

Problem des Monats

Oktober 2019

We love PdM







Das PdM-Team freut sich auf das neue Schuljahr mit dir und Marco und Petra. Zum Einstieg darfst du eine kleine Zerlegungsaufgabe durch geschicktes Kombinieren lösen.

a) Zerlege das rechtsstehende Quadrat in fünf zusammenhängende Teile, die alle die fünf Zeichen

I ♥ P D M

enthalten. Ein Beispiel ist schon eingezeichnet.

P	D	I	P	M
D	♥	D	I	♥
P	M	I	♥	M
I	♥	P	M	D
♥	M	D	P	I

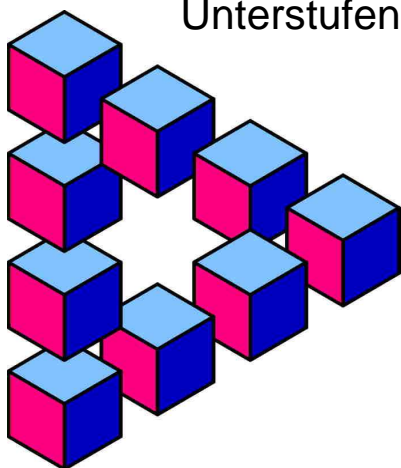
♥	D	♥	D		I
M		M	I	♥	P
P	I	♥	P	♥	I
D		P		D	M
M	M	D	M	D	P
I	♥		P	I	

b) Zerlege nun das 6x6 - Quadrat in sechs zusammenhängende Teile, die alle die sechs Zeichen

I ♥ P D M 

enthalten.





Problem des Monats

November 2019

SET®

Spielanleitung:

Das Spiel SET besteht aus 81 Karten, die alle verschieden sind.

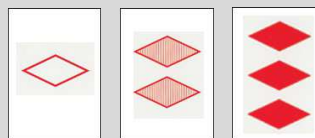
Sie unterscheiden sich in 4 Eigenschaften:

Farbe:	rot	grün	lila
Form:	Raute	Welle	Oval
Menge:	eins	zwei	drei
Füllung:	leer	halb	voll

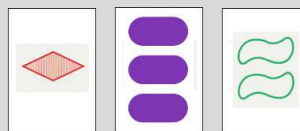
Immer drei Karten bilden zusammen ein *SET*, und zwar unter der Bedingung, dass jede der 4 Eigenschaften (jeweils für sich gesehen) entweder genau gleich oder völlig verschieden ist.

(Ausführlichere Anleitung auf www.problem-des-monats.de)

2 Beispiele für ein *SET*:

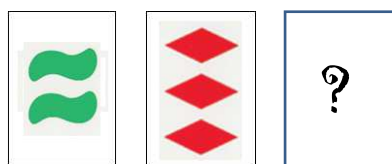
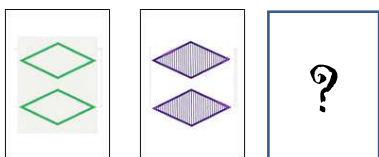


Hier ist die Farbe gleich, die Form gleich, die Menge verschieden und die Füllung verschieden.

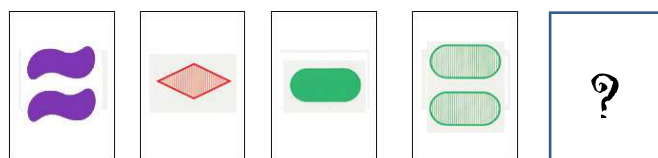


Hier ist alles verschieden.

a) Ergänze jeweils mit einer dritten Karte zu einem *SET*:

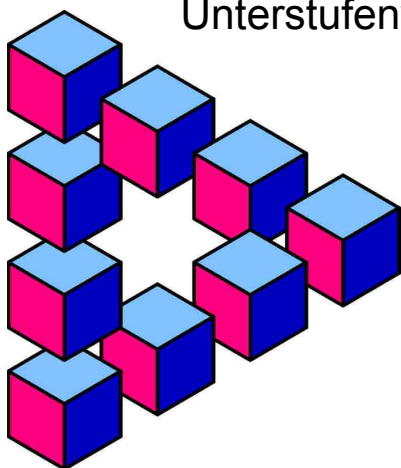


b) Füge zu folgenden vier Karten eine fünfte hinzu, so dass sich dann unter den fünf Karten mindestens ein *SET* befindet.



Gib dazu alle
Möglichkeiten an.

© Cannei, LLC. Alle Rechte vorbehalten.
SET und alle dazu gehörigen Logos sind
eingetr. Warenzeichen von Cannei, LLC



Problem des Monats

Dezember 2019

Platztausch



Mit möglichst wenig Zügen sollen die Weihnachtsmänner mit den Schneemännern die Plätze tauschen. Dabei ist ein Zug

- entweder auf einen benachbarten freien Platz zu ziehen,
- oder genau eine Figur zu überspringen.

a) Wie viele Züge sind in dem Beispiel oben mindestens notwendig? Schreibe Deine Lösung in Kurzform.

Beispiel



in Kurzform

0. W W _ S S

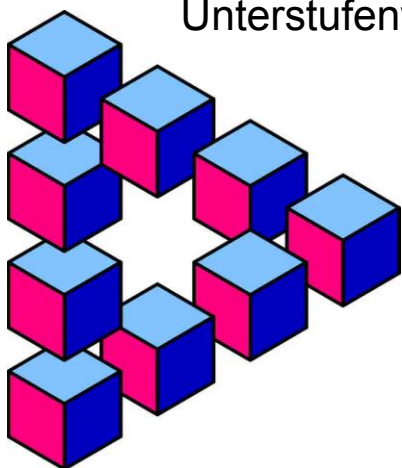
1. W _ W S S

2. W S W _ S

b) Für den Tausch von drei Rentieren mit drei Weihnachtsmännern sind mindestens 15 Züge nötig.

Notiere die Abfolge in Kurzform mit 1. **RR_ RWWW**.





Problem des Monats

Januar **2020**

Zwanzig Zwanziger

Marco überlegt sich: Wie kann man fünf Fünfer mit den Rechenzeichen $+$, $-$, \cdot oder $:$ so verknüpfen, dass man als Ergebnis 55 erhält?

Er findet eine Lösung: $55 = 5 \cdot 5 + 5 + 5 \cdot 5$

Petra denkt weiter und stellt fest: Wenn man zusätzlich noch Klammern setzen darf, kann man mit sechs Sechsern die Zahl 66 erhalten oder mit sieben Siebenern die Zahl 77.

Auch sie findet Lösungen: $66 = 6 \cdot (6+6) - 6 \cdot 6 : 6$
 $77 = 7 \cdot (7 + (7+7+7+7) : 7)$

Jetzt bist du dran: Verknüpfe die jeweils angegebenen Zahlen zu dem passenden Ergebnis, indem du zwischen die Zahlen jeweils eines der vier Rechenzeichen $+$, $-$, \cdot oder $:$ setzt und gegebenenfalls Klammern ergänzt.

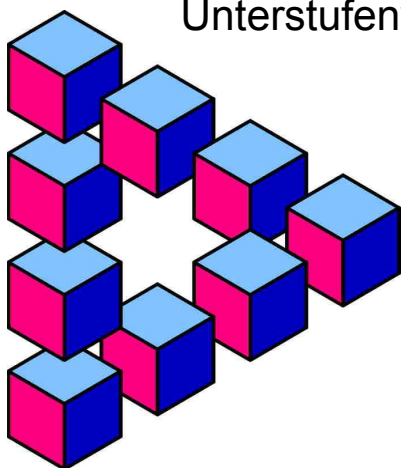
8 8 8 8 8 8 8 8 $\stackrel{!}{=} 88$

9 9 9 9 9 9 9 9 9 $\stackrel{!}{=} 99$

10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 $\stackrel{!}{=} 1010$

11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 $\stackrel{!}{=} 1111$

20 20 20 20 20 $\stackrel{!}{=} 2020$



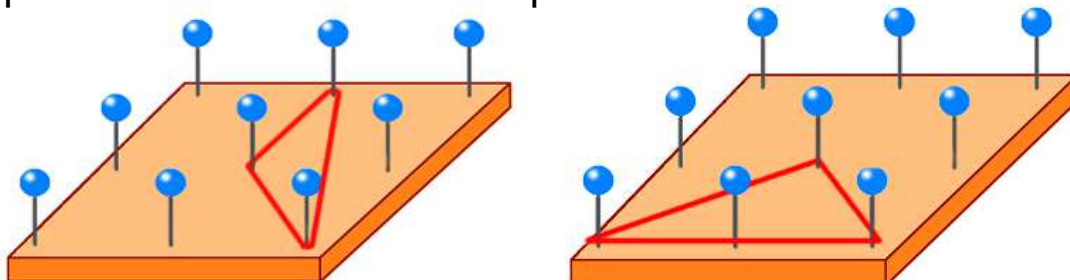
Problem des Monats

Februar 2020

Gummi - Dreiecke

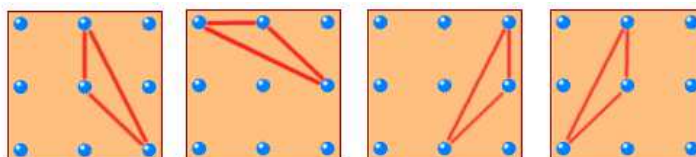
Marco und Petra haben auf ein quadratisches Brettchen neun Stecknadeln gleichmäßig gesteckt.

Mit Hilfe eines Gummibandes können die zwei nun acht verschiedene (nicht deckungsgleiche) Dreiecksfiguren spannen. Hier sind zwei Beispiele:

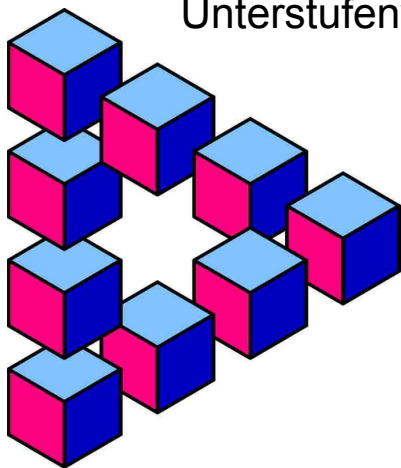


a) Zeichne alle acht Möglichkeiten (mit Ansicht von oben) auf ein Blatt.

Zur Platzierung der Dreiecksform aus dem linken Beispiel gibt es auf dem Steckbrett 16 verschiedene Möglichkeiten, zum Beispiel diese vier:



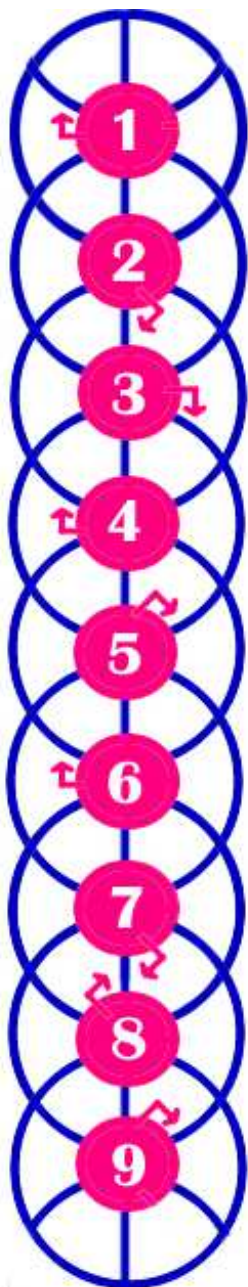
b) Wie viele Möglichkeiten ergeben sich jeweils bei den anderen Dreiecksformen, die du gefunden hast?
Notiere die Anzahl der Möglichkeiten jeweils neben der Zeichnung aus Aufgabe a).



Problem des Monats

März 2020

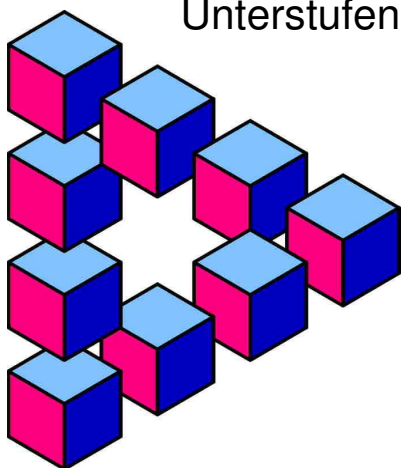
Hier geht's rund



In das Diagramm sind neun sechsstelligen Zahlen kreisförmig einzutragen.

Jede Zahl beginnt im Feld mit dem Pfeil und läuft im Uhrzeigersinn um die jeweilige Nummer herum.

- ❶ Die Quersumme ist 10 und es ist die dritte Potenz einer Zahl
- ❷ Eine Zehnerpotenz
- ❸ Die größte sechsstelligen Quadratzahl
- ❹ Ein Teiler der Zahl 2 945 675
- ❺ Eine Fünferpotenz
- ❻ Eine Zahl, die durch alle Zahlen von 1 bis 15 teilbar ist
- ❼ Ein Palindrom
- ❽ Ein Vielfaches von 88 888
- ❾ Ein Vielfaches von 463 und auch ein Vielfaches von 467



Problem des Monats

April 2020

Riesenaddition



a) Wie viele Möglichkeiten hast du, drei Gummibärchen der Farben blau (1), gelb (2) und rot (3) nacheinander zu essen?
Schreibe alle Möglichkeiten auf.

In der Mathematik spricht man von *Permutationen ohne Wiederholung*, wenn alle Möglichkeiten der Reihenfolge einer Anordnung ermittelt werden und dabei jede Größe genau einmal vorkommt wird.

b) So gibt es 120 verschiedene fünfstellige Zahlen, die man unter Verwendung aller fünf Ziffern 1,2,3,4,5 bilden kann.

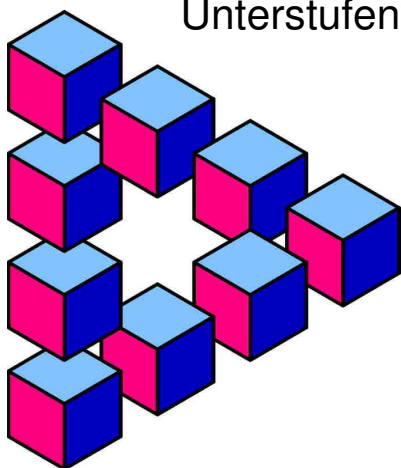
Beispiele sind 14253 oder 32451,
nicht 32355 oder 11345.

Es würde sehr viel Arbeit und Konzentration erfordern, diese 120 Zahlen alle aufzuschreiben und erst recht, sie alle zu addieren.

$$\begin{array}{r} 1\,2\,3\,4\,5 \\ + 1\,2\,3\,5\,4 \\ + 1\,2\,4\,3\,5 \\ + \\ + \\ + 5\,4\,3\,2\,1 \\ \hline ?\,?\,?\,?\,?\,?\,? \end{array}$$



Doch Petra und Marco sind clever und finden einen geschickten Weg, um die Summe dieser 120 Zahlen zu ermitteln. Gib diesen Wert an!



Problem des Monats

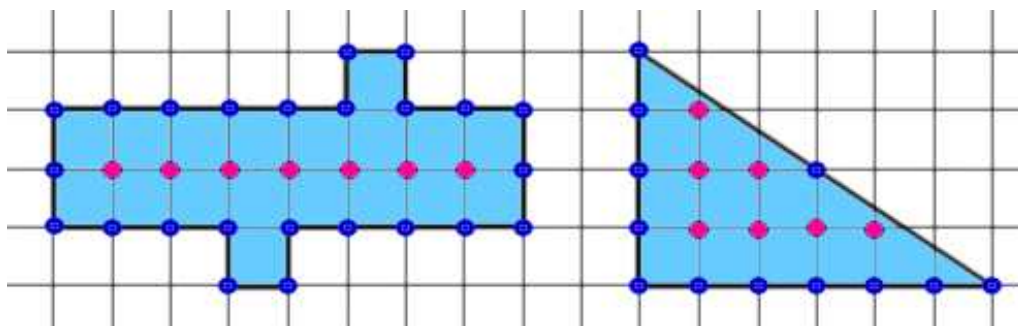
Mai 2020

Satz von Pick

Marco zeichnet auf einem Rechenblatt sogenannte Gittervielecke, um den Satz von Pick nachzuprüfen, den er im Internet gefunden hat:

Wenn A der Flächeninhalt (in Kästchen) des Vielecks ist, I die Anzahl der Gitterpunkte im Inneren des Vielecks und R deren Anzahl auf dem Rand, dann gilt die Formel

$$A = I + R:2 - 1.$$

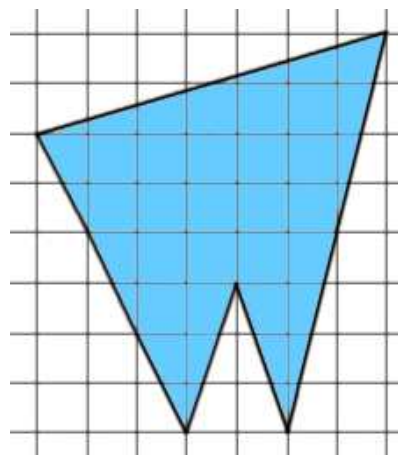


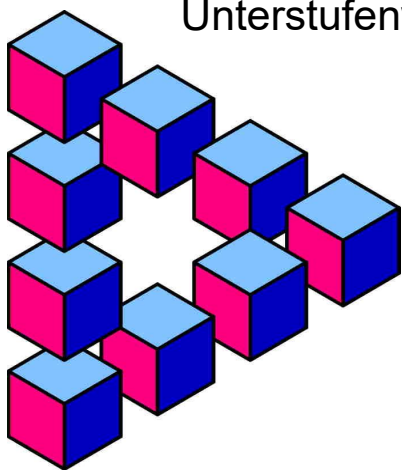
$$A=18, I=7, R=24 \\ 18 = 7 + 24:2 - 1$$

$$A=12, I=7, R=12 \\ 12 = 7 + 12:2 - 1$$

a) Berechne mit diesem Satz den Flächeninhalt des nebenstehenden Gitterfünfecks.

b) Zeichne ein Gittervieleck mit $A=12$ und $I=1$ und ein anderes mit $A=12$ und $R=4$.

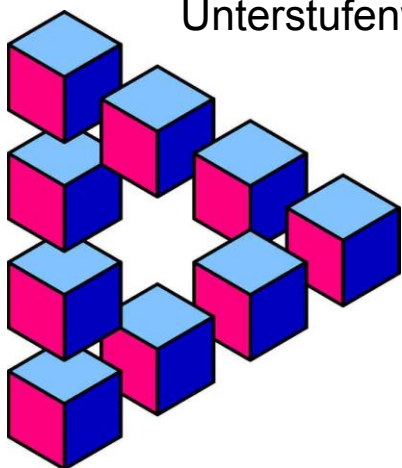




Problem des Monats

Juni 2020

bekannter Mathematik-Wettbewerb des Landes BW	Multiplikations-Ergebnis	geometr. Körper	Längenmaß	amerik. Pop-sängerin	lat.: Kunst	engl. Zahlwort	exakt	Winkelmaß	Luft in der Lunge
	Kreis-halb-messer			Rechen-zeichen	Vortrag, Sach-bericht				
Zusammen-zählung						geometr. Körper			
Spiel-karten-farbe		Teil eines Bruches				spezielles Viereck		1100 als römische Zahl	
		unterhalb 1000 kg				anderer Name für Raute	kleinst-möglicher Wert	Schwur	engl.: Ohr
			Flächenmaß		Natur-wissen-schaft				engl.: ja
Beklei-dung der Mönche	lat.: bete			Abk. für Samstag		engl.: Ferien			
große Freude, Glück	Groß-mutter	die Zahl -1 ist	persönl. Fürwort		Gewässer	milliarden-fach		Additions-Ergebnis	
			Lösung einer Aufgabe					Tausend Tausender = eine	
Gewässer	Zeiteinheit		Abk. für Sekunde	geometr. Form					Bezeichn. für einstell-ige Zahlen
		Kfz-Zeichen für Lahr	höchst begabter Mensch						
Drall eines Balls	Teilgebiet der Mathe-matik				Stachel-tier		2051 als römische Zahl		
Verbindung von zwei Punkten					persönl. Fürwort		Zahlwort		
Kreiszahl			quer verlaufend						
4 als römische Zahl		9 als römische Zahl		Teiler von 91				engl.: wenn	
Kfz-Zei-chen für Nürnberg	38:5 = 7 3			Rechen-zeichen				Abk. für Nummer	



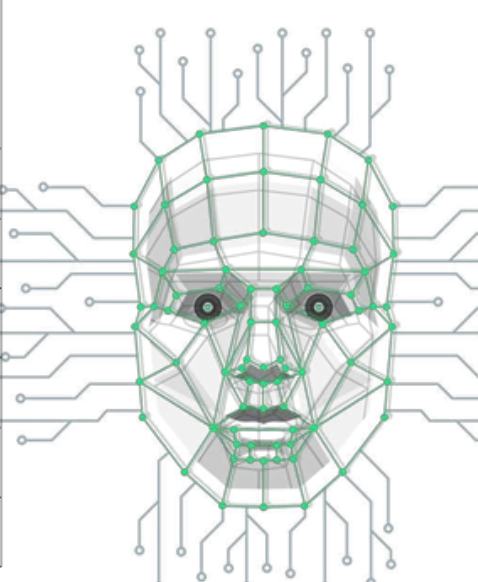
Problem des Monats

Juli 2020

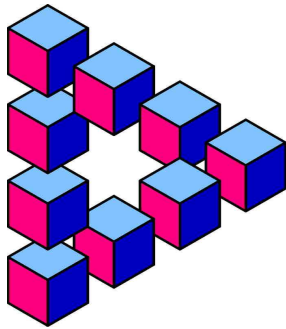
Escape Room

Marco und Petra haben mit ihren Eltern in den letzten Ferien an einem „Escape Game“ teilgenommen. Dazu mussten Sie durch Lösen verschiedener Aufgaben einem „Escape Room“ (engl. „Fluchtraum“) entkommen.

An der letzten Tür konnten sie nur mit Hilfe einer Zahlenkombination den Weg nach außen erlangen. Sie wussten schon, dass alle Ziffern eins bis sechs in einer bestimmten Reihenfolge angeordnet den Lösungscode ergeben. Direkt nach der Eingabe ihres Codes haben sie jeweils Rückmeldung über die Anzahl der richtigen Ziffern an der richtigen Stelle erhalten.

Eingegebener Code							Anzahl richtiger Stellen	
1	2	3	4	5	6		0	
3	4	2	5	6	1		0	
6	1	5	2	4	3		0	
2	4	5	1	6	3		2	
4	6	1	3	2	5		2	
							muss 6	

Nun hatten sie nur noch eine Eingabemöglichkeit.
Welcher Code war der richtige?



Lösung zum Problem des Monats Oktober 2019

We love PdM

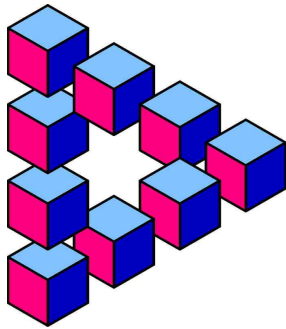
Bei a) ergeben sich zwei Lösungen,
bei b) gibt es drei Lösungsmöglichkeiten.

a)

P	D	I	P	M	P	D	I	P	M
D	♥	D	I	♥	D	♥	D	I	♥
P	M	I	♥	M	P	M	I	♥	M
I	♥	P	M	D	I	♥	P	M	D
♥	M	D	P	I	♥	M	D	P	I

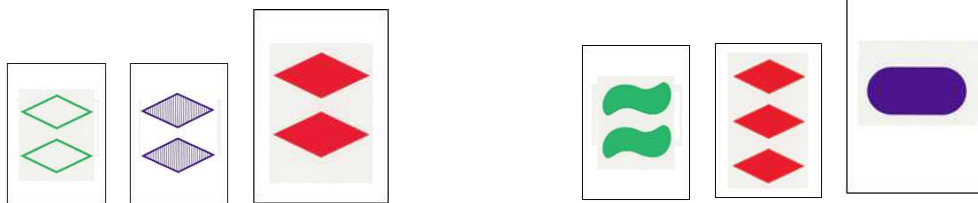
b)

♥	D	♥	D	▶	I	♥	D	♥	D	▶	I	♥	D	♥	D	▶	I
M	▶	M	I	♥	P	M	▶	M	I	♥	P	M	▶	M	I	♥	P
P	I	♥	P	♥	I	P	I	♥	P	♥	I	P	I	♥	P	♥	I
D	▶	P	▶	D	M	D	▶	P	▶	D	M	D	▶	P	▶	D	M
M	M	D	M	D	P	M	M	D	M	D	P	M	M	D	M	D	P
I	♥	▶	P	I	▶	I	♥	▶	P	I	▶	I	♥	▶	P	I	▶



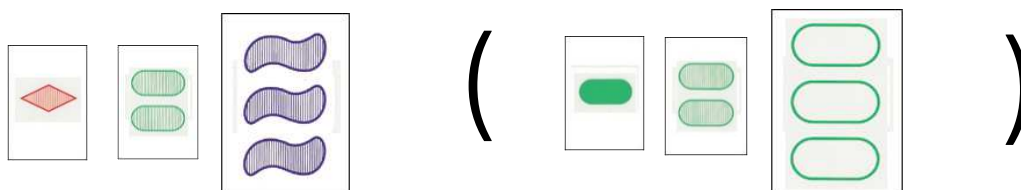
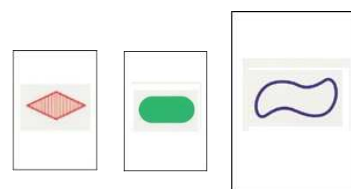
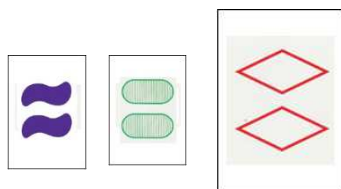
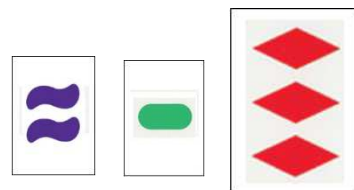
Lösung zum Problem des Monats November 2019

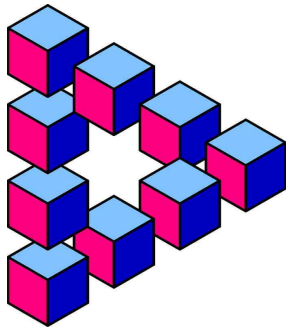
a)



b) Wenn man systematisch vorgeht, wählt man aus den vier gegebenen Karten jeweils zwei aus und ergänzt diese wie im Aufgabenteil a) zu einem SET.

Auf diese Weise erhält man fünf Lösungsmöglichkeiten.





Lösung zum Problem des Monats Dezember 2019

Platztausch

a)
Es sind mindestens 8 Züge nötig.



	W	W	—	S	S
1	W	—	W	S	S
2	W	S	W	—	S
3	W	S	W	S	—
4	W	S	—	S	W
5	—	S	W	S	W
6	S	—	W	S	W
7	S	S	W	—	W
8	S	S	—	W	W

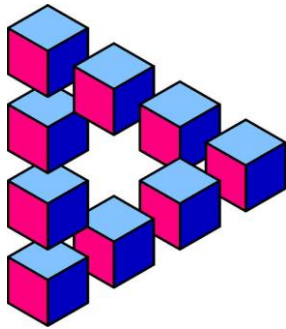


b)
Hier ein Platztausch in Kurzform.



	R	R	R	—	W	W	W
1	R	R	—	R	W	W	W
2	R	R	W	R	—	W	W
3	R	R	W	R	W	—	W
4	R	R	W	—	W	R	W
5	R	—	W	R	W	R	W
6	—	R	W	R	W	R	W
7	W	R	—	R	W	R	W
8	W	R	W	R	—	R	W
9	W	R	W	R	W	R	—
10	W	R	W	R	W	—	R
11	W	R	W	—	W	R	R
12	W	—	W	R	W	R	R
13	W	W	—	R	W	R	R
14	W	W	W	R	—	R	R
15	W	W	W	—	R	R	R





Lösung zum Problem des Monats Januar 2020

Zwanzig Zwanziger

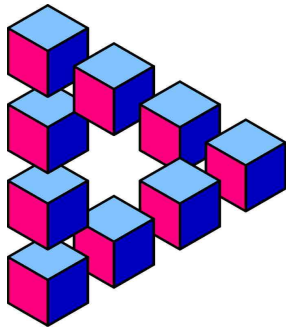
Für alle Aufgaben gibt es viele verschiedene Lösungen. Hier wird jeweils eine Lösungsmöglichkeit angegeben:

- a) $88 = 8 \cdot 11 = 8 \cdot (8 + 8:8 + 8:8 + 8:8)$
 $99 = 9 \cdot 11 + 0 = 9 \cdot [9 + (9+9):9] + 9+9-9-9$
 $1010 = 10^3 + 10 + 0 = 10 \cdot 10 \cdot 10 + 10 + (10-10) \cdot (10+10+10+10)$
 $1111 = 11^3 - 2 \cdot 11^2 + 2 \cdot 11 = 11 \cdot 11 \cdot 11 - 11 \cdot 11 - 11 \cdot 11 + 11 + 11 + 11 - 11$
- b) $2020 = 20 \cdot 100 + 20 + 0 =$
 $20 \cdot (20+20+20+20+20)+20$
 $+ (20-20) \cdot (20+20+20+20+20+20+20+20+20+20)$

Wir wünschen allen ein wunderschönes neues Jahr



Lust auf mehr? Es gibt auch Lösungen für die entsprechenden Aufgaben mit dem Ergebnis 1212, 1313,1919. Probiere es aus.

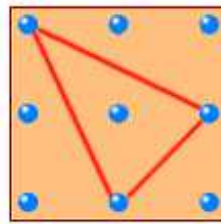
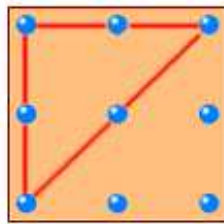
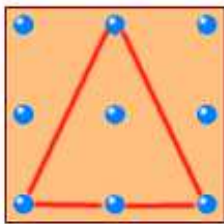


Lösung zum Problem des Monats Februar 2020

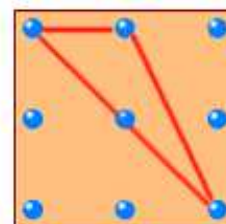
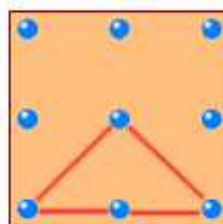
Gummi - Dreiecke

Auf dem Steckbrett kann man folgende 8 Dreiecksformen abspannen. Die einzelnen Figuren kann man jeweils auf 4, 8 oder 16 verschiedenen Lagen platzieren.

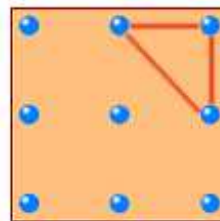
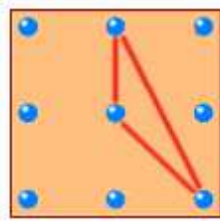
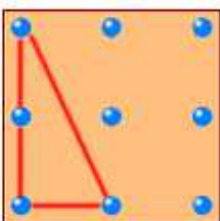
Jeweils 4 verschiedene Positionen gibt es für:

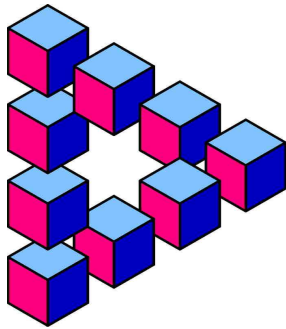


Jeweils 8 verschiedene Lagen gibt es für diese zwei:



Und für die folgenden Dreiecke sind 16 Lagen möglich.



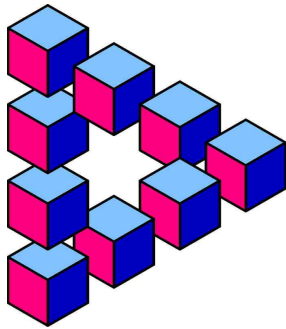


Lösung zum Problem des Monats März 2020

Hier geht's rund

- 1 $343\,000 = 70^3$
- 2 $100\,000 = 10^5$
- 3 $998\,001 = 999^2$
- 4 $589\,135 = 2\,945\,675 : 5$
- 5 $390\,625 = 5^8$
- 6 $360\,360 = 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13$
- 7 $260\,062$
- 8 $622\,216 = 7 \cdot 88\,888$
- 9 $216\,221 = 463 \cdot 467$





Lösung zum Problem des Monats April 2020

Riesenaddition

- a) Für die Reihenfolge der 3 Gummibärchen gibt es **6** Möglichkeiten.
- b) Die Summe aller 120 Permutationen von 12345 beträgt **3 999 960**.

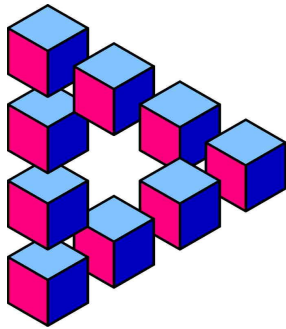
Erklärung zu b)

Zuerst addiert man nur die Einerziffern. Hier kommt jede der 5 Ziffern gleich oft vor, also 24-mal. Somit beträgt die Summe der Einerziffern $24 \cdot (1+2+3+4+5)$, also 360. Bei der schriftlichen Addition heißt dies „Schreibe 0, Übertrag 36“, die Summe der Zehnerziffern ergibt ebenso 360, mit Übertrag erhält man 396 und so weiter.



$$\begin{array}{r}
 12345 \\
 + 12354 \\
 + 12435 \\
 + \dots\dots\dots \\
 + \dots\dots\dots \\
 + 54321 \\
 \hline
 3999960
 \end{array}
 \quad
 \left.
 \begin{array}{l}
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}
 \right\}
 \begin{array}{l}
 120 \text{ Summanden} \\
 \\
 \\
 \\
 \text{Übertrag} \\
 \text{Summe}
 \end{array}$$

Alternativer Lösungsweg: Auf jedem Stellenwert tauchen die Ziffern 1, 2, 3, 4 und 5 bei den 120 Zahlen gleich oft auf. Der Durchschnittswert dieser fünf Zahlen ist 3. Es folgt somit: $120 \cdot 33333 = 3999960$.

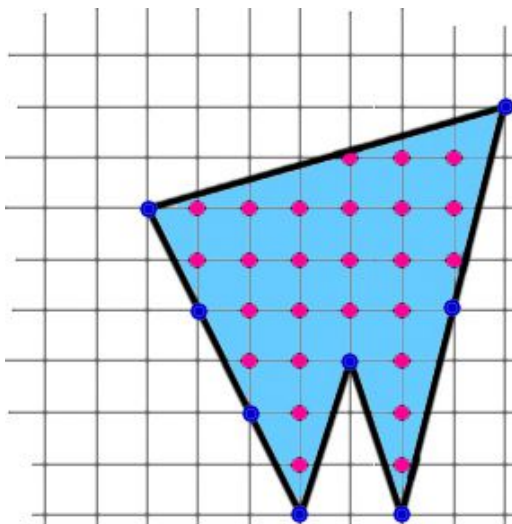


Lösung zum

Problem des Monats

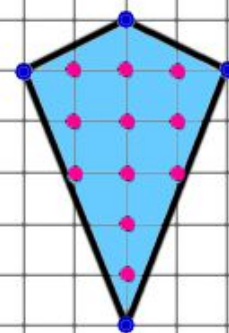
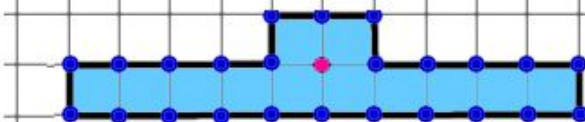
Mai 2020

Satz von Pick



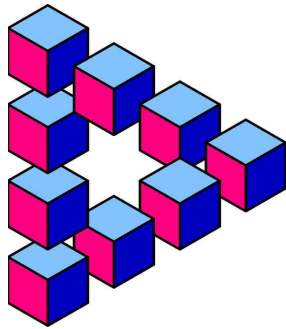
- a) Das Fünfeck hat
26 innere Punkte und
8 Randpunkte, somit
beträgt der Flächeninhalt
 $A = 29$ Kästchen
($26 + 8:2 - 1 = 29$)

b1) Dies ist nur eine Möglichkeit
ein Gitterviereck mit einer Fläche
von 12 Kästchen und einem
inneren Punkt zu zeichnen.
Es muss 24 Randpunkte haben.



- b2) Für $A=12$ und $R=4$ muss
es 11 innere Punkte geben.
Hier ein Beispiel.

$$A = I + R:2 - 1$$

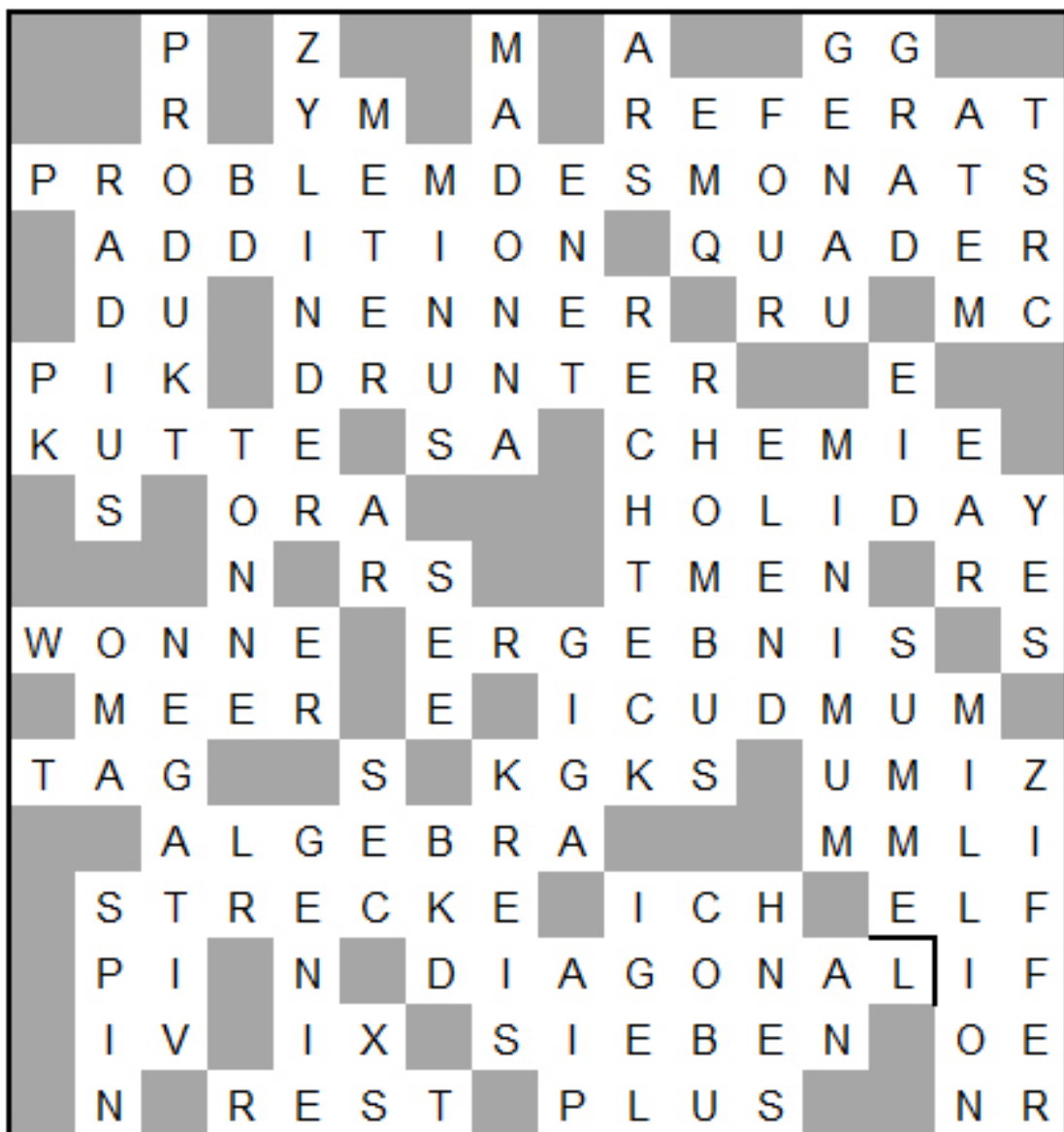


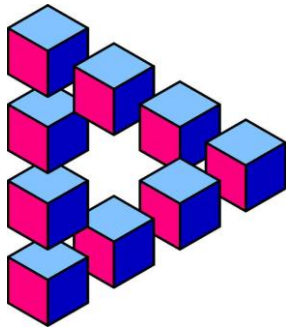
Lösung zum

Problem des Monats

Juni 2020

Kreuzworträtsel





Lösung zum Problem des Monats Juli 2020

Escape Room

Der richtige Code lautete

2	6	4	1	3	5
---	---	---	---	---	---

Erklärung:

Eingegebener Code						Anzahl richtiger Stellen
1	2	3	4	5	6	0
3	4	2	5	6	1	0
6	1	5	2	4	3	0
2	3	1	1	1	2	<div>←</div> <p>Aus den ersten drei Codes (mit Null richtig platzierten Ziffern) ergeben sich jeweils diese drei Möglichkeiten für die einzelnen Stellen.</p>
4	5	4	3	2	4	
5	6	6	6	3	5	
2	4	5	1	6	3	2
2	3	1	1	1	2	<div>←</div> <p>Aus dem vierten Code ergibt sich, welche der zwei Ziffern davon <u>richtig</u> platziert sind.</p>
4	5	4	3	2	4	
5	6	6	6	3	5	
2			1			schon 2 richtig
4	6	1	3	2	5	2
	3	1		1	2	<div>←</div> <p>Aus dem fünften Code ergibt sich zusätzlich, welche zwei Ziffern falsch liegen: 4, 1, 2 und 3. Daher sind <u>5</u> und <u>6</u> richtig platziert. Die Lage von 3 und 4 ergibt sich letztlich.</p>
	5	4		2	4	
	6	6		3	5	
2	6	4	1	3	5	6