|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Kombinatorik** | Datum: |

**Gewinnreihenfolge**

Anlässlich des Geburtstags des Königs nehmen die Damen und die Herren des Hofes an einem Quiz teil. Entsprechend der Plätze schüttet der König Gewinne aus – Punktgleichstand ist ausgeschlossen, dann gibt es ein Stechen.

Wie viele mögliche Ergebnisse/Reihenfolge der Gewinner gibt es, wenn

nur eine Person teilnimmt?

zwei Personen,

drei Personen,

vier Personen,

fünf Personen ...

12 Personen an dem Quiz teilnehmen?

Vorne liegen Karten, um es auszuprobieren!!

Kannst du eine Berechnungsvorschrift angeben,  
wenn sich der gesamte Hofstaat mit 200 bzw. n Personen an dem Quiz beteiligt?

Was ändert sich an den einzelnen Berechnungen, wenn für das Hofprotokoll nur jeweils die ersten drei in die Annalen eingetragen werden?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Kombinatorik** | Datum: |

**Sicherheitscodes**

Die Firma Mach-Schnell denkt über ein (neues) Sicherheitssystem an den Türen nach und möchte eigentlich Kosten sparen. Trotzdem will sie theoretisch alle Möglichkeiten durchspielen und lässt ihren Sicherheitschef prüfen, wann es wie viele Möglichkeiten gibt. Er beauftragt euch, herauszufinden, wie viele Möglichkeiten es für einen Sicherheitscode gibt, wenn

* es zwei Tastensymbole (z. B. \* und ) gibt  
  und der Sicherheitscode aus 1, 2, 3, 4, 5, 6 usw. Stellen besteht?
* es drei Tastensymbole gibt (z. B. \*, und Ο)  
  und der Sicherheitscode aus 1, 2, 3, 4, 5, 6 usw. Stellen besteht?
* es vier Tastensymbole gibt (z. B. \*, , Ο und Δ)  
  und der Sicherheitscode aus 1, 2, 3, 4, 5, 6 usw. Stellen besteht?
* es fünf Tastensymbole gibt  
  und der Sicherheitscode aus 1, 2, 3, 4, 5, 6 usw. Stellen besteht?
* es sechs Tastensymbole gibt  
  und der Sicherheitscode aus 1, 2, 3, 4, 5, 6 usw. Stellen besteht?
* ...
* es 20 Tastensymbole gibt  
  und der Sicherheitscode aus 1, 2, 3, 4, 5, 6 usw. Stellen besteht?
* es n Tastensymbole gibt  
  und der Sicherheitscode aus k Stellen besteht?

Schreibt euch (im Zweifelsfall) die möglichen Kombinationen auf.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Kombinatorik** | Datum: |

**Süßigkeit**

Susi möchte zum Kindergeburtstag in der Klasse Süßigkeiten verteilen, die sie selber gerne isst. Ihre Mutter hat eine Sammelpackung mit Minis von 8 unterschiedlichen Sorten gekauft. Und so sitzt Susi mit einem Probeexemplar pro Sorte da und spielt „theoretisch“ alle unterschiedlichen Möglichkeiten durch. Dabei überlegt sie, wie viele unterschiedliche Möglichkeiten es wohl gibt, wenn ihre Freundin Sabine sich aus

einer Süßigkeit eine aussuchen dürfte,

zwei Süßigkeiten eine bzw. zwei aussuchen dürfte

drei Süßigkeiten eine bzw. zwei bzw. drei aussuchen dürfte

vier Süßigkeiten einen bzw. zwei .... vier,

fünf Süßigkeiten einen bzw. ... bzw. fünf,

...

acht Süßigkeiten einen bzw. ... acht aussuchen dürfte.

Dabei interessieren sie bloß die Anzahl der unterschiedlichen Kombinationen, also Schokoriegel, Erdnussriegel, Karamellriegel ist das gleiche wie Erdnussriegel, Karamellriegel, Schokoriegel etc.

Kannst du eine Vorhersage darüber machen, wie sich das Ganze verhalten würde, wenn es in einer Packung 10, 20, n unterschiedliche Sorten geben würde und eine Anzahl von k Süßigkeit gezogen wird?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Kombinatorik** | Datum: |

**Spielsteine**

Rudi geht in einen Spielwarenladen und will Spielsteine kaufen.

Das erste Spielwarengeschäft hat Spielsteine in einer Farbe,

das zweite Spielwarengeschäft hat Spielsteine in zwei Farben,

das dritte Spielwarengeschäft hat Steine in drei Farben,

das vierte Spielwarengeschäft hat Steine in vier Farben usw.

Rudi überlegt sich, wie viele Kombinationsmöglichkeiten es jeweils in den unterschiedlichen Geschäften gibt, wenn er 1, 2, 3, 4, 5, 6 usw. Steine kaufen möchte. Dabei ist er nur an der Kombination der Farben interessiert, also z. B. 3 rote und 2 blaue oder 1 gelben und 5 grüne.

Im Vergleich zu der Menge, die Rudi kaufen möchte, haben die Spielwarengeschäfte unendlich viele Steine.

Die Spielsteine sind zum Ausprobieren da – sie dürfen also benutzt werden.

Kannst du eine Prognose für n Farben und k Spielsteine machen?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Kombinatorik – Lösungen** | Datum: |

**Gewinnreihenfolge**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Anzahl der Teilnehmer | Anzahl der möglichen Ergebnisse | mathematische  Kurzschreibweise |
| 1 | 1 | 1! |
| 2 | 2 ∙ 1 = 2 | 2! |
| 3 | 3 ∙ 2 ∙ 1 = 6 | 3! |
| 4 | 4 ∙ 3 ∙ 2 ∙ 1 =24 | 4! |
| 5 | 5 ∙ 4 ∙ 3 ∙ 2 ∙ 1 = 120 | 5! |
| ….. |  |  |
| 12 | 12 ∙ 11 ∙ 10 ∙ … 3 ∙ 2 ∙ 1 = 479 001 600 | 12! |
| ….. |  |  |
| 200 | 200 ∙ 199 ∙ 198 ∙ … 3∙ 2 ∙ 1 | 200! |
| ….. |  |  |
| n | n(n – 1)(n – 2) … 3 ∙ 2 ∙ 1 | n! |

Es handelt sich um eine Ziehung ohne Zurücklegen mit Beachtung der Reihenfolge.

Bei n Personen und n Ziehungen gibt es n! Permutationen oder Vollerhebungen.

Wenn nur die ersten drei Plätze betrachtet werden:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Anzahl der Teilnehmer | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 12 | 200 |
| Anzahl der möglichen Ergebnisse | 1 | 2 | 6 | 24 | 60 | 1312 | 7 880 400 |

Bei n Teilnehmern und k Ziehungen gibt es Möglichkeiten.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Kombinatorik – Lösungen** | Datum: |

**Sicherheitscode**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Anzahl der Stellen im Code | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | k |
| Möglichkeiten bei 2 Symbolen | 21 = 2 | 22 = 4 | 23 = 8 | 24 = 16 | 25 = 32 | 26 = 64 | 2k |
| bei 3 Symbolen | 31 = 3 | 32 = 9 | 33 = 27 | 34 = 81 | 35 = 243 | 36 = 729 | 3k |
| bei 4 Symbolen | 41 = 4 | 42 = 16 | 43 = 64 | 44 = 256 | 45 = 1024 | 46 = 4096 | 4k |
| bei 5 Symbolen | 51 = 5 | 52 = 25 | 53 = 125 | 54 = 625 | 55 = 3125 | 56 = 15625 | 5k |
| bei 6 Symbolen | 61 = 6 | 62 = 36 | 63 = 216 | 64 = 648 | 65 = 3240 | 66 = 19440 | 6k |
| bei 20 Symbolen | 201 = 20 | 202 = 400 | 203 = 8000 | 204 =  1600000 | 205 =  3,2∙107 | 206 =  6,4∙108 | 20k |
| bei n Symbolen | n1 | n2 | n3 | n4 | n5 | n6 | nk |

Es handelt sich um Ziehen mit Zurücklegen und mit Beachtung der Reihenfolge.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Kombinatorik – Lösungen** | Datum: |

**Süßigkeit**

n ist die Anzahl der verschiedenen Süßigkeiten und k ist die Anzahl der ausgewählten Süßigkeiten

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n  k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | … | 10 | … | 20 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |  | 10 |  | 20 |
| 2 | - | 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | 28 |  | 45 |  | 190 |
| 3 | - | - | 1 | 4 | 10 | 20 | 35 | 56 |  | 120 |  | 1140 |
| 4 | - | - | - | 1 | 5 | 15 | 35 | 70 |  | 210 |  | 4845 |
| 5 | - | - | - | - | 1 | 6 | 21 | 56 |  | 252 |  | 15504 |
| 6 | - | - | - | - | - | 1 | 7 | 28 |  | 210 |  | 38760 |
| 7 | - | - | - | - | - | - | 1 | 8 |  | 120 |  | 77520 |
| 8 | - | - | - | - | - | - | - | 1 |  | 45 |  | 125970 |
| … |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  | 184756 |

Es handelt sich um Ziehen ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge (Ziehen mit einem Griff).

Wenn man aus einer Menge von n Elementen k Elemente entnimmt, so gibt es

Möglichkeiten

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Kombinatorik – Lösungen** | Datum: |

**Spielsteine**

n ist die Anzahl der vorhandenen Farben, k ist die Anzahl der gekauften Steine.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| n  k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 2 | 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | 28 | 36 |
| 3 | 1 | 4 | 10 | 20 | 35 | 56 | 84 | 120 |
| 4 | 1 | 5 | 15 | 35 | 70 | 126 | 210 | 330 |
| 5 | 1 | 6 | 21 | 56 | 126 | 256 | 462 | 792 |
| 6 | 1 | 7 | 28 | 84 | 210 | 462 | 924 | 1716 |
| 7 | 1 | 8 | 36 | 120 | 330 | 792 | 1716 | 3432 |
| 8 | 1 | 9 | 45 | 165 | 495 | 1287 | 3003 | 6435 |

Aus einer Menge von n Elementen werden k Ziehungen mit Wiederholung und ohne

Berücksichtigung der Reihenfolge gemacht. Dann gibt es

Möglichkeiten.

Beispiel: Im Laden gibt es 10 Farben, Rudi kauft 7 Steine mit verschiedenen Farben. Dies ergibt

= Möglichkeiten.