll entwickeltes Operationsverständnis im Sinne des Teil-Ganzes-Konzepts erwerben.

6 Fazit

Die zeitgemäße Aufgabe von Lehrkräften besteht heute nicht mehr darin „Stoff zu vermitteln“, sondern bedeutet, Kinder und Jugendliche beim Lernen bestmöglich zu begleiten und zu unterstützen, sie als Persönlichkeit eigenen Lernens ernst zu nehmen und ihnen mithilfe vorbereiteter Lernumgebungen auf dem Hintergrund ihrer „Lernbasis“ möglichst eigenverantwortlich gesteuertes, aktiv-entdeckendes Lernen zu ermöglichen.

Ebenso essentiell ist es, im Unterricht und der Begleitung förderbedürftiger Kinder und Jugendlicher, größten Wert auf das soziale Miteinander sowie auf die Spracherziehung und Begriffsbildung der Lernenden zu legen. Lehrkräfte benötigen Expertenwissen, das heißt fundierte Kompetenzen in fachlicher, didaktisch-methodischer und diagnostischer Hinsicht, um die individuelle Lernausgangslage ihrer Schülerinnen und Schüler feststellen zu können und deren Lernen prozessorientiert zu begleiten.

Schließlich sind menschliche Grundhaltungen für den Umgang mit Kindern und Jugendlichen unabdingbar. Zu ihnen zählen wertschätzender Respekt gegenüber den kindlichen Persönlichkeiten und Lernbemühungen, eigene Begeisterung und schließlich die Fähigkeit, Kinder immer wieder aufs Neue zur Beschäftigung mit der Sache und damit zum Lernen herauszufordern und ihnen – trotz aller unvermeidlichen Rückschläge – Zuversicht und Hoffnung auf Erfolg zu vermitteln.

Eine Gesellschaft, die es sich zum Ziel setzt, alle Kinder bestmöglich zu fördern, braucht Lehrkräfte, die ein unbeirrbares Interesse an den ihnen anvertrauten Kindern und Jugendlichen entwickeln und ihnen helfen, Schwierigkeiten zu meistern und Entwicklungsrückstände aufzuholen. Dass dies möglich ist, zeigen viele Einzelbeispiele. Dazu gehört auch der Mut, nicht sklavisch Buchseiten abzuarbeiten und Vorgaben des Bildungsplans möglichst vollständig zu erfüllen, sondern stets zu prüfen, welche Inhalte auch und gerade für „rechenschwache“ Schülerinnen und Schüler unverzichtbar sind und deshalb vorrangig mit ihnen erarbeitet werden sollten – nachdem die grundlegenden Schwierigkeiten überwunden wurden.

Ziel muss es sein, allen heranwachsenden Bürgerinnen und Bürgern – unabhängig von Herkunft, Geschlecht oder sozialem Status – notwendige Voraussetzungen zu einer selbstbestimmten Teilhabe am Leben in der Gemeinschaft zu ermöglichen und sie nicht als „mathematische Analphabeten“ (Gaidoschik 2009) in eine ohnehin oft unsichere Zukunft zu entlassen. Markus, der uns durch diesen Beitrag begleitet hat, bringt die Sache auf den Punkt:

„Ein abgebranntes Streichholz kann man nicht mehr anzünden – wenn es keine Flamme gibt!“

7 Literatur

Bauersfeld, H. (2000); In: Begemann, E. Lernen verstehen – Verstehen lernen. Frankfurt/Main: Peter Lang

Begemann, E. (2000): Lernen verstehen – Verstehen lernen. Zeitgemäße Einsichten für Lehrer und Eltern. Mit Beiträgen von Heinrich Bauersfeld. Frankfurt/Main: Peter Lang.

Fritz, A. & Ricken, G. (2008): Rechenschwäche. München: Ernst Reinhardt.

Fritz, A. & Ricken, G. (2005): Früherkennung von Kindern mit Schwierigkeiten im Erwerb von Rechenfertigkeiten. In: Hasselhorn, M; et al. Diagnostik von Mathematikleistungen. Göttingen: Hogrefe. S. 5–27.

Fritz, A.; Ricken, G.; Schmidt, S. (Hrsg.) (2003): Rechenschwäche, Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/Basel/Berlin: Beltz

Gaidoschik, M. (2008): „Rechenschwäche" in der Sekundarstufe: Was tun? In: Journal für Mathematikdidaktik 29 (2008), H. 3/4, S. 287–294.

Gaidoschik, M. (2007): Rechenschwäche vorbeugen. Das Handbuch für LehrerInnen und Eltern. 1. Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen. Wien: Öbv-hpt.

Gaidoschik, M. (2006): Rechenschwäche – Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern. 3. aktualisierte Auflage, Horneburg: Persen Verlag.

Gerster, H.-D. (2003a): Probleme und Fehler bei den schriftlichen Rechenverfahren. In: Fritz, A.; Ricken, G.; Schmidt, S. (Hrsg.): Rechenschwäche, Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim/Basel/Berlin: Beltz, S. 222–237.

Gerster, H.-D. (2003b): Schwierigkeiten bei der Entwicklung arithmetischer Konzepte im Zahlenraum bis 100. In: Fritz, A.; Ricken, G.; Schmidt, S. (Hrsg.). Rechenschwäche, Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim u.a.: Beltz, S. 201–221.

Gerster, H.-D. & Schultz, R. (2000): Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche. Freiburg: Pädagogische Hochschule. Abrufbar unter: www.freidok.uni-freiburg.de/volltexte/1397/

Greenspan, S. I. & Benderly, B. L. (1997): Die bedrohte Intelligenz. Die Bedeutung der Emotionen für unsere geistige Entwicklung. München: Bertelsmann.

Hiebert, J. et al. (1997): Making Sense. Teaching and Learning Mathematics with Understanding. Portsmouth: Heinemann.

Kornmann, R. (1997/98): Die Null – eine nicht zu vernachlässigende Größe! – Werkstattbericht aus dem Forschungsprojekt „Rechnen mit der Null". Informationsschrift Nr. 53 zur Lehrerbildung, Lehrerfortbildung und pädagogischen Weiterbildung. S. 18–56.

Krajewski, K. (2002): Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule. Hamburg: Kovač.

Krajewski, K. (2005): Vorschulische Mengenbewusstheit von Zahlen und ihre Bedeutung für die Früherkennung von Rechenschwäche. In: Hasselhorn, M. et al.: Diagnostik von Mathematikleistungen. Göttingen: Hogrefe. S. 49–70.

Krajewski, K. (2008): Vorschulische Förderung bei beeinträchtigter Entwicklung mathematischer Kompetenzen. In: Borchert, J. et al.: Frühe Förderung entwicklungsauffälliger Kinder und Jugendlicher. Stuttgart: Kohlhammer.

Krauthausen, G. & Scherer, P. (2004): Einführung in die Mathematikdidaktik. 2. Auflage. München: Elsevier.

Metzger, W. (2008): Gesetze des Sehens. 4. unveränderte Auflage/Reprint nach der 3. völlig neu bearbeiteten Auflage 1975. Eschbom: Dietmar Klotz.

Peucker, S. & Weißhaupt, S. (2005): FEZ – Ein Programm zur Förderung mathematischen Vorwissens im Vorschulalter. In: Zeitschrift für Heilpädagogik 8/2005, S. 300–305.

Radatz, H.; Schipper, W. et al. (1996): Handbuch für den Mathematikunterricht 1. Schuljahr. Hannover: Schroedel.

Resnick, L. B. (1983): A developmental theory of number understanding. In: Ginsburg, H. P. (Ed.), The development of mathematical thinking (pp. 109-151). New York: Academic Press.

Van de Walle, J. A. (2004): Elementary and Middle School Mathematics. Teaching Developmentally. Fifth Ed. Virginia Commonwealth University. Pearson Education, Inc.

Werner, B. (2009): Dyskalkulie – Rechenschwierigkeiten. Diagnose und Förderung rechenschwacher Kinder an Grund- und Sonderschulen. Stuttgart: Kohlhammer.

Jens Holger Lorenz

Woran zeigen sich Schwierigkeiten in der Mathematik?

1 Einleitung

Will man Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten helfen, dann erfordert dies, den Ursachen nachzugehen, die solche Schwierigkeiten bewirken können und diese im individuellen Fall frühzeitig zu diagnostizieren. Nicht immer müssen die Gründe allein im Kind liegen. Es erscheint inzwischen sinnvoller, den schulischen Lernprozess insgesamt und umfassend zu betrachten und jene Faktoren zu untersuchen, die ihn behindern (vergleiche Kaufmann & Wessolowski 2006; Landerl & Kaufmann 2008; Lorenz 2003).

2 Der mathematische Lernprozess

Unabhängig vom jeweils verwendeten Schulbuch, der favorisierten Methodik und dem aktuellen Inhalt, durchläuft sowohl der arithmetische Anfangsunterricht als auch der Mathematik-Unterricht der weiterführenden Klassen bestimmte Phasen (vergleiche Tabelle 1; Grissemann & Weber, 1990). Fehler beziehungsweise Lernhemmnisse innerhalb dieser Phasen lassen Rückschlüsse auf zugehörige Verursachungsfaktoren zu. Ausgehend von konkretem Handeln und dem Operieren mit verschiedenartigen Materialien (Phase 1) wird zu abstrakteren, bildhaften und damit insbesondere statischen Darstellungen im Schulbuch, auf der Tafel und den Arbeitsblättern übergegangen. Diese Darstellungen werden in eine ziffernmäßige Form übersetzt (Phase 2). Hinter diesem Vorgehen steht die Hoffnung, bald auf das Material und den Umgang damit verzichten zu können. Eine entsprechende Vorstellung sollte sich inzwischen schon „von selbst“ im Kopf des Kindes eingestellt haben. So kann der Unterricht schließlich auf den reinen Ziffernumgang („Päckchenrechnen“, Phase 3) verkürzt werden, der schließlich, wie beim kleinen Einmaleins oder der Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 20, automatisiert wird (Phase 4).

Text- oder Sachaufgaben begleiten die jeweiligen Phasen, sie stellen aber eigene Anforderungen, ohne dass diese in entsprechendem Maße immer als Unterrichtsgegenstand thematisiert oder hinreichend beachtet würden. Mit der Betonung des Lehr-Lern-Prozesses wird das Augenmerk auf die Beziehung zwischen den Besonderheiten des Unterrichts (im weiteren Sinne) und denen der Denkprozesse des individuellen Kindes gelenkt. Für die Erkennung von Lernschwierigkeiten stellen sich dann Fragen wie:

- Besitzt das Kind ein bevorzugtes Denkmedium, das heißt, denkt es vornehmlich sprachlich oder bildlich?

- Wie sehen seine Lösungs- beziehungsweise seine Fehllösungsstrategien aus? Lassen sich diese identifizieren? Fallen sie abhängig von der Aufgabenform aus, sind sie etwa bei schriftlichen Verfahren anders als bei mündlichen Kopfrechenaufgaben?

- Welche Handlungen führt das betreffende Kind mit dem Material bei arithmetischen Operationen durch, denn die Operation, die vermeintlich darin versteckt oder gar offensichtlich sei, soll es ja erkennen?

- Auf welche Konventionen und Regeln für den Umgang mit den Veranschaulichungsmitteln hat man sich innerhalb der Klasse geeinigt, was ist als gültige und erlaubte Manipulation anzusehen, was ist nicht erlaubt, was soll als mathematisch falsch gelten?

methodisches Vorgehen	**kognitive Fähigkeiten**	**mögliche Störbereiche**
konkreter Operationsaufbau; Handlungsvollzug unter Beachtung der quantitativen Struktur	visuelle Antizipation von Teilschritten; Rückblick als vorstellungsmäßiges Erinnern; (grob-)motorische Ausführung	visuelle Gliederung, visuelles Denken, Raum-Lage-Beziehung, Figur-Hintergrund-Differenzierung; Grobmotorik
bildhafte Darstellung der Operationen (und ziffernmäßige)	visuelle Vorstellung des Operationsablaufs bei statischer Darstellung; (fein-)motorische Ausführung der Schreibbewegung; motorisches Gedächtnis	visuelles Gedächtnis, visuelles Operieren
ziffernmäßige Darstellung; allmählicher Verzicht visueller Bedeutung; Übergang zu logisch-unanschaulicher Handlung	visuelle Vorstellung der Operationen an anschaulichen Handlungskorrelaten; auditives Gedächtnis	operative Abstraktion; auditives Kurzzeitgedächtnis
Automatisierung im Zeichenbereich; Kopfrechnung	Assoziationsgedächtnis	auditives Langzeitgedächtnis
Sachaufgaben	Leseleistung; Umsetzung Sprache-Bild; visuelle Handlungsvorstellung bei Texten, das heißt Textverständnis; Alltagserfahrung, Weltwissen	Sprachverständnis; visuelles Operieren

Tabelle 1: Phasen des arithmetischen Anfangsunterrichts, geforderte kognitive Fähigkeiten, Störbereiche, Ursachen und Fehler (vergleiche Grissemann & Weber, 1990; Lorenz, 2003)

Untersucht man die jeweiligen kognitiven Anforderungen, dann zeigen sich deutliche Besonderheiten und Unterschiede zwischen den einzelnen Phasen, so dass sich hier auftretende Fehler auf zugehörige Ursachen beziehen lassen.

mögliche Ursachen	**eventuell auftretende Fehlertypen und Fehlermuster**
organische Ursachen: minimale cerebrale Dysfunktion (MCD), Körperbehinderung (Grob-, Feinmotorik), kognitive Entwicklungsverzögerung	Piagetsche Experimente (Seriation, Konservierung) 2+ _ =5 → _ =5
neurologische Ursachen: Orientierungsstörung, Rechts-Links-Diskriminations-Schwäche	Verwechslung 72 - 27 25 + 4 = 92 (56, 52, 65, 21) 45 + 3 = 51 (15,42,84,24) Verwechslung vorwärts-rückwärts zählen
organisch-neurologische Ursachen: MCD Rechts-Links-Schwäche	48 ± 6 = 52
psychisch-emotionale Ursachen	8 • 8 = 86 8 + 5 = 13, 18 + 5 = , 28 + 5 =
didaktische Ursachen: entwicklungsbedingt; kongenial, soziokulturell	„Zu Fuß braucht er 15 Minuten, mit dem Fahrrad ist er dreimal so schnell.“ → 3 x 15 = 45 „Von dem Konto will er monatlich ... € abbuchen“.

Abbildung 1

1. Phase:

Bei den Handlungen mit konkreten Gegenständen - wie dem Hinzutun (Addition), dem Wegnehmen (Subtraktion), der Wiederholung von gleichen Handlungen (Multiplikation), dem Ver- oder Aufteilen von Mengen (Division) oder anderen Operationen am Veranschaulichungsmittel - wird nicht nur die motorische Ausführung verlangt. Das Kind muss darüber hinaus in der Lage sein, die einzelnen Teilschritte in der Vorstellung vorwegzunehmen, damit die geforderte Handlung durchgeführt werden kann. Nach Abschluss der Handlung muss dann an die bereits vollzogenen Teilschritte erinnert werden, die Handlung muss in visuelle Vorstellung zurückgeholt werden können, denn auf dem Tisch liegt lediglich das Endergebnis der Handlung. Wie dieses entstanden ist, zeigt das Resultat nicht. Wenn Kinder sich an dieses nicht erinnern können, dann gelingt ihnen die Übertragung in die ziffernmäßige Darstellung nicht.

2. Phase:

Die bildhafte Darstellung des Schulbuchs und Arbeitsblattes verlangt die zweidimensionale, meist bildhaft verkürzte Zeichnung (Pfeile, Punkte und Striche) „lesen“ zu können. Das Kind muss sie sich als dreidimensionale, lebensnahe Operationen vorstellen, die es nun nicht mehr selbst ausführt aber ausführen kann. Auch hierfür muss es in der Lage sein, sich den gemeinten Handlungsablauf, in dem die arithmetische Operation, der mathematische Begriff enthalten ist, in die visuelle Anschauung zu holen. Bereits hier haben einige Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten, die dazu führen, dass sie lediglich automatisiert versuchen, bildhafte Anweisungen in Zifferngleichungen zu übertragen, ohne die Beziehung verstanden zu haben. Eine zu frühe Automatisierung steht aber meist einem weitergehenden Verständnis entgegen und versucht dieses zu ersetzen.

3. Phase:

Auch bei der zeichenmäßig-symbolischen Darstellung wird erwartet, dass sie mit der zugehörigen Handlung verknüpft wird. Ansonsten bliebe es bei einer bedeutungsarmen Symbolik, die sich in sinnentleerter Ziffernmanipulation ohne Realbezug erschöpft. Die Zeichen sollen ja Bedeutung erlangen. Auch wenn in dieser Phase die visuelle Vorstellungsfähigkeit zurücktritt, so ist sie doch durch den Ziffernbezug zur jeweiligen Handlung notwendig. Auf sie müssen die Schülerinnen und Schüler jederzeit zurückgreifen können.

Außerdem werden jetzt das Kurz- und das Langzeitgedächtnis gefordert sowie ein gewisses Symbolverständnis. Hiermit ist gemeint, dass mathematische Symbole einer eigenen Grammatik oder Syntax gehorchen, die einerseits unabhängig von der Bedeutung, andererseits aber auch von den Regeln der Schriftsprache ist. So ist 4 + 3 = 8 „grammatikalisch“ richtig (wenn auch inhaltlich falsch), +, = ,56: hingegen nicht. Für einige Kinder haben Symbole eine tiefergehende und eigenständige Bedeutung, etwas, das ein Eigenleben der Symbole ausmacht. Für sie ist schwer verständlich, dass Symbole nichts weiter als Vereinbarungen, also Konventionen sind, die man auch anders hätte definieren können. Hier kommt es dann zu subjektiven Verständnisschwierigkeiten, obwohl objektiv keine vorliegen, da es nichts zu verstehen gibt. So weist etwa die Frage nach der Bedeutung des senkrechten Strichs bei der 4 auf solche Probleme hin. Diese können dazu führen, dass das Kind die Arithmetik oder die gesamte Mathematik mit einem unverstehbaren Schleier versieht.

4. Phase:

Die Automatisierung stellt zwar einerseits kurzfristige Anforderungen an das Kurz- und Langzeitgedächtnis; sie erfolgt aber andererseits, damit der Rechenvorgang entlastet wird und Berechnungen des kleinen Einmaleins oder im Zahlenraum bis 20 nicht ausgeführt werden müssen. Damit werden sie weniger fehleranfällig und verkürzen die Zeitspanne (kein Erwachsener antwortet bei der Aufgabe 7 x 7 nach längerem Überlegen und umständlichem Rechnen mal 48, mal 50, sondern er weiß die Lösung). In dieser Phase werden das Assoziationsgedächtnis und das Gedächtnis für Sequenzen verlangt, das heißt die Abfolge der Teilschritte zum Beispiel bei schriftlichen Verfahren. Mögliche Hilfen, den Automatisierungsprozess zu unterstützen, wurden bereits entwickelt (vergleiche Lorenz & Jansen 2005). Es ist allerdings zu beobachten, dass Schülerinnen und Schüler mit Schwierigkeiten in Mathematik, denen nicht Gedächtnisfaktoren zugrunde liegen, in der Phase der Automatisierung häufig „aufblühen“. Denn nun können sie, obwohl sie die Multiplikation und Division als Handlung und damit als Begriff nicht verstanden haben, ihre guten Gedächtnisfähigkeiten beim Einmaleins ausspielen (allerdings können sie die Rechensätze selten anwenden).

Sachrechnen:

Um Textaufgaben zu verstehen, bedarf es zunächst einer hinreichenden Leseleistung. Außerdem wird von den Schülerinnen und Schülern ein hinreichendes Sprachverständnis erwartet, das sie die Worte der Aufgabe verstehen lässt. Hinzu kommt, aufgrund des Realitätsbezuges des Textes, dass die Kinder genügend Alltags- oder Weltwissen besitzen, damit sie den in der Aufgabe beschriebenen Sachverhalt verstehen können. Schließlich müssen sie die sprachlichen Äußerungen in Vorstellungsbilder übersetzen, denn erst auf der Grundlage der vorgestellten Handlungen und Abläufe sind sie in der Lage, die zugehörige mathematische Operation zu bestimmen. Und dies ist meist die eigentliche Schwierigkeit von Sachaufgaben. So ist bei Kindern mit Problemen im Vorstellungsbereich häufig zu beobachten, dass sie Sachaufgaben nicht abändern, paraphrasieren, das heißt, mit eigenen Worten schildern oder die Handlung malen können. Zwar gelingt ihnen die Zeichnung eines statischen, meist dem Schulbuch entlehnten Bildes, selten aber der Verlauf. Mathematische Begriffe sind in der Vorstellung eben Handlungen, die man im Text der Aufgabe wiederfinden und identifizieren muss. Da sich das Sachrechnen als höchst kritischer Bereich des Mathematiklernens erweist, wurden inzwischen spezifische Diagnose- und Fördermaterialien entwickelt, die im Mathematikunterricht der Grundschule in den einzelnen Klassenstufen gezielt eingesetzt werden können (vergleiche Lorenz 2007a, 2008d).

3 Mögliche Störbereiche

3.1 Störbereiche im Kind

3.1.1 Störung der auditiven Wahrnehmung, der Speicherung und des Sprachverständnisses

Kinder mit einer Störung im Bereich der akustischen Wahrnehmung bestehen zwar problemlos die medizinische Schuluntersuchung, wenn sie nicht an einer Hörminderleistung leiden. Sie fallen aber im Unterricht durch ihre mangelnde Aufmerksamkeit auf, da sie aus der Fülle einströmender akustischer Signale die bedeutsamen wie - Lehrerstimme, antwortende Mitschülerinnen und Mitschüler - nicht ausgliedern können. Sie zeigen Symptome wie hohe Ablenkbarkeit, Unkonzentriertheit, Nichtreagieren auf einen Aufruf, …, die ihnen häufig zu unrecht als Charaktermangel nachgesagt werden. Die Symptome betreffen aber sämtliche Fächer, nicht nur die Mathematik. Die auditive Speicherung wird im Mathematikunterricht verlangt, um Zahlen wie 476 kurzfristig zu behalten oder Aufgaben wie 4 + 7 - 5 im Kopf lösen zu können. Bei Textaufgaben, die akustisch dargeboten werden, ist die gesamte Information aufzunehmen, bevor sie bearbeitet werden kann, und bei Arbeitsanweisungen sind die einzelnen Worte zu merken, sonst ist ihr Sinn nicht zu entschlüsseln („Gib mir die roten, runden Plättchen!“, „Gib mir die roten und die runden Plättchen!“, „Ergänze die folgenden Zahlen auf 100!“, „Ergänze zu den folgenden Zahlen 100!“).

Schülerinnen und Schüler mit Schwierigkeiten in diesem Bereich lernen nur sehr schwer die Bezeichnungen für mathematische Begriffe, obwohl sie durchaus über den mathematischen Begriff selbst verfügen können. Da im Mathematikunterricht der Grundschule bis zu 500 neue Begriffe eingeführt werden („Mathematik als erste Fremdsprache“), kommen auf diese Kinder Probleme zu. Ein Erkennen der Problematik ist aber möglich, wenn die Unterschiede zwischen verbalem Ausdruck und Materialhandlung beobachtet werden (Lorenz 2005c, 2008c; Nolte 2000).

Um die semantische Grundstruktur eines Satzes oder einer Aussage zu verstehen, bedarf es eines Sprachverständnisses, das auch feine Nuancierungen zu unterscheiden erlaubt. Relevant für den Erstrechenunterricht sind dabei Klassifikationen und Kategorien sowie Beziehungen (nah - fern, kurz - lang), Vergleiche (länger als, schwerer als, heller als) und räumlich-zeitliche Bestimmungen (auf, über, unter, an, bei, in, vorher, nachher, um, vor, zwischen, …). Häufig kommt es zu Überforderungen des kindlichen Verständnisses durch sprachliche Konstruktionen, die eine Ursache und Wirkung enthalten (wenn ... dann, weil, daher), sowie ein- und ausschließende Beziehungen (alle, manche, keiner, irgendeiner, alle außer, weder ... noch). Zu Unrecht wird die Sprachentwicklung als Hinweis für die Intelligenz und damit für die zu erwartenden Schulleistungen im Allgemeinen und in der Mathematik im Besonderen angesehen. Dies bewahrheitet sich lediglich dann, wenn den spezifischen, sprachgebundenen Schwierigkeiten des einzelnen Kindes keine Aufmerksamkeit gewidmet wird.

3.1.2 Störungen im visuellen Bereich

Aus der Tabelle 1 wird deutlich, dass gerade im visuellen Bereich weitreichende Fähigkeiten unterstellt und gefordert werden. Einige seien beispielhaft beschrieben:

Visuelle Unterscheidung, Gliederung und visuelles Gedächtnis

Das Schulbuch und Arbeitsblatt, das Tafelbild und die Handlungen mit dem Material auf dem Tisch erfordern von den Schülerinnen und Schülern, die grafischen und bildhaften Zeichen sowie das verwendete Material zu unterscheiden und sich daran zu erinnern, wenn es nicht mehr sichtbar ist. Gelingt ihnen dies nicht, dann werden die arithmetischen Operationen für sie nicht erkennbar: Den auf dem Tisch liegenden 7 Plättchen ist nicht mehr anzusehen, ob sie aus 5 + 2, 9 - 2 oder 3 + 4 hervorgegangen sind. Und bei arithmetischen Operationen müssen die Teilmengen, trotz äußerlicher Ähnlichkeit, als verschieden erkannt werden, was nur der kann, der sie visuell vorab gegliedert hat (vergleiche Lorenz 2004, 2007b).

Visuelles Operieren

Wichtiger allerdings für das Lernen arithmetischer Inhalte ist die Fähigkeit, Vorstellungsbilder zu erzeugen und diese in der Anschauung zu verändern (vergleiche Lorenz 2003). Der Mathematikunterricht geht davon aus, dass von einem gewissen Zeitpunkt ab auf Veranschaulichungsmaterial verzichtet werden kann und muss. Wie sollen aber dann die Schülerinnen und Schüler rechnen? Die kognitive Entwicklung des Grundschulalters lässt kaum eine andere Denkform als die bildhafte zu. Arithmetische Operationen werden in dieser Altersstufe in Form von Anschauungsbildern gedacht. Schülerinnen und Schüler stellen sich die zugehörige Handlung vor, zum Beispiel an den früher verwendeten Veranschaulichungsmitteln (und dies war ja der Sinn ihrer Verwendung). Hierzu müssen sie aber über die Fähigkeit verfügen, sich Bilder vorstellen und diese verändern zu können, denn arithmetische Operationen sind Veränderungen: Hinzufügen, Wegnehmen, mehrfach Ausführen, Teilen. Nicht das statische Erinnerungsbild hilft, sondern das Operieren mit dem Vorstellungsbild.

Erkennen kann die Lehrkraft dies, wenn das Kind keine zugehörige Handlung zu einer Rechenaufgabe angeben oder durchführen kann. Dann sind Ziffernrechnung und Begriff voneinander getrennt.

3.2 Störungen durch das Material

Die Veranschaulichungsmittel des Eingangsunterrichts verlangen dem Kind verschiedene Fähigkeiten ab. So gibt es für jeden arithmetischen Bereich vermeintlich optimale Hilfen, mit denen sich die arithmetische Operation günstig darstellen und somit verstehen ließe. Störungen entstehen dadurch, dass die Schülerinnen und Schüler die mathematische Äquivalenz der Veranschaulichungsmittel nicht erkennen: Die arithmetischen Operationen an den Cuisenaire-Stäben und der Hundertertafel, an den Mehrsystem-Blöcken und dem Zahlenstrahl erscheinen ihnen so verschieden, dass sie diese nicht oder nur mit großen Schwierigkeiten ineinander übersetzen können. Jedes Veranschaulichungsmittel und die Regeln seiner Verwendung müssen neu gelernt werden, sie stellen einen eigenen Unterrichtsgegenstand dar. Was an dem einen Veranschaulichungsmittel galt, zum Beispiel Addition als Springen am Zahlenstrahl, muss beim nächsten keine Gültigkeit haben (an den Cuisenaire-Stäben und den Mehrsystern-Blöcken oder Wendeplättchen gibt es kein Springen). Hinzu kommt, dass für Kinder mit einer in der Altersstufe 6 bis 7 häufig zu findenden Rechts-Links-Störung bestimmte Materialien Probleme aufwerfen, da sie eine ausgeprägte Richtungsbetonung besitzen. So ist am Zahlenstrahl die Addition eine Bewegung nach rechts, die Subtraktion entsprechend nach links. Inversionsfehler, zum Beispiel 15 + 3 = 21 als 15 - 3 (Umkehrung der Operation, das heißt Rechts-Links-Vertauschung am Zahlenstrahl) und anschließende Ziffernverkehrung (12 -> 21) sind keine Seltenheit.

4 Frühe Hinweise

Je eher Anzeichen nachgegangen wird, die auf Schwierigkeiten in Mathematik hindeuten, umso günstiger ist die Prognose. Werden Ursachen erst spät erkannt, dann sind nicht nur die eventuell entwicklungsrückständigen kognitiven Faktoren zu stärken, sondern auch ein breiter Bereich falsch oder unzureichend aufgebauter mathematischer Begriffe erneut von Grund auf zu bilden. Ein mühseliges Unterfangen für alle Beteiligten. Für die Grundschullehrkräfte stehen geeignete diagnostische Verfahren und Förderverfahren zur Verfügung, um sehr früh, möglichst bereits bei Schuleintritt, Risikokinder zu identifizieren und geeignete Maßnahmen einzuleiten (vergleiche Kaufmann & Lorenz 2006).

4.1 Hinweise im Vorschulalter

Kinder begegnen in der Schule nicht zum ersten Mal den Zahlen, so wenig wie sie dort zum ersten Mal auf die Schrift treffen. Auch die Notwendigkeit, zu addieren oder zu subtrahieren ist keineswegs neu für sie. Es ist also schon im Vorschulalter feststellbar, ob die ihnen nun im Eingangsunterricht abverlangten Fähigkeiten vorhanden sind oder nicht. In den Bundesländern wurden Orientierungspläne - wie in Baden-Württemberg - beziehungsweise Bildungspläne für die Kitas entwickelt. Die Notwendigkeit einer frühen Diagnose und der darauf aufbauenden Förderung steht außer Frage (vergleiche Lorenz 2005a).

4.1.1 Visuelles Gedächtnis und Gliederung

Einige Spiele des Vorschul- und Grundschulalters verlangen von den Kindern jene Fähigkeiten, die ihnen auch im Mathematikunterricht abverlangt werden. Darüber hinaus existieren speziell für den Vorschulbereich entwickelte Diagnose-/Beobachtungsverfahren und damit zusammenhängende Fördermaterialien, welche von Erzieherinnen und Erziehern im Kindergartenalltag eingesetzt werden können (zum Beispiel Kaufmann & Lorenz 2009).

Bei Memory-Spielen müssen die Kinder eine einmal gesehene Form zu einem späteren Zeitpunkt wiedererkennen, das heißt, sie müssen sie in genau derselben Form als solche von anderen, ähnlichen unterscheiden, die sie auch im Gedächtnis speichern müssen, und sich ihrer Lage im Plättchenhaufen erinnern.

Beim Puzzle scheint die Lage insofern scheinbar einfacher, als korrigierendes Ausprobieren möglich ist. Die Kinder können aber mit einer schlichten Versuch-Irrtum-Strategie, indem sie beispielsweise an alle Teile der bereits gelegten Figur ihr aktuelles Teil anzupassen versuchen, kaum ein Puzzle lösen. Vielmehr gelingt es ihnen nur dann, wenn sie sich an möglichst passende, das heißt, nicht notwendigerweise richtige, aber fast richtige Anlegelinien erinnern und so den Versuchsaufwand minimieren.

Beim Bauen mit Klötzen ist es in der Regel den Kindern überlassen, was sie auftürmen. In diesem freien Spiel ist wenig zu beobachten. Es wird allerdings schon anders, wenn man eine Zielvorgabe macht, etwa eine Figur vorgibt, die es nachzubauen gilt.

Hier lassen sich verschiedene Variationen einführen:

- Aufbauen der Figur vor den Augen des Kindes und anschließendes Verdecken, so dass bei Bedarf wieder nachgesehen werden kann;

- die Figur wird nur einmal aufgebaut, dann eingerissen, das Kind muss die Figur mit den gleichen Steinen nachlegen;

- die Figur wird unter einem Tuch aufgebaut, das Kind darf die Figur ertasten, aber nicht sehen; es muss also das visuelle Bild aus dem Ertasteten erst aufbauen;

- dem Kind wird lediglich ein Foto oder eine Zeichnung der Figur gegeben;

- und schließlich, als schwierigste Aufgabe, erhält das Kind lediglich Umrisszeichnungen in den drei Raumachsen (Aufsicht, Seitensicht, Frontsicht).

Ähnliche Anforderungen bestehen beim Nachzeichnen. Die einfachste Form ist eine Strichzeichnung, die nach Darbietung und dann Entfernung der Vorgabe aus dem Gedächtnis nachgemalt werden muss. Eine Vorstufe in Form einer motorischen Variation besteht darin, dem Kind die Augen zu verbinden und es sich dann im Zimmer, Haus, Kindergarten oder Schulgebäude zurechtfinden zu lassen. Eine weitere Möglichkeit ist das Ertasten geometrischer Figuren oder von Objekten ihrer Alltagswelt unter einem Tuch.

4.1.2 Das visuelle Operieren

Nicht nur das visuelle Erinnern, über das viele Kinder dieser Alterstufe noch im Sinne eines fast photographischen Gedächtnisses verfügen, wird später im Unterricht verlangt, sondern das Operieren mit vorgestellten Inhalten, das Verändern in der Anschauung. Zwar kann man nicht mit etwas in der Vorstellung operieren, was sich nicht im Gedächtnis halten lässt, aber beim Verändern des Inhaltes handelt es sich um eine gesonderte und keinesfalls triviale Fähigkeit. Sie lässt sich beim Spielen mit Lego- oder Duplo-Steinen, der Fischertechnik, … beobachten. Hier liegt das Augenmerk auf der planerischen Gestaltung des Objektes, das erstellt werden soll:

- Wie viele Steine einer bestimmten Art benötige ich noch?

- Wie muss die Grundfläche aussehen, damit ich das Oberteil aufsetzen kann?

- Welche Steine müssen weggenommen, hinzugefügt werden, wenn ich an dieser Stelle etwas ändern möchte?

Es handelt sich um die Fähigkeit, sich in der Vorstellung das Objekt aus verschiedenen Perspektiven anzusehen, es abzuändern, die Änderungen zu verwerfen, neue Steine versuchsweise anzubringen, ohne die Handlungen jeweils konkret ausführen zu müssen: Es findet in der Anschauung ein Probehandeln statt.

Auch bei Würfeldrehungen liegt diese Anforderung vor. Hier kann das Kind durchaus erst die Erfahrungen mit konkreten Handlungen sammeln, den Würfel selbst drehen und die Lageveränderungen beobachten.

- Was liegt oben, wenn ich den Würfel nach vorne kippe?

- Was geschieht, wenn ich ihn nach links kippe?

- Was geschieht, wenn ich ihn zweimal nach hinten drehe?

- Was geschieht, wenn ich ihn nach vorne und dann nach rechts drehe?

4.1.3 Sprache

Verbales Gedächtnis

Im Kindergarten wird das Gedächtnis durch Arbeitsaufgaben, das heißt durch das Ausführen komplexer Anweisungen erprobt und geübt - aber selten als bedeutsam für die Schulleistung angesehen. Zu Hause fallen Kinder mit diesbezüglicher Störung dadurch auf, dass sie Weihnachtslieder und für den anstehenden Geburts- oder Muttertag Gedichte nicht auswendig lernen können. Erst in der Schule merken die Eltern dann überrascht Schwierigkeiten beim Einmaleins oder beim Auswendiglernen von Zahlensätzen im Zahlenraum bis 20.

Sprachstruktur

Die Redeweise der Vorschulkinder klingt für Erwachsenenohren noch unbeholfen, die Grammatik und Wortverwendung lässt zu wünschen übrig, „aber das gibt sich ja". Bestimmte Unzulänglichkeiten der Sprache weisen aber auf Schwierigkeiten des quantitativen Verstehens hin:

- Vergleiche (größer - kleiner, länger - kürzer, mehr - weniger …),
- Beziehungen (liegt auf, unter, über; Mutter von, Frau des Bruders von; vor - nach) sowohl räumlich als auch zeitlich.

Kinder mit Problemen in diesem Bereich sind keineswegs sprachgestört, sie können aber Schwierigkeiten nicht nur bei Textaufgaben, sondern auch im arithmetischen Anfangsunterricht haben: Sie führen die geforderten Handlungen nicht richtig aus und bilden daher auch nicht entsprechende, begriffliche Vorstellungen der Rechenoperationen. Die Möglichkeiten, bereits sehr früh Entwicklungsrückstände zu erfassen, die später in eine Lernschwierigkeit münden (können), sind vielfältig. Eine Reihe von Forschungsprojekten hat sich in den letzten Jahren mit diesem Problem befasst, die zu einer Reihe von diagnostischen und fördernden Maßnahmen im Vorschulalter führte (vergleiche Lorenz 2006, 2008b).

4.2 Hinweise auf Schwierigkeiten in der 1. Klasse

Das rechtzeitige Erkennen von Rechenschwierigkeiten ist Aufgabe der Lehrkraft, sei es, weil die Eltern die entsprechenden Hinweise aus Unkenntnis nicht zu deuten vermögen und als Eigentümlichkeit ihres Kindes abtun oder weil sie die vorhandenen Defizite zwar wahrnehmen, aber aus Selbstschutz oder zur Selbstentlastung diese nicht wahrhaben wollen. In der Anfangsphase fallen die kritischen Kinder durch ihren Umgang mit dem Spielmaterial auf: Es gelingt ihnen nicht, Objekte nach räumlichen Kategorien zu ordnen und zu klassifizieren (liegt vor, hinter, über, neben; ist größer, kleiner, gleich groß; ist rot und rund, viereckig und klein; hat mehr/weniger Ecken als …, …). Sie können nur in geringem Umfang bildliche Darbietungen im Gedächtnis behalten und später wiedergeben. Ihre Zeichnungen sind nicht altersentsprechend, vor allem die Anordnung auf dem Blatt ist unausgewogen oder wirkt bisweilen bizarr. Aber nicht nur die Anordnung auf dem Arbeitsblatt, die entgegen der Absicht der Lehrerin oder des Lehrers eher nach „künstlerischen Gesichtspunkten" ausfällt, weist auf mögliche visuelle

Störungen hin. Die Kinder finden nur unter Schwierigkeiten eine eben abgeschriebene oder abgemalte Aufgabe auf ihrer Heftseite wieder, sie fallen dadurch auf, dass sie jedes Mal neu auf der Tafel nach der aktuellen Aufgabe suchen und ihnen die Schulbuchseite wie ein Wimmelbild vorkommt.

Für die curricularen Inhalte ist es wesentlich, dass die Schülerinnen und Schüler Größenbeziehungen erkennen. Dazu gehört als einfachste Aufgabe, Längen und Abstände vergleichen und schätzen zu können: Wie viele Bleistifte muss ich noch anlegen, bis ich an der Tischkante ankomme? Wie viele Schritte brauche ich bis zur Tür?

Häufig fallen Kinder auf, die die Operationsrichtung umkehren (14 – 3 = 17) oder Zahlen invertiert lesen (31 - 13). Zwar geschieht dies auch zuweilen im Erstleseunterricht, doch dort gelingt es dieser Schwierigkeit häufig, über die Erfassung des Kontexts unerkannt zu bleiben. Im Vorschulalter werden Orientierungen bei der Unterscheidung oben-unten, vorne-hinten und links-rechts verwendet. Während Kindern bei den ersten beiden im Allgemeinen wenige Fehler unterlaufen, lernen sie die Rechts-Links-Unterscheidung spät und einige fallen noch in der 2. Klasse damit auf. Kinder mit diesbezüglichen Störungen haben auch häufig bei Erzählungen Schwierigkeiten. Ihnen gelingt es nicht immer, die zeitlich-räumliche Abfolge einer Geschichte oder eines Erlebnisses, zum Beispiel des Urlaubs, wiederzugeben. Sie bringen unzusammenhängende Teile der Geschehnisse in eine solche Reihenfolge, dass ihre Berichte für andere unverständlich und irritierend wirken.

Am Ende des 1. Grundschuljahres verlangen jene Schülerinnen und Schüler besonderes Augenmerk, die den Zahlenraum bis 10 noch nicht automatisiert haben und die Zahlzerlegungen nicht beherrschen. Ebenso muss dann auch noch auf vorhandene Zählstrategien geachtet werden, da sie sich zu verfestigen drohen und die Ausbildung wirkungsvoller Strategien verhindern.

4.3 Hinweise auf Schwierigkeiten in der 2. Klasse

Zu Beginn der 2. Klasse ist auf jene Kinder zu achten, die noch Schwierigkeiten mit dem Zehnerübergang haben und entsprechende Verallgemeinerungen (8 + 5, 18 + 5, 28 + 5, ...) nicht vollziehen, da diese noch nicht an kraftvolle Vorstellungsbilder gebunden zu sein scheinen.

Auch Schwierigkeiten bei Bündelungsaufgaben (insbesondere der Zehnerbündelung) weisen darauf hin, dass allgemeinere Fähigkeiten wie Anschauungsprobleme und Handlungsverallgemeinerungen im Sinne eines Abstraktionsvermögens, Handlung-Symbol-Zusammenhang unter anderem betroffen sein können.

In für den Mathematikunterricht neuem Maße wird in der 2. Klasse das Gedächtnis gefordert. Viele Kinder, die bislang unauffällig erschienen, scheitern nun am Kleinen Einmaleins. Häufig haben Kinder, die eine Orientierungsstörung besitzen, ihr sprachliches Gedächtnis außerordentlich gut ausgebildet, weil sie es kompensatorisch zu ihren Schwächen verwenden. Dies kommt ihnen beim Auswendiglernen sprachlicher Ketten zugute. Die Lehrenden werden häufig bemerken, ob das Kurzzeitgedächtnis hinreichend ist:

- Das Kind fragt ständig nach, auch wenn die Information kurz und knapp ist;
- es kann im muttersprachlichen Bereich Sätze oder Wortfolgen nicht behalten, so dass sie ihm erneut diktiert werden müssen;

- es kann kurze Geschichten nicht richtig wiedergeben;
- es bereitet ihm überdurchschnittliche Mühe, die kurzen Lieder für den Morgenkreis auswendig zu lernen;
- auch die von ihm selbst vorgelesenen Aufgaben findet es auf der Heft- oder Buchseite nicht wieder;
- es kann sich an einfache Aufgabensätze nicht mehr erinnern, auch wenn es sie vor wenigen Minuten gelöst hat, so dass jede Aufgabe ein neues Problem darstellt;
- es findet seine weggelegten Sachen nicht mehr (wie Jacke, Bleistift. ….).

4.4 Beobachtung der Problemlösestrategie in der ersten und zweiten Klasse

Das schlichte Produkt des Denkvorganges, die korrekte Lösung oder der Fehler, liefert keinen hinreichenden Aufschluss über die zugrundeliegenden Denkprozesse, die hierzu geführt haben. Was hat ein Kind gedacht und sich vorgestellt, das auf die Frage „Wie viel ist 10 - 7?“ mit „4“ antwortet?

(a) Die Antwort „4“ kann durch die bei Zählern häufig anzutreffende Vermischung zweier richtiger Zählstrategien zustandekommen:

- Beim Rückwärtszählen wird die Ausgangszahl mitgezählt „10, 9, 8“, nicht aber die letzte Zahl (7); entsprechendes kann beim Vorwärtszählen geschehen, also „7, 8, 9“, wobei die 10 nicht mitgesprochen wird;
- die Ausgangszahl wird nicht genannt, hingegen die letzte Zahl: „9, 8, 7“, beziehungsweise beim Vorwärtszählen „8, 9, 10“, das heißt, die Lösung ist in beiden Fällen „3“.

Hier zählt aber das Kind tatsächlich „10, 9, 8, 7“, indem es gleichzeitig beide Verfahren benutzt und erhält so als Lösung (=Anzahl der gesprochenen Zahlen) „4“.

(b) Ein Kind mit Störung der Rechts-Links-Unterscheidung zeigte bei dieser Aufgabe die Zahl 7 (statt 10) mit den Fingern, nahm dann die eine Hand (= 5) weg und ergänzte nochmals die verbleibenden 2 Finger: Ergebnis ebenfalls „4“.

Das Ergebnis, ob richtig oder falsch, kann also auf unterschiedliche Weise zustande kommen (vergleiche Radatz 1980). Daher sollten die Kinder angehalten werden, laut zu denken und auch die Zwischenschritte anzugeben. Es soll der Lehrerin beziehungsweise dem Lehrer helfen, das Denken des Kindes zu verstehen. Diesem sollte bei seinen Lösungsversuchen sämtliches im Unterricht verfügbare Material zur Verfügung stehen und auch weiteres, das zu Hause benutzt wird oder werden könnte. Die Kenntnis der bevorzugten Veranschaulichungsmittel liefert Hinweise auf seine individuellen Strategien und auf wahrscheinliche, mit diesem Material verknüpfte Vorstellungsbilder. Bei der Verhaltensbeobachtung der Kinder sollten die von ihnen verwendeten Hilfsmittel beachtet werden. Benutzen sie gedächtnisentlastende Verfahren? Schreiben sie sich zum Beispiel etwas auf? Machen sie von sich aus eine Zeichnung, wenn sie glauben, ein Bild nicht behalten zu können? Verwenden sie eine sprachliche Steuerung? Ist etwa ein leises „Vorsichhinsagen“ zu beobachten? Geraten Kinder bei Störungen oder Zwischenfragen leicht in Verwirrung? Fragen der Lehrerin oder des Lehrers stören häufig mehr, als dass sie helfen!

Es ist daher häufig hilfreich, für die Ermittlung der Schwierigkeiten ein diagnostisches Schema zu verwenden, wie es auf der nachfolgenden Seite angegeben ist. Damit zeigt sich genauer, auf welcher Ebene diese Kinder Probleme lösen und nicht lösen können. Erst mit einer solchen Kenntnis ist eine gezielte Intervention und Hilfe möglich.

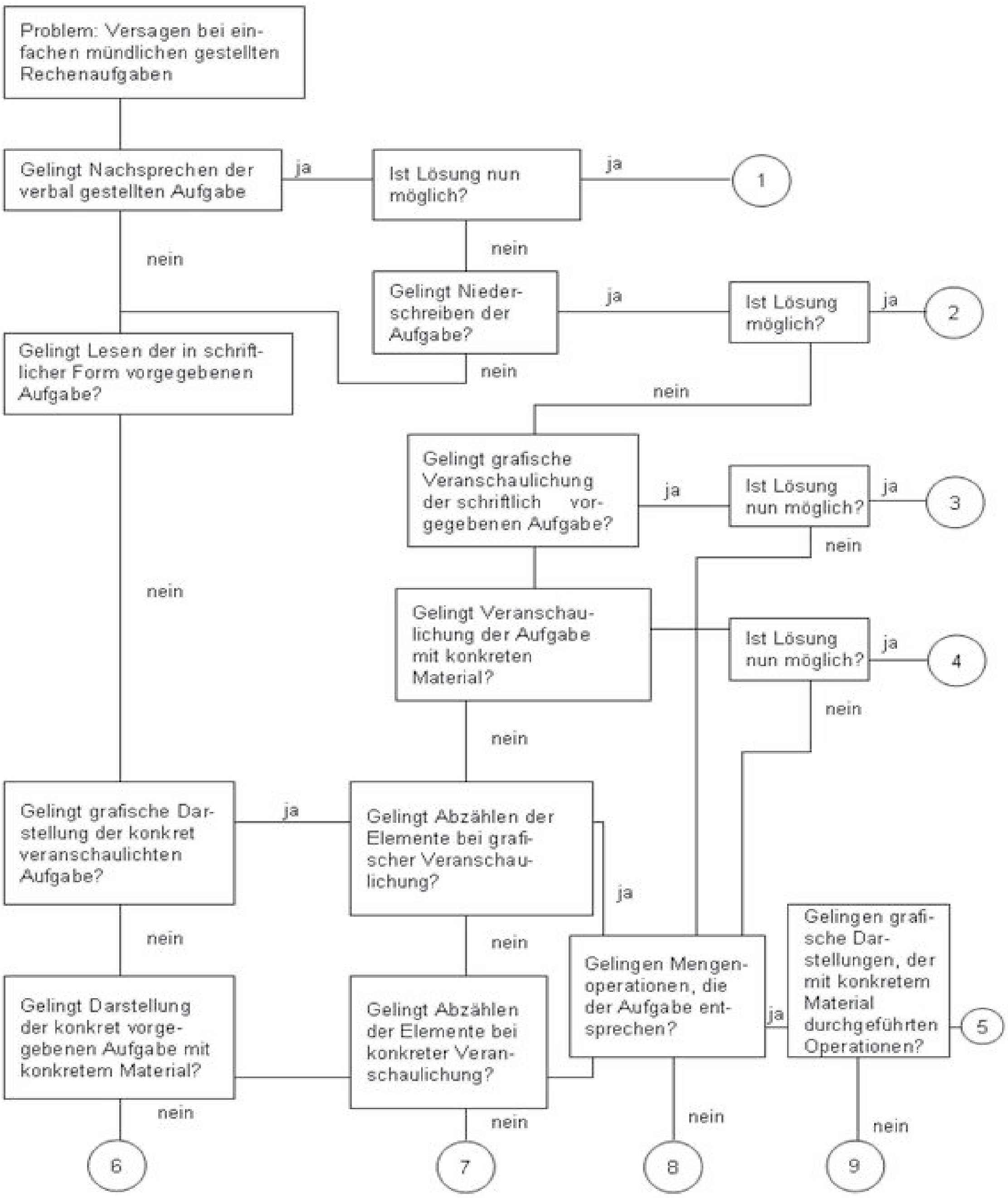


Abbildung 2: Ablauf von Fragestellungen zur Ermittlung der Wissensbasis für das Lösen einfacher Kopfrechenaufgaben (Leserichtung: „Ja" nach rechts, „Nein" nach unten; aus Kornmann & Schäffler, 1989, Seite 92)

Mögliche Ergebnisse:

1-5: Lösung auf unterschiedlichen Niveaustufen der Aufgabenrepräsentation möglich

6: Überprüfung der Sehtüchtigkeit und Mengenvarianz erforderlich

7: Erarbeitung des Zahlbegriffs erforderlich

8: Einüben und Unterscheiden verschiedener Mengenoperationen erforderlich

9: Erarbeitung grafischer Repräsentationen verschiedener Mengenoperationen erforderlich

Lernschwierigkeiten in Mathematik zeigen sich in vielerlei Gestalt, in unterschiedlichen Situationen, bei diversen Gelegenheiten - also nicht nur bei Rechenfehlern. Sie frühzeitig zu erkennen, gehört mit zu den zentralen Aufgaben der Mathematiklehrkräfte. Erst dann können individuell angepasste Maßnahmen eingeleitet werden, die dem Kind helfen. Nicht immer kann die Lehrkraft aber diese Hilfen selbst durchführen. Insbesondere bei der Förderung und Behebung von kognitiven Störungen ist eine Schulpsychologin oder ein Schulpsychologe einzubeziehen. Sie oder er vermag eine detaillierte Diagnose durchzuführen und eine Therapie einzuleiten (aus diesem Grund entfällt an dieser Stelle eine umfangreiche Auflistung der Therapieverfahren, vergleiche Lorenz & Radatz 1993). Aber: die Schulpsychologinnen und -psychologen sind auf die genauen Hinweise und Beobachtungen der Lehrerin beziehungsweise des Lehrers angewiesen. Erst hierdurch ist eine beeinträchtigte bis missglückte Schulbiographie zu vermeiden.

4.5 Hinweise auf Schwierigkeiten bei schriftlichen Rechenverfahren in der 3. und 4. Klasse

Auch in den Klassen 3 und 4 fallen die Schülerinnen und Schüler mit Lernproblemen dadurch auf, dass sie Fehler machen. Als oberste Regel gilt (cum grano salis):

„Schülerfehler im Mathematikunterricht entstehen nur selten zufällig oder durch flüchtiges Verrechnen, ihnen liegt fast immer eine bestimmte Lösungsstrategie beziehungsweise Rechenregel des Schülers zugrunde, die für den Schüler selber sinnvoll ist. Diese Fehlermuster wenden die Schüler bei gleichartigen Aufgaben durchweg systematisch und konsequent an.” (Lorenz & Radatz 1993, Seite 59)

4.5.1 Über die schriftlichen Rechenverfahren und die Fehleranalyse

Im deutschen Mathematikunterricht wird, anders als in vielen anderen Ländern, sehr früh auf die Beherrschung der schriftlichen Rechenverfahren hingearbeitet. Dies geht häufig auf Kosten des zugrundeliegenden Verständnisses, insbesondere zu Lasten der Sachsituationen und der Materialhandlungen, aus denen sie entstehen. Die Rechenverfahren selbst stellen ja Verkürzungen, Schematisierungen dieser Handlungen dar. Zu schnell wird Mathematik aber auf die korrekte Handhabung eines Algorithmus verkürzt und dessen Beherrschung als „Verstehen” interpretiert.

Die Kehrseite liegt darin, dass Schülerinnen und Schüler häufig unter Mathematik eine Form von „Regelspiel" verstehen, das durchaus ohne Bezug zur Realität sein kein. Mathematik sei eine eigene Welt und habe ihre eigenen Gesetze. Aufgaben in der Mathematik sind danach immer (eindeutig) lösbar, man braucht sie nur zu berechnen. Hierfür benötigt man die richtige Regel, eine ausgefeilte Rechentechnik beziehungsweise einen Trick. Unterricht bestehe im Wesentlichen darin, so glauben viele, diese Tricks und Kniffe zu lernen. Mit diesem instrumentellen Verständnis von Mathematik konstruieren sie sich dann ihre eigenen Rechenverfahren, wenn sie die zugrundeliegenden Handlungen nicht verstehen oder nicht mehr erinnern und der Algorithmus im Vordergrund steht. Diese Eigenkonstruktionen von Rechenverfahren, die häufig oberflächliche Korrekturen überdauern, sind in den oberen Klassen der Grundschule meist Ausgangspunkt von sich manifestierenden Lernschwierigkeiten (vergleiche Lorenz 2003). Die Stärke der richtig durchgeführten Verfahren, ihre universelle Anwendbarkeit und Durchführbarkeit aufgrund des immanenten blinden Automatismus, ist bei Fehlstrategien gerade ihre Krux: Sie sind korrekturresistent.

Daher kommt der Fehleranalyse der schriftlichen Rechenverfahren eine wesentliche Bedeutung zu (vergleiche Gerster 1982, 1984, 2005; Lörcher 1984).

„Die Fehleranalyse ist eine hilfreiche und praktikable Methode, die Lernschwierigkeiten einzelner Schüler beim Lösen von mathematischen Aufgaben zu erkennen. Schülerfehler und die ihnen zugrundeliegenden Strategien/Fehlermuster bilden für die Lehrerin und den Lehrer einen hilfreichen diagnostischen Informationshintergrund, um gezielt Förder- und Differenzierungsmaßnahmen einleiten zu können." (Lorenz & Radatz, 1993, Seite 59)

Zudem ermöglicht die Fehleranalyse der Lehrkraft, ihren eigenen Unterricht kritisch zu überprüfen: Welche Fehlermuster treten gehäuft auf? Welche Fehlermuster beobachte ich nur bei einem oder wenigen Kindern? Sind mir diese Fehler aufgrund meines Unterrichts verständlich? (vergleiche Gamper 1983; Landerl & Kaufmann 2008)

Fehler sind ein notwendig auftretendes Moment in jedem Lernprozess. Sie sind etwas durchaus Natürliches und Nützliches (vergleiche Jost et al. 1992). Allerdings scheint der gängige Mathematikunterricht eher das Ziel zu haben, Fehler auf Seite der Kinder auf jeden Fall zu vermeiden. Es grenzt schon an ein Sakrileg, ein falsches Ergebnis an der Tafel stehen zu lassen, bis die Schülerinnen und Schüler dies selbst bemerken. Damit kann der Unterricht die konstruktive Seite von Fehlern nicht aufnehmen: Über Fehler zu reden, Fehler einzusehen, um Verständnis zu befördern, selbst über fremde Fehler nachzudenken und damit die eigene Denkweise und das richtige Verfahren zu reflektieren (siehe Gaidoschik 2003).

Im Folgenden sollen einige typische, häufig auftretende Strategien bei Schülerinnen und Schülern bei den schriftlichen Rechenverfahren angegeben und mögliche Fördermaßnahmen benannt werden. Natürlich sind es nicht alle Fehllösungen, aber durchaus gängige, die im Schulalltag in fast jeder Klasse zu einem Zeitpunkt des Lernprozesses anzutreffen sind (vergleiche Kaufmann & Wessolowski 2006).

Allerdings sind einige Fehlertypen an die Verfahren und die didaktischen Schritte selbst gebunden. Aus diesem Grunde gilt als generelle Prophylaxe, die Einübung der Algorithmen möglichst weit nach hinten zu schieben und soweit möglich und durchsetzbar, leichte Verfahren als die gegenwärtigen Normalverfahren (insbesondere für die Subtraktion) zu verwenden, dafür aber Kontroll- und Überschlagsrechnungen zu betonen.

4.5.2 Fehlermuster bei den schriftlichen Rechenverfahren und mögliche Hilfen

Mögliche Fehler bei der schriftlichen Multiplikation

Beschreibung	**Beispiel**	**mögliche Hilfen**
1. übertragen wird die Zahl, nicht die Ziffer	371 x 6 5826 als 1 x 6 = 6 7 x 6 = 42 3 x 6 + 40 = 58	halbschriftliches Verfahren mit Veranschaulichung und Übergang zu verkürzenden Verfahren
2. Übertrag wird dem Multiplikanden zugeschlagen	371 x 6 4226	Behalteziffer gesondert notieren; Kontrastaufgaben
3. Multiplikation von links	371 x 6 1011 oder 371 x 6 8310	Hilfspfeil für die Rechenrichtung; Überprüfung der R-L-Orientierung; halbschriftliche Verfahren wiederholen
4. falsche Stellenzuordnung	856 x 27 1712 5992 7704	Darstellung am Registerbrett, Stellenwerttafel; Wiederholung der halbschriftlichen Verfahren; Endnullen in Zwischenprodukten; Ordnung auf Blatt/Karopapier
5. Vernachlässigung der Null	87 x 402 348 174 3654	Multiplikation mit Zehner-, Hunderter-, Tausenderzahlen; mündliches Rechnen; Distributivität veranschaulichen; Kontrast Addition - Multiplikation
6. Interferenz bei der Null mit additiver Bedeutung	87 x 402 348 87 174 35844	Kontrastbeispiel im überschaubaren Zahlenraum; Kleines 1 x 1 mit Null wiederholen (beziehungsweise schon dort benutzen)
7. Multiplikation über Kreuz	64 x 28 128 112 1392 durch 64 x 2 = 128 4 x 28 = 112	Rückgang zu halbschriftlichen Verfahren; Hilfspfeil für Rechenrichtung mit angeben lassen
8. falsche Stellenschreibweise mit Null - Reparatur	856 x 27 1712 59920 77040	halbschriftliche Verfahren; Geldwerte; Endnullen bei Z, H, T, …
9. Multiplikationsbeginn bei größtem Stellenwert	327 x 45 2892 3615 32535	halbschriftliche Verfahren; Überschlagsrechnung
10. Behalteziffer wird nicht berücksichtigt	327 x 45 1288 1505 14385	Behalteziffer „Mit den Fingern festhalten“; Kontrastaufgaben im überschaubaren Zahlenraum

Mögliche Fehler bei der schriftlichen Division

Beschreibung	**Beispiel**	**mögliche Hilfen**

1. bei Division ohne Rest wird eine 0 an das Ergebnis angehängt	1731 : 3 = 5770
	15
	 23
	 21
	  21
	  21
	   0
		Kontrastbeispiele; Stellenwerttafel; Länge des Quotienten (Stellenzahl) vorab bestimmen lassen; Überschlag

2. Vernachlässigung einer oder mehrerer Nullen	87058 : 29 = 302
	87
	 05
	 00
	  58
	  58
	   0
		Division von Tausendern, Zehntausendern; Überschlag; spaltenweise Schreibweise

3. nicht hinreichendes Dividieren in den Zwischenschritten (Teilprodukt zu klein)	510010:2=2415005
	4
	11
	 8
	 3
	 2
	 10
	 10
	  010
	   10
	    0
		(das Verfahren ist nicht prinzipiell falsch, allerdings meist in der Schreibweise); Suche nach größtem Vielfachen < Dividenden

4. Divisionsalgorithmus wird nicht abgeschlossen	91762 : 3 =213R17 86 57 43 146 129 17	spaltenweise Schreibweise betonen; Heftführung und Schrift beachten
5. fehlerhafte Stellenwertzuordnung der Zwischenprodukte	7288 : 18 =4398R4 72 656 48 176 162 148 144 4	Stellenwertsystem üben; halbschriftliches Verfahren

6. schriftliche Subtraktion fehlerhaft	1731 : 3 = 543 R 1 15 13 12 11 10 1	Subtraktion im Zahlenraum bis 20; Kleines Einmaleins; Übungen zum Ergänzen
7. fehlerhafte Stellenzuordnung bei den Zwischenprodukten	1731 : 3 = 507 R 2 15 2 0 231 21 2	halbschriftliches Rechnen; Stellenwerttafel; Überschlagsrechnung mit Stellenzahlbestimmung
8. Null im Quotienten nicht berücksichtigt	2135 : 7 = 35 21 035 35 0	Stellenwerttafel; Geldwerte

4.5.3 Die Grenzen der Fehleranalyse

Nicht alle Denkprozesse sind allerdings mit Hilfe der Fehleranalyse nachzubilden. Gerade im Bereich der Fehler und Fehlstrategien überraschen uns die Kinder mit einer solchen Kreativität, die wir in anderen Bereichen gerne sehen würden. So sind inzwischen in der Literatur allein für die schriftliche Subtraktion mehr als 250 (in Worten: zweihundertfünfzig) verschiedene Fehlstrategien bekannt.

Eine Durchsicht der Fehler allein hilft in Extremfällen - selbst zusammen mit einem tiefen Nachdenken und „Insichgehen" - nicht weiter. Das Kind selbst muss, soweit es kann, Auskunft über die abgelaufenen Denkprozesse geben. So lassen sich die aus unserer Sicht besonders reizvollen, aber leider abwegigen (Fehl-) Lösungsstrategien ohne seine Hilfe nur schwer rekonstruieren.

4.6 Schwierigkeiten und Probleme mit Sachaufgaben

Sachrechnen hat innerhalb des Mathematikunterrichts einen hohen Stellenwert. Es stellt den Bezug der Arithmetik (und Geometrie) zur Umwelt in mannigfaltiger Weise her. Sachrechnen hat hierbei die Funktion, als eigenständiger Lernstoff (insbesondere für Größen), als Lernprinzip und als Umwelterschließung zu dienen (vergleiche Winter 1992). Trotz dieser Anbindung an die Alltagswelt der Schülerinnen und Schüler, die die Anschaulichkeit erleichtern sollte, stellt gerade das Sachrechnen, stellen die Textaufgaben das Schwierigste im Mathematikunterricht aller Schulstufen dar. Die Gründe für diesbezügliche Lernschwierigkeiten sind vielfältig und bedürfen in jedem Einzelfall einer genaueren Analyse (vergleiche Lorenz & Radatz 1993; Lorenz 2003).

4.6.1 Schwierigkeiten aufgrund der Aufgabendarbietung

- Die sprachlich-syntaktische Struktur des Textes, seine Länge und Komplexität können überfordern; verschachtelte Sätze mit unklarer Gliederung versperren das Verständnis der geschilderten Situation.

- Es werden unbekannte Wörter oder gar Fachtermini und Redewendungen aus den Kindern unbekannten Bereichen verwendet.

Mögliche Hilfen:

- Darbietung in anderer Form, etwa in Form von Bildergeschichten, als Bildaufgaben, durch Tabellen oder Graphiken; Nachspielen der Situation in Rollenspielen.

4.6.2 Schwierigkeiten aufgrund der Sachstruktur

- Mangelnde Vertrautheit mit der geschilderten Situation, Zugänglichkeit der Sache ist nicht gegeben, zum Beispiel:

  - Abbuchungen vom Konto
  - wöchentliches Sparen

- Die Sachstruktur selbst ist komplex:

  - Geschwindigkeiten (Kilometer pro Stunde)
  - Preise (€ pro Kilogramm)
  - Umrechnungen

Mögliche Hilfen:

- Bei Textaufgaben und Sachsituationen die Sache ernst nehmen, das heißt, insbesondere nur solche Situationen aufnehmen, die den Kindern hinreichend vertraut sind, andere Bereiche vermeiden oder vorab im Sachunterricht einführen. Dann lassen sich auch fächerübergreifende Unterrichtsformen finden und für die Kinder interessant gestalten.

4.6.3 Schwierigkeiten innerhalb des Lösungsprozesses

Die Aufgabenstruktur ist komplex (nicht die Sachstruktur!):

- Die Anzahl der erforderlichen Lösungsschritte, das heißt der Teilrechnungen ist hoch;

- die erforderlichen Rechnungen sind komplex, etwa Division gefolgt von Subtraktion;

- die Unlösbarkeit der Aufgabe (“Kapitänsaufgabe”) wird nicht gesehen, so dass sich impulsive oder hilflose Lösungsversuche einstellen.

Mögliche Hilfen:

- Anforderungen behutsam steigern, Komplexität nicht auf beiden Ebenen gleichzeitig erhöhen;
- frühzeitig, bereits in der 1. Klasse mit Kapitänsaufgaben beginnen und Situationen behandeln, die uneindeutig, ambivalent und vielschichtig sind beziehungsweise mehrere Lösungen zulassen (Realitätsnähe).

4.6.4 Didaktogene Lernschwierigkeiten

- Untersuchungsstrategien und Behandlung der Sache werden zu frühzeitig vom formalen Rechenalgorithmus abgelöst.
- Der Mathematikunterricht als „Regelspiel" lässt die Schülerinnen und Schüler vorschnell auf die Zahlen und deren Verrechnung fokussieren.
- Sachaufgaben werden von ihnen lediglich als Übungsplattform für die gerade behandelte Rechentechnik gesehen. Die notwendige Rechenoperation wird nicht aus der Sachsituation heraus entwickelt, sondern im Kontext des aktuellen Unterrichts gesucht oder durch die in der Aufgabe verwendeten Zahlen erraten (die Verbindung einer sehr großen mit einer sehr kleinen Zahl ist meist Division, zwei mittelgroße Zahlen werden addiert oder subtrahiert, zwei mittelkleine Zahlen multipliziert).

Mögliche Hilfen:

- Aufgaben mit irrealen Zahlen stellen;
- Aufgaben nicht nur als Anwendungen sehen, sondern gleichzeitig die Rechenoperationen mischen;
- Unterricht nicht mit Sachaufgaben vorstrukturieren, sondern problemhaltige Sachsituationen vorgeben, in denen vielfältige Berechnungen möglich sind.

Darüber hinaus gibt es für Text- und Sachaufgaben eine Reihe von Hilfen (vergleiche Lorenz & Radatz 1993; Lorenz 2003), die hier nicht aufgeführt werden müssen. Sie sind den Lehrkräften hinlänglich bekannt.

5 Literatur

Akademie für Lehrerfortbildung Dillingen (1999). Rechenstörungen. Diagnoseförderung Materialien. Donauwörth: Auer.

derselbe (2000): Rechenstörungen. Unterrichtspraktische Förderung. Donauwörth: Auer.

Aster, M.v. & Lorenz, J.H. (2005) (Hrsg.). Rechenstörungen bei Kindern – Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Dihlmann, G./Lorenz, H. (1998): Materialien zur Entwicklung mathematischer Vorstellungen. Hrsg.: Landesinstitut für Erziehung und Unterricht, Stuttgart.

Fritz, A., Ricken, G. & Schmidt, S. (Hrsg.) (2009): Rechenschwäche – Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim: Beltz.

Gaidoschik, M. (2003): Rechenschwäche – Dyskalkulie. Wien: obv & hpt.

Gamper, H. (1983): Lösungsstrategien und Fehler von rechenschwachen Kindern beim Lösen von Arithmetikaufgaben. Universität Bern.

Ganser, B. & Schindler, M. (2005): Rechenschwäche überwinden. Donauwörth: Auer.

Gerster, H.-D. (1982): Schülerfehler bei schriftlichen Rechenverfahren. Freiburg: Herder.

Gerster, H.-D. (1984): Lerndefizite als Folge von Lehrdefiziten? Erfahrungen aus der Analyse von Schülerfehlern bei den schriftlichen Rechenverfahren. In: Lorenz, J.H. (Hrsg.): Lernschwierigkeiten: Forschung und Praxis (S. 56-74). Köln: Aulis.

Gerster, H.-D. (2005): Anschaulich rechnen – im Kopf, halbschriftlich, schriftlich. In M.v. Aster& Lorenz, J.H. (Hrsg.), Rechenstörungen bei Kindern (S. 202-236). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Grissemann, H., & Weber, A. (1990): Grundlagen und Praxis der Dyskalkulietherapie. Diagnostik und Interventionen bei speziellen Rechenstörungen als Modell sonderpädagogisch-kinderpsychiatrischer Kooperation. Bern: Huber.

Jacobs, C. & Petermann, F. (2007): Rechenstörungen. Göttingen: Hogrefe.

Jost, D./Erni, J./& Schmassmann, M. (1992). Mit Fehlern muß gerechnet werden - Mathematischer Lernprozeß, Fehleranalyse, Beispiele und Übungen. Zürich: Sabe.

Kaufmann, S. & Lorenz, J.H. (2006): Förder- und Diagnose-Box Mathe. Braunschweig: Schroedel.

Kaufmann, S. & Lorenz, J.H. (2009). Elementar – Erste Grundlagen in Mathematik. Braunschweig: Westermann.

Kaufmann, S. & Wessolowski, S. (2006): Rechenstörungen – Diagnose und Förderbausteine. Seelze: Klett.

Kornmann, R. & Schäffler, G. (1989): Förderdiagnostik bei einfachen Kopfrechenaufgaben: Ermittlung der Lernbasis durch systematische Item-Variationen. Heilpädagogische Forschung, 14(2), 89-96.

Landerl, K. & Kaufmann, K. (2008): Dyskalkulie. München: Reinhardt.

Lörcher, G.A. (1984). Lernhindernisse im Mathematikunterricht der Grundschule. In: J.H. Lorenz (Hrsg.): Lernschwierigkeiten: Forschung und Praxis (S. 56-74). Köln: Aulis.

Lorenz, J. H./Radatz, H. (1993): Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht. Hannover: Schroedel.

Lorenz, J.H. & Jansen, H. (2005): Der Weg zur Automatisierung. Grundschule Mathematik, 7, 14-17 (Wiederabdruck in Sammelband Grundschule – Die Grundlagen üben: Deutsch und Mathematik, 2006, 98-101).

Lorenz, J.H. & Radatz, H. (1993): Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht. Hannover: Schroedel.

Lorenz, J.H. (1997): Kinder entdecken die Mathematik. Braunschweig: Westermann.

Lorenz, J.H. (2003): Lernschwache Rechner fördern. Berlin: Cornelsen.

Lorenz, J.H. (2004). Unterrichtsbegleitende Diagnostik: Mathematik. In R. Christiani (Hrsg.), Schuleingangsphase: neu gestalten (S. 83-103). Berlin: Cornelsen.

Lorenz, J.H. (2005a): Mathematische Bildung im Kindergarten. Schwierigkeiten beim Mathematiklernen vorbeugen. Grundschule 37(10), 31-36.

Lorenz, J.H. (2005b). Diagnostik mathematischer Basiskompetenzen im Vorschulalter. In M. Hasselhorn, H. Marx & W. Schneider (Hrsg.): Diagnostik von Mathematikleistungen (Tests und Trends, Bd. 8) (S. 29-48). Göttingen: Hogrefe.

Lorenz, J.H. (2005c): Mathematikverstehen und Sprachrezeptionsstörungen in den Eingangsklassen. In P. Arnoldy & B. Traub (Hrsg.): Sprachentwicklungsstörungen früh erkennen und behandeln. Bericht über den 16. Kongress der Deutschen Gesellschaft für Sprachheilpädagogik (S. 184-194). Karlsruhe: von Loeper Literaturverlag.

Lorenz, J.H. (2006). Förderdiagnostische Aufgaben für Kindergarten und Anfangsunterricht. In M. Grüßing & A. Peter-Koop (Hrsg.), Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule: Beobachten – Fördern – Dokumentieren (S. 55-66). Offenburg: Mildenberger.

Lorenz, J.H. (Hrsg.) (2007a): Sachrechenbox 1/2. Braunschweig: Schroedel.

Lorenz, J.H. (2007b): Schulische Diagnostik und Förderung bei Rechenschwäche. In Lorenz, J.H. (2008a): Woran zeigt sich Rechenschwäche? In: Hessisches Kultusministerium (Hrsg.): Schwierigkeiten beim Lesen, Rechtschreiben oder Rechnen (Handreichung zur Umsetzung der Verordnung VOLRR vom 18.05.2006). Wiesbaden: HKM (Wiederabdruck des gleichnamigen Beitrags im KM BW, 1998).

Lorenz, J.H. (2008b): Diagnose und Förderung von Kindern in Mathematik – ein Überblick. In F. Hellmich & H. Köster (Hrsg.), Vorschulische Bildungsprozesse in Mathematik und Naturwissenschaften (S. 29-44). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Lorenz, J.H. (2008c): Sprachrezeptionsstörungen und Mathematiklernen. In Riehmann, Ch. & Dallmaier, M. (Hrsg.): Sprache als Brücke von Mensch zu Mensch. Handeln – Sprechen – Schreiben. Kongressbericht über den 28. Kongress der Deutschen Gesellschaft für Sprachheilpädagogik (S. 258). Cottbus: dgs-Brandenburg.

Lorenz, J.H. (Hrsg.) (2008d): Sachrechenbox 3/4. Braunschweig: Schroedel.

Lorenz, J.H. (2009): Diagnose und Prävention von Rechenschwäche als Herausforderung im Elementar- und Primarbereich. In A. Heinze & M. Grüßing (Hrsg.): Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium (S. 17-34). Münster: Waxmann.

Ministerium für Kultus und Sport Baden- Württemberg (1998): Schwierigkeiten im Mathematikunterricht in der Grundschule, Prävention – Diagnose – Motivation – Förderung. Stuttgart.

Nolte, M. (2000): Rechenschwächen und gestörte Sprachrezeption. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Schulte-Körne, G. (Hrsg.): Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft (S. 389-398). Bochum: Winkler.

Wagner, A. (2006): Zum Kopfrechnen in der Hauptschule. Hildesheim: Franzbecker.

Winter, H. (1992): Sachrechnen in der Grundschule. Berlin: Cornelsen.

Carmen Eckert

Lernstands- und Lernprozessbeobachtungen in Mathematik

1 Einleitung

Kinder, die im Rechenunterricht aufgrund von Fehlleistungen auffallen, werden selten nach ihrem Rechenweg gefragt, sondern erhalten nur eine bewertende Rückmeldung wie „richtig" oder „falsch", „gut" oder „schlecht", „prima" oder „noch einmal". Schülerinnen und Schüler erhalten mit diesen Aussagen eine Beurteilung ihrer Rechenleistung, aber keinen konkreten Hinweis, andere Strategien oder Wege zu entwickeln. Es findet häufig weder eine diagnostische noch eine förderliche Analyse statt. Dabei würden Schülerinnen und Schüler mit großer Sicherheit sehr gerne das richtige Ergebnis nennen, wenn sie es nur wüssten. Dauerhaft gesehen erfolgt bei den Kindern eine Versuchs-Irrtums-Reaktion, die Kinder rechnen nicht mehr, sondern erraten die Ergebnisse. Das Ergebnis ist das gleiche: „falsch".

Nicht nur jahrelange Erfahrung, sondern auch wissenschaftliche Erkenntnisse zeigen, dass Fehler von Schülerinnen und Schülern meistens eine Struktur haben.

„Tatsächlich aber zeigt eine solche inhaltliche Beschäftigung, dass die Fehler dieser Kinder ganz und gar nicht zufällig passieren. Hier ist eine innere Logik am Werke, die – bei allen Unterschieden im Einzelnen - erlaubt, von ‚typischen Fehlerbildern' ‚rechenschwacher' Kinder zu sprechen." (siehe Gaidoschik: Rechenschwäche-Dyskalkulie, Persen Verlag 2008, 4. Auflage, Seite 13.)

Bei „typischen Auffälligkeiten" sollte man zwei Bereiche unterscheiden; den Bereich der frühen Auffälligkeiten und den Bereich der mathematischen Fähigkeiten, also typische Rechenfehler im Mathematikunterricht.

Im Folgenden werden diese beiden Bereiche aufgezeigt und mit einzelnen kurzen Beispielen (in Klammer gesetzt) verdeutlicht, um einen diagnostischen Blick für die Belange der Schülerinnen und Schüler zunehmend entwickeln zu können.

2 Typische Auffälligkeiten

2.1 Frühe Auffälligkeiten

Taktil-kinästhetischer Bereich

- rechts-links-Unsicherheit
  (Kind kennt sich nicht aus, findet Wege nicht alleine.)

- Störungen im Bereich des Körperschemas
  (Kind kennt Körperteile nicht und kann sie nicht benennen.)

- mangelnde Raumerfahrung
  (Kind kann räumliche Begriffe nicht zuordnen und umsetzen: vor - hinter, über - unter.

Kind hat Probleme Wege zu finden. Kind puzzelt nicht gerne oder gar nicht. Kind mag keine Aufgaben, die eine räumliche Orientierung erfordern.)

Auditive Wahrnehmung

- Kurzspeicherung rascher, auditiver Informationsfolgen
  (Kind kann mehrere Aufträge, die gleichzeitig gestellt werden, nicht erfüllen, zum Beispiel: „Hol aus dem Keller eine Flasche Wasser, vergiss nicht das Licht auszumachen und räum deine Schuhe aus dem Weg!“)

- akustische Differenzierungsschwäche
  (Kind kann die Zahl zwei und drei akustisch nicht differenzieren.)

- Fehlhörigkeit

Visueller Bereich

- visuomotorische Koordination
  (Kind hat Probleme, Auge und Hand in ein gutes Zusammenspiel zu bringen. Kind kann nur sehr undifferenziert malen und schreiben, kann Linien nicht einhalten, wirkt grobmotorisch.)

- Schwäche in der Figur-Grund-Unterscheidung
  (Kind hat Probleme, ähnlich aussehende Zeichen zu differenzieren, zum Beispiel > < oder + und - .)

- Figur-Grund-Konstanz beziehungsweise Formkonstanz
  (Kind erkennt keine Formen, zum Beispiel Rechteck, Quadrat, Dreieck.)

- Erkennen räumlicher Beziehungen (Raum-Lage-Wahrnehmung)
  (Kind fällt es schwer, zum Beispiel mit Bausteinen etwas nach Plan nachzubauen oder nach einer Vorgabe etwas handelnd nachzuvollziehen.)

- Störungen im Richtungs- und Orientierungssinn
  (Kind geht nicht gerne oder gar nicht alleine, verläuft sich leicht, findet sich schwer oder gar nicht in einer fremden Umgebung zurecht.)

- Mengenerfassung
  (Kind kann eine Menge bis 5 nicht auf einen Blick erfassen, sondern muss sie immer wieder abzählen.)

Eins- zu- Eins- Zuordnung

- Reproduzieren von visuell aufgenommenen Informationen
  (Kind kann nicht von der Tafel in das Heft übertragen.)

- Fehlsichtigkeit
  (Kind sieht nicht richtig.)

- Blicksprünge
  (Augen des Kindes schaffen es nicht, eine Reihe zu verfolgen.)

Störung der Serialität

- Optische und akustische Reize können nicht in der richtigen zeitlichen Abfolge erfasst werden (zum Beispiel „ vorher“ und „nachher“).

- fehlende Zeitwahrnehmung
  (Kind kann zeitliche Abläufe auch nicht grob einschätzen: tausendmal die Frage: Wie lange noch?)

Störung der Intermodalität

- erschwerte Wiedergabe und die Einsicht in die wechselseitige Verbindung zwischen Laut und Zeichen
  (Kind kann die Menge drei oder das Wort drei nicht mit der Zahl 3 in Verbindung setzen.)

Probleme mit komplexen Handlungen

- fehlende Handlungsplanung
  (Kind kann sein Handeln nicht planen, zum Beispiel: Was mache ich zuerst? Was kommt dann? Kind lässt andere, nach klaren eigenen Anweisungen, für sich arbeiten.)

- findet keine Lösungsstrategie
  (Kind entwickelt keine Lösungswege und fragt auch nicht danach.)

- kann komplexe Aufgaben nicht gliedern
  (Kind kann immer nur einen einzigen Auftrag erledigen, zum Beispiel: „Hol dein Mäppchen heraus! Nimm den roten Stift! Male einen Kreis!)

Diese hier genannten Auffälligkeiten sind sehr konkret und sollten als Hinweise dienen, schon früh genauer hinzuschauen und Kindern Angebote zu machen, diese Bereiche im alltäglichen Umgang weiterzuentwickeln und zu vertiefen.

2.2 Typische Rechenfehler

• falsche Strategien und Vorstellungen:

5 – 2 = 7
500 - 200 = 700
(+ und - wurden vertauscht)

• Minus 1

6 + 5 = 10
(Der Daumen wird doppelt gezählt, oder es wird vom Daumen weiter gezählt, fünf Finger erkannt und dann gestoppt.)

• Vertauschen von Operationen

3 x 4 = 7
(Multiplikation und Addition werden vertauscht)

• Schwierigkeiten mit der Zehnerüberschreitung beziehungsweise Unterschreitung

20 – 18 = 18
(20 – 10, 10 + 8)
50 – 32 = 28
(50 – 30 = 20, 10 – 2 = 8 zusammen 28)

• Probleme mit der Richtungsänderung

50 – 32 = 22
(5 – 3 = 2, 0 + 2 = 2, „denn 0 – 2 kann man schließlich nicht rechnen“)

• falscher Umgang mit dem Stellenwert

43 + 27 = 610
(4 + 2 = 6, 3 + 7 = 10, Ergebnis = 610)

• Klappfehler

12 – 6 = 14
(12 – 2 = 10, 10 + 4 = 14)

• falscher Umgang mit der 0

36054 : 6 = 69
(36 : 6 = 6, 54 : 6 = 9)

(angelehnt an Anke Seitz, Seminar zur Dyskalkulietherapie)

Der Spezialist für den wirklichen Weg ist das Kind selbst. Wenn die Lehrkraft eine Vertrauensbasis zu dem Kind entwickelt hat, wird es auf Nachfragen seinen Rechenweg erklären, ansonsten bleibt nur die Spekulation: Was/wie hat das Kind da nur gerechnet? Es gehört dann zur Aufgabe der Lehrkraft, das Kind im Mathematikunterricht zu fördern und ihm den richtigen Rechenweg beizubringen. Lehrerinnen und Lehrer sollten klar diagnostizieren und Kinder auf dem Weg zum richtigen Rechenweg begleiten.

(siehe auch die Kapitel „Diagnostik“ und „Förderung“)

3 Literatur

Eggert, D. (2007): Von den Stärken ausgehen. Dortmund: Borgmann Verlag.

Gaidoschik, M. (2008): Rechenschwäche-Dyskalkulie. Horneburg: Persen Verlag.

Landerl, K. und Kaufmann, L. (2008): Dyskalkulie. München: Ernst Reinhardt Verlag.

Jacobs, C. und Petermann, F. (2005): Diagnostik von Rechenstörungen. Göttingen: Hogrefe.

Fritz, A. et al., (2008): Handbuch der Rechenschwäche. Weinheim: Beltz.

Diagnostik

Silvia Wessolowski

Grenzen standardisierter Tests und Stärken informeller Testverfahren im Hinblick auf eine gezielte Förderung

1 Einleitung

Wenn es um die Diagnose bei Verdacht auf Rechenstörungen geht, wird einerseits immer noch auf einen zeitlichen Rückstand in der Forschungs- und Entwicklungsarbeit im Bereich der Rechenstörungen gegenüber dem Bereich Lese-Rechtschreibschwierigkeiten hingewiesen (vergleiche Klewitz et al. 2008), andererseits aber auch betont, dass sich die diagnostischen Möglichkeiten durch die in den letzten Jahren entwickelten Testverfahren eindeutig verbessert haben (vergleiche Hasselhorn et al. 2005). Dabei meinen die Autoren speziell die Reihe „Deutsche Mathematiktests“ und damit standardisierte Tests in schriftlicher Form. Vergleichbare Tests im deutschsprachigen Raum sind darüber hinaus zum Beispiel der „Heidelberger Rechentest“ oder der „Eggenberger Rechentest“.

Standardisierte Tests dieser Art sind produktorientiert, denn unabhängig davon, ob ein Test in der Gruppe oder einzeln, mit oder ohne zeitliche Begrenzung durchgeführt wird, es werden immer die Ergebnisse bewertet, die Kinder zu den einzelnen Aufgaben notieren. Selbst wenn die Analyse und Interpretation der Testergebnisse nicht nur den Gesamtwert, sondern auch die einzelnen Faktoren oder sogar die Ebene der Subtests mit einbezieht, bleibt die Vorgehensweise der Kinder verborgen und könnte nur im Sinne einer qualitativen Fehleranalyse erschlossen werden. Richtige Ergebnisse stehen nicht immer für Verständnis und sinnvolle Lösungswege, was in diesen Testverfahren jedoch unterstellt wird, und falsche Lösungen haben häufig einen rationellen Kern. Beides zu erkennen und detailliert zu beschreiben, ermöglicht erst eine auf das Kind angepasste Förderung und muss das Ziel einer Diagnose sein.

Da sich informelle Testverfahren des „lauten Denkens“ und des Nachfragens nach Vorgehensweisen bedienen und gegebenenfalls auch Arbeitsmittel zur Verfügung gestellt werden, wird erkennbar, wie ein Kind Aufgaben löst, welches Material es in welcher Weise dabei verwendet und welche Vorstellungen es aufgebaut hat. Dadurch werden nicht nur die Bereiche identifiziert, in denen Förderung nötig ist, sondern mit der Diagnose bereits aufgezeigt, wie diese erfolgen kann.

Im Folgenden soll geklärt werden, wo die Grenzen standardisierter schriftlicher Tests liegen, wenn man das einzelne Kind mit seinen Schwierigkeiten im Blick hat und es gezielt fördern möchte, und es soll aufgezeigt werden, dass ein informelles Testverfahren unter diesem Blickwinkel deutliche Vorteile aufweist.

2 Grenzen standardisierter Tests

Wer schon einmal standardisierte Rechentests eingesetzt hat, weiß, dass die Anzahl der richtigen Ergebnisse – Rohwerte – in Prozentränge umgerechnet und zu Gesamtwerten von Prozenträngen und T-Werten zusammengefasst wird. Damit wird ein Vergleich der Leistungen des Einzelnen zum Beispiel mit der Gruppe Gleichaltriger aus der Normierungsstichprobe möglich. Für die Ableitung von Fördermaßnahmen sind diese Werte jedoch nicht hilfreich. Es wäre zumindest eine Auswertung auf Subtestebene erforderlich. Auch wenn eine solche Analyse möglich ist, sollte man sich der zum Teil geringen Subtest-Reliabilitäten[1] bewusst sein.

„Hier sei ausdrücklich darauf verwiesen, dass diese Darstellung [Profil der Prozentränge] nur dazu dient, **Tendenzen** *für gute und weniger gute Kompetenzen eines einzelnen Kindes in den* **Subtests** *[Hervorhebungen im Original] aufzuzeigen. Da bei dieser Darstellung der Messfehler unberücksichtigt bleibt, darf der diagnostische Wert dieser Auswertung auf Subtestebene nicht überschätzt werden! […] Subtestleistungen, die sich weit im unteren Bereich finden, sollten gegebenenfalls einer weiteren Analyse unterzogen werden.“ DEMAT 1+ (Krajewski et al. 2002, Seite 22-23).*

Das bedeutet, dass selbst die Hinweise auf Förderschwerpunkte nur vage sind, Förderpläne können auf dieser Grundlage nicht aufgestellt werden.

Darüber hinaus wird ein standardisierter Test immer auch Kinder fälschlicherweise als rechenschwach einstufen, die es gar nicht sind, und umgekehrt werden niemals alle rechenschwachen Kinder über ein Screening, in dem man beispielsweise alle Erstklässler einer Schule oder eines Schulbezirkes testet, erkannt.

3 Stehen richtige Ergebnisse für mathematische Kompetenz?

Immer dann, wenn Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 10 oder 20 eingesetzt und nur die Ergebnisse bewertet werden, besteht die Gefahr, dass ein erstes wichtiges Anzeichen für eine Rechenstörung nicht wahrgenommen wird. Aufgaben bis 20 lassen sich noch „gut“ zählend lösen und zählende Rechner gelangen häufig sogar sehr schnell und sicher ohne die sogenannte Einsabweichung zum Ergebnis. Wenn aber am Ende von Klasse 1 und erst recht später immer noch nicht alle Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 10 auswendig gewusst werden, kann das der erste Schritt auf dem Weg zum verfestigten zählenden Rechnen – dem Hauptsymptom für Rechenstörungen – sein, der bei der Verwendung produktorientierter Tests unbemerkt bleibt, jedoch so früh wie möglich erkannt werden sollte. Aber auch auf andere Aufgaben trifft zu, dass richtige Ergebnisse nicht immer für Verständnis und sinnvolle Lösungswege stehen. Zwei Beispiele sollen dies zeigen.

Beispiel 1:

Ein und dasselbe Kind löst Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 100, wie das Beispiel zeigt, scheinbar einmal richtig und einmal falsch:

73 – 28 = 45 73 – 21 = 48

Beides sind Subtraktionsaufgaben mit zweistelligem Minuenden und Subtrahenden, wobei das Kind offensichtlich die schwierigere der Aufgaben mit Zehnerübergang richtig löst und die vermeintlich leichtere falsch. Erst durch „lautes Denken“ wird aufgeklärt, dass das Kind bei beiden

1 Die Reliabilität beschreibt die Genauigkeit oder Zuverlässigkeit, mit der ein Test – hier ein Subtest – eine bestimmte Eigenschaft oder Leistung erfasst.

Aufgaben die gleiche fehlerhafte Strategie Z – Z, E – E und dann Z – E verwendete, wobei im ersten Beispiel im zweiten Rechenschritt noch die Einer vertauscht wurden, was am Ende zum richtigen Ergebnis führte (vergleiche Kaufmann & Wessolowski 2006, Seite 19). Worauf Förderung in diesem Fall abzielen muss, wird jetzt erst offensichtlich und kann auf der Grundlage eines fundierten mathematikdidaktischen Wissens entschieden werden. Hilfreich wäre hier, das Lösen beider Aufgaben – nicht nur der mit dem falschen Ergebnis – auf Handlungen mit Veranschaulichungsmaterial zurückzuführen und den Rechenweg als Protokoll der Handlung zu verstehen.

Beispiel 2:

In allen Tests, in denen Textaufgaben bearbeitet werden sollen, werden Ergebniszahlen in dafür vorgesehene Kästchen geschrieben. Wie die folgenden Beispiele zeigen, können erst die Lösungswege der Kinder Aufschluss darüber geben, ob sie eine passende Rechnung ausgeführt haben und mit der Zahl auch eine sinnvolle Antwort verbunden ist.

In einer zweiten Klasse wurde nach der Einführung von Multiplikation und Division die Aufgabe gestellt: „In der Klasse 2a turnten 24 Kinder mit. Herr Straub brauchte vier Mannschaften. Wie viele Kinder waren in einer Mannschaft?“

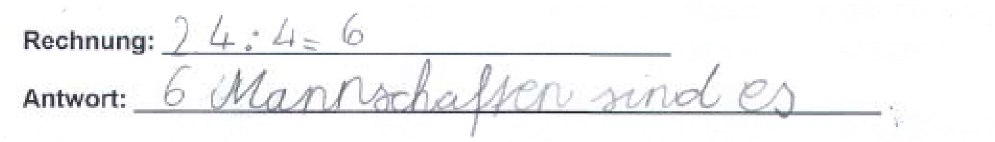

Rechnung: 24:4=6
Antwort: 6 Mannschaften sind es

Abbildung 1: Lösung von Melanie

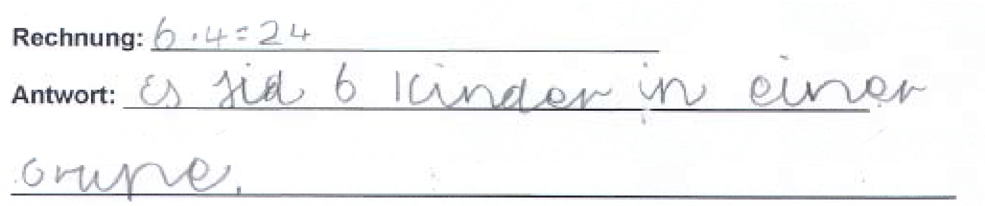

Rechnung: 6·4=24
Antwort: Es sid 6 Kinder in einer Grupe.

Abbildung 2: Lösung von Antje

Beide Kinder hätten sicherlich die Zahl 6 im Ergebnisfeld eines schriftlichen Tests notiert. Während Melanie den Sachverhalt in ein korrektes mathematisches Modell – eine Divisionsaufgabe – übertragen hat, gelang das Antje nicht. Zwar sind die drei Zahlen 6, 4 und 24 über die Multiplikation richtig miteinander verknüpft worden, aber selbst das Ergebnis des Verteilens der Kinder in vier Mannschaften wird mit 6 • 4 nicht korrekt beschrieben. Im ersten Fall beantwortete das Kind mit seiner Antwort die Frage nicht, im zweiten Fall ist die Antwort auf die gestellte Frage bezogen.

Auch wenn durch die vorliegenden Schülerlösungen bereits Einsichten in die Vorgehensweisen der Kinder möglich werden, bleiben noch Fragen offen, die erst durch informelle Gespräche beantwortet werden könnten.

4 Wofür stehen falsche Ergebnisse oder worauf sollte sich Förderung beziehen?

In jedem Fall weisen falsche Ergebnisse, wenn sie immer wieder bei denselben Aufgabentypen auftreten, auf die Bereiche hin, in denen ein Kind Schwierigkeiten hat. Allein die Feststellung, dass Aufgabenlösungen falsch sind, gibt aber noch keine Hinweise für die Förderung, was aber wesentliches Ziel einer Diagnostik sein muss. Hinter den Fehlern können mit Blick auf unzureichende mathematische Kompetenzen ein einseitiges Zahlverständnis und / oder ein mangelndes Operationsverständnis und / oder fehlende beziehungsweise fehlerhafte Rechenstrategien stehen. Worin bestehen bei diesem Kind, das folgende Lösungen erzeugt, die Ursachen für die Fehler und welche Förderung benötigt es?

43 – 37 = 0

56 – 24 = 20

61 – 48 = 11

Die Frage kann erst beantwortet werden, wenn das Kind bei der Aufgabenbearbeitung beobachtet oder im Nachhinein dazu befragt wird, mit dem Ziel – wie im Beispiel oben auch – die vom ihm verwendeten Strategien aufzudecken. Damit wird aber zunächst einmal nur sichtbar, wie das Kind die Aufgabe auf der symbolischen Ebene löst und es dabei nicht erfolgreich ist. Dies muss ergänzt werden durch Aufforderungen, wie

- zu einer Aufgabe etwas zu zeichnen,
- die Aufgabe mit Hilfe eines Veranschaulichungsmaterials zu lösen,
- sich vorgestellter anschaulicher Hilfen, zum Beispiel in Form von Rechengeschichten, zu bedienen.

Nachdem die Aufgabe 43 – 37 gestellt war, verging einige Zeit, bevor Anna die Antwort „ist Null“ gab. Auf die Frage: „Wie hast du das gerechnet?“, antwortete sie mit: „40 minus 30 ist 10, 10 minus 3 ist 7 und 7 minus 7 ist 0“ und ergänzte einen Augenblick später: „Das kann nicht stimmen.“ Daraus wird ersichtlich, dass das Mädchen die vorkommenden Teilaufgaben problemlos löste. Es hat auch eine Vorstellung davon, dass bei der Subtraktion von zwei verschiedenen Zahlen das Ergebnis nicht Null sein kann, nur mit der eigenen Rechenstrategie kann sie kein anderes Resultat erzeugen. An dieser Stelle wird sehr oft damit begonnen, dem Kind anhand von Zahlen, also auf der symbolischen Ebene, einen Rechenweg zu erklären, ohne zu bedenken, dass das Verständnis für Rechenwege aus Handlungen heraus erwachsen sollte. Und auch dann geht es nicht darum, vorschnell eine passende Handlung vorzuführen, sondern erst zu schauen, ob das Kind nicht selbstständig mit Veranschaulichungsmaterial eine geeignete Handlung ausführen könnte. Anna gelang dies zunächst mit den vorhandenen Zehnerstangen und Einerwürfeln nicht. Erst als sie aufgefordert wurde, zu der Aufgabe eine Rechengeschichte zu erzählen, konnte sie auch korrekt handeln und rechnete dabei: „…minus 30 sind 13 … und noch minus 7 sind 6“. Das Beispiel zeigt, dass die Hilfe in diesem Fall minimal sein kann und darauf gerichtet sein muss, dass das Kind lernt, zwischen konkreten Subtraktionssituationen, Handlungen mit Material und dem „Zahlenrechnen“ eine Verbindung herzustellen.

Behring, Kretschmann & Dobrinth (2002, Seite 90) beschreiben ein solches diagnostisches Vorgehen sehr treffend: Wenn Operationen mit Zahlen nicht gelingen, „halten wir es für angezeigt zu überprüfen, ob ein Kind die Aufgabe auf einem anschaulichen Niveau bewältigt. […] Diese Differenzierung ist für zukünftige Förderung wichtig“.

5 Diagnostik mit informellen Testverfahren

Informelle Testverfahren stellen einen Mittelweg zwischen der Zielgerichtetheit und Festgelegtheit standardisierter Tests und der völligen Offenheit der freien Beobachtung und Befragung dar und lassen sich als halbstandardisiert beschreiben. Leitfragen und Kernaufgaben sind festgelegt, was ein gewisses Maß an Vergleichbarkeit sichert. Der nicht im Detail vorbestimmte Verlauf lässt es zu, flexibel auf Antworten des Kindes zu reagieren, um zu verstehen, wie das Kind denkt. In der Durchführung bedienen sie sich der Methoden des „lauten Denkens“ und des diagnostischen Gesprächs im Sinne des Nachfragens zu Lösungen des Kindes sowie des Beobachtens und der qualitativen Fehleranalyse. Diese Verfahren sind somit prozessorientiert, denn sie stellen die Lösungswege und Vorgehensweisen der Kinder in den Mittelpunkt der Diagnostik, die es gilt, genau zu beschreiben, zu verstehen und didaktisch einzuordnen, um darauf bezogen Fördermaßnahmen zu planen.

Die Auswahl der Aufgaben für den informellen Test von Kaufmann & Wessolowski (2006) orientiert sich an typischen Symptomen für Rechenstörungen. Auch wenn sich die Schwierigkeiten einzelner Kinder im Detail von denen anderer Kinder unterscheiden können, ist es möglich, Symptome zu benennen, die einen Großteil der Einzelprobleme von Kindern mit Schwierigkeiten in Mathematik zusammenfassen (vergleiche auch Schipper 2009, Seite 334 und folgende).

Das verfestigte zählende Rechnen kann dabei als Hauptsymptom genannt werden, da es bei fast allen diesen Kindern beobachtet werden kann und mit ihm eine Reihe von Folgeproblemen verbunden ist. Erstes Rechnen ist immer zählendes Rechnen und das Zählen – vorwärts, rückwärts und in Schritten – muss sogar erlernt und sicher beherrscht werden, um die ersten Plus- und Minusaufgaben lösen zu können. Aber wenn Kindern das Ablösen des zählenden Rechnens durch operative Strategien im Zahlenraum bis 20 am Ende des ersten Schuljahres oder spätestens zu Beginn des zweiten Schuljahres immer noch nicht gelingt, kann man von einem verfestigten zählenden Rechnen sprechen. Für sie ist das Zählen der einzige Weg, den sie für das Lösen von Aufgaben kennen, oder sie nutzen es, weil sie es für vermeintlich am sichersten halten und kaum Aufgaben des kleinen Einspluseins beziehungsweise Einminuseins im Zahlenraum bis 10 automatisiert haben.

Damit verbunden ist häufig ein einseitiges, ordinales Zahlverständnis. Zahlen sind Zahlennamen in einer Zahlwortreihe und werden als Rangplätze gedacht. Selbst wenn für die Zahl 8 acht Finger gezeigt werden, wird mit 8 der achte Finger und nicht die Menge aller gestreckten Finger gemeint. Durch Zählen haben zählende Rechner zwar meist die Einsicht gewonnen, dass sieben vor acht und neun nach acht kommt, Zahlbeziehungen entdecken diese Kinder in der Regel aber nicht. Ohne Beziehungen zwischen Zahlen, wie „acht ist das Doppelte von vier“ oder „acht ist sechs und zwei“ oder „acht ist zwei weniger als zehn“ ist ein Anwenden von Rechenstrategien jedoch unmöglich.

Ein fehlendes oder einseitiges Operationsverständnis kommt häufig zu dem Genannten noch dazu. Kinder verstehen die Rechenzeichen als Aufforderung, vorwärts beziehungsweise rückwärts zu zählen oder bestimmte, meist unverstandene Regeln anzuwenden, und sie verbinden mit den Rechenoperationen keine Handlungsvorstellungen. Besonders augenfällig wird das, wenn Sachaufgaben nicht gelöst werden können oder völlig abwegige Lösungen angegeben werden. Insbesondere in diesem Bereich werden die Schwierigkeiten rechenschwacher Kinder, zwischen verschiedenen Darstellungsebenen (Repräsentationsmodi nach Bruner) hin und her zu übersetzen, sichtbar; nämlich zwischen Handlungen (enaktiv), bildlichen (ikonisch), symbolischen und sprachlichen Darstellungen.

Im Folgenden sollen beispielhaft[1] zu den drei Symptomen Aufgaben vorgestellt werden, die bei Verdacht auf besondere Schwierigkeiten in Mathematik zur Diagnose eingesetzt werden können. Dabei können Aufgaben nicht immer eindeutig einem der Bereiche zugeordnet werden, da es – wie oben dargestellt – Wechselbeziehungen zwischen Zahlverständnis, Operationsverständnis und dem Rechnen gibt.

5.1 Aufgaben zur Analyse der Rechenwege

Anders als bei der Bearbeitung von Additionsaufgaben in standardisierten Tests, bei denen im Nachhinein die Summe der richtigen Ergebnisse ermittelt wird, werden die Kinder in diesem Test beim Lösen der Aufgaben beobachtet und explizit aufgefordert, laut zu denken, etwas aufzuschreiben oder aufzuzeichnen, wenn es ihnen hilft. Sie dürfen auch Material verwenden, um zu zeigen, wie sie damit Aufgaben lösen können.

Zunächst werden Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 10 und danach bis 20 beziehungsweise bis 100 gestellt. Auch wenn Kinder als Dritt- oder Viertklässler schon Zahlen bis 1000 oder sogar bis zu einer Million kennen, liegen ihre Schwierigkeiten meist im Zahlenraum bis 10 oder 20. Deshalb orientieren sich die Aufgaben daran und nicht an der Klassenstufe, die das Kind besucht. Da die Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 10 als sogenannte Zerlegungsaufgaben für das nicht zählende Lösen von Aufgaben schon im Zahlenraum 20, aber erst recht mit größeren Zahlen grundlegend sind, sollten sie am Ende von Klasse 1 automatisiert sein. Um dies zu erkennen – Kinder sagen auf Nachfrage oft: „Das habe ich im Kopf gemacht." – ist es zunächst wichtig, festzustellen, wie lange braucht ein Kind für das Lösen von Aufgaben. Mehr Zeit für die Aufgabe 2 + 7 als für die Aufgabe 4 + 3 kann ein erster Hinweis auf zählendes Rechnen sein. Auch nacheinander mündlich gestellte Aufgabenpaare wie 6 + 6 und 6 + 7, 3 + 5 und 5 + 3 oder 7 + 2 und 9 – 2 zeigen schon allein durch die Zeit, die für das Lösen der jeweils zweiten Aufgabe gebraucht wird, ob Kinder Beziehungen zwischen Aufgaben nutzen. Selbst wenn Kinder Verdopplungsaufgaben automatisiert haben, werden zugehörige Nachbaraufgaben nicht durch Ableiten aus der bekannten Aufgabe gelöst, sondern zählend. Zählende Rechner nehmen oft nicht wahr, dass es sich um eine Tauschaufgabe handelt und zählen bei der zweiten Aufgabe erneut. Auch bei direkt hintereinander gestellten Aufgaben und Umkehraufgaben werden häufig beide Aufgaben durch Zählen gelöst (Kaufmann & Wessolowski 2005; Wessolowski 2007). Man kann aber auch an Finger- oder Kopf- und Augenbewegungen zählende Rechner erkennen.

Auch wenn Kinder - so wie in den genannten Beispielen - von sich aus keine Beziehungen zwischen Aufgaben zu deren Lösung nutzen, sollte man schauen, ob sie nicht vielleicht einige kennen. Das ist mit folgender Aufgabenstellung möglich. Dem Kind wird eine bereits gelöste Aufgabe, zum Beispiel 8 + 9 = 17, schriftlich vorgelegt. Danach wird es gefragt, ob ihm diese Aufgabe helfen kann, für die folgenden Aufgaben das Ergebnis zu nennen, ohne rechnen zu müssen und warum.

1 Der vollständige Test mit seinen zwei Versionen für den Zahlenraum bis 20 und bis 100, sowie Hinweise zu seinem Einsatz und zur Analyse, finden sich in Kaufmann & Wessolowski (2006).

8 + 9 = 17	9 + 8 = __	17 – 8 = __	17 – 9 = __	7 + 9 = __

Abbildung 3: Aufgabenkarten zu Beziehungen zwischen Aufgaben

In einem diagnostischen Gespräch beantwortete Georg die Fragen jeweils mit ja, gab für die ersten drei Aufgaben das richtige Ergebnis an und zeigte zur Begründung immer auf die Zahlen auf den Aufgabenkärtchen, was zunächst den Eindruck erweckte, dass es ihm nur schwer fiel, seine Beobachtungen sprachlich zu formulieren. Erst als er bei der letzten Aufgabe das Ergebnis 18 nannte und es durch Zeigen auf die Ziffern in der ersten Aufgabe begründete, wurde deutlich, dass er ganz formal durch Manipulation mit den vorhandenen Ziffern und offensichtlich ohne Verständnis für die Beziehungen zwischen den Aufgaben vorgegangen war. In einem schriftlichen Test hätte man entsprechend der Ergebniszahlen ein Verständnis für Tausch- und Umkehraufgaben unterstellt und wäre nur auf die falsche Nachbaraufgabe gestoßen. Erst durch das Gespräch wurde sein fehlendes Verständnis für die Beziehungen zwischen den Aufgaben deutlich.

5.2 Aufgaben zur Analyse des Zahlverständnisses

Zu einem entwickelten Zahlverständnis gehören eine Reihe von Aspekten, unter anderem Zählen und Abzählen, Schreiben und Lesen von Zahlen, Zahlen auffassen[1] und darstellen[2], Zahlbeziehungen – größer und kleiner, Vorgänger und Nachfolger, die Hälfte und das Doppelte, Zahlzerlegungen und Zahlverortung am Zahlenstrahl – sowie Zahlbedeutungen. Da insbesondere das schnelle Auffassen von Zahlen und Zahlbeziehungen für das Überwinden des zählenden Rechnens wichtig ist, sollen im Folgenden Aufgaben für diesen Bereich vorgestellt werden. Beim Auffassen und Darstellen von Zahlen geht es nicht um Mengen beliebig angeordneter Nüsse oder Bonbons, sondern um Darstellungen von Zahlen mit Arbeitsmaterialien, wie den Rechenschiffchen, die eine Fünfer- und Zehnerstruktur aufweisen. Kinder kennen diese Materialien oft, wissen auch, dass zum Beispiel in ein Schiffchen fünf Plättchen passen und in alle zusammen 20 Plättchen, nutzen sie jedoch – wenn überhaupt – als reine Zählhilfe, ohne sich der Strukturierungen zu bedienen. Im Test werden deshalb bestimmte Plättchenanzahlen in den Rechenschiffchen beziehungsweise auf Karten gezeichnete Darstellungen kurz gezeigt und das Kind wird aufgefordert, die Anzahl zu nennen. Danach soll es sich vorstellen, wie viele Plättchen es sind, wenn beispielsweise zwei Schiffchen voll sind und im nächsten noch drei Plättchen liegen. Wenn diese Aktivitäten nicht gelingen, müssen sie am Anfang der Förderung stehen, denn verinnerlichte bildliche Vorstellungen von Zahlen und damit verbundene Zahlzerlegungen können das „Rechnen Lernen“ unterstützen.

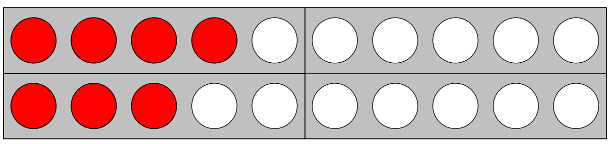


Abbildung 4: Zahlbild 7

1 Unter Zahlauffassung versteht man die Fähigkeit, einer vorgegebenen Anzahl von Objekten ihre (Kardinal-) Zahl zuzuordnen.
2 Zahldarstellung ist umgekehrt die Fähigkeit, einer als Zahlwort oder symbolisch als Ziffer vorgegebenen Zahl eine entsprechende Anzahl von Objekten zuordnen zu können.

In einer Zahldarstellung wie in Abbildung 4 – einem strukturierten Mengenbild – sollen die Kinder durch schnelles Sehen nicht nur die Gesamtanzahl der belegten Felder erkennen, sondern auch Zahlbeziehungen „sehen“:

- sieben ist eins mehr als sechs: 7 = 6 + 1,
- sieben sind oben vier und unten drei oder links vier und rechts drei: 7 = 4 + 3 oder
- von sieben bis zehn fehlen noch drei: 7 = 10 – 3.

Ohne die Automatisierung dieser Zahlzerlegungen ist Rechnen unmöglich. So wird für das Berechnen der Summen 34 + 7 oder 54 + 27 unter anderem 7 = 6 + 1 gebraucht, für 6 + 7 die Zerlegung 7 = 4 + 3.

5.3 Aufgaben zur Analyse des Operationsverständnisses

Wenn Textaufgaben fehlerhaft bearbeitet werden, können die Schwierigkeiten in ganz unterschiedlichen Bereichen liegen, die nicht aus Ergebniszahlen zu erschließen sind (Wessolowski 2003). Nimmt man nur die mathematischen Voraussetzungen in den Blick, dann ist häufig ein mangelndes Operationsverständnis für die Fehler mitentscheidend, denn für das Lösen dieser Aufgaben muss eine beschriebene Situation verstanden und mit Hilfe mathematischer Operationen modelliert werden können, das heißt, ein Text muss in der Regel in eine passende Rechenaufgabe überführt werden. Zu einem entwickelten Operationsverständnis gehört jedoch nicht nur dieser eine Transfer von der Sprache in eine symbolische Darstellung, sondern sämtliche Übersetzungen zwischen den verschiedenen Repräsentationsebenen, also auch unter Einbezug von Handlungen und bildlichen Darstellungen. Im informellen Test werden deshalb neben Textaufgaben – auch hier wieder mit der Aufforderung an die Kinder, ihr Vorgehen zu erläutern – weitere Aufgabenstellungen eingesetzt. Kinder sollen Bilder beschreiben und ihnen Rechenaufgaben zuordnen sowie zu vorgegebenen Termen Rechengeschichten erzählen beziehungsweise passende Handlungen mit Material ausführen. Nicht gelungene Transfers sollten dann in den Mittelpunkt der Förderung gestellt und durch Übungen angeregt werden, die ganz analog zu den Testaufgaben gestaltet werden können (vergleiche Kaufmann & Wessolowski 2006, Seite 74 und folgende).

Wie auch bei anderen informellen Tests können Lehrerinnen und Lehrer mit Blick auf ein bestimmtes Kind entscheiden, in welcher Reihenfolge sie Testteile einsetzen, ob alle Aufgaben bearbeitet werden sollen oder ob eine Auswahl sinnvoll ist. Soll der Test vollständig durchgeführt werden, kann das durchaus an verschiedenen Tagen geschehen. Durch behutsames Nachfragen und Impulse sollen die Denkwege des Kindes offengelegt werden, es geht nicht darum, es schnell zur richtigen Lösung zu führen. Mit Hilfe der beschriebenen prozessbezogenen Form der Diagnose wird ersichtlich, wie ein Kind Aufgaben löst, welches Material es in welcher Weise dabei verwendet und welche Vorstellungen es von Zahlen, Rechenoperationen und vom Rechnen aufgebaut hat. Neben fehlenden beziehungsweise unzureichenden Vorkenntnissen und fehlerhaften Vorgehensweisen werden auch die Kompetenzen festgestellt, über die das Kind verfügt. Auf der Grundlage dieses Wissens kann dann ein Förderplan für dieses Kind aufgestellt werden (vergleiche Kaufmann & Wessolowski 2006, Seite 26 und folgende; Schipper 2009, Seite 342 und folgende).

6 Literatur

Behring, K./Kretschmann; R./Dobrindt, Y. (2002): Prozessdiagnose mathematischer Kompetenzen in den Schuljahren 1 und 2, Bd. I: Theoretische Begründung und Vortest. Horneburg: Persen.

Hasselhorn, M./Marx, H./Schneider, W. (Hrsg.) (2005): Diagnostik von Mathematikleistungen. Göttingen: Hogrefe.

Kaufmann, S./Wessolowski, S.: Zählendes Rechnen. In: Grundschule Mathematik. Heft 7, 2005, S. 18-23.

Kaufmann, S./Wessolowski, S. (2006): Rechenstörungen. Diagnose und Förderbausteine, Seelze: Klett/Kallmeyer.

Krajewski, K./Küspert, P./Schneider, W. (2002): DEMAT 1+ Deutscher Mathematiktest für erste Klassen. Manual (Beltz Test) Göttingen: Hogrefe.

Klewitz, G./Köhnke, A./Schipper, W. (2008): Rechenstörungen als schulische Herausforderung. Handreichung zur Förderung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnen. Potsdam: GS Druck und Medien.

Schipper, W. (2009): Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Braunschweig: Schroedel.

Wessolowski, S.: „Textaufgaben kann ich nicht." – Was kann man tun? In: Dyskalkulie – die neue Herausforderung. Bericht zur 7. Tagung des Verbandes Dyslexie Schweiz 2003, S. 55-59.

Wessolowski, S. (2007): Erkennen von Rechenstörungen in der Schule. In: Gerd Schulte-Körne (Hrsg.): Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft, Bochum: Dr. Dieter Winkler, S. 315-323.

Förderung

Jutta Schneider

Emily

1 Emily, 1. Klasse

Emily ist ein freundliches, mitteilsames Kind, das im Laufe des ersten Schuljahres neu in die Klasse kam. Schnell knüpfte sie Kontakte zu ihren neuen Mitschülerinnen und Mitschülern. Sie fiel sehr positiv auf. Doch nach zwei bis drei Wochen beobachtete ich, dass Emily zusehends bei mathematischen Aufgaben unruhiger wurde und verstärkt ihre Finger zum Lösen der Aufgaben benötigte, diese aber unter dem Tisch benutzte. Ihre Konzentration ließ schneller nach, sie zeigte sich vergesslicher und unsicherer. Ihre Freude an der Schule und dem Schulleben veränderten sich. Was war geschehen?

1.1 Beobachten und beschreiben

Immer dann, wenn Emily Aufgaben im Zahlenraum bis 20 lösen sollte, bekam sie Bauchschmerzen, wollte austreten und erfand neue Ausreden, um die zu lösenden Aufgaben zu umgehen. Auch wollte sie den Rechenrahmen nicht mehr benutzen, da sie festgestellt hatte, dass alle ihre Freundinnen ihn nicht benötigten.

Einige Aufgaben löste sie schriftlich folgendermaßen:

11 – 2 = 13	(+, - nicht unterschieden)
11 + 2 = 12	(1. Zahl mitgezählt)
8 + 6 = 13	(1. Zahl mitgezählt)
8 + 7 = 51	(Zahlendreher)
13 – 5 = 12	(5 – 3 = 2; 2 + 10 = 12)
15 – 9 = 14	(9 – 5 = 4; 4 + 10 = 14)

Jetzt war es Zeit, Emily nach ihren Rechenwegen zu befragen. Gemeinsam setzten wir uns an einen Tisch. Erneut stellte ich Aufgabe für Aufgabe und bat sie „laut" zu denken. Bei der Aufgabe 11 – 2 erklärte sie, dass sie das Zeichen vertauscht hätte **(Vertauschen von Operatoren).**

Also versuchte sie die Aufgabe 11 + 2 neu zu lösen. Sie nannte als Ergebniszahl die Zahl 12. „Wie bist du auf diese Zahl 12 gekommen, Emily?" fragte ich. Sie nahm ihre rechte Hand, zeigte auf den Daumen, sagte 11 und fügte noch den Zeigefinger hinzu. „Jetzt sind es 12." In gleicher Weise rechnete sie die Aufgabe 8 + 6. Sie zählte also immer die erste Zahl schon mit **(Minus 1).**

Die Aufgabe 8 + 7 zählte Emily auf einmal richtig, nannte das Ergebnis, 15, notierte aber die Zahl 51 **(Zahlenverdreher).**

„Wie rechnest du denn 13 – 5, Emily?“ „Das ist hier gut, ich rechne 5 minus 3, das ist 2 und dann muss ich noch 10 dazuzählen und das ist dann 12.“ Genauso löste sie die letzte Aufgabe 15 – 9.

Während dieses gemeinsamen Lösens der Aufgaben war Emily aufmerksam, es machte ihr Freude, mir ihre Lösungswege vorzustellen. Auf die Frage „Emily, warum nimmst du nicht den Rechenrahmen oder die Kette?“, meinte sie ganz ernst: „Ich bin doch kein Baby mehr.“

Anschließend spielten wir noch das „Freunde“-Spiel. Dabei ging es um sämtliche Zerlegungsmöglichkeiten der Zahl 10. Ich nannte die Zahl 3, Emily sollte dann die Zahl 7 als Freund sagen, doch die Zerlegungen im Zahlenraum bis 10 fielen ihr schwer.

Nachdem ich den individuellen Leistungsstand von Emily festgehalten hatte, ihre Fehler nun verstehen konnte, musste ich nach Lösungsstrategien suchen, um sie aus ihren Denkmustern herauszuholen.

1.2 Bewerten

Um Emily wirklich helfen zu können, machte ich mir eine Übersicht, eine Art Bericht, über ihre Schwierigkeiten in Mathematik.

- Sie rechnet überwiegend bis ausschließlich zählend.
- Sie macht Fehler um plus beziehungsweise minus 1.
- Sie macht Zahlendreher.
- Sie kann die Zahlen bis 10 nicht zerlegen.
- Sie versteckt ihre Hände, zählt aber dennoch mit ihnen.
- Sie kann keine Strategien erkennen.
- Sie nutzt keine Analogien.
- Durch das zählende Rechen kommt sie zu langen Bearbeitungszeiten.
- Sie nutzt kein angebotenes Material.

1.3 Begleiten

Als erstes wollte ich Emily von der Wichtigkeit überzeugen mit dem Rechenrahmen - als strukturiertes Material - zu arbeiten. Ich selber sagte mir laut die Plusaufgabe 7 + 6 vor, schob erst sieben Kugeln nach links, dann sechs Kugeln und zählte laut. Emily nahm ihren Finger, begann bei der ersten Kugel zu zählen, erhielt so auch die Zahl 13 als Ergebnis und sagte freudig: „Jetzt haben wir beide richtig gerechnet, ich nehme jetzt auch den Rechenrahmen, du hast den ja auch genommen und du bist schon groß.“ Die erste Schwierigkeit war überwunden. Emily nahm den Rechenrahmen als ihre persönliche Rechenmaschine an. Nachdem wir einige Plusaufgaben laut denkend gemeinsam gelöst hatten, flüsterte sie: „Geht das genauso mit den Minusaufgaben?“ „Was meinst du? Lass es uns doch einfach versuchen.“

10 – 3 = 7 richtig
10 – 6 = 4 richtig
12 – 4 =

Bei dieser Aufgabe stutzte sie, zählte zwölf Kugeln einzeln ab, sagte laut 1,2,3,4, schob vier Kugeln weg, begann von vorne wieder an abzuzählen und sagte dann erfreut: “8“. Auf meine Bitte, den Rechenrahmen nun immer zu benutzen, nickte sie und bat um viele Aufgaben, die sie alleine berechnen wollte.

Daraufhin erstellte ich für Emily einen Förderplan.

Förderschwerpunkte	**Materialien**	**Ziel**
zählen		
schnelles Sehen am Rechenrahmen, Blitzblick	Rechenrahmen, Finger, …	Zählen fördern
ganzheitliche Erarbeitung des ZR bis 10	Rechenrahmen, Plättchen	ZR bis 10 sehend erfassen
Zahlen zerlegen		
alle Zerlegungen bis 10	Finger, Rechenrahmen	alle Zerlegungen bis 10 auswendig lernen
		0 hat zur besten Freundin 10
		1 hat zur besten Freundin 9
		2 hat zur besten Freundin 8
		3 hat …
verdoppeln	lautes Sprechen	Kraft der 5 nutzen
	Rechenrahmen Würfelbilder	Vorstellungskraft des Zahlenraumes fördern
halbieren	Rechenrahmen, Plättchen	Vorstellungskraft des Zahlenraumes fördern
Zahlen ergänzen	Rechenrahmen, lautes Sprechen	ZR bis 10 sehend erfassen
sich im 20er Raum orientieren		
	Rechenrahmen, lautes Sprechen	Vorstellungskraft des Zahlenraumes fördern
Zehnerübergang erleichtern		
	Rechenrahmen, lautes Sprechen	Zahlen zerlegen
Nachbaraufgaben erkennen		
		Strategien bewusst machen
Strukturen „ersehen“		
	Rechenrahmen 1 plus 1 Tabelle	Strukturen erkennen
Strukturen legen		
	Aufgabenkarten	Strukturen erkennen
Strukturen erklären		
	Gegenstände	Strategien erklären

Bei all diesen von mir überlegten Fördermaßnahmen sollte Emily die Aufgaben entweder nur mit dem Rechenrahmen oder den Plättchen lösen, denn Kinder wie Emily sind froh, wenn sie nicht zwischen einem zu großen und vielseitigen Materialangebot wählen müssen.

Emily erhielt von mir in den folgenden Mathematikstunden dementsprechende Aufgaben. Da ihre Freundin Luisa dieselben Aufgaben mit dem Rechenrahmen lösen wollte, arbeiteten die beiden Mädchen zusammen, mussten aber alle Aufgaben gemeinsam besprechen, sie sich gegenseitig erklären und erst dann die nächste Aufgabe bearbeiten. Bei den Zahlzerlegungen besprach ich mit beiden die Vorgehensart und sie lösten souverän die Zerlegungen mit ihren Rechenrahmen. Dabei gingen sie sehr strukturiert vor und ich merkte, wie diese Vorgehensweise beide Mädchen sehr sicher machte.

Nachdem Emily schon nach einer Woche wieder freudig in die Schule kam, sie wieder mitteilsamer, froher und ausgeglichener wirkte, meinte sie zu mir:

„Es war gut, dass ich dir sagen konnte, wie mein Kopf denkt. Jetzt denkt er richtig."

Die nächste Lernzielkontrolle zeigte, dass Emily sehr an Sicherheit gewonnen hatte, sie souverän mit dem Rechenrahmen umgehen und die Aufgaben mithilfe ihrer Rechenmaschine gut lösen konnte. Dennoch erhielt sie von mir für die kommenden Wochen einen weiteren Förderplan mit dem Schwerpunkt, die Zahlen verstärkter sehend zu erfassen.

Ich selber war erleichtert, dass Emily bereit war, so mitzuarbeiten, dass sie ein Material annahm, dass sie nun wieder Freude in und an der Welt der Zahlen zeigte. Natürlich war mir klar, dass ein solch rascher Erfolg nicht bei jedem Kind zu verzeichnen ist; doch Emily gab mir die Zuversicht, Kindern mit Förderbedarf helfen zu können.

2 Beobachtungsbögen und Förderpläne

Vorschläge hierzu finden Sie auf den folgenden Seiten. Auf Vorgaben für Skalierungen zum Ausfüllen der Bögen wurde bewusst verzichtet.

Beobachtungsbogen

Schüler/in _______________ Klasse________

Leitidee: Zahl

Zahlen

	zählen			abzählen			lesen			schreiben			erfassen			Beziehungen erkennen			Zahlenreihen aufbauen		
Zeitraum																					
Zeitraum																					
Zeitraum																					
Zeitraum																					

Zahlenoperationen

	addieren			subtrahieren			multiplizieren			dividieren					
										ohne Rest			mit Rest		
Zeitraum															
Zeitraum															
Zeitraum															
Zeitraum															

Ergebnisse prüfen

	schätzen			Umkehroperatoren			überschlagen			darstellen			erklären		
Zeitraum															
Zeitraum															
Zeitraum															
Zeitraum															

Beobachtungsbogen

Schüler/in ________________ Klasse_________

Leitidee: Messen und Größen

Geld

	vergleichen			schätzen			messen			umwandeln			berechnen		
Zeitraum															
Zeitraum															
Zeitraum															
Zeitraum															

Längen

	vergleichen			schätzen			messen			umwandeln			berechnen		
Zeitraum															
Zeitraum															
Zeitraum															
Zeitraum															

Zeit

	vergleichen			schätzen			messen			umwandeln			berechnen		
Zeitraum															
Zeitraum															
Zeitraum															
Zeitraum															

Beobachtungsbogen

Schüler/in _______________ Klasse________

Leitidee: Raum und Ebene

geometrische Körper/Flächen/Formen

	entdecken			betrachten			beschreiben			herstellen		
Zeitraum												
Zeitraum												
Zeitraum												
Zeitraum												

	vergleichen			parkettieren			in Beziehung setzten			Symmetrie erkennen		
Zeitraum												
Zeitraum												
Zeitraum												
Zeitraum												

Beobachtungsbogen

Schüler/in ________________ Klasse_________

Leitidee: Muster und Strukturen

geometrische Muster

	untersuchen			beschreiben			fortsetzen			entwickeln		
Zeitraum												
Zeitraum												
Zeitraum												
Zeitraum												

	verschlüsselte Zeichen/Symbole entschlüsseln (Knobelaufgaben)			mathematische Strukturen in Sachaufgaben erkennen			Tabellen								
							darstellen			lesen			interpretieren		
Zeitraum															
Zeitraum															
Zeitraum															
Zeitraum															

Beobachtungsbogen

Schüler/in ________________ Klasse_________

Leitidee: Daten und Sachsituationen

Daten

	sammeln			erheben			darstellen					
							Strichliste			Schaubild		
Zeitraum												
Zeitraum												
Zeitraum												
Zeitraum												

Sachsituationen

	Informationen entnehmen			Struktur erfassen			lösen			Ergebnisse überprüfen		
Zeitraum												
Zeitraum												
Zeitraum												
Zeitraum												

	Schaubilder erstellen			Fragen aus Schaubildern erkennen			Sachaufgaben selbst darstellen					
Zeitraum												
Zeitraum												
Zeitraum												
Zeitraum												

Förderplan 1

Schüler/in _______________ Klasse________

Förderschwerpunkte zur Leitidee: Zahl	Materialien	Notiz
zählen im ZR bis 10		
zählen im ZR bis 20		
schnelles Sehen		
Zahlen bis 10 zerlegen		
Zahlen bis 20 zerlegen		
Zehnerübergang		
Beziehungen erkennen		
addieren		
subtrahieren		
halbieren		
verdoppeln		

Förderplan 2

Schüler/in _______________ Klasse________

Förderschwerpunkte zur Leitidee: Zahl	Materialien	Notiz
Zahlen im ZR bis 20		
schnelles Sehen bis 20		
schnelles Sehen bis 100		
Orientierung im Hunderter-raum		
Addition im Hunderterraum		
Subtraktion im Hunderterraum		
Beziehungen erkennen		
Zahlenreihen nach Gesetzes-mäßigkeiten aufbauen		
Ergebnisse prüfen		
Stellenwerttafel		
multiplizieren 1*1		
dividieren		

Prävention

Carmen Eckert

Mathematik im Übergang Kindergarten - Grundschule

1 Einleitung

„Mach´ dir keine Sorgen wegen deiner Schwierigkeiten mit der Mathematik. Ich kann dir versichern, dass meine noch größer sind.“ (Albert Einstein)

Lernschwierigkeiten in Mathematik werden seit Jahren diskutiert und von den unterschiedlichen wissenschaftlichen Fakultäten erforscht. Die Forschungsergebnisse haben dazu geführt, dass die Rechenfähigkeit von Kindern, Jugendlichen und Erwachsenen umfassender betrachtet wurde und sich eine stärkere Fokussierung auf die Entwicklung von mathematischen Fähigkeiten im schulischen Kontext bildete. Unterschiedliche theoretische Ansätze, Abgrenzungen und Erkenntnisse entstanden, die sich aber immer stärker vernetzten und ihren Schwerpunkt zunehmend in den Vorschulbereich und in die Schuleingangsphase verlagerten.

„Aktuell dominieren Untersuchungen fertigkeitsspezifischer Aspekte unter entwickungspsychologischer, kognitionspsychologischer oder neuropsychologischer Perspektive. Intensiv in den Fokus der Forschung ist die Analyse der Problematik unter entwicklungspsychologischer Perspektive gerückt. Insbesondere die Entwicklung der frühkindlichen, vorschulischen mathematischen Kompetenzen und die Bedeutung dieser Kenntnisse für den schulischen Lernerfolg sind dabei wichtige Forschungsthemen.“ (Annemarie Fritz und andere: Handbuch Rechenschwäche, Beltz 2009, Seite 9)

Lernschwierigkeiten in der Mathematik werden im Sinne einer Verzögerung in der mathematischen Entwicklung von Grundschülerinnen und Grundschülern gesehen. Wie kann man nun als Elternteil und als Lehrkraft dieser Verzögerung gegenüber treten? Unterstützung für das Kind kann schon bedeuten, wenn Verständnis für die Problematik entwickelt werden kann und die diagnostische Aufmerksamkeit des Unterrichtenden ganz besonders im Anfangsunterricht stattfindet. Zum anderen kann aber auch eine stärkere Individualisierung entsprechend der Ausgangslage des Kindes gefördert und ein differenzierter Mathematikunterricht geplant werden, der sich in den Unterrichtsalltag integrieren lässt.

2 Rechenprobleme oder „falsch ist richtig - richtig ist falsch“

Kinder, die sich ihrer mathematischen Fähigkeiten nicht sicher sind und ihre oftmals einzige Hilfskonstruktion das zählende Vorgehen mit den Fingern ist, verzählen sich meistens um eins. Dieses Verzählen um Eins ist aber ein falsches Ergebnis. In der Eingangsmathematik der Grundschule gibt es erstmals kein „ungefähr“ mehr, ein „ungefähr“ ist immer ein „falsch“; nur ein genau richtig wie 5 + 5 = 10 kommt in Betracht. Das heißt, Kinder, die verunsichert sind und keine mathematisch hilfreichen Strukturen haben, auf die sie zurückgreifen können, zählen unermüdlich immer wieder: eins, zwei, drei, vier, fünf plus eins, zwei, drei, vier ist gleich eins, zwei.....neun.

„Das auffällige Vergessen von Zahlen beim Kopfrechnen beispielweise kann ebenso gut die Folge einer fehlerhaften Rechentechnik sein, welche das Gedächtnis dauerhaft überfordert. Es deutet also nicht sofort auf eine ‚auditive Kurzspeicherungsschwäche' hin. Manche angebliche „Konzentrationsschwäche" beim Rechnen entpuppt sich bei genauerer Überprüfung als Folge davon, dass ein Kind aufgrund fehlender mathematischer Grundlagen gar nicht weiß, worauf es sich konzentrieren soll." (Gaidoschik: Rechenschwäche - Dyskalkulie, Person 2008, 4. Auflage, Seite 16)

Um diese Strategie 45 Minuten lang aufrecht zu erhalten, bedarf es eines hohen Maßes an Konzentration, Ausdauer und Frustrationstoleranz. Für viele Kinder die einzige Chance am Mathematikunterricht teilzunehmen. Die meisten Autorinnen und Autoren gehen je nach Untersuchungsansatz von etwa 3 bis 7 % extrem rechenschwacher Kinder aus. Lorenz geht in seiner Veröffentlichung von 15 % förderbedürftiger Kinder mit einer Rechenschwäche aus. (siehe Lorenz 2003)

2.1 Eingangsvoraussetzungen

Ein kurzes Screening, das über mehrere Jahre bei Vorschulkindern stattfand, zeigte, dass einzelne Kinder besonders im Bereich der Mengenerfassung, der Begrifflichkeiten wie „gleich viel", „mehr oder weniger", „größer und kleiner" sowie der Eins-zu-Eins-Zuordnung und der Raum-Lage-Beziehung Auffälligkeiten zeigten. Vergleichbar mit der Früherkennung in der Legasthenie sind dies nur Indizien, die aber nicht als grundsätzliche Voraussetzungen für Lernschwierigkeiten im Bereich der Mathematik unabdingbar stehen müssen. Sie sind als ein Signal für genaueres Beobachten zu sehen und geben frühe Erkenntnisse über den Entwicklungstand des Kindes ab.

„Erfolgreiche Mathematikförderung muss mit einer spezifischen Fehler- und Defizitanalyse der mathematischen Kompetenzen beginnen. Darauf aufbauend sollten Ziele definiert sowie der einfachste und kürzeste Weg zu deren Erreichung gesucht werden. Bei der Erstellung eines individuellen Lernprogramms sind in besonderem Maße stets die Stärken des Kindes und nicht seine Schwächen zu berücksichtigen." (Born, A. / Oehler, C.: Kinder mit Rechenschwäche erfolgreich fördern, Kohlhammer 2009, 3. Auflage, Seite 71)

In dieser frühen Phase der Erkenntnisgewinnung können konkrete alltägliche Angebote geschaffen werden. Diese sollen aber nicht im Sinne einer Verschulung im Vorschulalter stattfinden. Im Rahmen der „Frühkindlichen Bildung" sollen Kinder die Chance erhalten, sich Einsichten und Erkenntnisse in ihrem alltäglichen Lebensumfeld zu erarbeiten und diese zu begreifen, um damit einen Grundstein für ihren weiteren Bildungsweg zu legen.

2.1.1 Mengen bilden - klassifizieren - sortieren

Für Kinder ist es oft nicht einfach, Zuordnungen zu bilden. Viele Mütter kennen dieses Problem leidvoll vom Aufräumen: alle Bausteine in eine Kiste, die Barbies in den Barbiekoffer, die Stifte in den Becher, das Papier in die oberste Schublade. Insbesondere dann, wenn Kinder durch geringen Wortschatz, unvollständige Sätze, fehlende Oberbegriffen und nicht vorhandene Strukturen rein sprachliche Aufträge erhalten, können Sie diese nicht umsetzen. Hier kann man den Kindern jedoch helfen, indem man gemeinsam tätig wird und die Vorgänge sprachlich begleitet: Alle Bauklötze in die rote Kiste, alle Kleider in den Schrank, alle Papierschnipsel in den Mülleimer. Was lernt das Kind an mathematischen Grunderfahrungen bei diesem Vorgehen? Das Kind lernt Oberbegriffe, es bilden sich Ordnungsstrukturen, es finden Zuordnungen statt, die Begriffe „viel“, „wenig“ können eingeführt werden, es lernt Mengen zu bilden. Es bekommt Sprache mit dem tatsächlichen Tun vermittelt. Dies ist ein Weg, der niemals beim ersten Versuch gelingt. Kinder sollten mindestens siebenmal hintereinander eine Sache wiederholen können, um sie ansatzweise nach den Vorstellungen von Erwachsenen alleine auszuführen.

2.1.2 Eins-zu-Eins-Zuordnung

Kindern kann mit einfachen Mitteln das Üben der Eins-zu-Eins-Zuordnungen ermöglicht werden: Zu jedem roten Klotz - einen blauen Klotz, zu jedem Jungen - ein Mädchen, zu jedem rechten Schuh - den passenden linken Schuh, zu jeder Gabel - ein Messer. Aufgaben, die das Sortieren, Zuordnen und Verteilen fördern und erfordern, sind hierfür eine gute Übung. Dieser Entwicklungsprozess und Förderaspekt kann in alltäglichen Abläufen stattfinden: Tisch decken für fünf Personen (Zuordnung: Messer, Gabel, Löffel, Teller, Glas ...), Schuhschrank aufräumen, Socken sortieren …. Die neusten Forschungsergebnisse zeigen dabei, dass der größte Erfolg erzielt wird, wenn man den Auftrag konkret mit der mathematischen Handlung in Verbindung setzt. Hier kommt der Begriff „gleich viele“ zum Tragen. Wichtig ist dabei, den Kindern einen Weg der Überprüfbarkeit immer wieder anzubieten oder ihn zu fordern. Beispiel: „Schau, ob wir gleich viele Messer und Gabeln haben.“ Das Kind kann die Gegenstände abzählen, zum Beispiel „sieben Messer und sieben Gabeln“ oder einfach zur Kontrolle nebeneinander legen und prüfen, ob es richtig gezählt hat. Gibt es Probleme auf dieser Stufe, kann das Kind die Gegenstände jeweils auch mit einem Faden verbinden (Messer-Gabel, Messer-Gabel, dabei mit kleinen, für das Kind überschaubaren, Anzahlen an Gegenständen beginnen und zunehmend eine größere Anzahl von Gegenständen anbieten). Für den Unterricht oder den Kindergarten heißt das konkret, eine Kiste mit Gegenständen mit jeweils gleicher Anzahl, einen Tisch zum Auslegen und einen Knäuel Wolle zum Verbinden bereithalten. In der heutigen medial geprägten Zeit kann man die Dinge auch bei erfolgreichem Ergebnis fotografieren, ausdrucken und als Kontrollkarten benutzen. Für die Kinder ist dieses zum einen eine große Wertschätzung ihrer Arbeit und zum anderen ein Weg der Eigenkontrolle, die sie in einem Portfolio festhalten können.

2.1.3 „mehr“ oder „weniger“ beziehungsweise „weniger“ ist „mehr“

Auf der Grundlage der Eins-zu-Eins Zuordnung entsteht dann sehr schnell das Vergleichen von „weniger“ und „mehr“. In dieser Stufe ist nicht angedacht, ein Kilo Federn mit einem Kilo Eisen zu vergleichen. Es würde Kinder in dieser Entwicklungsstufe mehr als irritieren. Gleiche Gegenstände sollen vergleichend überprüft und kontrolliert werden. Sind es „weniger“ Gabeln als Messer, „weniger“ rote Klötze als blaue Klötze, „mehr“ Kindergartentaschen als Kinder? Im täglichen Umfeld bieten sich unzählig vorhandene Alltagsgegenstände zum Vergleich und im Bezug auf „weniger“ und „mehr“ an. Für den Erwachsenen heißt dies eine klare Auswahl treffen und hier ist weniger oft mehr. Jeden Tag zwei Anlässe für die Erarbeitung von „weniger“ oder „mehr“ oder „gleich viel“ bringt einen weitaus größeren Erfolg als eine „Zahlenstunde“ pro Woche. Die Wiederholung und Vertiefung des Lerngegenstandes ist maßgeblich am Erkenntnisgewinn der Kinder beteiligt. Zusätzliches Material wird konkret nicht benötigt. Für Kinder mit Problemen sollte wieder ein Tisch zum Auslegen und Wolle zum Verbinden vorhanden sein. Die Kontrolle gibt den Kindern einerseits eine Hilfestellung und andererseits die Sicherheit, „so ist es richtig“ beziehungsweise möglichst strukturiert eine „mathematische Behauptung“ zu überprüfen.

3 Eingangsstufe Mathematik - Der Zahlenraum bis 20

Mit dem Eintritt in die Schule können fast alle Kinder unterschiedlich weit zählen. Man geht von einer unterschiedlichen Entwicklung in einzelnen Teilaspekten von drei Jahren aus. Raschendorfer und Zajicek (2006, Seite 16) entwickelten ein Grobraster für die Rechenentwicklung bei Kindern und konnten zeigen, mit welchen unterschiedlichen Voraussetzungen Kinder im Fach Mathematik in der Grundschule starten. Eltern und Lehrenden sollte bewusst sein, dass diese Unterschiede nicht mit dem gleichen Lehrstoff zur gleichen Zeit bedient werden können und dass Entwicklungsverzögerungen von bis zu drei Jahren nicht in kürzester Zeit aufgeholt werden können.

„Ab etwa **zwei Jahren** *sind sie in der Lage, Zahlwortreihen nachzusprechen. Sie wiederholen dabei die Zahlenfolgen als Aneinanderreihung von Wörtern wie beim Aufsagen eines Gedichtes, das heißt, ohne den Mengenwert dahinter zu verstehen.*

Im Alter von **vier Jahren** *sind bereits erste Rechenschritte möglich, wobei die einzelne Menge immer erst zählend erfasst werden muss, bevor die Gesamtmenge berechnet werden kann.*

Mit **sechs Jahren** *gelingt es Kindern die Zahlenfolge ab einer beliebigen Zahl fortzuführen, ohne immer bei der Eins beginnen zu müssen. In diesem Alter werden Vorgänger und Nachfolger von Zahlen erfasst.*

Im Alter von **acht Jahren** *sollte ein Kind dann sicher ab jeder Zahl rückwärts zählen können. Dies basiert auf dem etwa ein Jahr zuvor entwickelten Langzeitgedächtnis für Zahlen.*

Durch den **Schulbesuch** *erweitert sich das Wissen um die arabische Zahlschreibweise.*

Aber auch die Vorstellung vom Zahlenraum differenziert sich entscheidend aus. Dies ermöglicht Schätzen und Überschlagen.

Erst mit **neun Jahren** *wird die Effektivität von Umkehrrechnungen erkannt. Damit gelingt es Kindern, Aufgabenstellungen durch Umstellen zu vereinfachen. Beispielsweise machen sie aus 9 - 7 = x dann 9 - x = 7.“*

Für den Unterricht bedeutet diese Erkenntnis, differenzierte Angebote zu jedem mathematischen Entwicklungsschritt bereitzustellen. Welche Voraussetzungen könnten geschaffen werden?

Je intensiver man das trainiert, was verbessert werden soll, umso besser ist der Übungsvorgang. Rechnen kann man nur durch das Errechnen lernen. Sicherlich mit vielen Variationen motivierend gestaltet, aber nie ohne das Rechnen als den Hauptfaktor zu sehen.

Um den Prozess des Zählens noch einmal klar darzustellen, sollte einem der Begriff der Kardinalzahl und der Ordinalzahl klar sein. Kinder mit Lernschwierigkeiten sehen die Zahlen nur als Ordinalzahlen an, das heißt, als eine Zahl in Folge: eins, zwei, drei, vier… und nicht als Kardinalzahl, eine Zahl mit dem Begriff der Menge. Im Detail heißt es für diese Kinder, sie müssen immer wieder zählen, weil ihnen der Begriff der Menge fehlt. Im weiteren Verlauf des ersten Schuljahres erhöht sich die Problematik durch die fehlenden mathematischen Überleitungen 1 + 5 = 6, also ist 2 + 5 eins mehr = 7. Ein „rechenschwaches“ Kind rechnet anders. Es zählt eins - eins, zwei, drei, vier, fünf ist gleich eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs. In der darauf folgenden Aufgabe 2 + 5 beginnt das Kind erneut die Aufgabe zählend zu lösen eins, zwei und eins… ist gleich sieben. Zahlenumstellungen (2 + 5 =, 5 + 2 =), Aufgabenänderungen (2 + _ = 7) und auch Textaufgaben (Peter hat zwei rote und fünf blaue Autos.) sind für solche Kinder eine immer wieder neue Herausforderung.

Veranschaulichung

Längere Zeit war man der Meinung, man sollte das Fingerrechnen verbieten und konkretes Material anbieten. Mittlerweile ist man davon abgekommen und nutzt die Finger als Hilfsmittel und Anschauungsmaterial im Sinne der Kinder, indem man mit einfachen Übungen anfängt wie 5 Finger = 1 Hand, 10 Finger = 2 Hände. Natürlich kann man den Kindern auch anderes Material zur Veranschaulichung anbieten wie zum Beispiel Perlen, Stecker, Montessorimaterial, Zahlenhäuser. Wichtig ist aber, sich in der Anfangszeit für nur ein Material zu entscheiden. Eine Förderung bei Lernschwierigkeiten sollte immer eine Förderung im Sinne von Strukturaufbau, von Sicherheit und Transparenz sein.

Zum anderen ist aber die gleichzeitige Verwendung mehrerer Materialien insbesondere bei leistungsschwächeren Schülern problematisch. Die Handlungen für 28 + 30 am Rechenrahmen, am Zahlenstrahl, an der Hundertertafel und an den Mehr-System-Blöcken sind Handlungen, die nicht übertragbar sind - sie sind grundverschieden. (vergleiche Lorenz 2003)

Größer-Kleiner-Aufgaben

Die Unterscheidung der beiden Zeichen > < bereitet Kindern häufig die größten Schwierigkeiten, besonders dann, wenn sie noch Probleme im Bereich der Raum-Lage haben. Hier stellt sich die Frage: „Müssen Kinder mit Problemen beide Begrifflichkeiten wirklich erlernen?“ Die Erfahrung zeigt, dass Kinder das Zeichen immer dann richtig setzen, wenn sie sich an den Satz erinnern: „Das Krokodil schnappt immer nach dem größten Happen.“ Stellt man aber beide Zeichen zur Verfügung - „größer als“ und „kleiner als“ - kommt es zu Verwechslungen und Unsicherheiten.

Plus- und Minusaufgaben

Ein weiteres Problem ist der Umgang mit Plus- und Minusaufgaben. Viele Kinder rechnen Plusaufgaben wie 7 + 2 = 9 sehr gut, wissen aber nicht, wie viel 9 - 2 oder 9 - 7 oder einfach nur 2 + 7 ist. Eine Begründung ist das auswendig erlernte Rechnen. Ein anderer Grund ist, dass die Kinder die Umsetzung von plus zu minus nicht verstanden haben. Manchen Kindern ist oftmals die Bedeutung von „mehr/weniger“, „etwas hinzufügen/etwas wegnehmen“ nicht klar. Kindern mit visuellen Problemen fällt es oft auch schwer, die Zeichen + und – zu differenzieren. Didaktisch wird Minus auch immer als etwas Schwierigeres dargestellt, was keine Begründung findet. Ich jongliere mit Zahlen nur in einer anderen Richtung: Der Unterschied von der 5 zur 7 ist 2, egal ob ich 5 + 2 = 7 rechne oder 7 – 2 = 5. „Plus“ - „Minus“ als Übersetzung anzusehen ist ein Fehlschluss, da diese Wörter eben so wenig Bedeutung für das Kind tragen wie die Zeichen selbst. Der Bedeutungsgehalt der „übersetzenden Wörter“ muss mit den vorausgegangenen oder sie begleitenden Handlungen verknüpft sein. Sie sollten am Anfang nicht Ausgangspunkt der Handlung sein, sondern sich zwangsläufig an und aus der Aufgabenstellung, dem „Mengenvergleich für das Handeln“ ergeben. (vergleiche Rosenkranz 1992)

Ein weiterer Schritt ist das Erkennen von Teilmengen beziehungsweise die Mengenzerlegung

Spätestens um den Zehnerübergang zu bewältigen, benötigt es die Schaffung von Teilmengen, das heißt, die Zerlegungsmöglichkeiten der Zahlen wie zum Beispiel 1 + 5 = 6, 2 + 4 = 6, 3 + 3 = 6, 4 + 2 = 6 und 5 + 1 = 6. Hier bietet sich im ersten Schritt die Zahl 6 an. Kinder können erforschen, belegen und kombinieren, mit welchen Teilmengen man die Zahl 6 erhält. Das Anschauungsmaterial, für das sich die Lehrerin oder der Lehrer gemeinsam mit dem Kind entschieden hat, sollte hier zur visuellen Vertiefung anfänglich eingesetzt werden. Sieht man die Menge wie eine Waage, die im Gleichstand bleiben soll, geht es immer um die Ergänzung eines fehlenden Betrages oder eines dazugehörigen Elements. Zur 1 gehört die 5, zur 2 die 4 usw. Die Zerlegung der Zahlen sollte von den Kindern verinnerlicht werden, denn sie ist für den Zehnerübergang dringend erforderlich.

Übertragung

Kinder, die den Zehnerübergang bewältigen und die Struktur verstanden haben, können dieses Wissen auch auf den erweiterten Zahlenraum übertragen. Fehlt dieses Grundwissen, greifen sie auf „alte und bekannte Zählstrukturen“ zurück und fallen auf. Die Folge sind Konzentrationsprobleme, Langsamkeit, Frustriertheit, Verrechnen - oftmals nur um eins.

Zusammenfassung

Eine wichtige Grundeinstellung für Lehrkräfte ist die Akzeptanz dieser Kinder mit Lernschwierigkeiten in Mathematik. Die Kinder sollten mit all ihren Stärken wahrgenommen und wertgeschätzt werden und mit einem diagnostischen Blick gesehen und begleitet werden. Erst auf der Grundlage dieser dann guten Beziehungsebene ist das Kind bereit, den Weg des Lernens anzutreten. Dabei ist es für das Kind von großer Bedeutung, Eigenständigkeit und Selbstbewusstsein auf seinem Lernweg zu erfahren, um Vertrauen in das eigene Können entwickeln zu können.

„Gib mir keinen Stock, sondern hilf mir es selbst zu tun.“ (Verfasser unbekannt)

4. Literatur

Born, A./Oehler, C. (2009): Kinder mit Rechenschwäche erfolgreich fördern. Stuttgart: Kohlhammer.

Fritz, A. et al., u.a.: Handbuch der Rechenschwäche: Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie.

Gaidoschik, M. (2002 und 2008): Rechenschwäche - Dyskalkulie. Horneburg: Persen.

Handerl, K./Kaufmann, L.: Modelle, Diagnostik, Intervention.

Hendrik, S.: Dyskalkulie - Kinder mit Rechenschwäche wirksam helfen.

Hoenisch, N.: Mathe Kings.

Küsper, P.: Wie Kinder besser rechnen lernen: Neue Strategien gegen Dyskalkulie.

Lorenz, J.H. (2003): Lernschwache Rechner fördern - Ursachen der Rechenschwäche, Frühhinweise auf Rechenschwäche, Diagnostisches Vorgehen. Berlin: Cornelsen Scriptor.

Mayer, M./Wackerbauer, S.: Praxisheft Dyskalkulie.

Raschendorfer, N./Zajicek, S. (2006): Dyskakulie - Wo ist das Problem? Mühlheim: Verlag an der Ruhr.

Rosenkranz, C. (1992): Kieler Zahlenbilder. Kiel: Veris.

Zajik, S. (2006): Dyskalkulie - Wo ist das Problem? Mühlheim: Verlag an der Ruhr.

Charlotte Rechtsteiner-Merz

Die Schulung des Zahlenblicks in Klasse 1 - Gut, wenn man einen Blick dafür hat

„Intuitiv zu verstehen, heißt gewissermaßen, etwas zu sehen. Aber man sieht nur, was man weiß.“ (Köhler 2008, Seite 177)

1 Einleitung

Lehrerin	Kannst du 3 + 9 ausrechnen?
Seyda	Neun (zeigt mit den Fingern zehn, elf, zwölf). Ah, das macht zwölf.
Lehrerin	Und 4 + 9?
Seyda	Hmm…neun (zeigt mit den Fingern zehn, elf, zwölf, dreizehn). Das macht dreizehn.
Lehrerin	Wie hast du das herausgefunden?
Seyda	Also, ich tue die neun und dann noch vier, eins und wenn ich einfach so mache (zeigt mit den Fingern) dann verstehe ich das.

Wir alle kennen das: Kinder bekommen eine Aufgabe gestellt und versinken, ohne diese genauer zu betrachten, sofort in der Lösungsfindung. Dabei nutzen sie ihre Finger zum Zählen oder zählen im Kopf weiter. Kinder wie Seyda, oben im Interview, haben zahlreiche Wege entwickelt, eine Lösung zu finden (auf den Händen sitzend, mit den Augen zwinkernd, heimlich Gegenstände zählend oder offensichtlich die Finger benutzend). Auffällig ist, dass sie kaum auf andere „strategische Werkzeuge“ (vergleiche Rathgeb-Schnierer 2006, Seite 55) zurückgreifen wie beispielsweise das Einsetzen von Hilfsaufgaben, das Zerlegen und Zusammensetzen von Zahlen oder das gegen- oder gleichsinnige Verändern von Aufgaben (ebenda). Wie im Interview oben werden Aufgaben- und Zahlbeziehungen nicht bemerkt und können daher auch nicht genutzt werden.

Im Grunde lassen sich diese Kinder gar nicht mehr wirklich auf das Nachdenken über Mathematik ein. Vielmehr erhält man den Eindruck, dass sie versuchen, Rezepten zu folgen, welche sie sich im täglichen „Überleben des Unterrichts“ angeeignet haben. Diese Rezepte resultieren häufig aus wohlgemeinten Hilfen und Erklärungen von Eltern und Lehrkräften.

„Leider wird die beschriebene Hilfe durch den Lehrer oft damit verwechselt, die Intuition durch vorgeplante Vermittlung des Wissens zu ersetzen, statt sie durch entsprechende Lernumgebungen zu fördern und dann im Dialog zu klären“. (Köhler 2008, Seite 179)

Die Schulung des Zahlenblicks ist eine Möglichkeit mit allen Kindern der Klasse von Beginn an den Blick sowohl für Zahleigenschaften als auch auf Zahl- und Aufgabenbeziehungen zu weiten. Mit dieser Schulung ist die Idee verknüpft, dem verhärteten zählenden Rechnen präventiv zu begegnen.

In diesem Artikel soll exemplarisch an verschiedenen Aktivitäten aufgezeigt werden, wie sich die Zahlenblickschulung kontinuierlich und kumulativ durch das erste Schuljahr ziehen kann.

2 Die Herausforderungen der ersten Klasse

Bei Schuleintritt verfügen die Kinder in der Regel bereits über zahlreiche mathematische Kompetenzen wie Zählen, Mengen erfassen, Vergleichen, Ordnen und vieles mehr. Verschiedene Untersuchungen (vergleichr Stern 1992; Radatz und andere 1996) zeigen auch, dass Kinder bereits viele Additions- und Subtraktionsaufgaben lösen können. Dabei nutzen sie ihre Finger als Zählinstrumente. Wie Dehaene (1999, Seite 110 und folgende) darstellt, ist das zählende Rechnen in allen Kulturen zunächst der erste Zugang zum Lösen einer Aufgabe. Auch wir Erwachsene nutzen bisweilen die Finger, wie beispielsweise beim Errechnen von Zeitspannen am Kalender. Die Herausforderung der ersten Klasse besteht nun im Wesentlichen darin, zählendes Rechnen durch verstehendes Rechnen mit Hilfe strategischer Werkzeuge zu ersetzen und schließlich zur Automatisierung zu führen. Diese Aufgabe nimmt einen hohen Stellenwert ein, da hier die Grundlage für den mathematischen Werdegang des Kindes gelegt wird.

Auf dem Weg der Ablösung vom zählenden Rechnen muss ein Kind verschiedene Hürden (vergleiche Lorenz 2003, Seite 93) überwinden. Unter anderen sind dies der Erwerb eines breiten Zahlverständnisses und ausgeprägten Operationsverständnisses und das Verfügen über strategische Werkzeuge. Erst am Ende dieses Prozesses steht die Automatisierung des kleinen Einspluseins.

Um den Ablöseprozess vom zählenden Rechnen zu fördern und den Weg zum flexiblen Rechnen zu unterstützen, können verschiedene Übungen zur Schulung des Zahlenblicks unterstützend wirken (vergleiche Schütte 2008, Seite 103 und folgende).

3 Die Schulung des Zahlenblicks

Unter „Zahlenblick" versteht man die Fähigkeit, „Beziehungen augenblicklich" (vergleiche Schütte 2004, Seite 143) zu sehen und zu nutzen. Dies beinhaltet auch, „Zahlen geschickt" (ebenda) zu zerlegen und neu zusammenzusetzen. Der Erwerb dieser Kompetenzen erleichtert den Weg zum flexibleren Rechnen, auch bei schwächeren Kindern.

Damit die Kinder Zusammenhänge augenblicklich sehen lernen, ist es notwendig, die Aufgaben so zu gestalten, dass der Rechendrang aufgeschoben wird (vergleiche Schütte 2004, Seite 144). Der Blick wird zunächst auf die Struktur der Aufgabe gerichtet und nicht auf die schnelle Lösungsfindung oder das Ergebnis (vergleiche Schütte 2008, Seite 103). Dadurch wird erreicht, dass „zum einen der Beziehungshaltigkeit von Zahlen („beziehungshaltiges Zahlenwissen") [und] zum anderen dem Ausbau metakognitiver Fähigkeiten großes Gewicht beigemessen" (ebenda, Seite 103; Anführungszeichen im Original) wird. Unter metakognitiven Fähigkeiten wird beispielsweise die Fähigkeit verstanden, über die eigene Vorgehensweise und die Lösungswege anderer nachzudenken.

Schütte unterscheidet zwischen der Zahlenblickschulung im engeren und weiteren Sinne (vergleiche Schütte 2008, Seite 104 und folgende). Die Schulung im weiteren Sinne umfasst die gesamte Bandbreite des Arithmetikunterrichts der Klassen 1 bis 3:

Aufbau eines fundierten Zahlverständnisses, Operationsverständnis, erste Rechenstrategien entwickeln, Rechensicherheit bei den Basisfakten, Experimentieren und Erforschen, Muster und Strukturen erkennen und fortsetzen, Aufgabeneigenschaften und Aufgabentypen erkennen, Zahl- und Aufgabenbeziehungen erkennen, Lösungen „sehen“ oder Wege der Vereinfachung finden, eigene Lösungswege entwickeln und andere nachvollziehen, strategische Werkzeuge entwickeln, flexibles Rechnen: beziehungshaltiges Zahlwissen, Zahl- und Aufgabenbeziehungen und strategische Werkzeuge zur Lösung nutzen (ebenda, Seite 104 und folgende).

Die Aufzählung macht deutlich, dass die Kinder in allen Bereichen des Mathematikunterrichts zum Untersuchen von Hintergründen und Zusammenhängen angeregt werden und somit der Metablick geschult wird. Ein neuer Aspekt ist die Schulung des Zahlenblicks im engeren Sinne: Zahl- und Aufgabenbeziehungen erkennen und Aufgabentypen erkennen (ebenda, Seite 104). Auch dies spielt bereits in Klasse 1 eine wesentliche Rolle.

Da zu Schulbeginn zunächst der Aufbau eines fundierten Zahlverständnisses einen wesentlichen Raum einnimmt, werden im Folgenden Aktivitäten zur Zahlbegriffsentwicklung mit Fokus auf die Zahlenblickschulung und Tätigkeiten zur Schulung des Zahlenblicks im engeren Sinne vorgestellt.

3.1 Didaktische Überlegungen zum Aufbau eines fundierten Zahlverständnisses

Beim Erwerb eines breiten Zahlverständnisses spielen verschiedene Aspekte eine Rolle. Zwei wesentliche Bereiche sollen an dieser Stelle unter dem Blickwinkel der Zahlenblickschulung vorgestellt werden: Aktivitäten mit Punktebildern und Aktivitäten am leeren Zahlenstrahl.

Aktivitäten mit Punktebildern

Das simultane und quasi-simultane Erfassen von Mengen spielt eine wichtige Rolle beim Aufbau eines fundierten Zahlverständnisses (vergleiche unter anderem Gerster/Schultz 2004, Seite 337 und folgende und Haller/Schütte 2004a, Seite 76). Dieses kann durch Aktivitäten zum Blitzblick, die auch das Gruppieren und Umgruppieren von Mengen beinhalten, angeregt werden. Unter „Blitzblick“ versteht man Aktivitäten, die das simultane und quasi-simultane Erfassen von Mengen unterschiedlicher Strukturierung fördern. Hierzu gehören wesentlich Übungen mit Punktebildern im Zehner- und Zwanzigerfeld.

Nach der anfänglichen Gestaltung von Zahlenbildern durch die Kinder ist es geschickt, im Verlauf des Schuljahres gemeinsam tragfähige Punktebilder zu erarbeiten, die das Rechnen unterstützen. Hierbei werden die Vor- und Nachteile der Darstellungen in der Klasse thematisiert (vergleiche Schütte 2008, Seite 107 und folgende).

In der didaktischen Diskussion finden sich verschiedene Punktebilder parallel zueinander. Zwei davon sind meines Erachtens besonders geeignet: Schütte (2008, Seite 108) favorisiert die Blockdarstellung im Zehnerfeld:

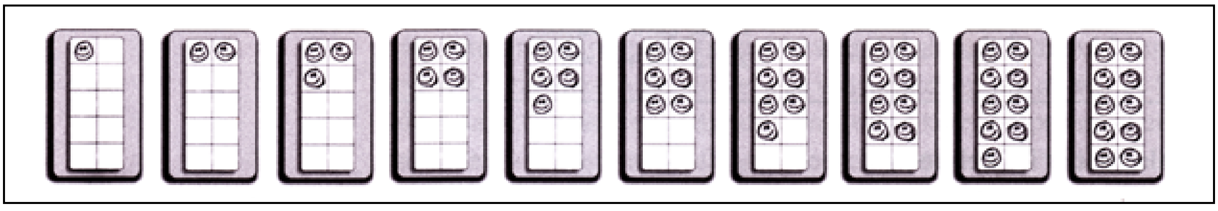
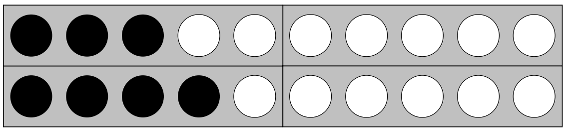


Abbildung 1: Blockdarstellung im Zehnerfeld - Möglicher Aufbau der Zahlen 1-10

Kaufmann und Wessolowski (2006, Seite 34) schlagen sowohl die lineare Darstellung als auch die Blockdarstellung im Zwanzigerfeld vor.



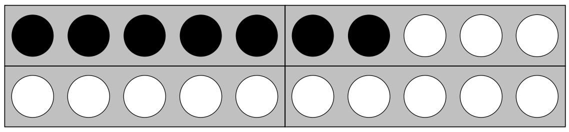


Abbildung 2: Punktebilder im Zwanzigerfeld

Möchte man die Zahlenbilder zum Rechnen im Zahlenraum bis 20 nutzen, so sind beide Darstellungen (lineare und die Blockdarstellung) kombiniert notwendig, um alle strategischen Werkzeuge verstehen und nutzen zu können. Folgende Betrachtungsweisen und damit Lösungswege sind beispielsweise für die Aufgabe 6 + 7 im unten stehenden Punktebild (Abbildung 3) denkbar:

6 + 6 + 1, 5 + 5 + 3, 7 + 7 -1, 7 + 3 + 3, 7 + 5 + 1

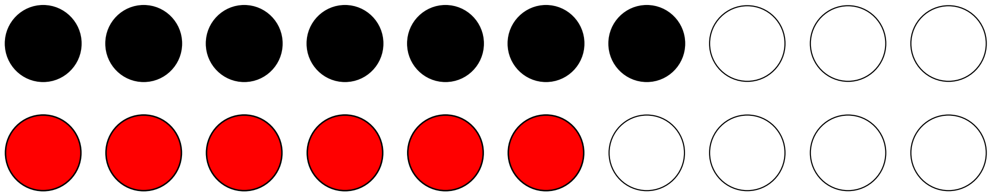


Abbildung 3: Punktebild im Zwanzigerfeld

Schulung des Relationszahlaspekts mit Hilfe des leeren Zahlenstrahls

Ein weiterer wichtiger Aspekt neben den Aktivitäten mit Punktebildern ist die Entwicklung des Relationszahlaspekts (vergleiche Lorenz, 1997, Seite 96). Dabei werden die Zahlen im Kontext zu ihren Nachbarn oder auch zu weiter entfernten Zahlen gesehen (vergleiche Lorenz 2006, Seite 7 und folgende; Lorenz 2007, Seite 11 und folgende). Hierfür dienen verschiedene Übungen am leeren Zahlenstrahl.

Während der bereits vorgefertigte Zahlenstrahl durch seine Markierungen auch zum Abzählen verleiten kann, muss das Kind am leeren Zahlenstrahl selbst aktiv werden und sich die fehlenden Zahlen in Beziehung zueinander vorstellen.

3.2 Didaktische Überlegungen zur Schulung des Zahlenblicks (im engeren Sinne)[1]

Bei der Zahlenblickschulung im engeren Sinne werden zwei Kategorien unterschieden:

- Zahl- und Aufgabenbeziehungen erkennen und
- Aufgabentypen erkennen (vergleiche Schütte 2008, Seite 104).

Der Aspekt Zahl- und Aufgabenbeziehungen erkennen richtet den Blick gezielt auf strukturelle Zusammenhänge zwischen Zahlen und Aufgaben (vergleiche Schütte 2008, Seite 126 und

1 Die Autorin bezieht sich im Folgenden, wenn nicht anders gekennzeichnet, auf die Darstellungen von Schütte (2008, S.123ff).

folgende). Die hier ausgewählten Übungen versuchen, über „sinnfällige Vorstellungsbilder“ (ebenda Seite 126) oder spielerische Aktivitäten den Blick auf Zahl- und Aufgabenverwandtschaften zu lenken.

Bei den Übungen zum Erkennen von Aufgabentypen steht das „Erkennen von aufgabenspezifischen Merkmalen“ (Rathgeb-Schnierer 2008, Seite 10) und „Aufgabenschwierigkeiten“ (ebenda) im Mittelpunkt. Um diese Aspekte zu fördern, wird Aktivitäten wie dem Sortieren und Ordnen von Aufgaben, ohne diese auszurechnen, ein wesentliches Gewicht beigemessen. Die Fähigkeit, Ergebnisse abschätzen oder Aufgaben einschätzen zu können, soll dadurch angeregt werden. Dabei wird der Rechendrang zurückgestellt (vergleiche Schütte 2004, Seite 144) und die Reflexion des Aufgabentyps in den Vordergrund gerückt.

4 Aktivitäten zur Zahlenblickschulung in Klasse 1

4.1 Handlungsgrundsätze

Die Schulung des Zahlenblicks geht mit der Ausbildung metakognitiver Kompetenzen einher. Damit sich die Kinder über ihre eigene Vorgehensweise und die der anderen bewusst werden können und damit zur Reflexion auf einer Metaebene angeregt werden, ist es hilfreich, folgende Grundsätze zu beachten:

- Jedes Kind sammelt eigene Erfahrungen und vergleicht sie mit den Erfahrungen der anderen Kinder oder den Sichtweisen der Lehrperson (vergleiche Lorenz 2006, Seite 6).
- Der Blick des Kindes auf die Mengen ist individuell. Die Kinder werden immer wieder dazu angeregt, ihre Sichtweise zu artikulieren, sei es mündlich, durch Zeichnen oder schriftliches Notieren.
- Die Sicht der anderen Kinder wird kontinuierlich mit der eigenen Sicht verglichen. Schütte nennt dies das „sich Eindenken“ (2004a, Seite 5) in die Lösungswege anderer.

Die Kinder sollen also zum Austausch ihrer eigenen Erfahrungen, Beobachtungen und Gedanken angeregt werden. Dabei sollte deutlich werden, dass viele Sichtweisen ihre Berechtigung haben und es lediglich Sichtweisen gibt, die geeigneter oder komplizierter sind.

Um sich besser austauschen zu können, kann es am Ende einer Aktivität manchmal sinnvoll sein, sich klassenintern auf einige Darstellungen oder Formulierungen zu einigen.

Die im Folgenden beschriebenen Aktivitäten können im engen Zusammenspiel mit den oben genannten Handlungsgrundsätzen die Entwicklung des Zahlenblicks bei Kindern der ersten Klasse unterstützen.

4.2 Aktivitäten zum Aufbau eines fundierten Zahlverständnisses

Den Aufbau vorstrukturierter Punktebilder untersuchen

Beschreibung

Material: leeres Zehner- und Zwanzigerfeld, Zahlbilder im Zehner- und Zwanzigerfeld
Bei dieser Aktivität untersuchen die Kinder zunächst leere Zehner- und Zwanzigerfeldkarten auf ihre Struktur. Später werden die vorstrukturierten Punktebilder hinzugezogen.

Folgende Impulse können leitend sein:

Am leeren Zehner- oder Zwanzigerfeld:

- Wie viele Felder sind in einer Reihe?
- Wie viele Felder sind auf jeder Seite des dicken Balkens?
- Warum ist das wohl so?
- Findest du Ähnlichkeiten zwischen dem Aufbau der Karte und deinen Fingern?

Am „belegten“ Zehner- oder Zwanzigerfeld:

- Wie viele Felder sind belegt?
- Wie viele Felder sind frei?
- Wie kannst du die Anzahl schnell erkennen?
- Hat dein Nachbar, deine Nachbarin die Zahl genauso dargestellt wie du?
- Welche beiden Darstellungen kennst du für diese Zahl?
- Stelle die Zahl an deinen Fingern dar. Wie sieht diese Darstellung auf dem Zwanzigerfeld aus?

Reflexion

Solche konkreten Handlungen dienen, verknüpft mit Reflexion und sozialem Austausch, dem Aufbau innerer Vorstellungen (vergleiche Dihlmann und Lorenz 1998, Seite 7). Gleichzeitig sind Arbeitsmittel jedoch nicht selbsterklärend. Es bedarf zahlreicher Übungen, die es den Kindern ermöglichen, den Aufbau und die darin enthaltene Struktur zu entdecken und zu verstehen. Dabei spielt die Verbalisierung eine wesentliche Rolle. Die Kinder sollten stets die Möglichkeit erhalten, ihre Sicht auf die Zahldarstellung zu erklären und mit anderen zu vergleichen, Fragen zu stellen und Zweifel zu äußern (siehe 4.1).

Da beim schnellen Auffassen von Mengen die Fünfergliederung eine wesentliche Rolle spielt, sollte der Blick immer wieder auf die Fünferstrukturierung, die „Kraft der Fünf“, gelenkt werden. Dabei ist es hilfreich, die Verknüpfung zum Vorwissen der Kinder durch den Vergleich mit den Fingerzahldarstellungen zu schaffen.

Der erste Einstieg in die Punktefeldkarten kann durch die Auseinandersetzung mit Zehnerfeldkarten geschehen. Später wird auf die Zwanzigerfeldkarten erweitert. Wie oben dargestellt, sollten im Zwanzigerfeld die Blockdarstellung und die lineare Darstellung thematisiert und gleichwertig behandelt werden. Dazu bilden Vergleiche zwischen den beiden Darstellungen eine wesentliche Grundlage.

Mögliche Zerlegungen an Punktebildern finden und untersuchen

Beschreibung

Material: Draht oder Stift, Zehner- und Zwanzigerfeldkarten
Die Kinder werden angeregt, mit einem biegbaren Draht oder Stift verschiedene Zerlegungen an einem Punktebild darzustellen (Abbildung 4 und 5).

Dabei können folgende Fragen leitend sein:

- Welche Zerlegungen findest du?
- Wie kannst du die Zerlegungen geschickt und schnell sehen?

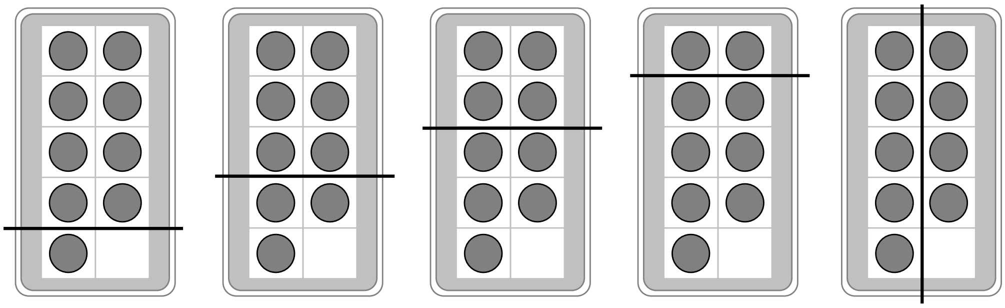


Abbildung 4: Zerlegungen im Zehnerfeld mit Blockdarstellung

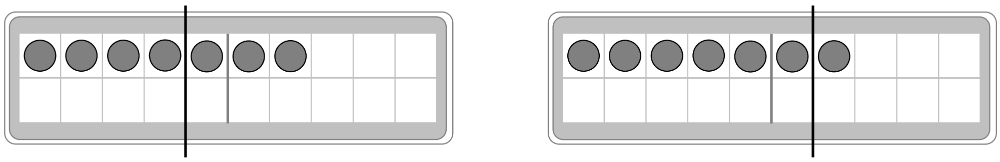


Abbildung 5: Zerlegungen im Zwanzigerfeld mit linearer Darstellung

Reflexion

Die Teil-Ganzes-Beziehung - also das bewegliche Zerlegen und Zusammensetzen einer Anzahl oder einer Zahl - spielt für den Aufbau eines fundierten Zahlverständnisses eine wesentliche Rolle (vergleiche unter anderem Gerster und Schulz 2000, Seite 339 und folgende, Schütte 2008, Seite 106 und folgende). Durch die Darstellung der Zerlegung auf der Zehnerfeldkarte wird die Teil-Ganzes-Beziehung deutlich, ohne dass die Anzahl der Punkte umgelegt/umgruppiert werden muss.

Durch das Umlegen des Drahtes wird offensichtlich, dass dieselbe Menge in ganz verschiede neTeile zerlegt werden kann. Dabei kommt auch dem mentalen Zerlegen und Zusammenfügen von Mengen eine wesentliche Bedeutung zu (siehe unten).

Mentale Vorstellungen von Zahlenbildern entwickeln

Beschreibung

Bei dieser Aktivität versuchen sich die Kinder die Punktebilder im Kopf vorzustellen.

Folgende Fragestellungen können hilfreich sein:

- Wie sieht bei dir die 7 aus? Erkläre ganz genau, welche Farben haben die Punkte? Wie sind sie aufgeteilt?
- Wie viele Punkte fehlen noch, bis das Zehnerfeld voll ist?
- Kannst du sehen, ob du die Zahl halbieren kannst oder kann man es bei einer anderen Darstellung schneller sehen?
- Wie viele hast du, wenn du zu deiner Zahl noch 2, 3, 4,… dazu denkst?
- Wie viele hast du, wenn du bei deiner Zahl 2, 3, 4, … zudeckst?

Reflexion

Übungen zum Aufbau von Vorstellungen sind ein wesentlicher Aspekt auf dem Weg zur mathematischen Begriffsbildung. Der Aufbau mentaler Zahlenbilder ist die Voraussetzung für eine fundierte Zahlvorstellung. Diese geht weit über das Kennen der Ziffer und das rein mechanische Handeln und Zählen an Rechenmaschinen hinaus. Eine solche Zahlvorstellung ist die Basis für einen flexiblen Umgang mit Zahlen.

Beim Umgang mit Materialien bleiben viele Kinder auf der Ebene des reinen Handelns und damit meistens beim Zählen stehen (vergleiche Kaufmann und Wessolowski 2006, Seite 40). Der Schritt vom Material zur Vorstellung geschieht in der Regel nicht von allein. Daher muss er im Unterricht durch mentale Aktivitäten (siehe oben) angeregt und immer wieder von den Kindern eingefordert werden.

Muster legen

Beschreibung

Material: 10 Kärtchen oder Muggelsteine
Bei dieser Aktivität werden die Kinder angeregt, die 10 Kärtchen oder Muggelsteine in unterschiedlichen Anordnungen (Abbildung 6) zu legen und unter folgenden Fragestellungen zu betrachten (vergleiche Haller/Schütte, 2004, Seite 74 und folgende):

- Welche Kärtchen kann ich auf einen Blick sehen?
- Woran liegt es, dass ich diese Gruppierung schnell sehen kann?
- Welche Muster kann ich finden?
- Welche Zahlensätze kann ich zu den verschiedenen Mustern aufschreiben? (siehe unter Abbildung 6)
- Kann ich neue Zerlegungen finden, wenn ich das Muster aus einer anderen Perspektive betrachte?

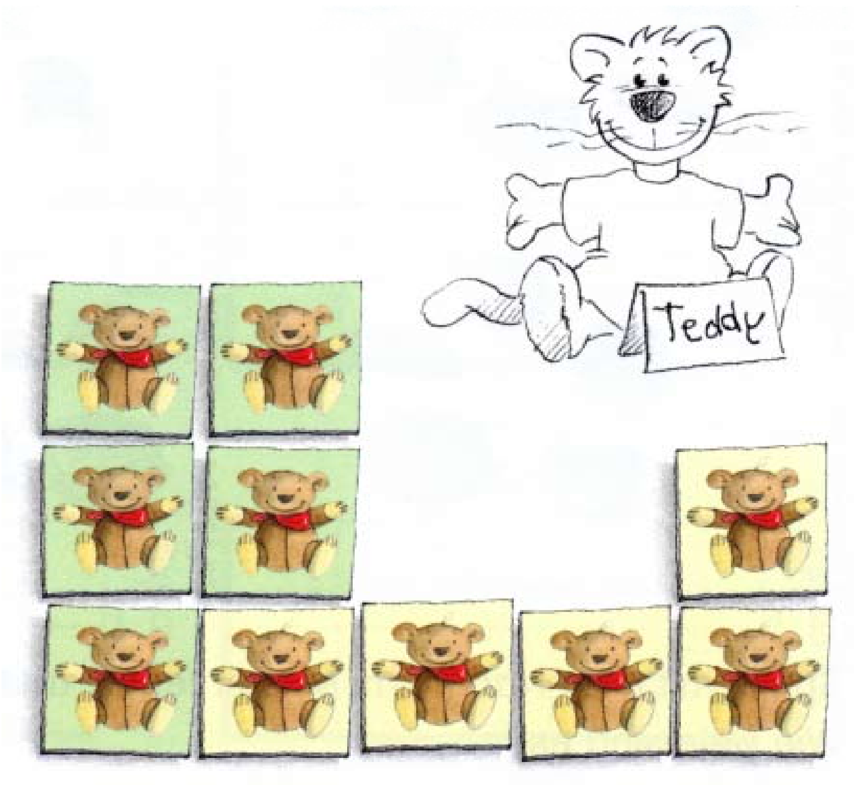


Abbildung 6: Muster legen (Die Matheprofis 1/ 2004, Seite 30)

Mögliche Zahlensätze, die gefunden werden könnten:

5 + 5 = 10	6 + 3 + 1 =
4 + 4 + 2 = 10	3 + 3 + 3 + 1 =
4 + 2 + 4 = 10	3 + 3 + 2 + 2 =
2 + 2 + 2+ 2 +2 = 10	…

Reflexion

Mit dieser Aktivität soll der Blick sowohl auf das quasi-simultane Erfassen von Mengen als auch auf die verschiedenen Zerlegungsmöglichkeiten gerichtet werden. Hierbei machen die Kinder die Erfahrung, dass die unterschiedlichen Muster bestimmte Zerlegungen geradezu herausfordern. Gleichzeitig lernen die Kinder, größere Mengen in Teilmengen zu strukturieren, so dass sie mit einem Blick aufgefasst werden können und durch geschicktes Zusammenfügen die Gesamtmenge sichtbar wird. Dies entspricht einer wesentlichen Fähigkeit, die den Zahlenblick ausmacht.

Verortungen am leeren Zahlenstrahl mit Reihendarstellung finden

Beschreibung

Material: leerer Zahlenstrahl, lineares Zehnerfeld
Die Kinder sollen verschiedenen Zahlen ihre Plätze am Zahlenstrahl zuordnen. Das Abzählen der Kästchen kann dabei eine Hilfestellung sein.

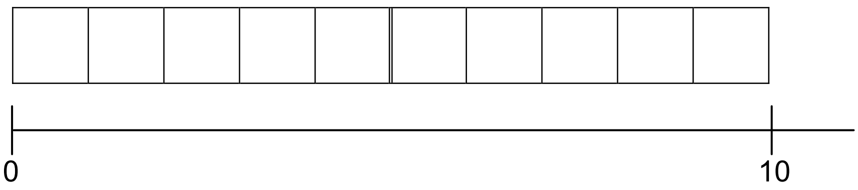


Abbildung 7: Leerer Zahlenstrahl mit Reihendarstellung

Folgende Fragestellungen können leitend sein:

- Wo hat die 5 ihren Platz?
- Warum muss die 5 gerade dort sein?
- Könnte ich die Zahlen auch ohne Abzählen der Kästchen eintragen?
- Liegt die 7 näher an der 5 oder an der 10?

Reflexion

Die Kinder lernen zu Beginn der ersten Klasse zunächst den leeren Zahlenstrahl in Verbindung mit der Reihendarstellung kennen (vergleiche Lorenz 2007, Seite 63). Hierzu werden eine Zehnerfeldreihe und der leere Zahlenstrahl parallel zueinander gelegt. Dadurch wird die Verbindung vom Kardinalzahlaspekt zum Maßzahl- beziehungsweise Relationszahlaspekt geschaffen.

Grundsätzlich kann am leeren Zahlenstrahl jedes Zahlenintervall dargestellt werden, das heißt, es kann mit jeder beliebigen Zahl begonnen und mit jeder beliebigen Zahl aufgehört werden. Es ist also auch denkbar, mit der Zwei zu beginnen. Hierbei können spannende Fragen entstehen. Da es sich jedoch um den ersten Zugang zu Darstellungen am leeren Zahlenstrahl handelt, ist es wichtig, zunächst mit Strahlen zu arbeiten, die bei der Null beginnen.

Mit Blick auf die spätere Betrachtung des Strahls ohne Verknüpfung mit dem Kardinalzahlaspekt ist es wichtig, von Beginn an die Aufmerksamkeit auf die Relationen zu anderen Zahlen zu lenken. Wichtig ist es, dass die Kinder ihre Überlegungen verbalisieren können.

Verortungen am leeren Zahlenstrahl ohne Reihendarstellung finden

Beschreibung

Material: leerer Zahlenstrahl

Die Kinder suchen einzelne Zahlen und markieren sie. Sie begründen, warum die gesuchte Zahl genau an der markierten Stelle ihren Platz haben muss. Es werden nicht alle fehlenden Zahlen eingetragen. Vielmehr wird der Blick auf einzelne Zahlen gerichtet, um diese in Relation zu anderen zu sehen.

Folgende Fragen können leitend sein:

- An welcher Stelle hat die 5 ihren Platz?
- Woher weißt du, dass die 5 hier sein muss?
- Ist die 5 näher bei der 0 oder bei der 10?
- Wie kannst du das erklären oder zeigen?
- An welche Stelle gehört die 7 oder die 9?

Abbildung 8: Leerer Zahlenstrahl ohne Reihendarstellung

Reflexion

Wenn den Kindern der leere Zahlenstrahl vertraut ist, können sie auch ohne zusätzliche kardinale Reihendarstellung Zahlenpunkte eintragen. Hierbei stehen die Beziehungen zu den umliegenden Zahlen im Vordergrund. Die Kinder schätzen die Position der einzelnen Zahlen ein, dabei sortieren und strukturieren sie den Zahlenraum. Bereits beim Eintragen der Fünf kommt es in der Regel zu ersten Unsicherheiten. Viele Kinder beginnen mit dem Zählen bei der Null. Je nach Größe der gewählten Abstände erhält die Fünf ihren Platz. Sie setzen die Zahlen folglich nicht in den Gesamtkontext.

Bei dieser Aktivität ist es besonders grundlegend, dass die Lehrperson einfache Erklärungen vermeidet, wie beispielsweise „Die Fünf steht immer in der Mitte“. Vielmehr sollten eigenständige Überlegungen und Konstruktionen der Kinder im Mittelpunkt stehen, die durch vielfältiges Diskutieren, Nachfragen, Reflektieren angeregt werden. Werden weitere Zahlen eingetragen, kann dies noch einmal Anlass sein, über die Position der Fünf nachzudenken. Wie die Markierungen in Abbildung 9 zeigen, können dadurch Ungereimtheiten die Kinder etwas verunsichern und zum Überdenken und gegebenenfalls Korrigieren der bisherigen Struktur anregen.

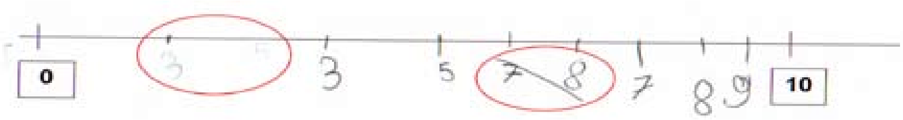


Abbildung. 9: Leerer Zahlenstrahl von Yannick

4.3 Drei Aktivitäten zur Schulung des Zahlenblicks im engeren Sinne[1]

Im Folgenden werden Aktivitäten vorgestellt, welche besonders den Zahlenblick im engeren Sinne schulen.

Aufgabenfamilien

Beschreibung

Material: leere Karten
Die Kinder notieren eine Aufgabe, die sie als Ausgangsaufgabe verwenden möchten (im Beispiel 5 + 5 = 10). Nun suchen sie möglichst viele Aufgaben, die mit der Basisaufgabe „verwandt“ sind, notieren diese auf Karten und sortieren sie sinnvoll. Die Darstellung in Abbildung 10 zeigt eine Möglichkeit von vielen.

	5 + 4 6 + 4	4 + 5 4 + 6	
4 + 4	**5 + 5 = 10**		6 + 6
	5 + 6 6 + 5 7 + 5 5 + 7		

Abbildung 10: Eine Aufgabenfamilie

Die Kinder tauschen ihre Überlegungen aus, stellen die Zusammenhänge am Punktefeld dar und erklären ihre Ideen im Plenum. Dabei kann entdeckt werden, dass von der ersten Aufgabe (5 + 5 = 10) die Ergebnisse der „verwandten“ Aufgaben abgeleitet werden können.

Folgende Impulse können diesen Prozess anregen:

- Schau dir die Aufgaben am Punktefeld / auf der Rechenmaschine an. Was fällt dir auf?
- Erkläre, warum die Aufgaben zusammenpassen.
- Kann man am Ergebnis erkennen, dass die Aufgaben zu einer Familie gehören?
- Musst du alle Aufgaben ausrechnen? Hilft dir vielleicht eine Aufgabe beim Lösen einer anderen?

Als Variation können auch vorgegebene Aufgabenkarten sortiert und auf mögliche Beziehungen untersucht werden.

1 Vergleiche Schütte 2008, Seite 123 und folgende

Reflexion

Bei dieser Tätigkeit wird der Blick direkt auf die Zusammenhänge zwischen den Aufgaben gelenkt. Dabei sollten sowohl die Aufgaben, als auch die Ergebnisse betrachtet und zueinander in Beziehung gesetzt werden. Die Veranschaulichung an einem geeigneten Arbeitsmittel hilft, die Zusammenhänge darzustellen, zu verstehen und zu erklären.

Beim ersten Zugang wird der Schwerpunkt zunächst auf das Erkennen der Zahl- und Aufgabenbeziehungen gelenkt. Erst beim zweiten Schritt zielt die Aktivität implizit auch auf das Nutzen von Hilfsaufgaben zum Lösen komplexerer Aufgaben. Diese Möglichkeit wird durch die Frage „Hilft dir eine Aufgabe beim Lösen einer anderen?“ angesprochen.

Durch das eigenständige Legen der Aufgaben werden verschiedene Strukturen erzeugt. Diese entstandene Vielfalt regt zu neuen Gesprächen über die Aufgabenbeziehungen und die Vorstellungen der Kinder an.

Zehnerfeldkarten sortieren (vergleiche Rathgeb-Schnierer 2007, Seite 111)

Beschreibung

Material: Zehnerfeldkarten, 3 Karten mit folgender Aufschrift: „bleibt unter der 10“, „trifft die 10“, „geht über die 10“.
Zwei Kinder spielen gemeinsam. Zunächst werden die Karten mit den Sortierkategorien auf dem Tisch ausgebreitet. Die Zehnerfeldkarten liegen verdeckt auf zwei Stapeln. Es werden immer zwei Karten gleichzeitig umgedreht. Diese müssen nun, durch schnelles „Zusammensehen“ der beiden Mengen, einer Kategorie zugeordnet werden (vergleiche Abbildung 11).

Nach der Zuteilung aller Karten können diese noch einmal genauer untersucht, diskutiert und eventuell umsortiert werden.

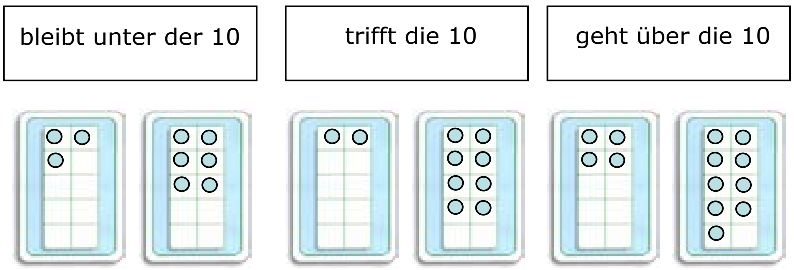


Abbildung 11: Zehnerfeldkarten sortieren

Als Weiterentwicklung im Verlauf des Schuljahres ist es denkbar, diese Übung auf der rein symbolischen Ebene mit Aufgabenkarten durchzuführen.

Folgende Impulse können bei beiden Varianten leitend sein:

- Bei welchen Aufgaben wusste ich sofort, wohin sie gehören? Warum?
- Welche Aufgaben konnten nicht so schnell erkannt werden? Woran liegt das?
- Haben mir bereits zugeteilte Aufgaben geholfen? Welche?

Reflexion

Bei dieser Übung geht es zunächst um das schnelle „Zusammensehen“ von zwei Zehnerfeldkarten (vergleiche Rathgeb-Schnierer 2007, Seite 111), später von zwei Summanden. Im Mittelpunkt steht folglich nicht das genaue Berechnen des Ergebnisses, es geht vielmehr um das schnelle Sehen und Abschätzen des Ergebnisses. Dabei wird das Abschätzen provoziert, indem nur ein grobes Sortieren in die drei genannten Kategorien erwartet wird. Das genaue Ausrechnen der Aufgabe spielt bei dieser Übung keine Rolle. Der Blick wird auf das Abschätzen gelenkt.

Damit sich die Kinder über ihre Ideen austauschen und diese begründen können, arbeiten immer zwei Kinder gemeinsam.

Schatzkästchenaufgaben

Beschreibung

Material: ein hübsch beklebter Schuhkarton oder eine schöne Schachtel als Schatzkästchen, ein Briefumschlag, Karteikarten.
Diese Aktivität kann in regelmäßigen Abständen wiederholt werden. Jedes Kind schreibt auf seine Karteikarten Additionsaufgaben aus den Zahlen 0 bis 10, ohne das Ergebnis zu notieren. Die für das Kind bereits einfachen Aufgaben dürfen in das Schatzkästchen gelegt werden. Aufgaben, zu denen das Kind noch keinen geeigneten Lösungsweg kennt oder das Ergebnis nur zählend findet, werden im Briefumschlag so lange aufbewahrt, bis sich dies im Laufe des Schuljahres ändert. Jedes Kind sortiert individuell. Anschließend können sich die Kinder gegenseitig in Partnerarbeit sowohl die „Schatzkästchenaufgaben“ (die leichten Aufgaben), als auch die „Briefumschlagaufgaben“ (die schwierigen Aufgaben) vorstellen und die Zuordnung begründen.

Hierbei können folgende Fragestellungen hilfreich sein:

- Warum sind diese Aufgaben für mich besonders einfach / besonders schwer?
- Kann ich meinem Nachbarn an den Zehnerfeldkarten / an der Rechenmaschine meinen Lösungs- oder Denkweg erklären?
- Sehe ich die Lösung auf einen Blick, kenne ich einen Trick oder muss ich die Finger dazu benutzen oder die Punkte zählen? Woran liegt das?

Reflexion

Durch das Ziel, die Aufgaben in „leicht“ und „schwer“ einzuteilen, liegt der Fokus zunächst nur auf dem Aufgabentyp und nicht auf der Berechnung des Ergebnisses. Die Beurteilung der Aufgaben und die anschließende gemeinsame Reflexion im Gespräch mit anderen Kindern regen zum bewussten Betrachten der Aufgaben an. Dadurch können „aufgabenspezifische Merkmale“ und „Aufgabenschwierigkeiten“ (Rathgeb-Schnierer 2008, Seite 10) deutlich werden.

Diese Aktivität wird in regelmäßigen Abständen während des zweiten Schulhalbjahres wiederholt. Dabei wird den Kindern die Entwicklung der eigenen Rechenfähigkeit bewusst. Veränderte Zuordnungen und neue Rechenwege können hier besprochen werden (vergleiche Rathgeb-Schnierer / Rechtsteiner-Merz 2010, Seite 62 und folgende).

5 Zusammenfassung

Die oben dargestellten Aktivitäten können die Kinder während des gesamten Schuljahres wöchentlich begleiten. Ziel ist es, den Blick zunehmend auf Zahl- und Aufgabenbeziehungen zu richten. Wie Kinder agieren können, die so einen Blick entwickeln konnten, zeigt das Beispiel von Lena (Anfang Klasse 2):

Auf dem Tisch vor ihr liegen zahlreiche Termkarten, die sie sortieren soll in „leicht" und „schwer". Plötzlich sagt sie:

Lena	Ach, hier kommt ja das gleiche raus (zeigt auf 8 + 5 und 9 + 4)
Lehrerin	Mhm, warum?
Lena	Weil hier eins weniger ist und da eins mehr (vergleicht 8 + 5 und 9 + 4 und zeigt dabei auf die 4 und 9).

6 Literaturverzeichnis

Dehaene, S. (1999): Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können. Basel: Birkhäuser Verlag.

Dihlmann, G. / Lorenz, J.-H. (1998): Materialien zur Entwicklung mathematischer Vorstellungen. In: Landesinstitut für Erziehung und Unterricht Stuttgart (Hrsg.). Materialien Grundschule. GS 2. Stuttgart.

Gerster, H.-D. / Schulz, R. (2000): Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen. Freiburg.

Haller, W. / Schütte, S. (2004): Die Matheprofis 1. München: Oldenbourg.

Haller, W. / Schütte, S. (2004a): Die Matheprofis 1. Lehrerhandbuch. München: Oldenbourg.

Kaufmann, S. / Wessolowski, S. (2006): Rechenstörungen. Seelze: Kallmeyer.

Köhler, H. (2008): Autonome Intuition statt veranstalteter Instruktion. Blicke auf das Unterrichtsgeschehen unter besonderer Berücksichtigung des Mathematikunterrichts. In: Autonom lernen – intuitiv verstehen. Grundlagen kindlicher Entwicklung. Stuttgart: Verlag Freies Geistesleben, Seite 162–197.

Lorenz, J.-H. (1997): Kinder entdecken die Mathematik. Braunschweig: Westermann.

Lorenz, J.-H. (2003): Lernschwache Rechner fördern. Berlin: Cornelsen

Lorenz, J.-H. (2006): Die Entwicklung von Zahlensinn. In: Die Grundschulzeitschrift, H. 191, Seite 6–9.

Lorenz, J.-H. (2007): Mathematikus 1. Lehrermaterialien. Braunschweig: Westermann.

Radatz, H. / Schipper, W. / Dröge, R. / Ebeling, A. (1996): Handbuch für den Mathematikunterricht. 1. Schuljahr. Hannover: Schroedel.

Rathgeb-Schnierer, E. (2007): Rechenschwache Kinder arbeiten mit Zahlbildern im Zehnerfeld. In: Kaufmann, S. / Filler, A.:Kinder fördern – Kinder fordern. Hildesheim, Berlin: Franzbecker, Seite 103–115.

Rathgeb-Schnierer, E. (2006): Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen. Hildesheim: Franzbecker.

Rathgeb-Schnierer, E. (2008): Zahlenblick als Voraussetzung für flexibles Rechnen. Ich schau mir die Zahlen an, dann sehe ich das Ergebnis. In: Grundschulmagazin, Heft 4/08, Seite 8–12.

Rathgeb-Schnierer, E. und Rechtsteiner-Merz, Ch. (2010): Mathematiklernen in der jahrgangsübergreifenden Eingangsstufe. Gemeinsam, aber nicht im Gleichschritt, München: Oldenbourg.

Schütte, S. (2002): Die Schulung des „Zahlenblicks“ als Grundlage für flexibles Rechnen. München: Oldenbourg. In: Die Matheprofis 3. Lehrerband, Seite 3–7.

Schütte, S. (2004): Rechenwegnotation und Zahlenblick als Vehikel des Aufbaus flexibler Rechenkompetenzen. In: Journal für Mathematik-Didaktik, Jg. 25, Heft 2, Seite 130–148.

Schütte, S. (2004a): Den Mathematikunterricht aus der Kinderperspektive aufbauen. In: Haller, W. und Schütte, S.: Die Matheprofis. Lehrermaterialien, München: Oldenbourg, Seite 3-7.

Schütte, S. (2008): Qualität im Mathematikunterricht der Grundschule sichern. München: Oldenbourg.

Stern, E. (1992): Warum werden Kapitänsaufgaben „gelöst“? – Das Verstehen von Textaufgaben aus psychologischer Sicht. In: Der Mathematikunterricht. Heft 5, Seite 7–29.

Jens Holger Lorenz

Vorschläge für eine veränderte Unterrichtskultur

1 Einleitung

Der Unterricht in den Eingangsklassen ist geprägt durch die Veränderung der Schülerinnen und Schüler. Was in der pädagogischen Literatur als veränderte Kindheit diskutiert wird, hat massive Auswirkungen auf den Schulalltag. Der Unterschied zwischen den Schulanfängern wächst: So kommen einige erwartungsfroh mit der Kenntnis der Zahlen bis Hundert oder gar Tausend und stolzen Rechenfähigkeiten in die erste Klasse, um dort auf andere zu treffen, die nicht bis fünf zählen, geschweige denn Ziffern lesen und schreiben können. Diese Diskrepanz aufzufangen, mit ihr umzugehen und allen Kindern mit ihrer Spannweite von bis zu vier Entwicklungsjahren gerecht zu werden, macht die Problematik des mathematischen Anfangsunterrichts aus.

Den unterschiedlichen Fähigkeitsprofilen der Kinder gerecht zu werden, ist eine der zentralen zukünftigen Aufgaben des Mathematikunterrichts. Aktuelle Lösungsversuche liegen in Konzepten vor, die schlagwortartig mit „offener Unterricht" und „entdeckendes Lernen" gekennzeichnet werden können.

2 Offener Unterricht

Offener Unterricht wird in der Literatur so mannigfaltig, aber auch so kontrovers beschrieben, dass sich der Eindruck einstellt, es gibt doppelt soviel Formen offenen Unterrichts wie es Lehrerinnen und Lehrer gibt. Trotzdem lassen sich aber einige Charakteristika benennen (nach Wallrabenstein 1991):

2.1 Organisatorischer Aspekt

Die Lernumwelt ist vielfältig-adaptiv, die Klasse hat Werkstattcharakter mit Lernzonen, offenen Lernflächen, Leseecken, Forschertisch, Karteiregale, Sammeltische, Bastelecken, Fördermaterialien, … .

Die Lernorganisation lässt sich durch rigide Stundenpläne nicht gängeln, sie bevorzugt freie Arbeit und flexible Tage- und Wochenpläne, Projekte in Gruppen, individuelle Zeitverfügung, Lernberatung individuell oder für die Arbeitsgruppe zusammen, gemeinsame Besprechung im Kreis, … . Die Schülerinnen und Schüler übernehmen einen Großteil der Verantwortung für ihr eigenes Lernen.

Es soll aber keineswegs angenommen werden, dass sich diese organisatorischen Voraussetzungen für einen offeneren Unterricht schlicht dadurch verwirklichen lassen, indem man ihn einfach macht. Es bedarf gerade in der Anfangsphase der Eingangsklasse eines beträchtlichen Aufwandes, die Organisationsform zu etablieren. Sozialformen, die dies gewährleisten, müssen erst installiert werden. Erfahrungsgemäß liegt hier die Haupthürde für eine offenere Gestaltung des Unterrichts. Wird sie nicht genommen, dann stellt sich bei Lehrerinnen und

Lehrern fast zwingend eine Unzufriedenheit ein, sie erleben ihren Unterricht als Chaos und glauben, manchmal durchaus zu Recht, dass dies nicht die Lernform der Zukunft sein kann. Es ist dann ein naheliegender Schritt, die sich einstellende Nervenbelastung der pädagogischen Modeströmung anzulasten und nicht der misslungenen, obwohl strapaziösen Vorbereitung.

2.2 Inhaltlicher Aspekt

Öffnung des Unterrichts unter einem inhaltlichen - und das heißt hier mathematischen - Aspekt, bedeutet vor allem

- eine Orientierung an dem Vorverständnis der Kinder.

Sie kommen mit heterogenen Wissensbeständen über Zahlen, ihre Operationen und Verwendung in die Schule. Dies bedeutet insbesondere, dass sich die Lehrkraft über den Wissensstand der Kinder Kenntnis schaffen muss: Was wissen sie über Zahlen, was denken sie darüber und über das Fach Mathematik und das Rechnen? Können sie ihr Wissen darstellen, Rechengeschichten malen oder erzählen, können sie Handlungen dazu ausführen und schon Zahlensätze notieren?

So wird die Lehrerin beziehungsweise der Lehrer entweder eine Forschende oder ein Forschender oder eine Lernende, ein Lernender, denn sie lernen von den Kindern neue, bislang unbekannte Wege, Mathematik und Zeichen zu deuten. Dies macht auf der einen Seite den Schulalltag spannend und es verändert die Beziehung zwischen den Beteiligten. Nicht nur das Kind lernt, die Lehrerin und der Lehrer hingegen wissen immer schon alles, sondern auch diese lernen von ihren Schülerinnen und Schülern (vergleiche Schütte 1994). Dies wird dann auch den Umgang mit den Inhalten verändern.

Darüber hinaus ist in einem diagnostischen Sinn die Kenntnis über das Vorwissen der Kinder notwendig. Welche Kinder müssen mit anspruchsvollen, über das vorgeschriebene Curriculum hinausgehenden Problemen betraut werden, weil ihre Kenntnisse für schon elaborierte Anforderungen hinreichend sind und sie bekannte Aufgaben lediglich langweilen würden? Und dies führt nicht selten zu Verhaltensauffälligkeiten: Der Klassenkasper ist häufig ein unter- nicht notwendig überfordertes Kind!

Welches Kind benötigt hingegen noch Hilfen und besonders ausgewähltes Material, weil seine Vorkenntnisse deutlich hinter denen seiner Klassenkameraden zurückliegen? Welches Material muss ich bei diesem oder jenem Kind dagegen zurückhalten, darf ich ihm noch nicht zur Verfügung stellen? Denn: Offener Unterricht ist nicht mit dem Ausstellungsprogramm eines Verlages zu verwechseln. Er stellt gezielt Material zur Verfügung, aber er nimmt auch gezielt Material weg!

Die offene Lernumwelt hat hier ihre Grenze, eine Materialschlacht löst nicht die Lernprobleme. Meist behindert eine Materialfülle die Lernprozesse schwächerer Kinder. Die Offenheit und das Materialangebot bedeutet eine gezielte Individualisierung, die durchaus von dem Kind selbst vorgenommen werden kann. Es weiß vielleicht am besten, welches Hilfsmittel es auf seinem Lernweg benötigt (auch wenn dies eine Überforderung der Kinder darstellen kann). Die in der pädagogischen Diskussion noch immer erhobene Forderung nach strikter Individualisierung, nach einer Passung zwischen dem Lernstoff und den Besonderheiten des Kindes ist im Schulalltag eine Illusion. Keine Lehrkraft vermag eine vollständige Passung angesichts der Heterogenität der Kinder zu leisten. Aber ein gezieltes Lernangebot und Hilfen für einzelne können angeboten werden. Dies wäre schon viel.

- Orientierung an den Interessen und der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler

Wenn man die kognitionspsychologischen Befunde der letzten zwanzig Jahre berücksichtigt (vergleiche Gardner 1994), dann erscheint es mehr als zweifelhaft, ob standardisiertes Lernen überhaupt möglich ist. Lernen heißt vor allem: verstehen. Dies mag für bestimmte Bereiche, gerade der Mathematik, geleugnet werden, denkt man an das Einmaleins und die Zahlensätze im Zahlenraum bis 20, da hier eher ein Auswendiglernen angezeigt scheint. Aber selbst dies ist ohne Verstehen nur bedingt möglich und fällt dann schnell dem Vergessen anheim. Verstehen aber heißt, den Lerninhalt mit den vorhandenen Wissenslücken zu verbinden. Sich also an den Interessen und der Lebenswelt der Kinder zu orientieren, hat nicht nur motivationale Gründe, sondern es fördert die Wissensaufnahme. Nur wenn die Schülerinnen und Schüler in dem Inhalt einen Sinn erkennen und die Zusammenhänge mit anderen Bereichen ihres Wissens herstellen, gelingt dies: Lernen in Sinnzusammenhängen.

- Gedächtnis

Jedes Lernen verlangt, dass der gelernte Inhalt gespeichert wird. Ansonsten wird man kaum von Lernen sprechen. Die Klagen der Lehrerinnen, Lehrer und Eltern scheinen zu belegen, dass Gedächtnisfaktoren beim arithmetischen Lernprozess eine wesentliche, verhängnisvolle Rolle spielen. Was gestern noch gewusst und beherrscht wurde, ist heute schon wieder vergessen.

Nun sind Kinder der Eingangsklassen keine nur zu kurz geratenen Erwachsenen, sondern ihr Gedächtnis kann noch nicht deren Spanne umfassen. Zu dem Gedächtnisproblem ist mehreres anzumerken:

• Die mathematischen Inhalte besitzen eine hierarchische Struktur, sie bauen aufeinander auf. Vorangehendes ist notwendiger Baustein für Nachfolgendes, und dies in deutlich höherem Maße als in anderen Schulfächern. Aus diesem Grund wachsen sich arithmetische Wissenslücken schnell zu unüberbrückbaren Kluften aus, die für Aufschüttungsversuche resistent sind. In diesem, allerdings übertragenen Sinne, sind Gedächtnisfähigkeiten von Nöten, wenn altes Wissen nicht der Vergessenheit anheim fallen soll.

• Es erscheint aber fragwürdig, Mathematiklernen auf Gedächtnisakrobatik anzulegen. Zugegeben, jeder vermag ein chinesisches Gedicht auswendig zu lernen. Aber: In kurzer Zeit wird dieser Inhalt aus dem Gedächtnis wieder verschwunden sein. Gedächtnisfähigkeit reicht offensichtlich nicht aus.

• Es wird das am besten behalten, was verstanden wurde, was an andere Wissensinhalte angegliedert werden kann und vielschichtig vernetzt wird. In diesem Sinne ist es wieder das Verstehen des arithmetischen Inhalts, der entscheidend für nachfolgendes Lernen ist. Lernen über einen aufgesetzten Trichter, durch den das Wissen in den Kopf rieselt, ist bekannterweise nicht möglich. Auch nicht, wenn dieser Trichter die Lehrerin oder der Lehrer ist und den Stoff kleinhappig, mundgerecht zu verpacken meint.

Lernen ist unstetig, es besteht in Sprüngen, in Aha-Erlebnissen, in Neustrukturierungen des alten Wissens. Die Lehrkraft kann bestenfalls (und das ist schon schwierig genug) eine geeignete Situation schaffen, in der solche Aha-Erlebnisse möglich sind. Die Begriffe und Erkenntnisse müssen von den Kindern selbst entdeckt werden, es bedarf ihres aktiven Umgangs mit den Problemstellungen. Unterricht orientiert sich also an dem Prinzip des entdeckenden Lernens. Die Fragestellungen sind für die Kinder dabei individuell bedeutsam.

- Orientierung an der Realität der Schülerinnen und Schüler

Die Lebenswelt des Kindes stellt den Ausgangspunkt dar, von dem Lernen möglich ist. Allerdings soll auf ein Missverständnis dieses Ansatzes hingewiesen werden. Es ist keine so klare Angelegenheit, was eigentlich die Realität des Kindes ist. Sind Märchen Realität? Sind vermittelte Wirklichkeiten realitätsfern? Oder, um es pädagogisch zu wenden, ist der Besuch beim Bäcker realitätsnäher und lernfördernder als ein Bericht darüber? Was interessiert Kinder eigentlich? Ist es das wonnige Eichhörnchen oder sind es möglicherweise auch Witze, Wortspiele, Verdrehungen und die eigenen Dummheiten? Schule muss nicht notwendig außerschulische Realität verdoppeln. Gefragt sind authentische Situationen, in denen Kinder ihr Wissen einbringen können, in denen sie selbst Fragen stellen, die sie bearbeiten wollen.

- Orientierung an den individuellen Lern- und Lösungswegen

Da Lernen ein aktiver Vorgang ist, ist es individuell unterschiedlich. Die Lernwege weichen von Kind zu Kind voneinander ab. Die Lehrkraft könnte dies als Belastung, als lästige Beeinträchtigung abtun, kann es aber auch produktiv wenden. Sie könnten weniger Gewicht auf die für alle in gleichem Maße verbindliche Ausbildung von Rechenfertigkeiten legen und stattdessen die Diskussion über verschiedene, von den Kindern selbst entwickelte Problemlösestrategien in den Vordergrund stellen.

> Wie wird in einer Grundschulklasse die Aufgabe 37 + 28 = gerechnet?
> Wie viele verschiedene Lösungswege kann man finden?
>
> Einige zählen erst die Zehner (30 + 20) und dann die Einer (7 + 8) zusammen:
> 37 + 28 = 30 + 20 + 7 + 8 = 50 + 15 = 65
>
> Andere gehen schrittweise vor:
> Sie addieren zur 37 die 20, dann die 8:
> 37 + 28 =37 + 20 + 8 = 57 + 8 = 65
>
> Wieder andere beginnen bei der zweiten Zahl und addieren den Einer und dann den Zehner:
> 37 + 28 = 28 + 7 + 30 = 35 + 30 = 65
>
> Oder addieren erst den Zehner und dann den Einer:
> 37 + 28 = 28 + 30 + 7= 58 + 7 = 65
>
> Andere addieren zur ersten Zahl 3, die sie von der zweiten Zahl abziehen:
> 37 + 28 = 40 + 25 = 65

Wieder andere addieren 30 und ziehen dann 2 wieder ab:
37 + 28 = 37 + 30 – 2 = 67 – 2 = 65

Einige ziehen erst 2 ab und addieren dann 30:
37 +28 = 37 – 2 + 30 = 35 + 30 = 65

Wenn die Kinder so kreativ sind und so viele richtige Lösungswege finden, warum sollten wir dann einen bestimmten im Unterricht für alle vorschreiben? Einige werden sowieso anders, aber deshalb nicht falsch denken!

Dem gängigen Mathematikunterricht liegen eine Reihe von Annahmen über Lernen und Lehren zugrunde, nicht immer zutreffende. Es ist unrealistisch anzunehmen, alle Schülerinnen und Schüler lernten arithmetische Operationen in der gleichen Weise oder hatten die gleichen Schwierigkeiten bei einem bestimmten Inhalt (falsches Stichwort: „Isolierung der Schwierigkeiten", also kleinschrittiges Vorgehen). Unterschiedliche Kinder werden verschiedene Schwierigkeiten bei dem verwendeten Veranschaulichungsmaterial, den Tafelbildern und Erklärungen haben.

Die Wichtigkeit konzeptuellen Verstehens muss gerade im Mathematikunterricht betont werden. Viel von dem arithmetischen Wissen, das sich Schülerinnen und Schüler im gängigen Unterricht aneignen sollen, ist prozedural. Sie lernen, wie bestimmte Operationen und schriftliche Rechenverfahren durchgeführt werden können und müssen. Wenn das Wissen über die Ausführung bestimmter Prozeduren nicht gleichzeitig von einem konzeptuellen Verständnis darüber begleitet ist, warum diese Verfahren tatsächlich zu einer Lösung führen und für welchen Sachbereich und welche Probleme und Anwendungssituationen sie Geltung haben, dann ist das Kind nicht in der Lage, diese Operationen auf neue Gegebenheiten zu übertragen. Die Mathematik wird nicht verstanden. Es scheitert im Mathematikunterricht, nicht, weil es die schriftlichen Algorithmen nicht auswendig lernen kann, dies gelingt ihm meistens, sondern weil es sie nicht anzuwenden weiß. Vordringliches Ziel des Unterrichts ist daher, die Problemlöseverfahren zu verstehen und nicht deren Automatisierung anzustreben.

Der genormte Lernweg verhindert gerade das Verstehen von arithmetischen Operationen, denn diese bilden sich im Kopf des Kindes individuell unterschiedlich und bildhaft aus, wenn sie denn glücken. Welche Handlung aber zu welcher Vorstellung der Addition, der Subtraktion oder gar der Division führt, lässt sich nicht vorhersagen und durch keinen wie auch immer präzise geplanten Unterricht determinieren. Gerade „rechenschwache" Kinder können aus Erklärungen, die ihrer aktuellen Denkweise widersprechen, keinen Nutzen ziehen: Sie akzeptieren die Lehreraussage und versuchen für sich ein neues, meist fehlerhaftes Rechenverfahren zu bilden.

Dass Kinder auf individuellen Wegen lernen, heißt, dass die Lehrkraft dieses Lernen lediglich anregt, aber nicht steuern kann. Im Gegensatz zu einem gelenkten Unterricht, der auf ein fiktives Durchschnittskind abzielt, lassen offene Aufgaben und Probleme diese Einzelwege ohne hemmende, normierende Beschränkung zu. Auch das bestgemeinte didaktische Vereinfachen, Elementarisieren und Zurichten stört hierbei. Offener Unterricht ermöglicht es, Hypothesen zu bilden, sie zu testen, Fehler zu machen und zu korrigieren und zu experimentieren. Es werden Fehler vorübergehend zugelassen, aus denen Kinder besser, eigenständiger und einsichtiger lernen als aus kleinschrittiger Anleitung. Indem das Kind den eigenen, fehlerbesetzten Lösungsweg begründet, rechtfertigt und den Mitschülerinnen und Mitschülern erklären soll, ist die Möglichkeit zu Heureka-Erlebnissen gegeben. Plötzliche Einsichten schießen empor, die keine Belehrung seitens der Lehrkraft erreicht hätte.

3 Von der Wichtigkeit des Übens

Die Entwicklung von Strategien ist hierbei der erste wichtige Schritt. Allerdings soll nicht übersehen werden, dass dann, in einem zweiten Schritt, die Anwendung auf unterschiedliche Situationen erfolgen und intensiv geübt werden muss. Neuere internationale Vergleiche zeigen deutlich auf, dass in Ländern, in denen die Schülerinnen und Schüler durchschnittlich wesentlich bessere Mathematikleistungen als die deutschen erzielten, gerade die Mischung aus Strategieausbildung und Problemlösefähigkeit einerseits und intensiven Übungsphasen andererseits angezielt wird. Dieser zweite Schritt scheint in der deutschen Didaktik zu Unrecht als Dressurakt diffamiert und als Zeichen schwarzer Pädagogik angesehen zu werden.

Es existieren eine Reihe von Übungsverfahren, die vom monotonen Päckchenrechnen bis zu anspruchsvollen Übungsformaten reichen, in denen die Kinder Entdeckungen machen und die eigenen Rechenwege überprüfen und verbessern lernen. Solche produktiven Übungsformen erlauben Einsicht in die Mathematik und wirken dem stumpfsinnigen Auswendiglernen entgegen. Es muss betont werden, dass das Wissen von Fakten - etwa den Zahlensätzen im Zahlenraum bis 20 oder des Einmaleins - durchaus hilfreich ist und das kindliche Gedächtnis entlastet, es frei macht für die eigentliche Mathematik. Daher sind solche Übungen unerlässlich.

4 Fehleranalyse

Dieses Vorgehen, die Lernprozesse weitgehend der Steuerung der Kinder selbst zu überlassen, bedeutet eine Abkehr von der traditionellen Lehrerrolle als Informationsvermittler und Wissender, als letztem Richter über die arithmetischen Fehler. Und dies scheint eines der Haupthemmnisse bei der „Therapie“ von Rechenstörungen zu sein. Die Schülerinnen und Schüler bei ihren Lösungsversuchen zu begleiten (und nicht zu belehren), eröffnet die Möglichkeit, die individuellen Denkprozesse, die geglückten wie die fehlerhaften, zu beobachten. Hat das Kind spezifische Schwierigkeiten, dann lassen diese sich häufig bereits hier erkennen. Auch ohne, dass das Kind laut sein Denken erläutert, gibt eine Fehleranalyse Hinweise darauf, ob die Probleme im inhaltlichen Bereich liegen (zum Beispiel fehlerhaftes schriftliches Verfahren) oder ob tiefer liegende Störungen vorliegen. Aber erst ein intensives Beobachten des Kindes erlaubt, auf die idiosynkratischen Probleme einzugehen, denn falsche Lösungen können auf unterschiedliche Weise zustandekommen und bedürfen verschiedener zusätzlicher Angebote.

Beispiel:

Zwei Kinder in einer Klasse rechnen

17 + 4 = 31.

Das erste zerlegt im Kopf die Aufgabe in 7 + 4 und erhält 11; dann kommt die verbleibende 10 hinzu (= 21), allerdings muss irgendwo noch ein Übertrag gemacht werden, also 31.

Das zweite rechnet aufgrund einer Orientierungsstörung 17 + 4 = 13 (Subtraktion statt Addition) und invertiert die Ziffern des Ergebnisses zu 31.

Während es im ersten Fall möglich ist, eine Rückführung auf entsprechende Handlungen anzuregen, die das Kind je nach Vorliebe an Mehr-System-Blocken, der Hunderter-Tafel, dem Zahlenstrahl oder dem Rechenbrett vornehmen kann, dürfte das zweite hieraus kaum Nutzen ziehen. Sein Problem liegt in der Rechts-Links-Störung, die es zwar subjektiv richtig rechnen, aber im Sinne des Unterrichts die falsche Operation wählen lässt. Erklärungen, Handlungen an dem Zahlenstrahl etwa, sind für dieses Kind wenig hilfreich, da es ja in seiner Vorstellung nach rechts gesprungen ist, und + 4 bedeutet ja an diesem Material einen Sprung nach rechts. Hier sind eher richtungsbetonende Übungen (Nachmalen von Objekten, Zeichnen von Polygonzügen mit sprachlicher Betonung der Richtung, insbesondere kopfgeometrische Übungen) notwendig.

5 Diagnostischer Förderunterricht

Diagnostisches Unterrichten basiert auf dem Prinzip, die systematischen Fehler zu identifizieren, den Unterricht auf diese Fehler zu fokussieren und damit in der Folge das Verständnis für den Lerninhalt zu verbessern. Fehler werden dabei nicht tabuisiert oder aus dem Unterricht möglichst ausgeklammert aufgrund der Befürchtung, sie würden verwirren oder Falsches würde sich gar einschleichen. Diese Sicht führt Schülerinnen und Schüler dazu, im Laufe der Schulzeit Angst vor Fehlern zu entwickeln.

Sinnvoller ist es hingegen, Kinder beim Experimentieren und damit beim Fehlermachen zu unterstützen, um diese Fehler in der Klasse zu diskutieren. Hierzu bedarf es eines Klimas in der Klasse, das durch wechselseitigen Respekt charakterisiert ist. Alle Beteiligten müssen dabei die Meinung eines anderen achten, auch wenn sie mit dieser nicht übereinstimmen. Unter solchen Bedingungen ist es möglich, eine Atmosphäre kooperativen Lernens zu etablieren. Fühlt sich ein Kind erst einmal sicher, eigene Ideen, ob richtig oder falsch, ausdrücken zu dürfen, dann kann es umgekehrt auch die Gedanken und Beiträge anderer besser anerkennen und mit seinen eigenen vergleichen.

- Zuhören können

Das Verstehen mathematischer Inhalte besteht ja nicht darin, ein Faktum als richtig hinzunehmen (weil es zum Beispiel die Lehrerin beziehungsweise der Lehrer als „Experte“ gesagt hat), sondern selbst begründen zu können. Die Kinder müssen über ihre Antworten reflektieren und ihre Schlussfolgerungen rechtfertigen. Damit gelingt ihnen eine tiefere Einsicht in die mathematische Struktur, die dem jeweiligen Problem unterliegt, und setzt sich ab von der schlichten Suche nach einem Rechenverfahren, um eine richtige Lösung zu bestimmen.

Gleichzeitig hat die Lehrkraft damit Gelegenheit, sorgfältiger zu beobachten, was die Kinder wirklich wissen beziehungsweise wie sie denken. Die individuellen, häufig kreativen und originellen Methoden, die sie bei mathematischen Problemen anwenden, bleiben unbemerkt, wenn sie nicht mit anderen in einer offenen Diskussion ausgetauscht werden. Und häufig kommen die Kinder auch zu einer richtigen Lösung, wenn sie falsche, defiziente Verfahren anwenden. Auch leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler versuchen häufig, Routinen und Algorithmen auswendig zu lernen und finden es schwierig, ihr eigenes Problemlöseverhalten zu erklären. Gerade dieses Fehlen einer Diskussion zugunsten einer formalen Abarbeitung von Problemen führt zu weiteren Fehlvorstellungen.

Die Fehler beziehungsweise die Fehlvorstellungen eines Kindes werden in einem fördernden Unterricht nicht von anderen abgeschirmt. Fehler werden im Gegenteil als durchaus positiv angesehen und die Suche nach Fehlern wird unterstützt. Die Lehrkraft hat hierbei die überaus wichtige Aufgabe zu verdeutlichen, wie Fehler günstig verwendet werden können (mathematisch-inhaltlich). Hierdurch verändert sich die Einstellung der Schülerinnen und Schüler und sie fühlen sich in der Lage, ihre Arbeiten, Gedanken und Lösungsansätze zu diskutieren.

Auch wenn dieses eine von der Pädagogik schon lange erhobene Forderung ist, so gestaltet sie sich doch schwierig, weil die Erwartungen der Kinder entgegenstehen. Aufgrund ihrer Erfahrung der gängigen Kultur des Mathematikunterrichts wissen sie, dass die Kommunikationsregeln den Alltagsregeln widersprechen: Ein Erwachsener stellt eine Frage, deren Antwort er weiß, an ein Kind, von dem er weiß, dass es die Antwort nicht weiß. Daher wünschen sie sich nur die richtige Antwort und finden es ungewohnt, mathematische Probleme zu untersuchen, zu explorieren und auszuprobieren. Üblicherweise verkommt dann allerdings der Mathematikunterricht zu einem Frage-Antwort-Spiel.

Viele von der Lehrkraft als leicht empfundene Aufgaben rufen falsche Antworten hervor, wenn die Kinder begriffliche Fehlvorstellungen besitzen. Das Lehrerverhalten erweist sich hierbei als besonders kritisch. Wird die nachfolgende Auseinandersetzung durch die Bemerkung eingeleitet „Was meint ihr, was hat Karsten hier falsch gemacht?“, dann ist eine Bewertung, nämlich die Feststellung, diese Lösung sei nicht richtig, mitgegeben und die Kinder werden nach der richtigen Lösung suchen, anstatt sich mit der falschen auseinanderzusetzen.

Es geht aber im Unterricht darum, unterschiedliche Sichtweisen, die zwischen den Kindern bestehen, zu thematisieren. Andere, die sich auf einem vergleichbaren kognitiven Niveau befinden, können in einem solchen Falle mehr helfen als die Lehrkraft. Die Interaktion zwischen den Schülerinnen und Schülern dient dazu, sich über die Interpretation eines Begriffs zu verständigen, und sie erlaubt, neue Ideen zu klären.

Schließlich darf nicht unterschätzt werden, in welcher Weise es dem Kind bei der Klärung eigener Gedanken hilft, wenn eine Vorgehensweise oder Strategie gerechtfertigt werden muss. Es kommt dann häufig vor, dass es mit irritiertem Ausdruck feststellt, dass es mit den als Begründung vorgebrachten Argumenten gerade erklärt hat, warum seine Strategie falsch ist.

Dieser „Heureka“-Effekt wird dem Kind noch lange in Erinnerung bleiben und mit dem betreffenden Argument und dem Lerninhalt verbunden sein. Bei solchen Gelegenheiten wird deutlich, dass das Reden über den Inhalt, das Problem oder die Lösungsstrategie sehr kraftvoll ist, denn eine solche Klärung hätte sich in der Stille des individuellen Gedankens kaum realisiert.

- Die Raumaufteilung

Diese Form für den Mathematikunterricht beinhaltet eine veränderte Lehrerrolle. Diese muss sich auch in der Platzierung der Lehrerin beziehungsweise des Lehrers innerhalb des Klassenraumes ausdrücken. Wo man jeweils steht, beeinflusst in deutlichem Maße die Diskussion zwischen den Kindern. Steht man vorn an der Tafel und „führt“ den Unterricht, dann warten die Kinder darauf, dass die richtige Lösungsstrategie erklärt wird. Verändert man hingegen seinen Platz nur geringfügig, bewegt man sich etwa auf die Seite des Klassenraumes oder in den hinteren Teil, dann wird man ein Teil der Klasse und die Schülerinnen und Schüler sind eher bereit, untereinander zu interagieren und das Wort an ihre Mitschülerinnen und Mitschüler zu richten.

- Fehllösungen zuerst

Eine Diskussion zwischen den Kindern zu initiieren und sie aufrecht zu halten, ist eine keineswegs einfache Angelegenheit. Gute Diskussionen passieren nicht einfach so. Die Lehrerin beziehungsweise der Lehrer muss sich hierbei der verbalen und nonverbalen Signale im kritischen Sinne bewusst sein. Benutzt die Lehrkraft Worte wie „gut“, „richtig“, oder selbst nur „ja/nein“ oder nickt mit dem Kopf in Anerkennung einer richtigen Antwort, dann verhindert sie, dass andere Kinder ihre alternativen Gesichtspunkte ausdrücken. Wenn Kinderantworten und Lösungsvorschläge diskutiert werden sollen, dann ist es günstig, mit den fehlerbehafteten Strategien zu beginnen. Werden die Fehler nämlich dann vor den richtigen Lösungen untersucht, dann sind sie eher geneigt zu diskutieren, warum sie eine spezifische (Fehl-) Strategie angewendet haben. Dies tritt aber nicht auf, wenn die gute Erklärung eines richtigen Lösungsweges am Anfang der Diskussion steht.

Für die Lehrkraft besteht die Hauptaufgabe darin, die Kinder in ihrer aktiven Einbeziehung in die Situation zu ermutigen und ihnen die Gelegenheit zu geben, untereinander über die Vorteile oder Tücken verschiedener Lösungsstrategien selbst zu entscheiden.

Die Diskussion ist für die Schülerinnen und Schüler ein Mittel, rationale Argumente zu entwickeln und die Stärken und Schwächen der Beiträge anderer zu erkennen. Sie vergegenwärtigen sich dabei ihre Fehlvorstellungen, auch wenn es wahrscheinlich zweifelhaft ist, dass sämtliche Fehlbegriffe in der Klassendiskussion ausgeräumt werden können. Allerdings treten sie, für die Lehrkraft beobachtbar, an die Oberfläche. Zudem werden die allgemeinen Lernziele wie Argumentieren, Kommunizieren und möglicherweise auch die Verschriftlichung der Argumente und Vorgehensweise verwirklicht.

Lernen auf eigenen Wegen bedeutet, dass es keine verpflichtende Lösungsweise für alle geben kann. Bei vielen, insbesondere den geschlossenen Aufgaben, existiert aber leider nur eine Lösung, die damit keine Diskussion über alternative Lösungswege eröffnet. Es ist aber wünschenswert, dass sich die Kinder mit den Lösungsverfahren anderer auseinandersetzen und diese selbst ausprobieren. Dies findet Eingang in die Aufgabenstellungen, etwa in der Form, dass eine Aufgabe auf verschiedene Weise gelöst werden soll, dass möglichst viele Wege gefunden werden sollen, um ein Ergebnis, das durchaus vorgegeben sein kann, zu ermitteln.

Bei solchen Diskussionen erkennen die Kinder, dass ein und dieselbe Sache verschieden gedacht werden kann. Erst so können sie die für sich jeweils günstige auswählen. Leider besteht ein gewisser Irrtum im didaktischen Vorgehen gerade darin zu glauben, die Kinder hätten bereits die für sie richtige Vorgehensweise ausgewählt. Tatsächlich haben sie in der Regel lediglich eine einzige kennengelernt, welche sie nun permanent anwenden. Diskussionen über Problemlösewege helfen auch zu erkennen, dass es in der Mathematik nicht immer nur die Unterscheidung richtig-falsch gibt. Es entsteht ein anderes, durchaus realistisches Bild auf das Fach.

Für den Unterricht heißt dies:

- Orientierung am Lernen von- und miteinander

Nimmt man Abschied von der Vorstellung, in der Mathematik sei immer alles richtig oder falsch, wahr oder unwahr, bei einem Dissens habe nur einer Recht und sieht Mathematik als Prozess, als eine Aktivität an, dann kommt der sozialen Komponente eine entscheidende Bedeutung zu. Da die Schülerinnen und Schüler im Anfangsunterricht auch die Schrift erwerben, ist es für sie nahe liegend, zuerst eigene Texte zu schreiben. Hieraus können

- Mathematikgeschichten,
- Protokolle des eigenen Denkens über die Aufgabe (was war leicht, was war schwer, wo hat es gehakt?),
- Situationsprobleme und Aufgaben für andere Kinder oder die nächste erste Klasse.

entstehen. Verkürzungen kommen erst später zum Tragen, wenn die Protokolle zu unhandlich, zu unübersichtlich werden, oder schlicht aus Bequemlichkeitsgründen notiert werden (merke: Mathematiker sind faul). Solche Verkürzungen werden dann zu willkürlichen Symbolen und schließlich zu jenen Symbolen, die uns Erwachsenen geläufig sind. Mathematik entdecken heißt in diesem Sinne auch, ihre spezifische Sprache zu entdecken, wieder zu erfinden und ihre Stärke einschätzen und benutzen zu können. Rechenalgorithmen, etwa die schriftlichen Verfahren, werden dann als fortschreitende Schematisierung, als sinnvolle Verkürzung erlebt und verwendet.

Jede Schülerin, jeder Schüler, ob leistungsstark oder leistungsschwächer, wird die Mathematik für sich konstruieren, sie als Eigentum betrachten können und nicht als Fundus unverstandener Verfahren und Symbolketten.

Besonderer Förderbedarf aus Elternsicht

Margret Schwarz

Kinder und Jugendliche mit besonderem Förderbedarf

1 Einleitung

Als Vorsitzende der Initiative zur Förderung rechenschwacher Kinder IFRK e.V., die im Jahr 1990 von betroffenen Eltern in Stuttgart gegründet wurde, werde ich seit vielen Jahren fast täglich mit den Sorgen und Nöten von Eltern rechenschwacher Kinder konfrontiert und muss immer wieder erfahren, wie hilflos die meisten Eltern, aber auch viele Lehrerinnen und Lehrer dieser Problematik gegenüber stehen. Die erste Unsicherheit entsteht häufig schon bei den Begrifflichkeiten: Es gibt sehr viele verschiedene Begriffe, die die besonderen Schwierigkeiten von Kindern beim Rechnenlernen beschreiben. Aus meiner Sicht ist es aber völlig unerheblich, welcher Begriff verwendet wird. Wichtig ist, dass wir uns bewusst machen: Es gibt Kinder, die in Mathematik völlig versagen, obwohl sie in anderen Fächern durchaus durchschnittliche bis sehr gute Leistungen zeigen. Sie fallen auf durch fehlendes mathematisches Begriffsvermögen, insbesondere fehlende Vorstellung von Zahlen und Mengen sowie mangelndes Verständnis für Zahloperationen (vergleiche Definition im Faltblatt der IFRK).

Diese Diskrepanz in der Begabung fällt in der Schule und im Elternhaus auf. In den ersten beiden Schuljahren ist man noch geneigt, dem Kind etwas mehr Zeit zuzugestehen, damit die mathematischen Kompetenzen sich entwickeln können. Es heißt dann: „Jedes Kind entwickelt sich anders, man muss nur Geduld haben, irgendwann wird der Knoten schon platzen.“ Im Laufe der dritten Klasse wird dann in der Regel ein Zeitpunkt erreicht, wo das Zuwarten von immer größerer Sorge abgelöst wird.

Jetzt wird offenbar, dass die besonderen Schwierigkeiten mit der Mathematik nicht mehr einfach vorübergehen werden, sondern, dass hier ein Kind einer besonderen Förderung bedarf. Ein Kind, das in dieser Situation allein gelassen wird, überträgt in der Regel sein Versagen in Mathematik auf sein gesamtes Selbstbild: Es sieht sich insgesamt als Versager, zumal mathematische Kompetenz landläufig mit logischem Denken in Verbindung gebracht wird. Das heißt: Es wird unterstellt: „Wer nicht rechnen kann, kann auch nicht logisch denken“. Um das Kind von diesem Versagensdruck zu befreien, sollte grundsätzlich mithilfe einer sorgfältig durchgeführten Begabungs-Diagnostik geklärt werden, wo das Kind in den einzelnen Begabungsfeldern steht. Dabei ist es unerheblich, ob die Diagnose von einem Kinder- oder Jugendpsychiater im medizinischen Bereich erstellt wird oder ob die Testung auf schulischem Weg über einen Schulpsychologen, Kooperationslehrer oder Beratungslehrer erfolgt. Heißt das Ergebnis der Diagnose dann: „Das Kind leidet an einer Rechenschwäche“, so bedeutet das nach unserer Erfahrung in der Regel eine große Erleichterung für das Kind und die Eltern. Das Kind fühlt sich entlastet; es ist nicht dumm, wie bisher angenommen, sondern es hat viele Stärken. Die festgestellte Schwäche beim Rechnenlernen ist behebbar. Es fasst wieder Mut für seine schulische Zukunft. Leider gibt es immer wieder Eltern, aber auch Lehrkräfte, die die Diagnose „Rechenschwäche“ als Negativ-Etikett empfinden, als Hinweis auf Sonderschulbedürftigkeit oder Dummheit. Es wird auch eventuell die Sorge geäußert, dass die Diagnose erst zum richtigen Versagen führt, im Sinne einer sich selbst erfüllenden Prophezeiung.

An dieser Stelle möchte ich aufgrund meiner langen, inzwischen 20-jährigen Erfahrung in der Elternberatung ganz deutlich festhalten, dass eine solche negative Entwicklung mir noch nicht vorgekommen ist. Sie ist meines Erachtens nur dann denkbar, wenn die Bezugspersonen des Kindes mit der Situation nicht adäquat umgehen können und daher die Konfrontation mit der Problematik scheuen. Wird die Diagnose angenommen, so gibt es immer einen Weg, um dem Kind einen Zugang zur Mathematik zu öffnen. Er ist vielleicht nicht immer einfach zu finden. Dafür gibt es aber das Beratungstelefon der IFRK: Es steht jederzeit allen hilfesuchenden Eltern, aber auch Lehrerinnen und Lehrern zur Verfügung. Wichtig ist, dass alle Bezugspersonen, die das Kind in dieser schwierigen Situation begleiten: Eltern, Lehrerinnen, Lehrer und, falls nötig, auch Therapeuten, in offenen Gesprächen miteinander den Weg zur Behebung der besonderen Schwierigkeiten suchen. Dabei ist es grundsätzlich hilfreich, wenn alle Beteiligten bemüht sind, die speziellen Ursachen in jedem individuellen Fall herauszufinden. Dabei sind die Eltern besonders gefordert: Sie kennen ihr Kind am besten. Sie sind in dieser Hinsicht die besten Experten.

2 Ursachen für besondere Schwierigkeiten in Mathematik

2.1 Ursachenbereiche

Ursachen für Rechenschwäche sind nach gängiger Meinung niemals monokausal zu sehen, sondern es sind mehrere Ursachenfelder oder Bedingungsfaktoren zu beobachten, die in einer Wechselwirkung zueinander stehen. Sie lassen sich auch nicht wissenschaftlich nachweisen, sondern nur phänomenologisch beschreiben. (Bisher wurde keine Lokalisierung auf einem Gen gefunden.) Dabei ist festzustellen, dass die Zusammensetzung der einzelnen Bedingungsfaktoren bei jedem rechenschwachen Kind eine andere ist. „Es gibt so viele Rechenschwächen als es rechenschwache Kinder gibt“ (vergleiche Schilling / Prochinig 1988).

Margret Schmassmann, die bekannte Mathematikerin aus der Schweiz, bezeichnet die verschiedenen Bedingungsfaktoren als Behinderung für das Kind, sich selbst und die Welt kennenzulernen. Nur durch Selbsterfahrung ist Welterfahrung möglich. Beide Erfahrungsfelder sind nötig, um die kognitiven Fähigkeiten zu entwickeln, die den Erwerb von mathematischer

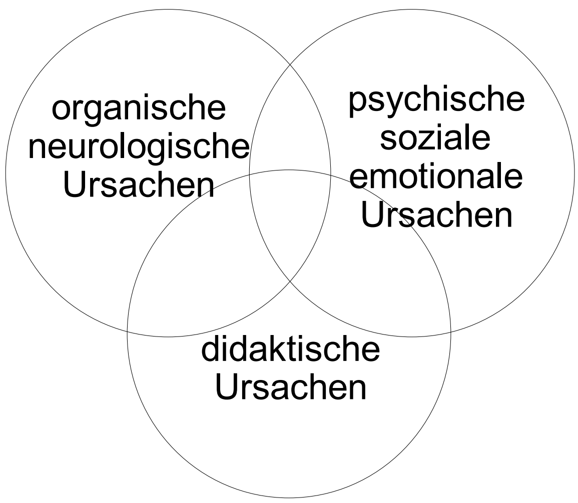


Abbildung 1: Das Schaubild zeigt drei Ursachenkreise, die sich überlagern.

Kompetenz möglich machen. Es lohnt sich also, die einzelnen Ursachenfelder in den Blick zu nehmen, um daraus die bestmögliche Förderung für das betroffene Kind abzuleiten.

(vergleiche Schwarz 1999 und Schwarz 2005)

2.1.1 Organisch-neurologische Ursachen: Ursachen, die im Kind liegen

Diese sogenannte primäre „Rechenschwäche“ umfasst die körperlich bedingten, das heißt auf Hirnleistungsschwächen beruhenden sogenannten neurogenen Rechenstörungen. Dazu zählen sowohl genetisch bedingte, als auch perinatal, das heißt, während der Geburt erworbene Ursachen oder auch Entwicklungsverzögerungen im frühen Kindesalter. Oft wird bei diesen Kindern die Diagnose MCD, ADS, POS gestellt. Häufig finden sich dabei Wahrnehmungsstörungen im taktil-kinästhetischen Bereich, aber auch im auditiven, visuellen, grob- und feinmotorischen Bereich. Hierdurch ergeben sich Defizite bei der Ausbildung der basalen kognitiven Fähigkeiten, die später in der Schule als Lernvoraussetzung dienen. Damit verbunden sind Lücken in den Vorkenntnissen, zum Beispiel im pränumerischen Bereich. (Oft können diese Kinder keine Mengen erfassen, ohne zu zählen; haben keine Vorstellung von der Invarianz, …)

2.1.2 Psychische, emotionale, soziale Gründe: Ursachen, die die Umwelt mit sich bringt

Diese so genannte sekundäre „Rechenschwäche“ wird durch das Umfeld des Kindes (Familie, Freunde, Erzieher, Lehrer) ausgelöst und entsteht in der Psyche des Kindes zum Beispiel aufgrund von überbehütender Erziehung oder erzieherischer Vernachlässigung, zu hohem Leistungsdruck, Erziehung zu Unselbstständigkeit, ungünstigem Umfeld.

2.1.3 Didaktische Ursachen: Ursachen, die in der Schule liegen

Bei diesem Ursachenkreis handelt es sich um ungünstige schulische Verhältnisse, wie beispielsweise zu große Klassen oder häufiger Lehrerwechsel, ungünstige pädagogische Vorgehensweisen, wie zum Beispiel Defizitorientierung und fehlende positive Motivation, sowie Probleme bei der Vermittlung von Mathematik. Prof. Gerster (PH Freiburg) stellt in einem Positionspapier zur Rechenschwäche fest:

„Lernschwierigkeiten von Schülern sind immer Lehr-Lernschwierigkeiten. Ein Schüler hat Lernschwierigkeiten, auch weil die Schule Lehrschwierigkeiten hat, das heißt, oft nicht genügend darauf eingerichtet ist, für die Lernfortschritte aller ihrer Klienten die Verantwortung zu übernehmen und den eigenen Anteil am Versagen von Schülern zu erkennen.“ Laut Gerster lassen sich „die Schwierigkeiten des Schülers nicht allein auf Schwächen in der Person des Schülers zurückführen, sondern hängen zusammen mit der fehlenden Passung des Lernangebotes an den aktuellen Entwicklungsstand des Kindes, wodurch es daran gehindert wird, Beziehungen zu seinem bisherigen Wissen zu konstruieren und die Strukturen zu erkennen“ (vergleiche Gerster 1997).

2.2 Gezielte Diagnostik / Konsequenzen

Da die für die „Rechenschwäche“ verantwortlichen Bedingungsfaktoren verschiedenen Problembereichen zugeordnet werden müssen, sollten auch verschiedene Fachleute an der Diagnose beteiligt werden.

Werden Störungen im organisch-neurologischen Bereich vermutet, ist eine genaue Diagnostik, gegenenfalls gezielte Übungen beziehungsweise Therapie nötig. Die diagnostische Abklärung kann durch den Kinderarzt, den Facharzt, den Neuropädiater erfolgen. Ein folgender Heilplan kann in Form von Ergotherapie, Verhaltenstherapie, Logopädie/Sprachheilschule, psychomotorischer Bewegungstherapie, sensorischem Integrationstraining (zum Beispiel nach Jean Ayres) durchgeführt werden.

Wenn die Ursachen im Umfeld des Kindes liegen (psychische, soziale, emotionale Ursachen), sollte die Schule das Elterngespräch suchen, um gemeinsam die genaue Ursache zu finden. Meistens ist der Einsatz schulischer Unterstützungssysteme (Schulpsychologe, Beratungslehrer) hilfreich. Unter Umständen ist ein Heilplan in Form von Psychotherapie, Verhaltenstherapie oder auch Familientherapie sinnvoll.

Wenn die Ursachen in der Schule liegen, muss das schulische Umfeld und die mathematisch-didaktische Vermittlung überprüft werden: ein manchmal schwieriges Unterfangen, das unter Umständen einen Lehrerwechsel oder sogar Schulwechsel erforderlich macht, da diese Kinder auf einen hohen Grad von Sensibilität für die besondere Problematik in der Schule und vor allem bei ihrem Lehrer angewiesen sind.

Begreifen sich alle Bezugspersonen des Kindes als Partner und positive Lernbegleiter, sollte es in jedem Fall möglich sein, die individuellen Bedingungsfaktoren herauszufinden und entsprechende Förder- und Hilfsmaßnahmen einzuleiten.

3 Erscheinungsbild / Typologien

Eltern und Lehrkräfte sollten sich immer gegenseitig Hinweise geben. Aufmerksame Eltern können durch Beobachtungen bei den Hausaufgaben der Schule oft wertvolle Hinweise geben. Umgekehrt sollte die Schule Eltern über die besondere Problematik informieren und durchaus auch bei der zu leistenden Förderung um Mithilfe bitten. Diese elterliche Unterstützung kann in Form einer Kontrollfunktion erfolgen, aber auch, wenn die Eltern kompetent und bereit sind, in Form einer Förderbegleitung in Abstimmung mit der Schule.

Kinder mit Schwierigkeiten in Mathematik fallen zwar dadurch auf, dass sie Fehler machen; dennoch kann man aus der Art der Fehler nicht automatisch eine „Rechenschwäche“ ableiten. Denn Fehler machen auch Kinder mit vorübergehenden Schwierigkeiten. Jedes Kind hat seine eigene Fehlertypologie. Fehler finden sich zum Beispiel beim Zahlenschreiben (seitenverkehrtes Schreiben, lautgetreues Schreiben), bei der Simultan-Mengenerfassung, Erfassung von Zahlbeziehungen, beim Stellenwert und insbesondere bei Textaufgaben. Als Ausweg werden oft Kompensationsstrategien angewendet. In diesem Bereich sind diese Kinder sehr kreativ. Es werden ganze Operationen und Operationsketten auswendig gelernt, es wird mechanisch gerechnet, mit den Fingern gerechnet, mit Strichen und Punkten als Hilfsmittel, und es wird auch schon mal ein beliebiger Rechenweg eingeschlagen (als Verzweiflungsstrategie). Verhaltensauffälligkeiten, wie: fehlendes Selbstwertgefühl, fehlendes Lern- und Leistungsverhalten, Schulangst, Aggressionen, Clownerien, Depressivität, Konzentrationsschwäche, Hyperaktivität/Phlegma, psychosomatische Störungen bleiben dabei nicht aus.

4 Erste Hinweise auf Schwierigkeiten in Mathematik

Einige Merkmale treten bei fast all diesen Kindern auf und können daher als erste Hinweise auf eine „Rechenschwäche“ verstanden werden. Dazu gehören:

- Zählendes Rechnen (meistens mit den Fingern) auch noch im 3. Schuljahr,
- keine Simultan- bzw. Quasi-Simultanerfassung der Zahlen bis 10,
- Gliederungsmöglichkeiten im Zahlenbereich bis 10 sind nicht automatisiert,
- der Zehnerübergang fällt schwer,
- Zahlendreher sind häufig,
- Umgang mit der Uhr und mit Geld fällt schwer,
- Abschätzen von Größen ist nicht möglich,
- Überschlagen von Rechnungen gelingt nicht,
- Fantasieergebnisse fallen nicht auf,
- Auswendiglernen wird als Kompensation eingesetzt,
- Üben bringt keinen Erfolg.

5 Förderung und Unterstützung in Schule und Elternhaus

5.1 Unterstützungssysteme

Nach der Verwaltungsvorschrift gehört es zu den Aufgaben der Schule, Kinder mit besonderen Schwierigkeiten in Mathematik frühzeitig zu erkennen und adäquat, das heißt ihrem Lernstand entsprechend, zu fördern. In Baden-Württemberg gibt es bereits in vielen Schulamtsbezirken ein gut funktionierendes Netzwerk, das betroffenen Schülerinnen und Schülern, je nach Bedarf, unterschiedliche Unterstützungsmöglichkeiten bietet. Die Grafik in Abbildung 2 gibt eine Übersicht über Möglichkeiten, die sich von Schulamt zu Schulamt unterscheiden können (siehe Kapitel: Förderbeispiele und Unterstützungsmaßnahmen).

5.1.1 Diagnostik und Förderung im Unterricht

In der Regel macht die Mathematiklehrkraft des Kindes zunächst eine beschreibende Fehleranalyse. Sie schaut das Ergebnis der Aufgabe an, die das Kind gelöst hat, stellt die Frage: „Was ist falsch?“ Neben dieser „Produktanalyse“ sollte auch eine Prozessanalyse – zum Beispiel durch ein informelles Testverfahren - gemacht werden: Dabei wird festgestellt, wie, auf welchem Weg, das Kind zu seiner Lösung gekommen ist, welche Denkwege im Kopf des Kindes abgelaufen sind, welche Strategien es benutzt hat, um zu seiner Lösung zu kommen. Erst wenn beide Analysen durchgeführt wurden, sollte eine Beurteilung abgegeben werden, sodass nicht nur das Endergebnis in den Blick genommen wird, sondern unter Umständen richtige Teilrechenwege positiv in die Bewertung eingehen.

Abbildung 2: Förder- und Hilfsmöglichkeiten

5.1.2 Diagnostik und Förderung durch Beratungslehrerinnen und Beratungslehrer

Wenn dauerhafte Schwierigkeiten in Mathematik auftreten, sollte eine Beratungslehrerin oder ein Beratungslehrer für die sogenannte Bedingungsanalyse hinzugezogen werden. Diese Lehrkraft stellt die Frage: „Warum macht das Kind den Fehler?“. Sie versucht die Bedingungen, die in der Schülerpersönlichkeit, im Unterricht, im Elternhaus oder in sonstigen Bereichen liegen, herauszufinden. Dazu können Gespräche mit den Eltern, Schülerinnen und Schülern und den Lehrkräften stattfinden und weitere Beobachtungen sowie geeignete Testverfahren herangezogen werden. Danach wird zusammen mit den Eltern, den Schülerinnen und Schülern sowie allen beteiligten, gegebenenfalls auch außerschulischen Fachkräften ein Förderplan erstellt.

Die Förderung erstreckt sich, gegebenenfalls auch unter Einbeziehung außerschulischer Fachkräfte, auf die Arbeit im basalen Bereich, wenn ein Verdacht auf Entwicklungsverzögerungen oder auf Mängel in der sensorischen Integration besteht (vergleiche organisch-neurologischer Ursachenkreis). Sie bezieht sich auf die Arbeit im mathematischen Bereich, wenn die Vorstellung von Zahlen, Stellenwertsystem und mathematischen Operationen nicht gesichert ist (vergleiche mathematisch-didaktischer Ursachenkreis). Sie bezieht sich aber auch, nach Absprache mit dem Elternhaus, auf Veränderungen im häuslichen und schulischen Umfeld, wenn es in diesem Bereich Hinweise auf Störfaktoren gibt (vergleiche psychische, emotionale, soziale Gründe).

Bei Stofflücken sind binnendifferenzierende Maßnahmen, beziehungsweise ist Förderunterricht angezeigt. Bei grundlegenden Defiziten braucht das Kind Einzelunterricht, der in Kooperation mit einer Förderschule erfolgen kann. Dieser schulische Einzelunterricht ist aber nur in Ausnahmefällen möglich. Schwerste Fälle mit massiven Ausfällen erfordern daher häufiger externe Therapie.

5.1.3 Diagnostik und Beratung durch die schulpsychologische Beratungsstelle

Eine weitere Möglichkeit diagnostischer Abklärung besteht in der Heranziehung der schulpsychologischen Beratungsstellen. Diese Institution kann für Eltern eine schulunabhängige Hilfe bedeuten. Schulpsychologinnen und Schulpsychologen stehen umfassendere diagnostische Möglichkeiten zur Verfügung als den Beratungslehrkräften, die es ihnen ermöglichen, auch bei komplexeren Fragen helfen zu können. Diese Hilfe kann von Schulleitung und Lehrkräften angefordert werden oder auch von der Schulaufsichtsbehörde veranlasst werden. Die Eltern müssen jedoch mit der Untersuchung einverstanden sein und dies auch schriftlich erklären. Ebenso müssen sie schriftlich zustimmen, dass die Ergebnisse der Einzeluntersuchung in dem erforderlichen Umfang an die Schule beziehungsweise dem Auftraggeber bekannt gegeben werden. Alle inhaltlichen, in der Untersuchung gewonnenen Informationen, unterliegen jedoch der Schweigepflicht. Durch diese Vorgehensweise soll sichergestellt werden, dass die Privatsphäre des Kindes beziehungsweise der Familie nicht verletzt wird, die Schule, beziehungsweise der Antragsteller, jedoch durch die Übermittlung des Untersuchungsergebnisses die schulisch erforderlichen Hilfsmaßnahmen einleiten kann.

Wenn Eltern selbst eine solche Untersuchung beantragen, zum Beispiel, um das Begabungsprofil ihres Kindes abzuklären oder zu erfahren, ob ihr Kind unter einer Dyskalkulie leidet, so ist in diesem Fall die Übermittlung des Untersuchungsergebnisses an die Schule nicht zwingend erforderlich, jedoch ratsam. Da schulische Antragsteller bei der Terminvergabe Vorrang haben, ist es empfehlenswert, dass Eltern diese Möglichkeit der Terminvergabe nutzen.

In der schulpsychologischen Beratungsstelle wird den Eltern vor einer möglichen Testung des Kindes zunächst ein Beratungsgespräch und nach einer Testung ein Testrückmeldegespräch angeboten, durch das sie Entscheidungshilfen für das weitere Vorgehen bekommen. Das kann auch bedeuten, dass neben schulischer Förderung Hilfen etwa durch Ergotherapie, Mototherapie oder externer, professioneller Rechentherapie angeraten sein können.

5.1.4 Diagnostik und Förderung nach dem Kooperationsmodell

Auch die Kooperationslehrerin und der Kooperationslehrer (eine Sonderschullehrkraft im Sonderpädagogischen Dienst) verfügt über das Instrumentarium der Bedingungs- und Förderdiagnostik. Diese Hilfe kann von der Schulleitung angefordert werden, wenn bei einem Kind ein Verdacht auf sonderpädagogischen Förderbedarf besteht. Neben der Testung unterstützt sie bei der Erstellung eines Förderplans, berät die Lehrkraft und ist behilflich bei der Umsetzung des Förderplans. Wenn nötig, kann die Kooperationslehrkraft auch eine Einzelförderung nach dem sogenannten Kooperationsmodell übernehmen.

5.1.5 Stützpunktschulen

Stützpunktschulen bieten Förderung für diese Kinder in Kleingruppen an. Hier werden betroffene Kinder aus der eigenen Schule und mehreren Schulen der Umgebung in der Regel ein Mal pro Woche von speziell ausgebildeten Lehrern unterrichtet, um Defizite in Mathematik auszugleichen. Der Unterricht findet nachmittags statt. Den Transport übernehmen die Eltern. Dieser Unterricht ist für Kinder mit großen Schwierigkeiten in Mathematik allerdings nicht geeignet. Diese brauchen unbedingt Einzelförderung.

5.1.6 Sonderpädagogische Beratungszentren und Mathe-Inseln

Diese Institutionen verfügen über Instrumente zur Begabungsdiagnostik und individuellen Lernstandsdiagnostik. Hier werden, zusammen mit den Eltern, Förderpläne erarbeitet, die dann, auch in Zusammenarbeit mit den Eltern, umgesetzt werden. Hier werden nur Kinder zur Betreuung zugelassen, deren Eltern zur Zusammenarbeit bereit sind.

5.1.7 Kompetenzzentren

Kompetenzzentren bieten für Kinder mit besonderen Schwierigkeiten in Mathematik einen speziellen Unterricht, der dem individuellen Förderbedarf in Mathematik angepasst ist. Dazu ist eine Umschulung erforderlich. Die Kinder werden hier so lange unterrichtet, bis ihre Defizite ausgeglichen sind; das kann einige Wochen bis mehrere Monate dauern. Eine Rückschulung erfolgt erst dann, wenn sie in der Lage sind, am regulären Unterricht in ihrer alten Klasse teilzunehmen.

5.1.8 RIMA-Klassen

RIMA steht für Rechenintensivmaßnahme. Ähnlich wie in den Kompetenzzentren verlassen rechenschwache Kinder für eine gewisse Zeit ihre Schule und werden in einer Außenklasse nach ihren individuellen Bedürfnissen in Mathematik gefördert. Auch hier ist zu gegebener Zeit eine Rückschulung vorgesehen.

5.1.9 Pädagogische Assistenz (PA)

Seit Februar 2008 gibt es das Modell der pädagogischen Assistenz an Hauptschulen, Werkrealschulen und seit 2010 auch an Grundschulen. Ein pädagogischer Assistent unterstützt die Lehrkraft im Unterricht, indem er sich zum Beispiel um Kinder mit besonderen Schwierigkeiten in Mathematik kümmert.

5.1.10 Eingliederungshilfe und Lernbegleitung

Die Förderung von Schülerinnen und Schülern mit besonderen Schwierigkeiten in Mathematik ist zunächst Aufgabe der Schule. Wenn allerdings eine seelische Behinderung vorliegt oder eine solche droht, können Leistungen der Eingliederungshilfe nach § 35 a SGB VIII in Betracht kommen. Träger dieser durch Bundesgesetz normierten Leistung der Kinder- und Jugendhilfe sind die Stadt- und Landkreise (hier: die Jugendämter).

Der Begriff der Behinderung wird in § 35 a SGB VIII in Übereinstimmung mit § 2 Abs. 1 S. 1 SGB IX definiert. Danach liegt eine seelische Behinderung vor, wenn die seelische Gesundheit eines Menschen mit hoher Wahrscheinlichkeit länger als 6 Monate von dem für das Lebensalter typischen Zustand abweicht und daher (kausal) die Teilhabe am Leben in der Gesellschaft beeinträchtigt ist.

Eine drohende Behinderung liegt vor, wenn die Beeinträchtigung der Teilhabe am Leben in der Gesellschaft nach fachlicher Erkenntnis mit hoher Wahrscheinlichkeit zu erwarten ist.

Die Diagnose hinsichtlich der seelischen Behinderung und die entsprechende Stellungnahme kann nach Vorgabe des Gesetzes nur von einem Arzt für Kinder- und Jugendpsychiatrie und -psychotherapie, einem Kinder - und Jugendpsychotherapeuten oder einem Arzt oder psychologischen Psychotherapeuten mit besonderen Erfahrungen auf dem Gebiet seelischer Störungen bei Kindern und Jugendlichen vorgenommen werden. Dabei ist darauf zu achten, dass Diagnosestellung und Therapie nicht in einer Hand liegen, um ein kommerzielles Interesse am Testergebnis zu vermeiden.

Wird in einem solchen Verfahren nicht nur eine entsprechende seelische Störung diagnostiziert sondern auch eine „umschriebene Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten“ festgestellt, „die nicht allein durch eine allgemeine Intelligenzminderung oder eine eindeutig unangemessene Beschulung erklärbar ist“ (nach ICD 10)[1], so wird das zuständige Jugendamt in der Regel (nach der Überprüfung der Voraussetzungen für die Gewährung von Eingliederungshilfe) eine Rechentherapie in den einzuleitenden Hilfeplan mit einbeziehen[2].

Eine Form außerschulischer Hilfe besteht in der Möglichkeit der Lernbegleitung: In besonders schwierigen Einzelfällen, wenn Schwierigkeiten in Mathematik mit extremen Verhaltensauffälligkeiten und/ oder erzieherischen Problemen verknüpft sind, können in Abstimmung mit dem Jugendamt Einrichtungen, Dienste und Personen in Anspruch genommen werden, die geeignet sind, sowohl die Aufgaben der Eingliederungshilfe zu erfüllen als auch den erzieherischen Bedarf zu decken. Dies kann im Einzelfall auch eine Schulbegleitung oder eine Assistenzkraft sein, die das Kind beziehungsweise den Jugendlichen sowohl in der Schule als auch zu Hause und im häuslichen Umfeld begleitet und unterstützt, sodass ihm im Zusammenwirken von schulischer Förderung und Schulbegleitung eine Ausbildungs- und Zukunftsperspektive eröffnet wird. Das bedeutet auch, dass das Kind / der Jugendliche Unterstützung in der Schule bekommt, da die Schulbegleitung bzw. Assistenzkraft auch mit der Lehrkraft kooperiert.

1 Neben der Einhaltung der fachlichen Standards des ICD 10 ist die Darlegung erforderlich, ob die Abweichung der seelischen Gesundheit von dem für das Lebensalter typischen Zustand Krankheitswert hat oder auf einer Krankheit beruht (§ 35 a SGB VIII).

2 Liegt eine dementsprechende seelische Erkrankung bzw. Behinderung vor, prüft das Jugendamt, ob der junge Mensch aufgrund der Abweichung der seelischen Gesundheit in seiner Teilhabe am Leben in der Gesellschaft beeinträchtigt ist und somit Voraussetzungen für die Gewährung von Eingliederungshilfe vorliegen (§ 35 a SGB VIII). Das Vorliegen der Voraussetzungen muss im Einzelfall geprüft werden. Da der Förderbedarf von Kindern und Jugendlichen und die Voraussetzungen im Einzelfall sehr unterschiedlich sind, kann die Art der Leistungsgewährung von Fall zu Fall variieren.

6 Außerschulische Diagnose- und Fördermöglichkeiten

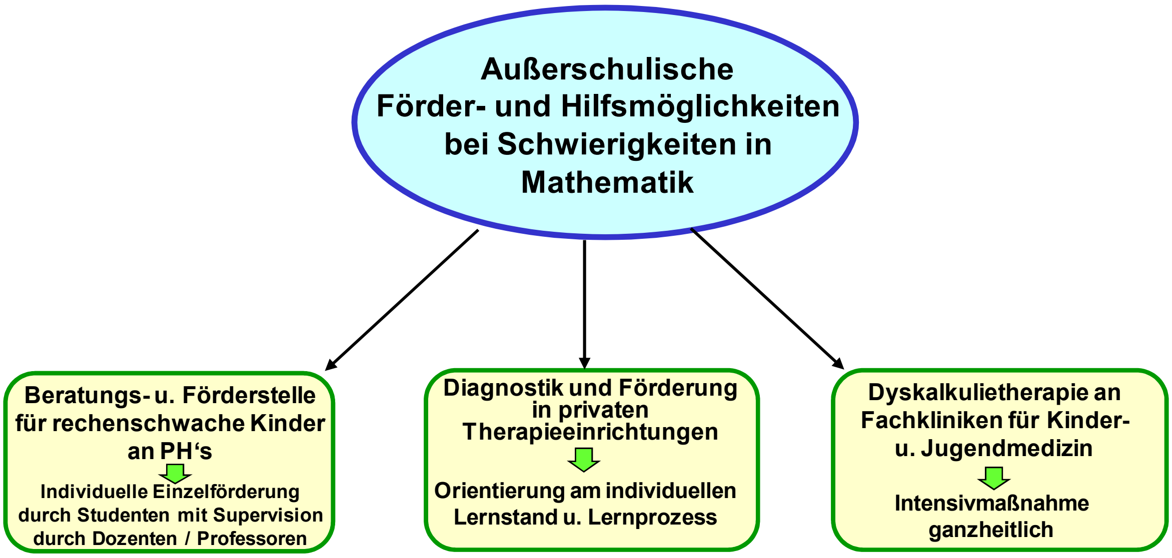


Abbildung 3: Außerschulische Förder- und Hilfsmöglichkeiten

6.1 Beratungs- und Förderstellen an Pädagogischen Hochschulen

Die meisten Pädagogischen Hochschulen in Baden-Württemberg bieten an ihren Instituten für Mathematik und Informatik Eltern von Grundschulkindern mit Schwierigkeiten in Mathematik Beratung und Information an. Bei Bedarf kann auch eine Förderung angeschlossen werden, die dann in Form von individueller Einzelförderung durch Studenten durchgeführt wird. In der Regel können aber nur Schulkinder der ersten und zweiten Klasse einen Therapieplatz bekommen. Von dieser Therapieform profitieren nicht nur die betroffenen Kinder, sondern auch die mit der Förderung betrauten Studenten; denn sie haben hier die Möglichkeit, die an der PH gelernte Theorie vor Ort in der Praxis zu erproben. Sie bekommen in dieser Erprobungsphase Unterstützung in Form von Supervision durch betreuende Dozenten beziehungsweise Professoren, so dass auch die Qualität der Förderung gewährleistet wird.

6.2 Diagnostik und Förderung in privaten Therapieeinrichtungen

Infolge der häufigen Hilflosigkeit aller Betroffenen steigt der Bedarf an außerschulischer Therapie ständig. Infolgedessen wenden sich immer mehr Pädagogen und Psychologen diesem therapeutischen Betätigungsfeld zu. Die Finanzierung einer Therapie ist über die Eingliederungshilfe nach § 35a KJHG möglich. Allerdings muss dabei eine Bedrohung der seelischen Gesundheit durch ein psychologisches Gutachten nachgewiesen werden (siehe 5.1.10).

6.2.1 Qualitätskriterien für Therapien / Therapieeinrichtungen

Eine der häufigsten Fragen, die von betroffenen Eltern an die IFRK gestellt wird, ist die Frage nach der Qualität und Seriosität von therapeutischen Einrichtungen zur Therapie von Rechenschwäche. Da die Bezeichnung „Dyskalkulietherapeut“ nicht geschützt ist, kann jeder, der sich berufen fühlt, „rechenschwache“ Kinder zu fördern, diesen Titel benutzen, ohne eine entsprechende Befähigung nachweisen zu müssen. Die Sorge von Eltern, für ihr Kind einen Therapeuten zu finden, der die erforderliche Fachkompetenz aufweist, ist nur zu verständlich. Wenn ein Anspruch auf Eingliederungshilfe nach dem Kinder- und Jugendhilfegesetz besteht, trägt der Jugendhilfeträger die Verantwortung für die Qualitätssicherung der Therapie. In der Regel wird dann nach § 36 SGB VIII ein Hilfeplan erstellt, der Art und Umfang der Maßnahme sowie die Behandlungsdauer festlegt. Als Therapeuten kommen laut Jugendhilfegesetz in Betracht:

- Diplom- und staatl. anerkannte Heilpädagoginnen und Heilpädagogen
- Diplom-Psychologinnen und Diplom-Psychologen
- Sonderschullehrerinnen und Sonderschullehrer sowie Lehrerinnen und Lehrer mit Zusatzqualifikation
- Kinder- und Jugendpsychiaterinnen und Kinder- und Jugendpsychiater
- Diplom-Sozialpädagoginnen und Diplom-Sozialpädagogen.

Eine weitere Spezifikation in Bezug auf die Ausbildung der Therapeuten wird in dem Kinder- und Jugendhilfegesetz nicht vorgenommen. Um Eltern, aber auch Lehrkräften eine Orientierung zu geben, sollen daher im Folgenden die wichtigsten Qualitätskriterien dargestellt werden, die ein Institut zur Therapie von Rechenschwäche erfüllen sollte.

6.2.2 Qualifikation des Therapeuten

Neben einer abgeschlossenen Hochschulausbildung in Psychologie, Pädagogik oder Medizin sollte der Therapeut über eine lerntherapeutische Zusatzqualifikation im mathematisch-didaktischen Bereich verfügen, und er sollte durch nachweisliche Fortbildungen auf lernpsychologischem, fachdidaktischem oder sozialpädagogischem Gebiet seinen wissenschaftlichen Erkenntnisstand regelmäßig aktualisieren. Eine mehrjährige Praxiserfahrung im Bereich der Diagnostik, Beratung und Therapie von lern- und leistungsgestörten Kindern und Jugendlichen ist dabei wünschenswert.

6.2.3 Beratung und Diagnostik

Seriöse Institute bieten nach einem meist kostenlosen Beratungsgespräch eine unverbindliche Eingangsdiagnose zur Feststellung einer „Rechenschwäche“ an. Die Eingangsdiagnostik umfasst in der Regel eine qualitative Fehlerdiagnose mit der Feststellung des aktuellen Lernstands und der individuellen Fehlertypologie des Kindes sowie eine ausführliche Anamnese zu medizinischen und psychosozialen Besonderheiten. In einem ausführlichen Beratungsgespräch wird den Eltern dann der Diagnosebogen erläutert und, falls erforderlich, eine Therapie vorgeschlagen und die Art der Durchführung erklärt. Wenn es ratsam ist, werden den Eltern zusätzliche begleitende Fördermaßnahmen (wie Ergotherapie, Verhaltenstherapie, psychomotorische Therapie) vorgestellt, die, je nach Kompetenz des Therapeuten, in die Therapie integriert oder in Zusammenarbeit mit einer weiteren Fachinstitution durchgeführt werden.

6.2.4 Die Förderung

Der Förderplan setzt am individuellen Lernstand des Kindes an und wird kontinuierlich an die Entwicklung des Kindes angepasst. Auch die didaktische Vorgehensweise und die Auswahl der Lernmaterialien wird auf die individuellen Bedürfnisse des Kindes abgestimmt. Die Förderung erfolgt in Form von Einzelunterricht. In der Regel wird eine 45-minütige Stunde pro Woche mit einem anschließenden 15-minütigen Elterngespräch erteilt, in dem die Eltern über den Fortgang der Therapie informiert und gegebenenfalls über notwendige Maßnahmen (wie Hilfs- und Kontrollfunktionen seitens der Eltern) beraten werden. Ein regelmäßiger Kontakt des Therapeuten zur Schule des Kindes gewährleistet kontinuierlichen Informationsaustausch und Abstimmung zwischen Therapeutin / Therapeut und Lehrerin / Lehrer.

6.2.5 Evaluation der Förderung

Im Verlauf der Therapie sollte in regelmäßigen zeitlichen Abständen der Lernstand des Kindes überprüft werden. Diese Dokumentation des jeweiligen Lernstandes sollte für die Eltern nachvollziehbar sein und auch möglichst in schriftlicher Form dokumentiert werden.

6.2.6 Der Vertrag

Der Therapievertrag sollte monatlich kündbar sein und keine Mindestlaufzeiten enthalten. Ein entschuldigt versäumter Termin sollte kurzfristig nachgeholt werden können.

6.2.7 Der Therapieerfolg

Grundsätzlich ist zu beachten:

Eine Therapie hat nur dann Erfolg, wenn die Therapeuten-Kind-Beziehung stimmig ist. Das bedeutet, dass ein Kind gern in die Therapiestunde geht, dass es Vertrauen zum Therapeuten hat, durch wahrnehmbare Lernfortschritte Zutrauen zu den eigenen Fähigkeiten bekommt und so allmählich wieder ein positives Selbstbild entwickelt.

6.3 Therapie an Fachkliniken für Kinder- und Jugendmedizin

Fachkliniken für Kinder- und Jugendmedizin bieten neben der speziellen Diagnostik und Therapie auch eine Abklärung weiterer Störungsbereiche, die bei der Problematik eine Rolle spielen können, an. Für alle diese kritischen Bereiche gibt es hier kompetente Fachleute, wie zum Beispiel Neuropädiater, Psychologen, Ergotherapeuten, die nicht nur diagnostizieren, sondern auch die Therapie übernehmen. Die Therapie kann in besonders schweren Fällen in Form von sechswöchigen Kuren durchgeführt werden, deren Kosten von der Krankenkasse des Kindes übernommen werden. Wenn es für besonders sensible Kinder ein Problem darstellt, für eine so lange Zeit ihr Elternhaus zu verlassen, kann die Kur auch in Begleitung eines Elternteils als Mutter-Kind-Kur bzw. Vater-Kind-Kur durchgeführt werden.

7 Elternwünsche an die Schule

Die Verwaltungsvorschrift für Kinder und Jugendliche mit besonderem Förderbedarf und Behinderungen sieht nicht nur vor, dass Kinder mit Schwierigkeiten in Mathematik in der gesamten Schulzeit individuell gefördert werden, sondern auch, dass in besonderen Fällen ein Nachteilsausgleich gewährt werden kann. Dies kann in Form von einer Anpassung der Arbeitszeit oder der Gewährung von technischen oder didaktisch-methodischen Hilfen geschehen. Dieser Ausgleich kann für das betroffene Kind eine große Entlastung bedeuten, denn schon dadurch, dass ein Kind mit Lernschwierigkeiten in Mathematik mehr Zeit zugemessen bekommt, kann oft schon eine Lernblockade gelöst werden, und wenn dieses Kind dann auch mit dem gewohnten Rechenmaterial die Aufgaben lösen darf, bekommt es die Sicherheit, die es braucht, um die richtige Lösung zu finden.

Der Nachteilsausgleich beinhaltet des Weiteren eine angepasste Gewichtung innerhalb des Leistungsspektrums im Fach Mathematik zugunsten des Kindes in Bezug auf die mündlichen, schriftlichen und praktischen Leistungen, wobei allerdings eine hinreichende Gewichtung innerhalb der einzelnen Bereiche gewährleistet sein muss. Das heißt, weder im mündlichen, schriftlichen oder praktischen Bereich kann völlig auf Noten verzichtet werden. Es ist aber möglich, den einen oder anderen Bereich zurückhaltend zu gewichten und dem Kind so die Chance zu geben, eine bessere Gesamtnote zu erreichen.

Der Bildungsplan Grundschule bietet dabei durch die Ausgestaltung seiner fünf Leitideen „Zahl, Messen und Größen, Raum und Ebene, Muster und Strukturen, Daten und Sachsituationen" vielfältige Möglichkeiten, in denen Kinder mit besonderen Schwierigkeiten in Mathematik ihre Kompetenzen unterschiedlich darstellen können. Wir wünschen uns, dass alle Lehrkräfte bei der Leistungsmessung und -bewertung dabei den in der Verwaltungsvorschrift gegebenen Spielraum voll ausschöpfen; das heißt, dass sie die Stärken, vor allem bei Kindern mit Lernproblemen, mehr gewichten als die noch nicht oder schwach entwickelten Fähigkeiten. So wird den Kindern nicht nur die Möglichkeit gegeben, ihr Selbstbild zu stärken sondern auch ihre Gesamtnote in Mathematik zu verbessern.

Auch kann durch eine differenzierte Konzipierung der schriftlichen Arbeiten, in denen das Leistungsspektrum der gesamten Klasse und damit auch der ganz schwachen Schüler berücksichtigt wird, eine Verminderung des Leistungsdrucks erreicht werden. Das Angebot verschiedener Arbeitsbereiche mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden ermöglicht es, dass jedes Kind individuell seine Kompetenzen unter Beweis stellen kann.

Eine weitere Entlastung besteht darin, dass die äußeren Rahmenbedingungen einer schriftlichen Arbeit zugunsten des Kindes verändert werden. Das heißt, ein schwaches Kind darf zum Beispiel auch in der Mathematikarbeit sein Material oder andere Hilfsmittel benutzen, bekommt einen besonders störungsfreien Sitzplatz und mehr Zeit.

Durch die Option, eine individuell ergänzende Aufgabe oder Zusatzaufgabe (zum Beispiel ein Referat) zu stellen, besteht des Weiteren die Möglichkeit, dass ein Kind mit Lernproblemen eine zusätzliche Leistung erbringen und damit seine Note verbessern kann.

Ermessensspielräume können genutzt werden, um besondere Härten auszugleichen, so sieht es die Verwaltungsvorschrift vor. Hier wünschen wir uns, dass neben der Gewährung von Nachlernfristen, Ausnahmeregelungen bei Versetzungsentscheidungen, zusätzlichen Wiederholungen von Klassen oder Jahrgangsstufen, Ergänzungen der Noten durch verbale Beurteilungen und Ausnahmeregelungen bei der Aufnahme in weiterführende Schulen auch pädagogisch-didaktische Maßnahmen greifen. Dazu gehört neben der individuellen am Leistungsstand des Kindes orientierten Förderung auch die pädagogisch-fachliche Gesamtwertung der im Beurteilungszeitraum erbrachten Leistungen.

Eine verantwortungsvolle Pädagogik orientiert sich bei allen Maßnahmen immer an den Stärken eines jeden Kindes. Das soll aber nicht heißen, dass Schwächen ignoriert werden. Schwächen sind dazu da, überwunden zu werden. Es gilt, einem betroffenen Kind dabei das Gefühl zu geben, dass es Unterstützung bekommt. Nur so kann eine angst- und störungsfreie Entwicklung aller Kinder gewährleistet werden.

Margret Schwarz
Vorsitzende der IFRK e.V., Pädagogin, Buchautorin
Im Mocken 3, 77830 Bühlertal
E-Mail-Adresse: MargretSchwarz@gmx.de

Förderpraxis - Beispiele und Unterstützungsmaßnahmen
(Stand Schuljahr 2010/11)

Rita Reuß

1 Förderbeispiele

Die Informationen zu den genannten Beispielen wurden im Wesentlichen den schuleigenen Websites entnommen. Es handelt sich um keine qualifizierende Auswahl. Gezeigt werden soll jedoch, auf welche Weise an vielen Stellen in Baden-Württemberg bereits das Problem „Schwierigkeiten in Mathematik“ in den Schulen angepackt wird und welche Kooperationsmöglichkeiten zu anderen Einrichtungen dabei hilfreich sein können. Die Beispiele sollen zu eigenen Konzepten ermutigen und mögliche Ansprechpartner nennen.

Viele Einzelprojekte wurden von den Fachberaterinnen und Fachberatern für Mathematik an den Staatlichen Schulämtern initiiert. Deshalb werden hier auch die Links zu den entsprechenden Websites der Staatlichen Schulämter aufgelistet.

Die Pädagogischen Hochschulen im Land bieten ihren Studentinnen und Studenten die Möglichkeit, mit Kindern, die Schwierigkeiten in Mathematik haben, in hochschuleigenen Beratungs- und Förderstellen zu arbeiten und dabei eine Expertise für die unterrichtliche Tätigkeit zu erwerben. Über die entsprechenden Links gelangt man zu Detailinformationen.

Beispiel 1:

Silcherschule GS Endersbach
(Rems-Murr-Kreis, Staatliches Schulamt Backnang)
www.silcherschule-weinstadt.de

(Auszug aus der Schul-Website:)
Dyskalkulie-Kurse in der Silcherschule
Start: Schuljahr 2010/2011
Zahl der Förderstunden: 2 Förderstunden für Klasse 2
Gruppengröße: 2 Schüler/innen pro Gruppe
Auswahl der Schüler/innen erfolgt durch Beschluss der Klassenkonferenz unter Vorsitz der Schulleitung.
Elternarbeit: Nach jeder Förderstunde findet ein etwa fünfminütiges Elterngespräch statt. Die Eltern werden informiert, wie sie daheim mit ihrem Kind üben können.
Evaluation: Die Kurse werden mit der Klassenstufe 2 gestartet. Das Förderkonzept soll auf weitere Klassenstufen ausgeweitet werden. Angedacht ist, die Förderung so früh wie möglich zu beginnen.
Das Förderkonzept befindet sich in der Erprobungsphase. Die Diagnose- und Testverfahren, die Förderideen, der Aufbau der Kursstunden, das verwendete Material usw. werden aus der praktischen Erfahrung heraus kritisch hinterfragt und wenn nötig überarbeitet, verändert beziehungsweise ergänzt.

Kooperationspartner: Die Silcherschule Endersbach erhält bei der Konzeption und Durchführung der Kurse Unterstützung durch die „MatheLernBar“ an der Albert-Schweitzer-Schule in Schorndorf:
http://www.mathelernbar.de/
Auf der Homepage der MatheLernBar wird das Gesamtkonzept dieser Fördereinrichtung beschrieben, es gibt Informationen für Schulen und Eltern sowie Empfehlungen für Materialien, Diagnoseinstrumente und Downloadangebote für die praktische Förderarbeit.
Die MatheLernBar wird wissenschaftlich begleitet vom Institut für Mathematik und Informatik der Pädagogischen Hochschule Schwäbisch Gmünd (Dr. Andreas Kittel). Im Sommersemester 2009 wurde dort eine „Beratungsstelle für Kinder mit Rechenstörungen“ eingerichtet:
http://www.mathematik.ph-gmuend.de/index.php/beratungsstelle

Beispiel 2

Schillerschule GS Kornwestheim
Staatliches Schulamt Ludwigsburg
www.schillerschule-kornwestheim.de/

(Auszug aus dem Schulprogramm:)

Diagnose und Förderung bei Schwierigkeiten in Mathematik:

Das Ziel ist es, die betroffenen Kinder schnell herauszufiltern und zu fördern, damit anfängliche Lücken schnell geschlossen werden und die Schüler den folgenden Unterrichtsstoff besser begreifen sowie weitere Lücken verhindert werden können.

Ablauf der Rechenförderung

- Der Klassenlehrer führt im ersten Schuljahr drei Diagnosetests durch. Diese finden in den ersten beiden Schulwochen, im Januar und im Mai statt.
- Bei zu schlechten Ergebnissen oder wenn Kinder im Unterricht auffallen, werden der „Ansprechpartner für Rechenschwäche“ eingeschaltet und die Eltern informiert.
- Ein erstes Elterngespräch findet statt (Klassenlehrer und Ansprechpartner), bei dem ein Förderplan entwickelt wird.
- Es folgen zwei Monate Förderung.
- Danach findet das zweite Elterngespräch mit Klassenlehrer bzw. Mathematiklehrer statt, bei dem ein Protokoll erstellt und von allen unterzeichnet wird. Dabei werden die Ergebnisse der Förderung betrachtet. Fand keine wesentliche Verbesserung statt, wird jetzt schon der Beratungslehrer bzw. der Sonderpädagogische Dienst beauftragt.
- Gegebenenfalls findet ein drittes Elterngespräch mit Beratungslehrer und Klassenlehrer oder Mathematiklehrer statt. Auch hier wird ein Protokoll angefertigt. Über die weitere Vorgehensweise wird beraten.

Die Rechenförderung an der Schillerschule in Kornwestheim basiert auf der Konzeption der „AG Rechenschwäche“ des Staatlichen Schulamtes Ludwigsburg. Diese AG erstellte eine „Handreichung für Eltern und Lehrer zur Förderung von Kindern mit Schwierigkeiten in Mathematik bis Mitte Kl. 1“, die an alle Grundschulen im Schulamtsbezirk Ludwigsburg verteilt wurde.

Die Grundschulen melden dem staatlichen Schulamt aus dem Kollegium eine „Ansprechpartnerin Rechenschwäche“. Diese Ansprechpartnerin begreift sich als Bindeglied zwischen der AG und dem Kollegium und ist ständiges Mitglied der „Fallbesprechungsgruppen“, die unter der Leitung von Experten etwa alle zwei Monate an einer Schule im Bezirk ein Arbeitstreffen abhalten, bei dem Erfahrungen ausgetauscht und Problemfälle vorgetragen werden. Die Beratungsergebnisse werden in die Kollegien eingebracht. Der Förderunterricht selbst wird von den Fach- und Klassenlehrkräften erteilt.

Beispiel 3: RIMA-Schulen

Johann-Peter-Hebel-Schule GHS Bruchsal
Staatliches Schulamt Karlsruhe
www.jphbr.ka.bw.schule.de

(Auszug aus der Schul-Website, Informationen zu Rechenintensivmaßnahmen:)
Ab dem Schuljahr 2008/2009 gibt es an der Johann-Peter-Hebel-Schule einen RIMA-Kurs. Unter „RIMA“ versteht man „RechenIntensiv-MAßnahme für rechenschwache Kinder“.
Grundschüler der umliegenden Schulen können an der Fördermaßnahme teilnehmen. Das Modell ist für Schüler gedacht, die ausschließlich im Fach Mathematik grundlegende Schwächen haben, von denen anzunehmen ist, dass diese in der Zeit der Rechenintensivmaßnahme reduziert oder aufgearbeitet werden können.
Die Kurse dauern jeweils ca. 12 Wochen.
Für welche Schüler ist der RIMA-Kurs gedacht?
Die Fördermaßnahme wird vorwiegend für die Schüler der 1. und 2. Klassen angeboten, die grundlegende Schwächen in Mathematik haben und nicht auf die für den weiteren Schulerfolg entscheidenden Inhalte zurückgreifen können. Kinder mit einer allgemeinen Leistungsschwäche und/oder verhaltensauffälligem Verhalten gehören nicht zur Zielgruppe.
Wie wird der Unterricht organisiert?
In dem oben genannten Zeitraum erhalten die Kinder in einer Kleingruppe, der RIMA-Klasse, wöchentlich zehn Stunden Mathematik (statt üblicherweise fünf Stunden) und fünf Stunden Deutsch.
Wie kommen die Schüler zur Johann-Peter-Hebel-Schule nach Bruchsal?
Für das Hinbringen und das Abholen der Kinder sind die Erziehungsberechtigten verantwortlich.
Meldung der Schüler?
Die Schüler können bis zwei Wochen vor Beginn des jeweiligen Kurses mit den Downloadformularen (siehe Homepage der Johann-Peter-Hebel-Schule) gemeldet werden.
Wer trifft die Auswahl der Schüler?
Welche Schüler an der Rechenintensivmaßnahme teilnehmen, entscheiden die Lehrkräfte der RIMA-Klasse in Absprache mit der Schulleitung.

Eichelgarten-Grundschule Karlsruhe-Rüppur
Staatliches Schulamt Karlsruhe
www.eichelgartenschule.de

(Auszug aus der Schul-Website:)

Prima Rima -Fördern in der Kleingruppe
Die Eichelgartenschule bietet eine Intensivmaßnahme für rechenschwache Kinder an. Die Kurse dauern jeweils etwa drei Monate.
Schüler/innen mit Teilleistungsstörungen in Mathematik (Dyskalkulie, Rechenschwäche) arbeiten in einer Kleingruppe (der RIMA -Klasse) intensiv im Bereich des mathematischen Basisstoffes.
Auswahlkriterien: Empfehlung der Schule. In der Eichelgartenschule wird dann zur Einstufung noch ein Rechentestverfahren erfolgen.
Umfang des Unterrichtes: Es werden täglich zwei Stunden Mathematik und eine Stunde Deutsch erteilt. In der Deutschstunde arbeiten die Kinder nach dem Wochenplan, den sie von der Deutschlehrerin der abgebenden Schule erhalten. Nach Möglichkeit werden zusätzlich 1-2 Sportstunden wöchentlich erteilt.
Die Maßnahme ist für Kinder der 2. Klassen aller Grundschulen im Bereich Karlsruhe Süd mit grundlegenden Schwächen in Mathematik gedacht, von denen man annehmen kann, dass diese Problematik in der angebotenen Zeit des RIMA-Kurses reduziert werden kann. Nähere Auskünfte im Sekretariat der Schule.

Beispiel 4: Recheninseln

Friederike-Brion-Schule GS Meißenheim
Ortenaukreis, Staatliches Schulamt Offenburg
Die Beratungs- und Förderstelle für den Ortenaukreis ist an der Friedrike-Brion-Grundschule in Meißenheim angesiedelt. Informationen dazu gibt es unter der URL
www.schulaemter-bw.de/servlet/PB/menu/1238931/index.html?ROOT=1238914

Im Vorfeld sollte eine Förderschulbedürftigkeit durch eine Beratungslehrkraft oder den sonderpädagogischen Dienst abgeklärt sein.
Die Recheninsel arbeitet nach folgenden Prinzipien:
Ziel ist, dass die betroffenen Kinder grundlegende mathematische Fähigkeiten wie Zahlen- und Mengenverständnis aufbauen und nichtzählende Rechenstrategien erwerben können.
Die Diagnose erfolgt nach Kaufmann/Wessolowski (Rechenstörungen - Diagnose und Förderbausteine, Klett/Kallmeyer, 2006)
Gefördert wird mithilfe strukturierter Materialien (Blitzblickübungen, Zahlzerlegungen, Zahlraumvorstellung und Zahlbegriff, Rechenstrategien, Operationsverständnis). Die Förderung erfolgt auf Zeit (6 bis 8 Termine in Meißenheim). Die Begleitung der Kinder durch ein Elternteil muss gewährleistet sein. Tägliche Übungszeit zu Hause ist erforderlich.

Recheninseln im Landkreis Göppingen
über die Schulpsychologische Beratungsstelle Göppingen beim Staatlichen Schulamt Göppingen
Weitere Informationen unter
www.schulaemter-bw.de/servlet/PB/menu/1248711/index.html?ROOT=1239699

(Auszug aus der Website des SSA GP:)
Im Landkreis Göppingen gibt es zurzeit vier Recheninseln, an denen drei- bis viermal im Schuljahr Förderkurse für rechenschwache Kinder der Klassen 1 bis 3 durchgeführt werden. Diese Recheninseln befinden sich in Eislingen, Geislingen, Göppingen und Salach.
Die Anmeldung erfolgt über die Mathematiklehrkraft der betreffenden Schülerin/des betreffenden Schülers. Die Eltern füllen einen Anmeldebogen aus, der über die Grundschule an die Schulpsychologische Beratungsstelle in Göppingen weitergeleitet wird.
Die Diagnostik und die Zuteilung an eine verkehrsgünstig gelegene Recheninsel erfolgt durch die Schulpsychologische Beratungsstelle. Den Kern der Diagnostik bildet der ERT (Eggenberger Rechentest), ein Verfahren zur Feststellung von Rechenschwäche. Die Förderung ist auf diesem Verfahren aufgebaut und wird in der Kleingruppe an wöchentlichen Terminen von ausgebildeten Lehrkräften durchgeführt. Die Länge der Förderung ist individuell verschieden. Nach dem Kurs findet eine erneute Diagnostik statt, um zu überprüfen, ob es zu einer Verbesserung durch die Förderung gekommen ist. Sollte dies nicht der Fall sein, versucht das Staatliche Schulamt, weitere Wege aufzuzeigen. Eine Wiederholung des Kurses ist nicht möglich.

Beispiel 5: Stützpunktschulen

Dillweissenstein GS Pforzheim
Staatliches Schulamt Pforzheim
www.dillweissenstein-schule.de/schulprofil.htm

(Auszug aus dem Schulprofil:)
Wir sind in Pforzheim die Stützpunktschule für Lernschwierigkeiten wie LRS und Dyskalkulie. Im Zentrum unserer Arbeit steht die gezielte Förderung der Schüler bei LRS und Dyskalkulie. Fachlich fundierte Förderstunden, projektartiges Lernen, das Differenzierung ermöglicht und der verstärkte Einsatz von Rhythmus und Bewegung sind die Mittel zur Umsetzung.
Diagnostik bei Störungen des Rechnenlernens: Zahlreiche wissenschaftliche Untersuchungen der letzten Jahre zeigen: Entscheidend für Erfolgschancen im Mathematikunterricht ist der Umfang des zahl- und rechenspezifischen Vorwissens aus dem Vorschulalter. Solche zahlbezogenen Vorläuferfertigkeiten haben für das Lernen von Mathematik eine vergleichbare Funktion wie die phonologische Bewusstheit für das Erlernen des Lesens und Schreibens. So genannte „Risiko-Kinder“, die nicht über das für die Schule notwendige mathematische Vorläuferwissen verfügen, fallen in der Schule häufig bereits in den ersten Schulwochen auf. Diese Kinder kann man unter anderem dadurch erkennen, dass ihr alltagsbezogenes Zahlenwissen noch lückenhaft ist. So können sie zum Beispiel nicht auf Anhieb sagen, wie viele Räder ein Auto hat oder wie viele Finger sie an beiden Händen zusammen haben. Zahlen verstehen sie meistens noch nicht als Zusammensetzungen aus anderen Zahlen. Kleine Mengen erkennen die Kinder noch nicht auf einen Blick. So sehen sie oft nicht die Zusammensetzung einer Würfel-Sechs aus zwei Dreien, sondern zählen immer wieder mühsam jeden einzelnen Punkt nach. Stattdessen verstehen sie Zahlen ausschließlich als Positionen in der Reihe der Zählwörter oder als Anfangsstücke in der Reihe der Zählwörter. Eine ausgeprägte „Rechenschwäche“ kann sich in der Schule entwickeln, wenn Kinder den Umgang mit Zahlen und das Rechnen gezielt erlernen sollen. Diagnostik von Rechenstörungen sollte stets prozess- und ressourcenorientiert sein und dort beginnen, wo das Kind sich noch kompetent fühlt.
Ein Förderschwerpunkt ist zum Beispiel das Zahlverständnis der betroffenen Kinder. Gefördert werden dabei unter anderem die Bereiche Zahlauffassung, Zahldarstellung, Zahlvorstellung.

Ziel: Die Kinder sollen sich Zahlen als gegliederte Anzahlen vorstellen können. So sollen sie von „der 8“ wissen, dass sie aus „5 und 3“ aber auch als „4 und 4“ gedacht werden kann und dass 8 „zwei weniger als 10“ ist.
Fördermöglichkeiten: Regelmäßige „Blitzblick-Übungen“ mit verschiedenen Materialien, beginnend bei unstrukturierten Darstellungen hin zu strukturierten Darstellungen, den so genannten Zehnerfeldern. Solche Blitzblick-Übungen sollen Abzählen verhindern und simultane / quasi-simultane Anzahlerkennung fördern. Außerdem werden durch regelmäßige Blitzblick-Übungen Stellenwertverständnis sowie das Operationsverständnis der Kinder in den Grundrechenarten gefördert.

Breitwiesenschule GS Hochdorf
Kreis Esslingen, Staatliches Schulamt Nürtingen
www.breitwiesenschule.de/node/46

(Auszug aus der Schul-Website:)

Förderung von Kindern mit Schwierigkeiten beim Rechnenlernen

Bei Schülern mit besonderen Schwierigkeiten in der mathematischen Begriffsbildung und beim mathematischen Denken und Handeln kommt der frühzeitigen Erkennung und Förderung eine besondere Bedeutung zu.
Mathematiklernen vollzieht sich in einer Wechselwirkung von praktischem und geistigem Handeln. Es müssen Strukturen erkannt und genutzt oder es müssen selbst Strukturen gebildet werden. Kinder lernen Zahlen nicht isoliert, sondern ordnen sie in ein System ein. Das Veranschaulichen des Zahlenraums mit seinen Strukturen - wie sind die Zahlen angeordnet und aufgebaut - gehört zur Entwicklung sicherer Zahlvorstellungen dazu und bildet die Grundlage für das Rechnen lernen.
Als Stützpunktschule betreut die Breitwiesenschule die Kinder aus Hochdorf und den umliegenden Gemeinden in kleinen Lerngruppen. Hier steht der handelnde Umgang mit Materialien im Vordergrund, denn Verständnislücken schließen sich nicht von selbst – und schon gar nicht auf der Ebene von Papier und Bleistift. Hierbei wird das Fundament in kleinen Zahlenräumen gefestigt, so dass sich die größeren Zahlenräume darauf aufbauen lassen.
Die Eltern bringen ihre Kinder zu uns an die Schule und hospitieren immer wieder, um mit ihren Kindern in adäquater Weise zu Hause üben zu können.
Über das Staatliche Schulamt Nürtingen werden Materialien zum Thema „Schwierigkeiten in Mathematik“ zur Verfügung gestellt, die an der Breitwiesenschule entwickelt wurden.
www.schulaemter-bw.de/servlet/PB/menu/1255358/index.html

Staatliche Schulämter - Informationen auf den Internetseiten

Auf den Websites der meisten staatlichen Schulämter in Baden-Württemberg sind aktuelle Informationen zu Diagnose- und Fördermöglichkeiten für Kinder mit Schwierigkeiten in Mathematik abzurufen. Teilweise gibt es auch Linkmöglichkeiten zu den schulpsychologischen Beratungsstellen, zur Arbeitsstelle Kooperation oder direkt zu den Ansprechpartnern an den als Stützpunkte oder Recheninseln ausgewiesenen Schulen.

Einige der Websites zum Thema „Schwierigkeiten in Mathematik“ befinden sich gegenwärtig noch im Aufbau und können deshalb hier nicht angezeigt werden (zum Beispiel im Regierungsbezirk Tübingen).

Regierungsbezirk Freiburg

Staatliches Schulamt Donaueschingen:
www.schulaemter-bw.de/servlet/PB/menu/1239300/index.html?ROOT=1238800

Staatliches Schulamt Lörrach:
www.schulaemter-bw.de/servlet/PB/menu/1241272/index.html?ROOT=1238878
dort: Systeme schulischer Förderung Kreis Lörrach/Kreis Waldshut

Staatliches Schulamt Offenburg:
www.schulaemter-bw.de/servlet/PB/menu/1238931/index.html?ROOT=1238914

Regierungsbezirk Karlsruhe

Staatliches Schulamt Karlsruhe:
/www.schulaemter-bw.de/servlet/PB/menu/1232885/index.html?ROOT=1232868
dort: rechte Spalte „Liste der Schulstandorte für RIMA und LRS“

Staatliches Schulamt Mannheim:
www.schulaemter-bw.de/servlet/PB/menu/1264633/index.html?ROOT=1232813

Staatliches Schulamt Pforzheim:
www.schulverwaltung-bw.de/servlet/PB/menu/1182475/index.html?ROOT=1181985

Staatliches Schulamt Rastatt:
www.schulaemter-bw.de/servlet/PB/menu/1239751/index.html?ROOT=1239734

Regierungsbezirk Stuttgart

Staatliches Schulamt Göppingen:
www.schulaemter-bw.de/servlet/PB/menu/1248711/index.html?ROOT=1239699

Staatliches Schulamt Heilbronn
www.schulaemter-bw.de/servlet/PB/menu/1238852/index.html?ROOT=1238835

Staatliches Schulamt Künzelsau, Beratung zur Verwaltungsvorschrift unter:
www.schulaemter-bw.de/servlet/PB/menu/1238786/index.html?ROOT=1238765

Staatliches Schulamt Ludwigsburg, schulpsychologische Beratungsstelle:
www.schulaemter-bw.de/servlet/PB/menu/1238962/index.html?ROOT=1238949

Für den Main-Tauber-Kreis werden Stützpunktschulen aufgelistet unter:
www.rp.baden-wuerttemberg.de/servlet/PB/show/1295490/rps-77-beratung-infoblatt-dyskalkulie.pdf.

Staatliches Schulamt Nürtingen:
www.schulaemter-bw.de/servlet/PB/menu/1255358/index.html

im Rems-Murr-Kreis:
www.mathelernbar.de/

Beratungsstellen an pädagogische Hochschulen

An fünf pädagogíschen Hochschulen des Landes sind Beratungsstellen für Kinder mit Schwierigkeiten in Mathematik eingerichtet. Detailinformationen sind zu finden unter:

PH Heidelberg:
www.ph-heidelberg.de/org/allgemein/1399.0.html

PH Karlsruhe:
www.ph-karlsruhe.de/Beratungsstelle

PH Ludwigsburg:
www.ph-ludwigsburg.de/lernschwierigkeiten.html

PH Schwäbisch Gmünd:
www.mathematik.ph-gmuend.de/index.php/beratungsstelle

PH Weingarten:
www.ph-weingarten.de/grundschulzentrum/Mathematik?navanchor=1010072

Der Landesbildungsserver stellt Informationen zum Thema bereit unter
www.schule-bw.de/lehrkraefte/beratung/beratungslehrer/probleme/rechnen/

Fortbildungsmaßnahmen

Die Landesakademie für Fortbildung und Personalentwicklung an Schulen bietet Fortbildungslehrgänge an, welche die Themenfelder im Förderbereich zum Inhalt haben, zum Beispiel:

- Umgang mit förderbedürftigen Schülerinnen und Schülern
- Die Verwaltungsvorschrift Kinder und Jugendliche mit besonderem Förderbedarf und Behinderungen
- Gemeinsamer Unterricht von Schülerinnen und Schülern mit und ohne Behinderung
- Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts: Schwierigkeiten beim Rechnen lernen

Auf regionaler Ebene gibt es bei den staatlichen Schulämtern viele von den Fachberaterinnen und Fachberatern angebotene Fortbildungen, auch Abrufveranstaltungen für schulinterne Fortbildungen zu Thema „Mathematik in der Grundschule“. Beratungslehrkräfte verfügen ebenfalls über eine große Bandbreite von Inhalten aus dem Förderbereich, die in Fortbildungsveranstaltungen eingesetzt werden können.

2 Bezug von Lernmitteln zur Mathematikförderung

Pestalozzischule (Förderschule) Herlikofen
Theodor-Heuss-Straße 9
73527 Schwäbisch Gmünd
Telefon: 07171 30063
Fax: 07171 928370
Mail: poststelle@pestalozzischule-gd.schule.bwl.de
www.pfoe.gd.schule-bw.de/joomla/ (Startseite), dort: Lernwerkstatt (Informationen), dort: Schülerfirma (Angebot und Bestellmöglichkeit von Lernmaterialien)

www.mathelernbar.de/
Lernhilfen und Übungsmaterial zum Downloaden, Ausdrucken und Herstellen

Hasenbergschule (Förderschule) Stuttgart
Bebelstraße 28
70193 Stuttgart
Telefon 0711 639091
Fax 0711 6361573
Mail: hasi@hasi.s.bw.schule.de
www.hasi.s.bw.schule.de/lws/index.html

2.1 Lernwerkstatt Hasenbergschule

Der Schulleiter der Hasenbergschule, Walter Feigl, stellt die schuleigene Lernwerkstatt vor:

Mathematik ganz konkret in der Lernwerkstatt an der Hasenbergschule Stuttgart

Die aufgeführten Fördermaterialien entstammen der Lernwerkstatt an der Hasenbergschule in Stuttgart. Die Lernwerkstatt wird seit 2007 kontinuierlich aufgebaut und stellt einen besonderen Raum in der Schule dar, mit einer umfangreichen und vielfältigen Material- und Ideensammlung zur Förderung von Kindern mit besonderen Lernbedürfnissen. Neben Fördermaterialien zum Schriftspracherwerb und Experimentierkisten zu unterschiedlichen Sachthemen und Alltagsphänomenen liegt der Schwerpunkt auf dem Angebot geeigneter und sinnvoller Materialien für die Förderung von Kindern mit Lernschwierigkeiten in Mathematik. Neben Materialien aus dem Lehrmittelhandel sind dies vor allem selbst konzipierte und hergestellte Arbeitsmittel, die konkretes Handeln ermöglichen und in Verbindung mit Bildmaterialien ein mentales Handeln und damit den Aufbau von Vorstellungen, Strukturen und Fähigkeiten anregen sollen. Es sind Materialien, die eine Verbindung schaffen zwischen der konkreten Handlung, der bildlichen Darstellung und der abstrakt-symbolischen Ebene.

Die Lernwerkstatt verfügt über vielfältige Materialien auf unterschiedlichen Niveaustufen zu folgenden mathematischen Themen:

- Strukturieren und simultanes Erfassen von Mengen
- Zahlvorstellung, Aufbau des Zahlenraums
- Bündelungen und Stellenwerte
- Operationsvorstellungen zu den Grundrechenarten
- Rechenwege und Strategien beim Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren
- Vorstellungen von Größen (Gewichte, Längen, Geldwerte, Zeit, Volumen)
- Messen und Umgang mit Größen
- Geometrische Vorstellungen
- Mathematik in der Umwelt
- Maßstab
- Vorstellungen von Bruchzahlen
- Denkmale: Kniffliges, Knobel- und Fermi-Aufgaben
- Diagnostische Aufgaben

Ein zentrales Element der Lernwerkstatt und im Mittelpunkt des Schülerinteresses ist der Kaufladen mit vielen Anregungen zum wirklichkeitsbezogenen Lernen in Spielsituationen. In der Arbeit mit dem Kaufladen ergeben sich vielfältige mathematische Inhalte und Tätigkeiten im Zusammenhang mit der Alltagssituation „Einkaufen“ bzw. „Verkaufen“. Mengenerfassung und –herstellung, die Entwicklung von Preisvorstellungen, der Umgang mit Geld, das Addieren von Preisen, das Berechnen des Rückgeldes und das Abzählen und Abwiegen von Waren verbinden sich mit sprachlichen Anforderungen beim Führen von „Verkaufsgesprächen“ und mit weiteren alltagsrelevanten Kompetenzen wie zum Beispiel der Kenntnis der einzelnen Waren, dem Erstellen von Einkaufslisten, dem Lesen und Interpretieren von Angaben auf Lebensmittelverpackungen und vieles andere mehr.

Die Lernwerkstatt ist zunächst ein Lernort für die Schülerinnen und Schüler der eigenen Schule. Lehrerinnen nutzen die Lernwerkstatt regelmäßig oder für zeitlich begrenzte Vorhaben im Unterricht, vor allem in Teilungsstunden, für den Förderunterricht, im Atelierunterricht oder in den Hauptstufenkursen.

Ein weiterer Schwerpunkt ist die Durchführung von Lernstandsdiagnosen bei Kindern mit Lernschwierigkeiten in Mathematik und die Beratung ihrer Eltern und Lehrer, aus Schulen des Kooperationsverbundes der Hasenbergschule. In der Regel kommen die Kinder in Begleitung ihrer Eltern teils auf Eigeninitiative der Eltern selbst, teils auf Initiative der Lehrerin an individuell vereinbarten Terminen in die Lernwerkstatt. Zunächst berichten die Lehrkräfte bzw. Eltern in einem Erstgespräch über die Lernproblematik, anschließend wird in der Lernwerkstatt eine Lernstandsdiagnose durchgeführt. Durch Beobachtungen im Umgang mit den Materialien, beim Spielen im Kaufladen, durch Nachfragen über Wege beim Lösen von Aufgaben werden Einblicke in das Denken der Kinder und in die vorhandenen Kenntnisse, Fähigkeiten,

Vorstellungen und Lösungsstrategien gewonnen. Wichtig ist hierbei, dass die Kinder die diagnostischen Situationen als gemeinsames Spiel bzw. Gespräch wahrnehmen und nicht als Test- oder Prüfungssituation. Der diagnostischen Phase schließen sich Beratungsgespräche mit der Lehrerin und den Eltern an, in denen über die Ergebnisse der Lernstandsdiagnose informiert wird, in denen Förderziele und –angebote entwickelt werden und eine gemeinsame Förderplanung vorgenommen wird. Dafür können auch geeignete Lernmaterialien aus der Lernwerkstatt ausgewählt und gekauft werden. In begrenztem Maße können Kinder nachmittags an modulartigen Förderangeboten teilnehmen, in denen sie individuell in kleinen Gruppen gefördert werden.

Hinsichtlich der sich abzeichnenden Entwicklung der Förderschulen hin zu Bildungs- und Beratungszentren kann die Lernwerkstatt mehr und mehr ein festes Beratungsangebot der Schule für Lehrerinnen und Lehrer, Eltern und Schüler sowohl intern als auch aus anderen Schulen werden. Angedacht ist zunächst ein Angebot in Form eines offenen Nachmittages, an dem sich Interessierte und Ratsuchende über sonderpädagogische Hilfen für Kinder mit Lernproblemen in Mathematik informieren, austauschen und beraten lassen können.

Weitere Informationen über das Angebot der Lernwerkstatt an Mathematik-Fördermaterialien gibt es auf der Homepage der Schule:
www.hasi.s.bw.schule.de/lws/index.html

3 Basisliteratur

Scherer, P. / Moser Opitz, E.: Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Heidelberg: Spektrum-Verlag, 2010.

Kaufmann, S./Wessolowski, S.: Rechenstörungen - Diagnose und Förderbausteine mit CD-ROM. Seelze: Klett/Kallmeyer, 2009.

Lorenz, J.-H.: Lernschwache Rechner fördern - Ursachen der Rechenschwäche, Frühhinweise auf Rechenschwäche, Diagnostisches Vorgehen. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2003.

Sundermann, B. / Selter, Ch.: Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2006.

Gaidoschik, M.: Rechenschwäche - Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für Lehrer/-innen und Eltern. Horneburg: Persen-Verlag, 2002.

Selter, Ch. / Spiegel, H.: Wie Kinder rechnen. Leipzig: Klett, 1997.
Akademie für Lehrerfortbildung Dillingen: Rechenstörungen / Diagnose - Förderung - Materialien. Donauwörth: Auer, 1995.

4 Materialien für Diagnose und Förderung

Kaufmann, S. / Lorenz, J.-H.: Förder/DiagnoseBox Mathe, Von der zielgerichteten Beobachtung zur individuellen Förderung, Klasse 1 bis 4
Konzeptionsheft mit Diagnoseaufgaben, 208 Karteikarten mit Förderideen, 1 Wimmelbild A1, 30 Beobachtungsbögen Klasse 1-2, 30 Beobachtungsbögen Klasse 3-4
Hannover: Schroedel, 2006.
Beobachtungsbögen für die Klassen 1/2 und 3/4 ermöglichen die übersichtliche Dokumentation der individuellen Lernentwicklung. Zahlreichen Ideen und Fördervorschläge können als Kopiervorlagen direkt genutzt werden und dienen als Basis zur Erstellung differenzierter Förderpläne. Die Beobachtungsbögen können unmittelbar nach der Behandlung bestimmter Lerninhalte eingesetzt werden oder nach der individuellen Lernphase. Erfasst wird auch Förderbedarf bei Größen, Geometrie und Sachrechnen.

Adam, T. / Kögel, J. / Pojsl, O.: Lernstandsdiagnosen und Förderpläne Mathematik - Sicherung des Zahlbegriffs und Stellenwertsystems 1. bis 4. Schuljahr mit CD-ROM. München: Oldenbourg, 2010.
Vorgaben zur gezielten Lernbeobachtung im Mathematikunterricht mit Vorschlägen zum Erstellen individueller Förderpläne und zahlreichen Anregungen für die Förderpraxis.

Guder, K.-U. / Krüger, H. / Pyroth, S.: Diagnosebegleiter. Stuttgart: Klett, 2008.
Pro Schuljahr gibt es zwei Klassentests. So erhält die Lehrkraft Rückmeldung über den Leistungsstand der gesamten Klasse und kann Kinder mit besonderen Schwierigkeiten oder Stärken herausfinden. Die Auswertungshinweise zu den Klassentests (im Lehrerordner) helfen, auffällig gewordene Kinder mit der zum Programm gehörenden Einzeltestkartei spezifischer zu diagnostizieren und mit den optimalen Übungen aus der Förderkartei zu fördern und zu fordern.

Fritz, A. / Ricken, G. / Gerlach, M.: Kalkulie - Handreichung zur Durchführung der Diagnose - Diagnose und Trainingsprogramm für rechenschwache Kinder. Berlin: Cornelsen, 2007.
Kalkulie ist für den Einsatz ab Klasse 1 bis zum Ende der 3. Klasse geeignet. Im Trainingsprogramm können Basiskenntnisse der Mathematik individuell erarbeitet und geübt werden.
Das Materialpaket umfasst: Diagnosehefte für die Schüler/innen, Handreichungen mit genauen Instruktionen zum Einsatz der Hefte sowie detaillierten Auswertungshilfen.
Die Bausteine des Trainingsprogramms bieten Erarbeitungs- und Übungsmaterial mit Hinweisen für die Lehrkräfte.

Augustin, L. / Lutz, M. / Wengert, S.:
Bergedorfer Screening - Starterpaket Mathe
Bergedorfer Screening - mathematische Kompetenzen, Lehrerband
Horneburg, Persen
Mit diesem Mathe-Screening kann am Ende der 1. Klasse oder zu Beginn der 2. Klasse getestet werden, wie die mathematischen Kompetenzen entwickelt sind. Jedes Kind bekommt ein Rechenheft mit Aufgaben wie Reihen fortsetzen, Nachbarzahlen benennen, addieren und subtrahieren oder rechnen mit Rechenmauern. Die Rechenhefte gibt es in zwei Varianten. Das Buch bietet Durchführungshinweise, vorbereitende Übungsaufgaben, einen Lösungsteil mit Auswertungsbogen und Folien.

Peter-Koop, A. / Wollring, B. u.a.:
ElementarMathematisches Basisinterview - Zahlen und Operationen
ElementarMathematisches Basisinterview - Größen und Messen, Raum und Form
Offenburg: Mildenberger, 2009.
Diagnoseinstrument zur Erfassung individueller Leistungsstände, fachrelevanter Vorerfahrungen und Denkweisen von Kindern, mathematische Förderdiagnostik, Erstellen von Förderplänen
Jeweils Handbuch mit Anleitungen und KPVen, Materialpaket und DVD

Rinkens, H.-D. / Hönisch, K./Werthschulte, W.: Diagnoseaufgaben Mathematik: Basisfähigkeiten. Hannover: Schroedel.
Die Testaufgaben dienen dazu, intellektuelle Basisfähigkeiten zum Schulbeginn zu überprüfen: Erkennen der Raumlage, Formidentifikation, motorisch korrektes Zeichnen. Angelehnt sind die Aufgaben an den Duisburger Vorschul- und Einschulungstest aus den 1970-iger Jahren (jedoch informelle Vorgehensweise). Der Test ist nicht normiert. Die Ergebnisse sind Hinweise für die Notwendigkeit von Fördermaßnahmen und eventuell weitergehenden Überprüfungen in den Schulberatungsstellen, psychologischen Praxen oder medizinischen Institutionen.

Behring, K. / Kretschmann, R./Dobrindt, Y.:
Prozessdiagnose mathematischer Kompetenzen, Bd. 1
Theoretische Begründung und Vortest
Prozessdiagnose mathematischer Kompetenzen, Bd. 2
Grundlegende Fertigkeiten des ersten Schuljahres
Prozessdiagnose mathematischer Kompetenzen, Bd. 3
Grundlegende Fertigkeiten des zweiten Schuljahres
Horneburg: Persen
Im Fokus der drei aufeinander aufbauenden Bände steht nicht nur die Erfassung mathematischer Kompetenzen. Gleichberechtigt werden Arbeitsstil und Herangehensweise eines Kindes berücksichtigt, wenn es darum geht, den aktuellen und individuellen Förderbedarf zu ermitteln. Insofern sind die vorgestellten Verfahren für eine kindnahe, den Lernweg begleitende und dialogische Diagnostik geeignet.

Simon, N. und H.: Das Mathe-Lernstands-Paket Klasse 1 bis 4
Neue variable Lernkontrollen mit Diagnose und Förderplanung
Offenburg: Mildenberger, 2008
Das Mathe-Lernstands-Paket bietet für jedes Schuljahr ein komplettes System aus Lernstanderhebung, Lernstandsdiagnose und konkreter Förderplanung.

Für den Förderbereich geeignete Lehr-Lernmittel bieten auch folgende Verlage an:

Betzold-Versand, Veit-Hirschmann-Str. 12, 73479 Ellwangen

Friedrich-Verlag GmbH, Im Brande 17, 30926 Seelze

Schubi-Webers-Bildungsmedien, Postfach 3320, 38023 Braunschweig

SPECTRA Verlag GmbH, Bamlerstr. 1 B, 45141 Essen

5 Internetlinks und Downloadangebote (Stand Juni 2011)

www.friedrich-verlag.de/go/?action=ShowProd&prod_uuid=F35BZK3C91EQ994B8PNUMS8CFN5AP9L2 Der Friedrich-Verlag bietet in seiner Reihe „Sammelband Grundschule“ ein Heft zum Thema „Lese-, Schreib- und Rechenschwierigkeiten“ an. Dazu gibt es auf der Verlags-Website eine Download-Datei: Wilhelm Schipper: Übungen zur Prävention von Rechenstörungen
Wilhelm Schipper: Rechenstörungen als schulische Herausforderung - Handreichung zur Förderung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnen Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM); Juli 2008 als pdf-Datei zum Download unter: www.bildungsserver.berlin-brandenburg.de/mathematik.html Stichwort: Rechenstörungen als schulische Herausforderung. Handreichung zur Förderung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnen
www.sachsen-macht-schule.de/schule/2702.htm (dort rechte Spalte): Empfehlungen zur Förderung von Schülern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens, Sächsisches Staatsministerium für Kultus, 2007 [download *.pdf 2155,84 KB] Mit beratender Unterstützung von Prof. W. Schipper (Universität Bielefeld) und Prof. Gerster (PH Freiburg) sowie Auszügen aus der Broschüre „Beobachtung des Lösungsweges beim Rechnen in der Grundschule“ vom Amt für Bildung Hamburg
www.mint-hamburg.de/Handreichungen/beob.pdf Beobachtung des Lösungsweges beim Rechnen in der Grundschule. Behörde für Bildung und Sport der Freien und Hansestadt Hamburg, 2003 Die Handreichung enthält Beobachtungsbögen, Arbeitsblätter, Arbeitsmaterialien und Arbeitsanweisungen als Kopiervorlagen für die Zahlenräume 20, 100 und 1000
www.uni-bielefeld.de/idm/serv/empfehlungen.pdf Wilhelm Schipper gibt Empfehlungen zum schulischen und außerschulischen Umgang mit Rechenstörungen. Die Handreichung stammt aus dem Jahr 2001, ist somit nicht mehr ganz aktuell, was Literaturangaben usw. anbelangt.
www.mathelernbar.de/ Lernhilfen und Übungsmaterial zum Downloaden, Ausdrucken und Herstellen
www.ifrk-ev.de/ifrk.htm Die Initiative zur Förderung rechenschwacher Kinder e.V. wurde im Januar 1990 von betroffenen Eltern gegründet. Auf der Homepage sind Informationen, Hilfestellungen, Literaturangaben und vieles mehr zu finden, allerdings keine schulischen Materialien.

www.mathe-sicher-koennen.de/front_content.php?idcat=459&lang=14
Das Verbundprojekt ist zunächst auf drei Jahre angelegt und wird koordiniert vom Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts in Dortmund. Weitere Projektpartner sind die Pädagogische Hochschule Freiburg, die Freie Universität Berlin und die Universität Münster.
Im Projekt werden in der Sekundarstufe I Unterrichtsstrukturen, Konzepte und Materialien für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler und deren Lehrkräfte entwickelt und erforscht.
Da viele Schwierigkeiten auf Probleme in der Grundschule zurückzuführen sind, wird „Mathe sicher können" auch auf die Sicherung mathematischer Basiskompetenzen in der Primarstufe eingehen.
Es werden Diagnose- und Fördermaterialien entwickelt, die den Schülerinnen und Schülern sinnstiftendes Lernen ermöglichen und den Lehrerinnen und Lehrern Hintergrundinformationen und Leitfäden zur inhaltlichen und methodischen Gestaltung der Diagnose und Förderung bieten.
Um die Materialien unter Lehrkräften zu verbreiten, werden im Projekt entsprechende Fortbildungsmaterialien ausgearbeitet und für Multiplikatorinnen und Multiplikatoren zur Verfügung gestellt.