# Aufgaben

## Aufgabe 1

Gegeben sind folgende Aussagen.

$p$: „15 ist eine Primzahl"

$q$: „Jede Primzahl ist ungerade"

$r$: „2 ist eine Primzahl"

a) Formulieren Sie zu den Aussagen jeweils ihre Negation.

b) Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind. Kontrollieren Sie Ihr Ergebnis mit der Wahrheitstafel.

(1) $p \wedge r$ (2) $p \vee r$

## Aufgabe 2

Beweisen Sie folgende Äquivalenzen und Gesetze mit Hilfe von Wahrheitstafeln. Finden Sie anschauliche Beispiele.

a) De Morgan'sche Gesetze

$$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q \qquad \neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$

b) Umformulierung einer „Wenn-dann-Aussage" (Kontraposition)

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$$

c) Transitivität der Implikation

$$\big((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)\big) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

## Aufgabe 3

*Anja sagt:* „Beate sagt die Wahrheit."

*Beate sagt:* „Christel lügt."

*Christel sagt:* „Anja und Beate sagen beide die Wahrheit oder lügen beide."

Wer lügt denn nun und wer sagt die Wahrheit? Erläutern Sie Ihre logischen Schlüsse.

## Aufgabe 4

Beim Klassentreffen kommen vier ehemalige Mitschüler, Klaus, Lothar, Martin und Peter, zusammen. Einer von ihnen ist Architekt, einer Bauingenieur, einer Informatiker und der vierte Sozialpädagoge. Welchen Beruf übt jeder aus, wenn folgende Aussagen falsch sind?

- Martin ist kein Informatiker und auch nicht Bauingenieur.
- Martin ist kein Sozialpädagoge und Peter nicht Bauingenieur.
- Lothar ist Sozialpädagoge.

# Lösungen zu den Aufgaben

## Aufgabe 1

a) $\neg p$: „15 ist keine Primzahl“
$\neg q$: „Nicht jede Primzahl ist ungerade“ (D.h. es gibt mindestens eine Primzahl, die gerade ist.)
$\neg r$: „2 ist keine Primzahl“

b) (1) $p \wedge r$ ist falsch, da $p$ falsch ist. (2) $p \vee r$ ist wahr, da $r$ wahr ist. *Kontrolle siehe Arbeitsblatt*

## Aufgabe 2

a) De Morgan’sche Gesetze

$$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| w | w | w | **f** | **f** | f | f |
| w | f | f | **w** | **w** | w | f |
| f | w | f | **w** | **w** | f | w |
| f | f | f | **w** | **w** | w | w |

$\Leftrightarrow$

$$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| w | w | w | **f** | **f** | f | f |
| w | f | w | **f** | **f** | w | f |
| f | w | w | **f** | **f** | f | w |
| f | f | f | **w** | **w** | w | w |

$\Leftrightarrow$

*Schülerindividuelle Beispiele*

a) Umformulierung einer „Wenn-dann-Aussage“ (Kontraposition)

$$(p \Longrightarrow q) \Longleftrightarrow (\neg q \Longrightarrow \neg p)$$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| w | w | **w** | **w** | f | f |
| w | f | **f** | **f** | w | f |
| f | w | **w** | **w** | f | w |
| f | f | **w** | **w** | w | w |

$$\longrightarrow \Leftrightarrow \longleftarrow$$

*Schülerindividuelle Beispiele*

a) Transitivität der Implikation

$$\big((p \Longrightarrow q) \wedge (q \Longrightarrow r)\big) \Longrightarrow (p \Longrightarrow r)$$

| $q$ | $r$ | $p \Longrightarrow q$ | $q \Longrightarrow r$ | $(p \Longrightarrow q) \wedge (q \Longrightarrow r)$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| w | w | w | w | w | |
| w | f | w | f | f | |
| f | w | f | w | f | |
| f | f | f | w | f | |
| w | w | w | w | w | |
| w | f | w | f | f | |
| f | w | w | w | w | |
| f | f | w | w | w | |

*Schülerindividuelle Beispiele*

## Aufgabe 3

Falls Anja die Wahrheit sagt, dann sagt Beate die Wahrheit und Christel lügt. Die Negation von Christels Aussage ist „Anja und Beate sagen nicht beide die Wahrheit und lügen nicht beide." Also muss entweder Anja oder Beate lügen, was im Widerspruch zur Annahme steht.
Falls Anja lügt, dann lügt Beate und Christel sagt die Wahrheit. Christels Aussage ist wahr, weil Anja und Beate beide lügen.
Ergebnis: Anja und Beate lügen, Christel sagt die Wahrheit.

## Aufgabe 4

Erst bilden wir die Negationen zu den drei Aussagen:

- Martin ist Informatiker oder Bauingenieur.
- Martin ist Sozialpädagoge oder Peter ist Bauingenieur.
- Lothar ist kein Sozialpädagoge.

Aus der ersten Aussage folgt, dass Martin weder Architekt noch Sozialpädagoge ist. Mit der zweiten Aussage folgt, dass Peter Bauingenieur sein muss. Martin ist dann Informatiker. Da Lothar nicht Sozialpädagoge ist, muss Klaus Sozialpädagoge sein und Lothar ist der Architekt.
Ergebnis: Klaus ist Sozialpädagoge, Martin ist Informatiker, Lothar ist Architekt, Peter ist Bauingenieur.