



ZSL

Zentrum für Schulqualität
und Lehrerbildung
Baden-Württemberg



SINUS PROFIL MATHEMATIK AN GRUNDSCHULEN

SINUS-Box 4: Auf dem Weg ins Zahlenall – Kernaufgaben als Raketenantrieb

Das kleine Einmaleins verständnisorientiert aufbauen
Klassen 2/3

Darstellen
Modellieren

Problemlösen
Argumentieren

Kommunizieren

Größen und Messen
Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

Zahlen und Operationen
Raum und Form

BP
2016

Inhaltsverzeichnis

- ① Definitionen substanzieller Lernumgebungen und Aufgaben
- ② Rechenraketen: Auf dem Weg ins Zahlenall – Kernaufgaben als Raketenantrieb. Das kleine Einmaleins verständnisorientiert aufbauen – Klassen 2/3
 - Das Aufgabenformat Rechenrakete
 - Was steckt dahinter?
 - Kurzbeschreibung der Einheit
 - Lösungen zur Problemstellung
 - Einordnung in den Bildungsplan und die Bildungsstandards
- ③ Dokumentation einer möglichen Umsetzung
- ④ Mögliche Felder der Vorarbeit oder Weiterarbeit

① Definitionen

Substanzielle Lernumgebungen „sind u. a. dadurch gekennzeichnet, dass in ihnen

- zentrale Ziele, Inhalte (fundamentale Ideen) und Prinzipien des Mathematiklernens repräsentiert sind,
- dass sie reichhaltige Möglichkeiten für mathematische Aktivitäten der Lernenden bieten
- und dabei didaktisch flexibel an die spezifischen Bedingungen einer (heterogenen) Lerngruppe angepasst werden können.“

Krauthausen & Scherer (2010), S. 7

① Definitionen

Eine **substanzielle Aufgabe** ist ...

- ... **eine** Aufgabe für alle Kinder;
- ... **eine** Aufgabe, die inhaltliche und prozessbezogene Kompetenzen fördert;
- ... **eine** Aufgabe, die Entdeckungen unterschiedlicher Komplexität ermöglicht;
- ... **eine** Aufgabe, die in unterschiedlicher sozialer Interaktion gemeinsam bearbeitet wird;
- ... **eine** Aufgabe, deren Bearbeitung sich über eine oder mehrere Unterrichtsstunden erstrecken kann;
- ... **eine** Aufgabe, die über mehrere Schuljahre hinweg modifiziert immer wieder aufgegriffen werden kann.

① Definitionen

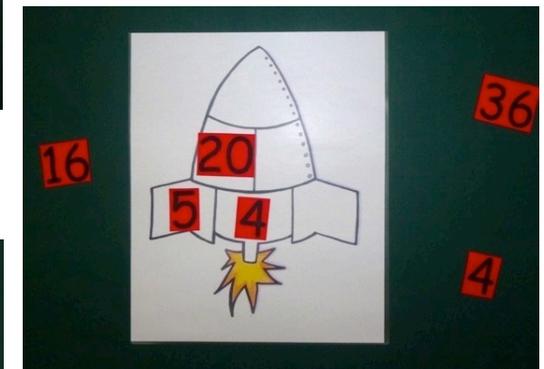
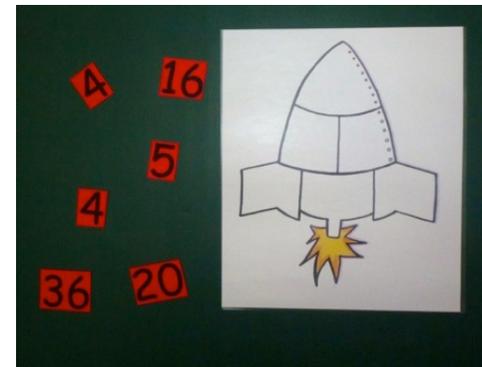
Eine **substanzielle Aufgabe** bietet jedem Kind die Möglichkeit,

- ... an den eigenen Vorkenntnissen anzuknüpfen;
- ... im eigenen Tempo zu arbeiten;
- ... herausgefordert zu werden;
- ... Entdeckungen durch individuelle Zugänge und Impulse zu machen;
- ... inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen zu erwerben.

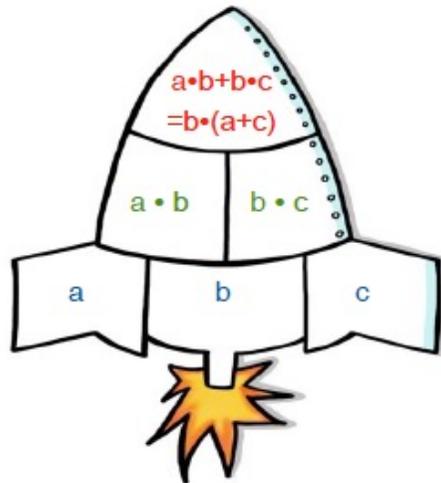
② Das Aufgabenformat Rechenrakete - Was steckt dahinter?

Aufgebaut ist die Rechenrakete aus drei Ebenen. In der untersten Ebene werden jeweils die zwei benachbarten Zahlen multiplikativ miteinander verknüpft.

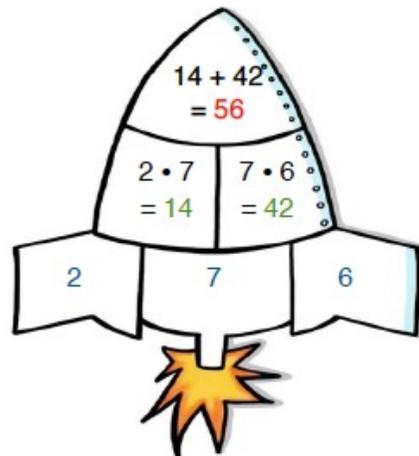
Diese beiden Produkte werden in der zweiten Ebene darüber notiert. Die Summe dieser beiden Zahlen wird in der obersten Ebene, der Spitze der Rakete, eingetragen.



② Was steckt dahinter?



Der Rechenrakete liegt das Distributivgesetz zugrunde.



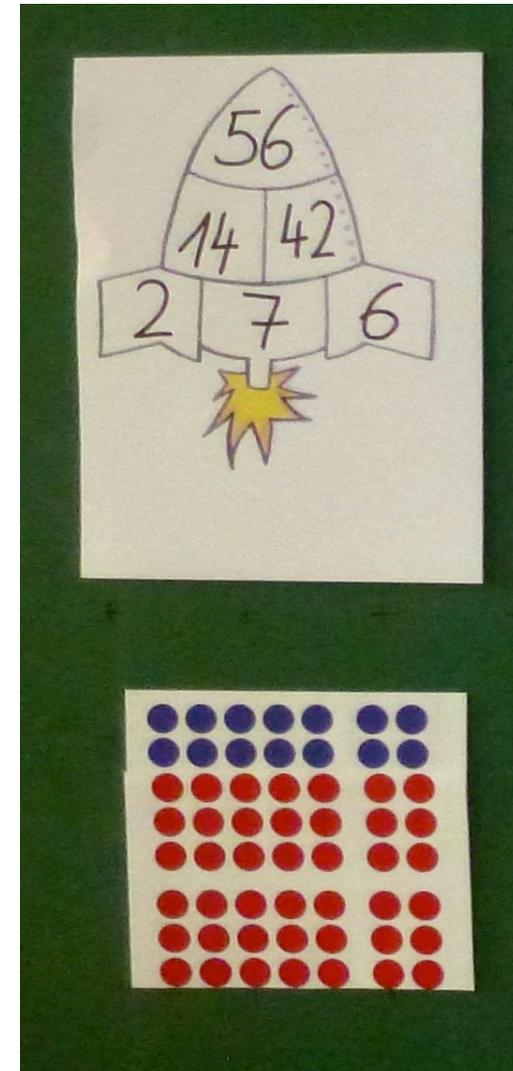
Die Zahl in der Spitze der Rakete ist ein Vielfaches der mittleren Zahl in der untersten Ebene (im Beispiel: $56 = _ \cdot 7$). Der erste Faktor des Produkts (hier 8) ergibt sich aus der Summe der linken und der rechten Zahl (hier: $2 + 6 = 8$).

② Was steckt dahinter?

Die Punktdarstellung kann im weiteren Verlauf der Lernumgebung unterstützend genutzt werden.

Sie macht das Distributivgesetz für die Kinder anschaulich, ermöglicht dadurch eine Fülle an Entdeckungen und ist somit hilfreich für das mathematische Verständnis (siehe S.29 f.).

Die Aufgabe $8 \text{ mal } 7$ wird „zusammengebaut“ aus $2 \text{ mal } 7 = 14$ (im Beispiel die zwei blauen Reihen mit jeweils 7 Punkten) und $6 \text{ mal } 7 = 42$ (die roten Punkte).



② Kurzbeschreibung der Einheit

Zentrales Ziel der Einheit ist es, ein tragfähiges Operationsverständnis zu entfalten.

Nachdem die Kinder mit dem Aufbau der Rechenraketen vertraut geworden sind, geht es im ersten Teil der Lernumgebung darum, vielfältige Aufgaben zu den vier Grundrechenarten zu lösen und dabei die Zusammenhänge zwischen den Rechenoperationen und den Umkehroperationen zu verstehen.

Durch produktives Üben der Kernaufgaben der Multiplikation werden die Kindern dabei unterstützt, diese zunehmend sicherer zu beherrschen.

② Kurzbeschreibung der Einheit

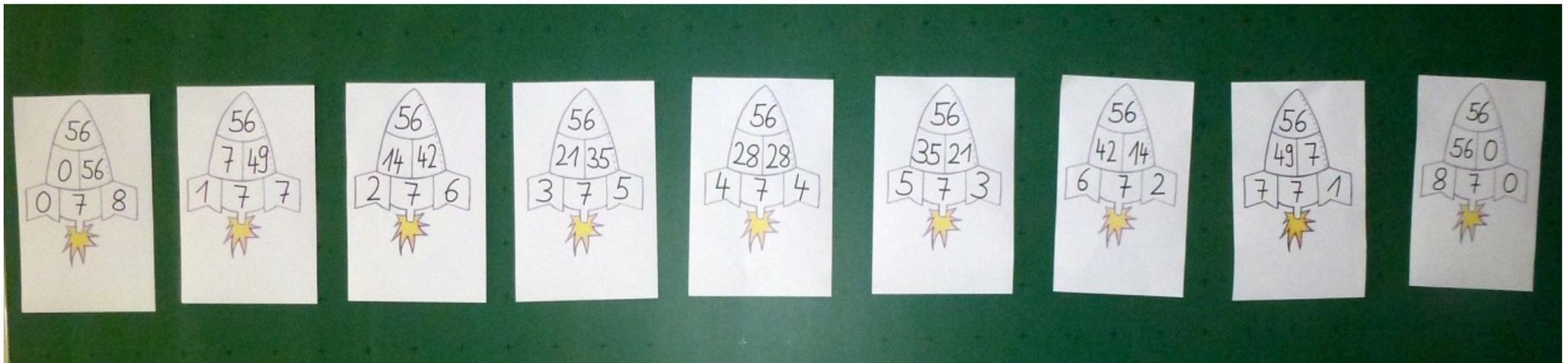
Im zweiten Teil der Lernumgebung geht es darum, Lösungen für die Problemstellung zu finden.

Die Kinder können eigene Problemlösestrategien entwickeln und im Austausch mit andern Kindern deren Vorgehensweisen kennenlernen und darüber ins Gespräch kommen.

Im Sinne der „fortschreitenden Mathematisierung“ entwickeln sie immer effizientere und „elegantere“ Problemlösestrategien auf dem Weg ins „Zahlenall“.

② Was steckt dahinter?

Bei der vorliegenden Problemstellung ergeben sich dabei folgende neun Lösungen:



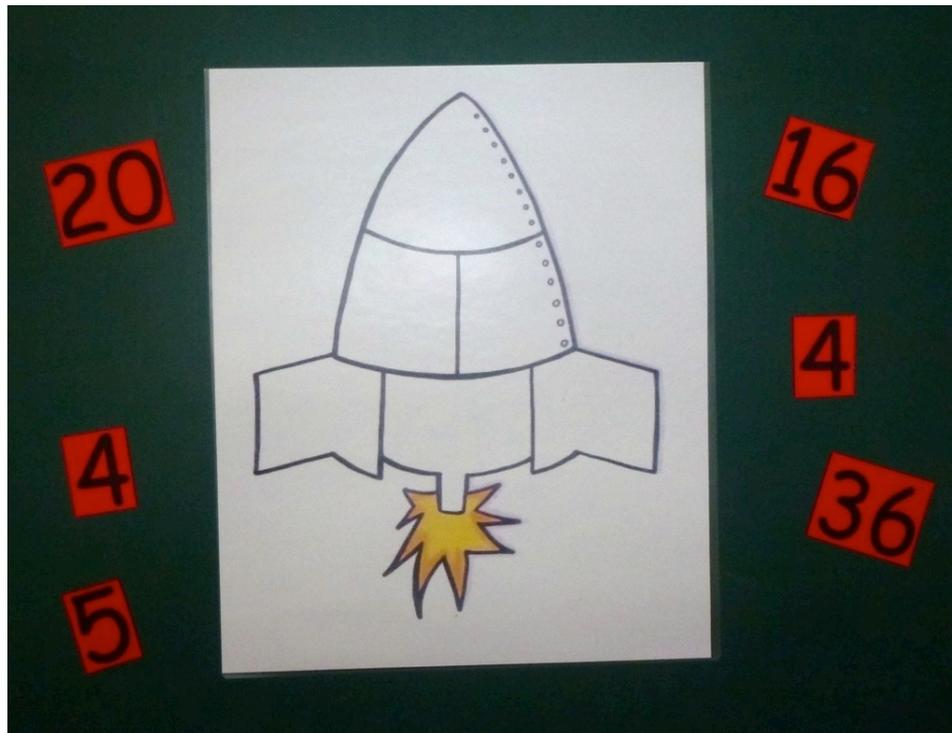
(Beschränkung auf den Zahlenbereich der Natürlichen Zahlen \mathbb{N})

② Einordnung in den Bildungsplan und die Bildungsstandards

		Bildungsplan 2016											KMK-Standards			
Aufgabe	Klasse				Inhaltbezogene Kompetenzen				Prozessbezogene Kompetenzen					Anforderungsbereiche		
	1	2	3	4	Zahlen und Operationen	Raum und Form	Größen und Messen	Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	Kommunizieren	Argumentieren	Problemlösen	Modellieren	Darstellen	Reproduzieren	Zusammenhänge herstellen	Verallgemeinern und Reflektieren
Rechenrakete		X	X		X				X	X	X			X	X	X



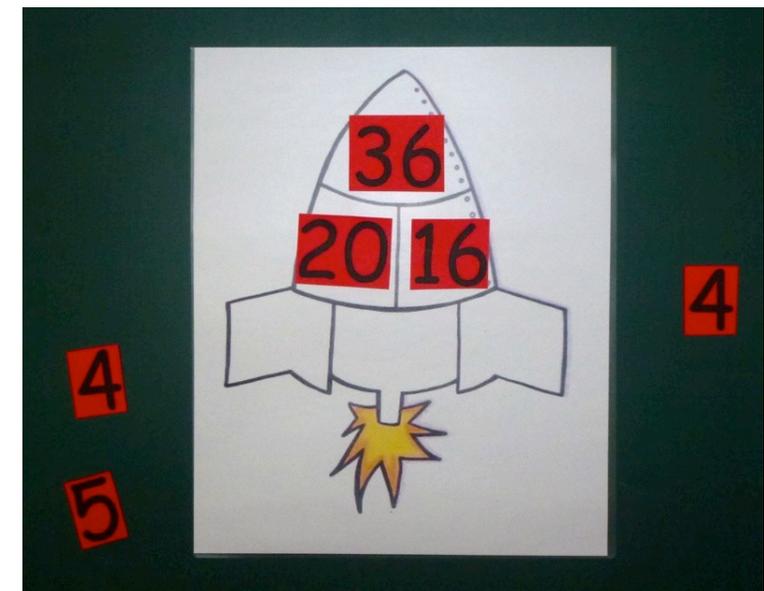
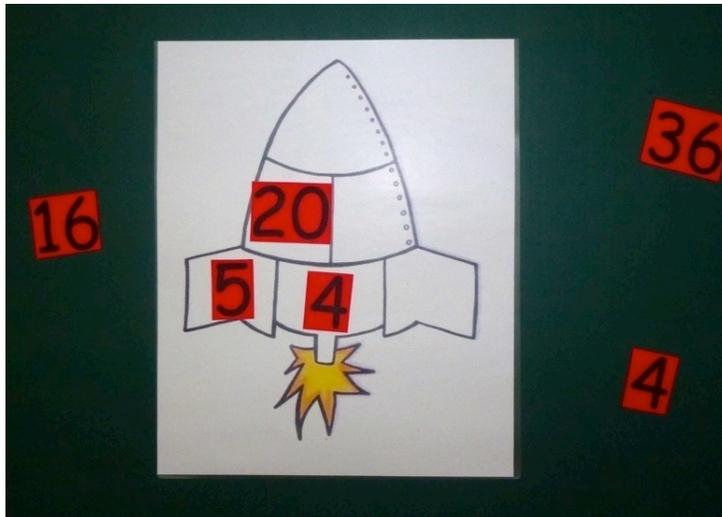
③ Dokumentation einer möglichen Umsetzung: Einstieg und Zugang



Die Rechenrakete wird mit den Zahlenkärtchen gezeigt. Die Schülerinnen und Schüler stellen Vermutungen zum Befüllen der Rakete an und hängen die Kärtchen an die passende Stelle. Gemeinsam wird der Aufbau der Rechenrakete besprochen. Weitere Rechenraketen werden an den „Start“ gebracht.



③ Dokumentation einer möglichen Umsetzung



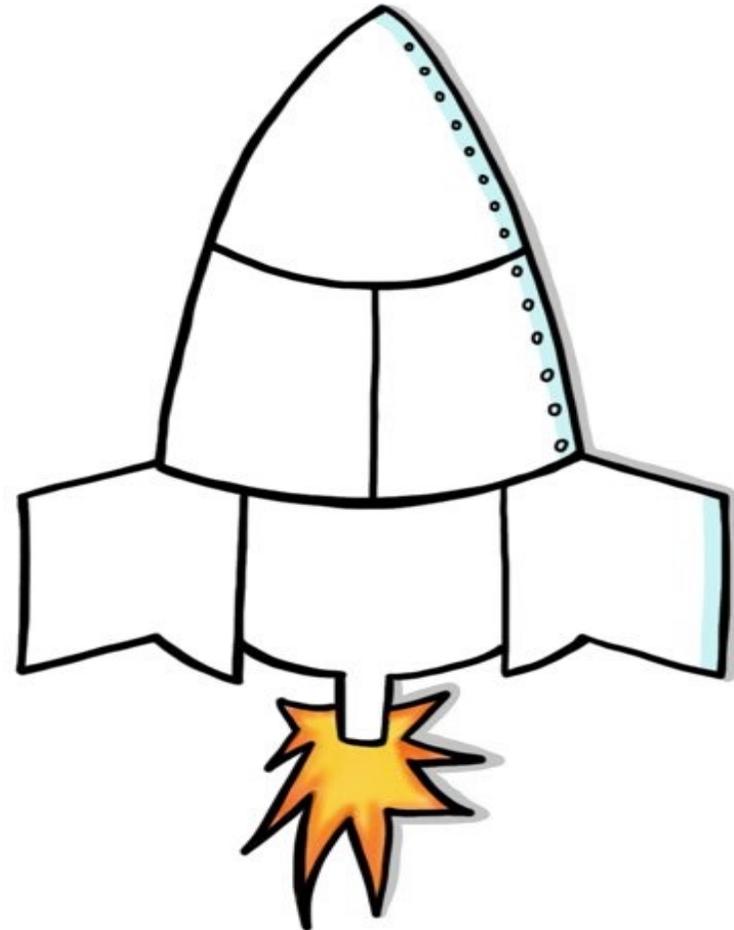
Kommentar:
Hierbei sind verschiedene
Zugänge möglich:
Von unten nach oben über
die Multiplikation, von oben
nach unten über die Addition
bzw. Subtraktion, ...



③ Phase des produktiven Übens mit Schülerbeispielen – Teil 1

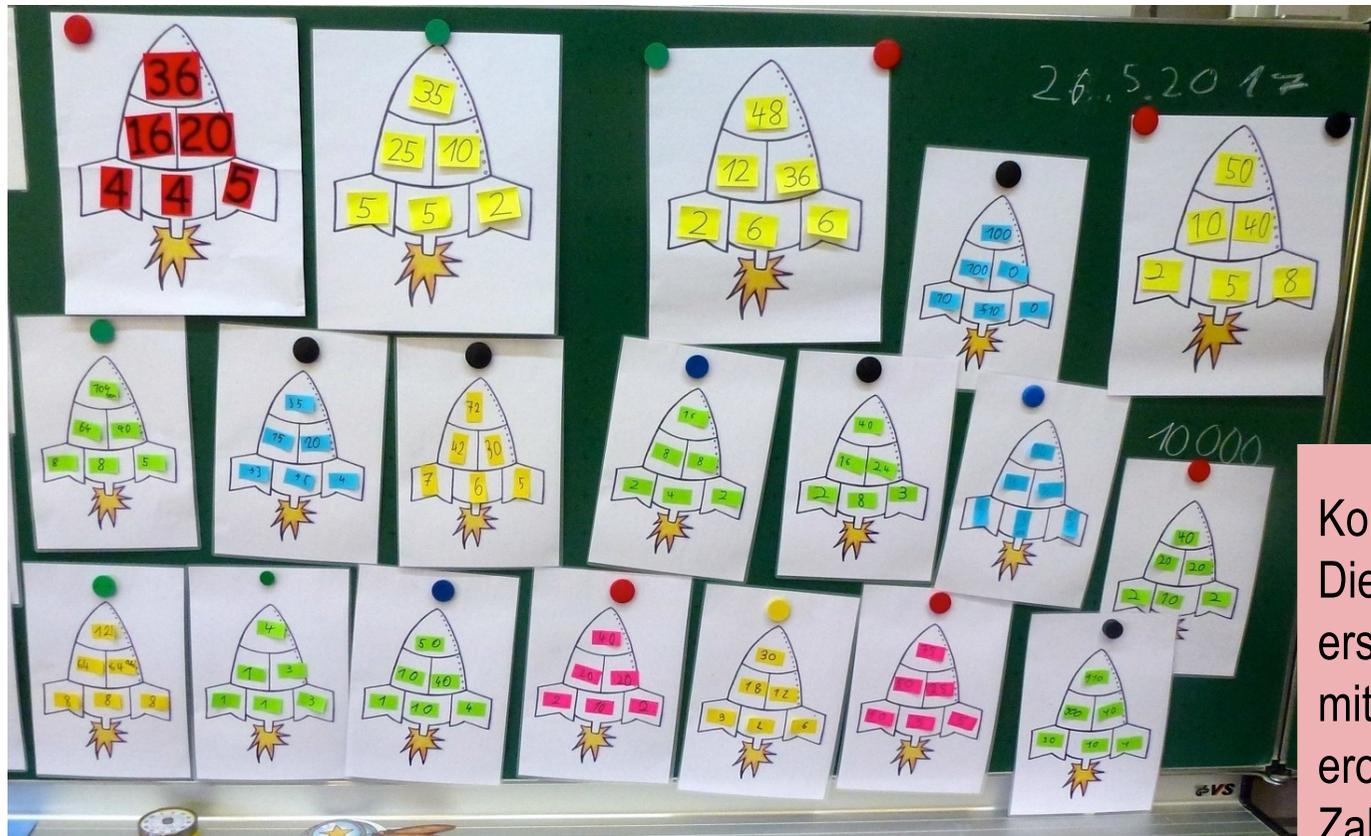
Die Schülerinnen und Schüler erstellen eigene Rechenraketen, automatisieren durch die Arbeitsblätter die Kernaufgaben der Multiplikation und vertiefen, festigen und sichern ihre Erkenntnisse.

Mit Haftnotizen können die Kinder auf A3 Rechenraketen eigene Aufgaben erstellen. Diese können im weiteren Verlauf der Einheit vielfältig genutzt werden (siehe S.18)



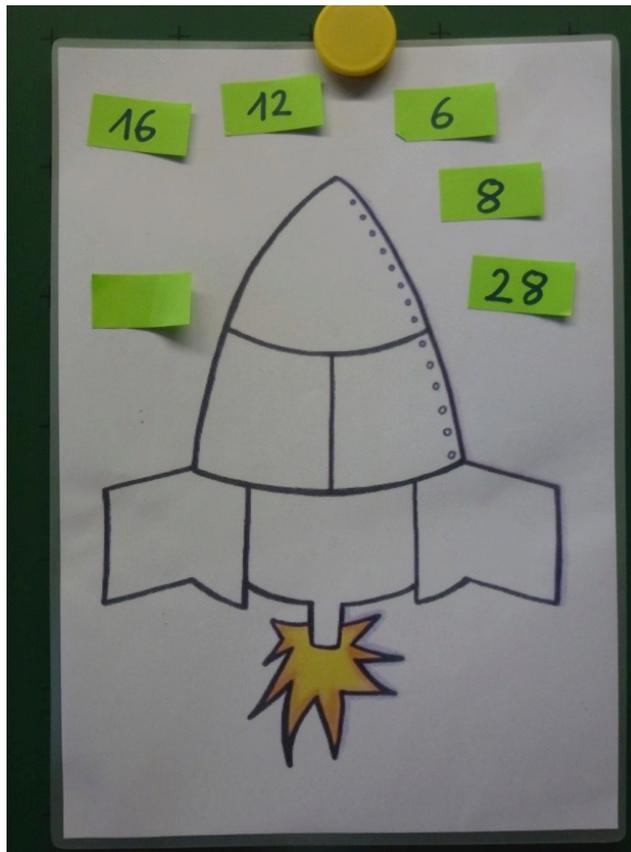


③ Phase des produktiven Übens mit Schülerbeispielen – Teil 1

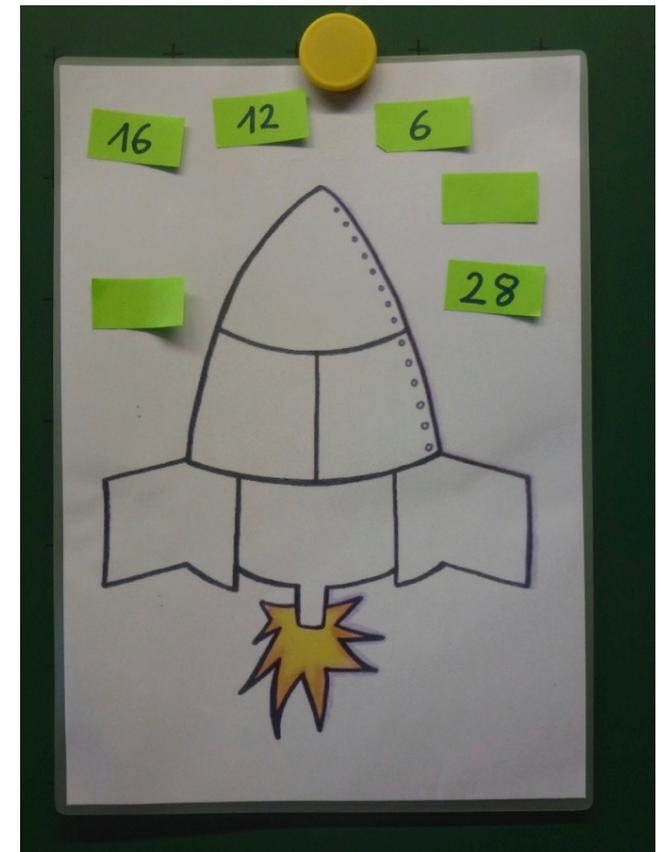


Kommentar:
Die Schülerinnen und Schüler erstellen eigene Rechenraketen mit bekannten Kernaufgaben, erobern sich neue Zahlenräume, sind fasziniert von Rechenraketen mit der 1 als Multiplikand, ...

③ Phase des produktiven Übens mit Schülerbeispielen – Teil 1



Kommentar:
Die Schülerinnen und
Schüler ergänzen
Rechenraketen, bei denen
eine Zahl (links) oder zwei
Zahlen (rechts) fehlen.





③ Phase des produktiven Übens mit Schülerbeispielen – Teil 1

Rechenrakete
 Kernaufgaben I

Name: Felix

Nose: 40 Body: 56 12 Tail: 1 5 7	Nose: 30 Body: 72 78 Tail: 6 2 9	Nose: 700 Body: 30 70 Tail: 3 10 7
Nose: 24 Body: 9 15 Tail: 3 3 5	Nose: 32 Body: 16 16 Tail: 4 4 4	Nose: 66 Body: 77 49 Tail: 2 7 7

Rechenrakete
 Kernaufgaben II

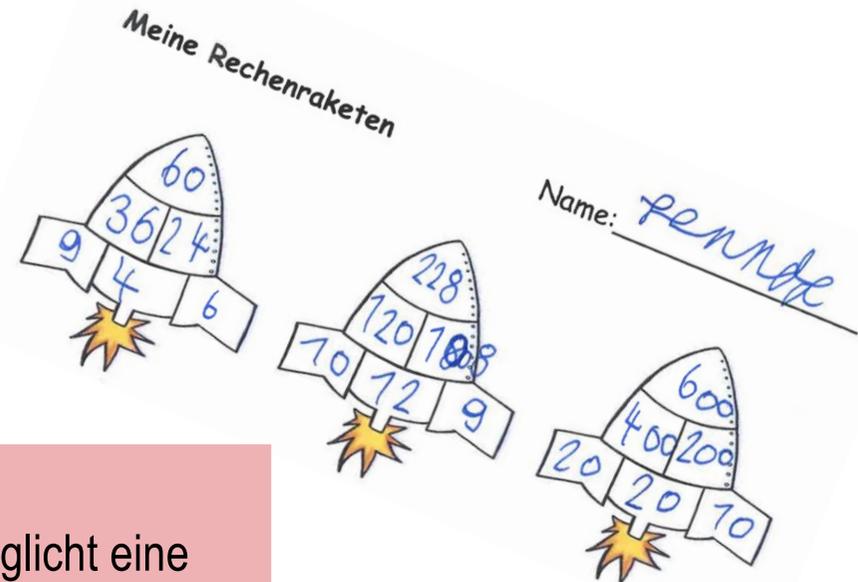
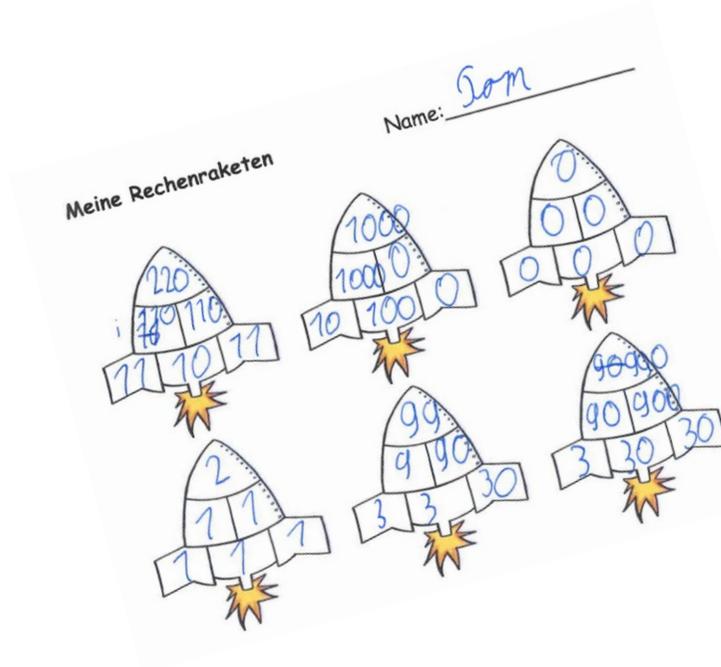
Name: Ben-Juch

Nose: 50 Body: 5 45 Tail: 1 5 9	Nose: 36 Body: 18 78 Tail: 4 2 9	Nose: 770 Body: 40 70 Tail: 4 10 7
Nose: 65 Body: 40 40 Tail: 8 5 5	Nose: 32 Body: 76 76 Tail: 4 4 4	Nose: 56 Body: 48 49 Tail: 8 7 7
Nose: 74 Body: 8 64 Tail: 7 8 8	Nose: 90 Body: 9 10 Tail: 1 9 9	Nose: 0 Body: 0 0 Tail: 1 0 6
Nose: 35 Body: 70 25 Tail: 2 5 5	Nose: 48 Body: 36 12 Tail: 6 6 2	Nose: 59 Body: 35 76 Tail: 5 7 2

Kommentar:
 An den Lösungen lässt sich erkennen, ob die Kinder das Prinzip der Bildung der Rechenraketen verstanden haben.

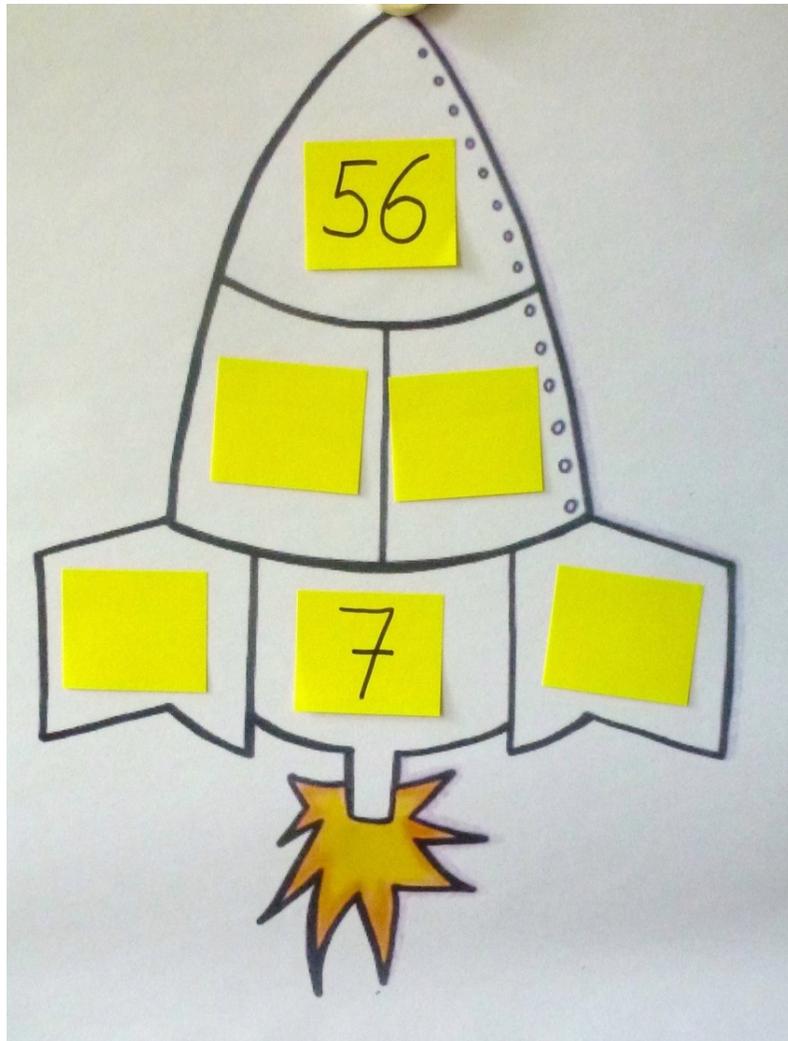


③ Phase des produktiven Übens mit Schülerbeispielen – Teil 1



Kommentar:
Die Aufgabe ermöglicht eine „natürliche Differenzierung“, d. h. alle arbeiten am gleichen Aufgabenformat aber mit unterschiedlichem „Zahlenmaterial“, mit oder ohne Anschauungsmaterial.

② Rechenraketen – Die Aufgabe Teil 2



- Finde eine Lösung für diese Rechenrakete!
- Finde möglichst viele!
- Sind das wirklich alle?
- Wie kannst du herausfinden, ob es alle sind?
- Was fällt dir auf?



Wie begleite ich als Lehrkraft den Prozess des Problemlösens?

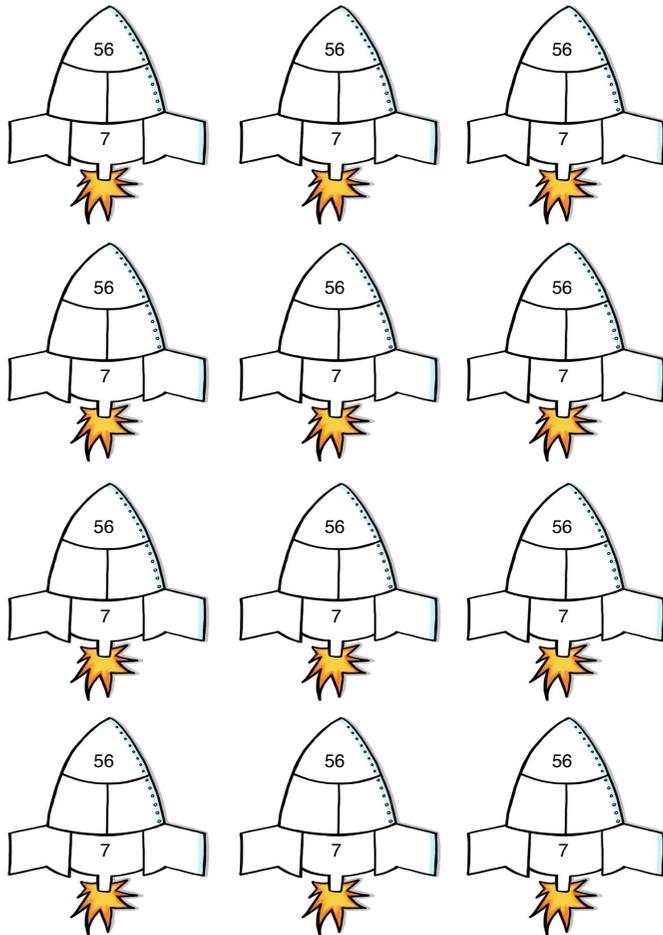
③ Impulse zum Problemlösen

- „Finde eine Lösung zu dieser Rechenrakete!“
- „Es kann sein, dass du oft probieren musst, bis du eine Lösung gefunden hast.“
- „Es gibt genügend Probierblätter. Du darfst dir gerne noch mehr holen!“
- „Forscher probieren oft ganz lange ...“
- ...

③ Problemstellung – Einzelarbeit oder ICH-Phase

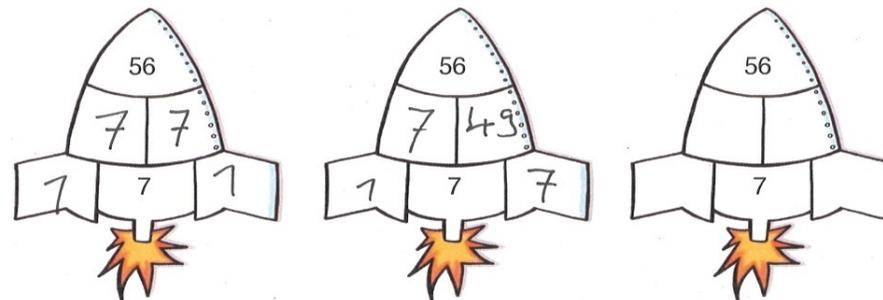
Rechenrakete
 Zielzahl 56

Name: _____



Rechenrakete
 Zielzahl 56

Name: Fabian



Kommentar:

In der Ich-Phase gehen die Schülerinnen und Schüler eigene Schritte in Richtung Lösung. Dieses Kind hat den ersten Versuch, der nicht zur Lösung geführt hat, verändert und dadurch eine Möglichkeit gefunden.



③ Schülerbeispiel zum Problemlösen



Welche Strategien lassen die Schülerlösungen erkennen und mit welchen Impulsen kann der Prozess des Problemlösens weiter unterstützt werden?

Rechenrakete Zielzahl 56 Name: Frederik

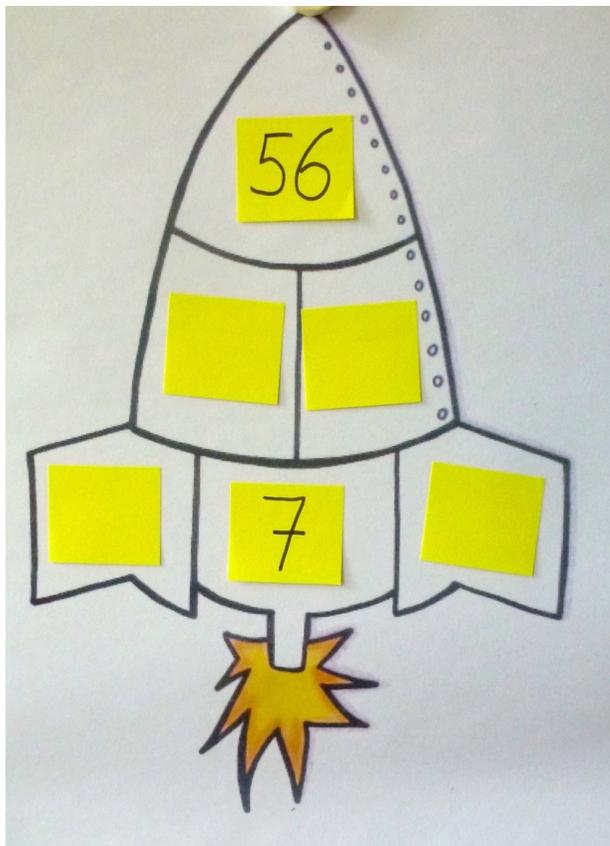
56 0 56 7 8	56 14 42 7 6	56 7 49 7 7
56 21 35 3 5	56 28 28 4 4	56 35 21 5 3
56 42 14 6 2	56 35 21 5 3	56 49 7 7 1
56 14 42 2 6	56 5 51 7	56 35 35 5 6

Rechenrakete Zielzahl 56 Name: Sina

56 7 9 0 7	56 7 49 4 7	56 26 30 7
56 7 35 7	56 7 49 1 7	56 50 6 7
56 14 42 2 6	56 7 7	56 7
56 7	56 7	56 7

③ Partner- oder Gruppenarbeit bzw. Du-Phase

Findet weitere (alle) Lösungen
 Zu dieser Rechenrakete!



Kommentar:
 Nachdem die Kinder in der Ich-Phase eigene Lösungen gefunden haben, tauschen sie sich nun über ihre Vorgehensweise aus, ordnen, sortieren und finden gemeinsam weitere Lösungen.



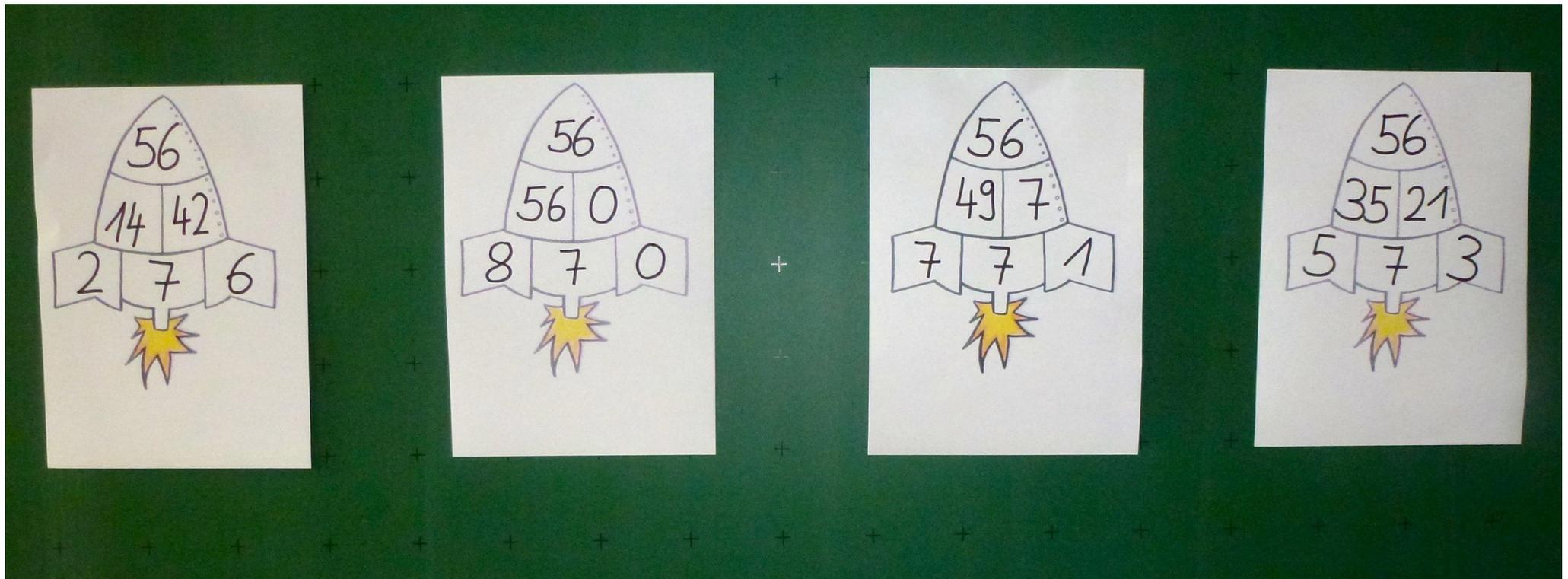
③ Partner- oder Gruppenarbeit bzw. Du-Phase



③ Tafelbild zur gemeinsamen Auswertung



Sind das alle Lösungen?



Four hand-drawn rocket diagrams are shown, each representing a different decomposition of the number 56. The rockets are arranged horizontally on a green background with a grid of small white crosses. Each rocket has a nose cone, a body with two sections, and a tail with three sections. A yellow starburst is drawn at the bottom of each rocket.

- Rocket 1: Nose cone: 56; Body: 14 | 42; Tail: 2 | 7 | 6
- Rocket 2: Nose cone: 56; Body: 56 | 0; Tail: 8 | 7 | 0
- Rocket 3: Nose cone: 56; Body: 49 | 7; Tail: 7 | 7 | 1
- Rocket 4: Nose cone: 56; Body: 35 | 21; Tail: 5 | 7 | 3

③ Tafelbild zur gemeinsamen Auswertung



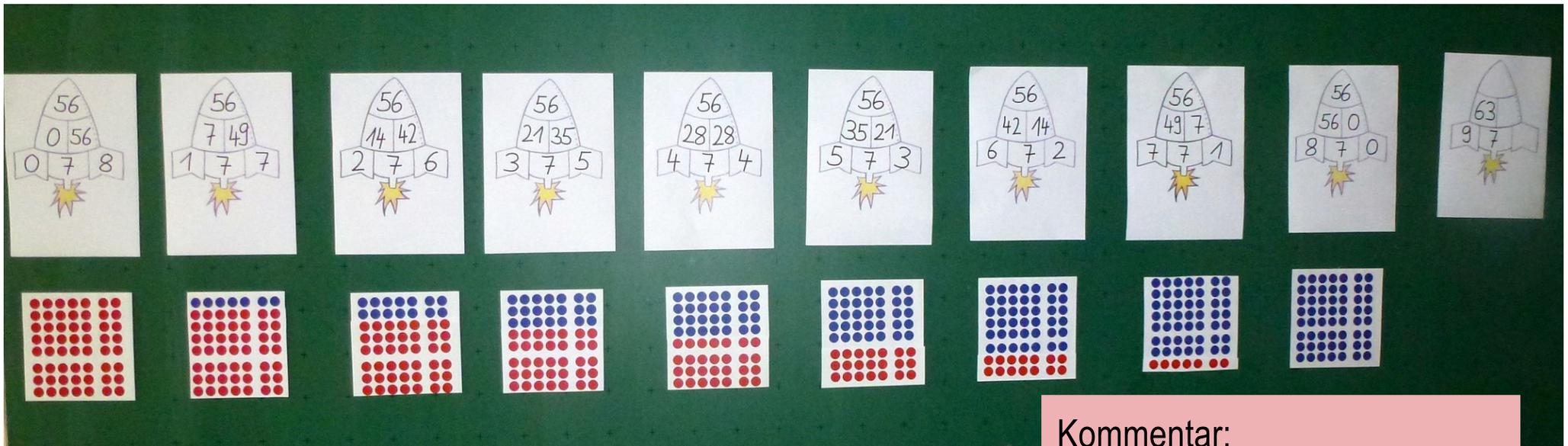
Sind das wirklich alle?

Wie visualisiere, versprache und dokumentiere ich mögliche Entdeckungen?

The image shows 10 hand-drawn rocket diagrams on a green grid background. Each rocket has the number 56 in its nose cone. The rockets are arranged in two rows. The top row has four rockets with the following numbers in their sections: (14, 42), (42, 14), (35, 21), and (21, 35). The bottom row has five rockets with the following numbers: (7, 49), (49, 7), (28, 28), (8, 7, 0), and (0, 7, 8). Each rocket has a tail section with three numbers and a yellow starburst at the bottom.

③ Tafelbild zur gemeinsamen Auswertung

Sind das wirklich alle?



The display board shows ten examples of multiplication problems and their visual representations:

- Rocket 1: $56 = 0 \cdot 56$ (0 7 8)
- Rocket 2: $56 = 7 \cdot 49$ (1 7 7)
- Rocket 3: $56 = 14 \cdot 42$ (2 7 6)
- Rocket 4: $56 = 21 \cdot 35$ (3 7 5)
- Rocket 5: $56 = 28 \cdot 28$ (4 7 4)
- Rocket 6: $56 = 35 \cdot 21$ (5 7 3)
- Rocket 7: $56 = 42 \cdot 14$ (6 7 2)
- Rocket 8: $56 = 49 \cdot 7$ (7 7 1)
- Rocket 9: $56 = 56 \cdot 0$ (8 7 0)
- Rocket 10: $63 = 9 \cdot 7$

Below each rocket is a dot pattern (array) of red and blue dots. The first nine rockets have corresponding dot patterns, while the tenth rocket (63 = 9 * 7) does not have a dot pattern shown below it.

Kommentar:
 Mit Hilfe der Punktebilder kann zum Beispiel erklärt werden, warum das alle Lösungen sein müssen. Auch kann damit das Distributivgesetz veranschaulicht werden.

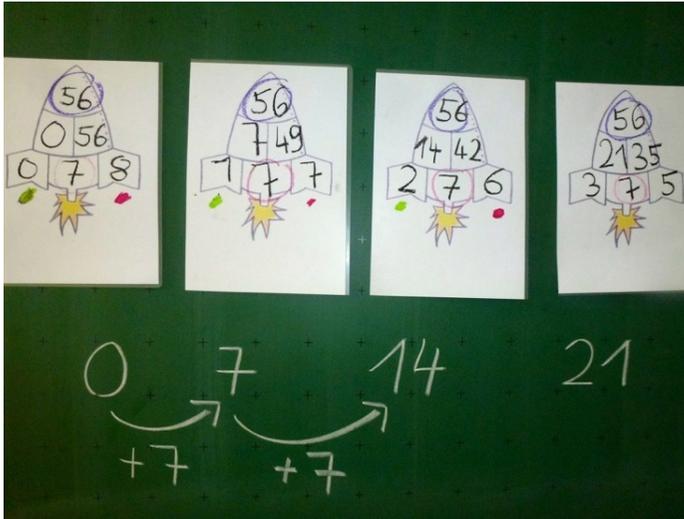
③ Gesetzmäßigkeiten zur Lösung



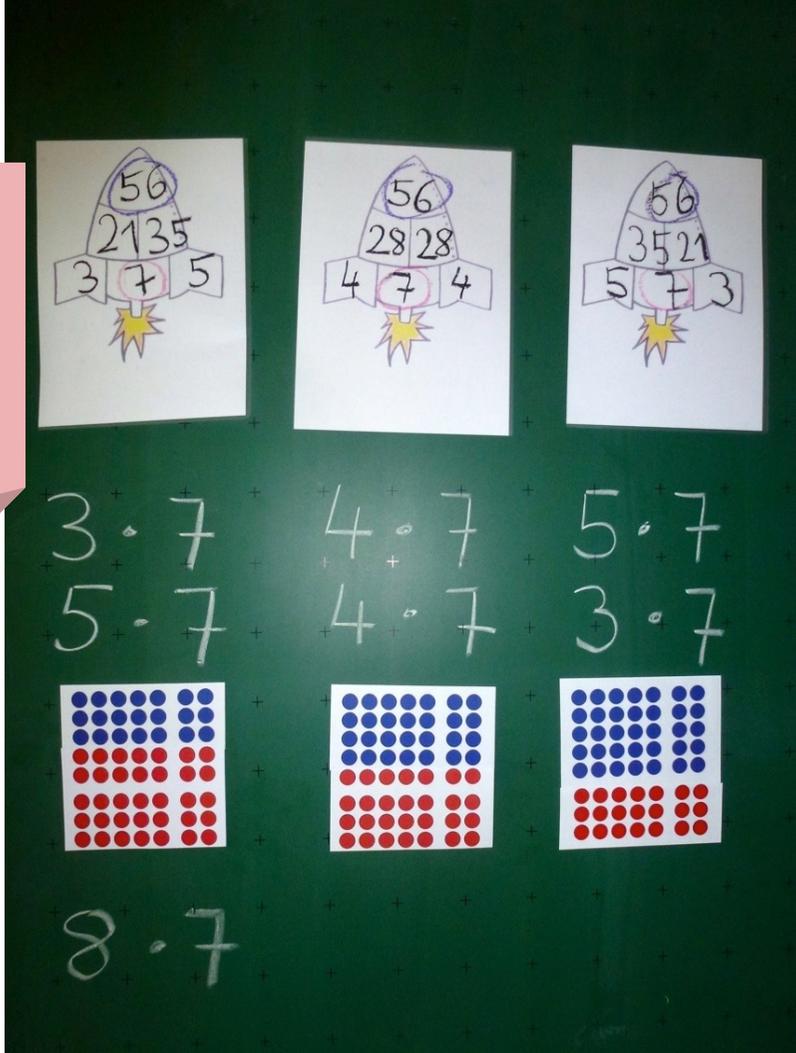
6+2 7+1 8+0

• Die rechte und die
 linke Zahl ergeben
 immer 8.

- ...
- ...



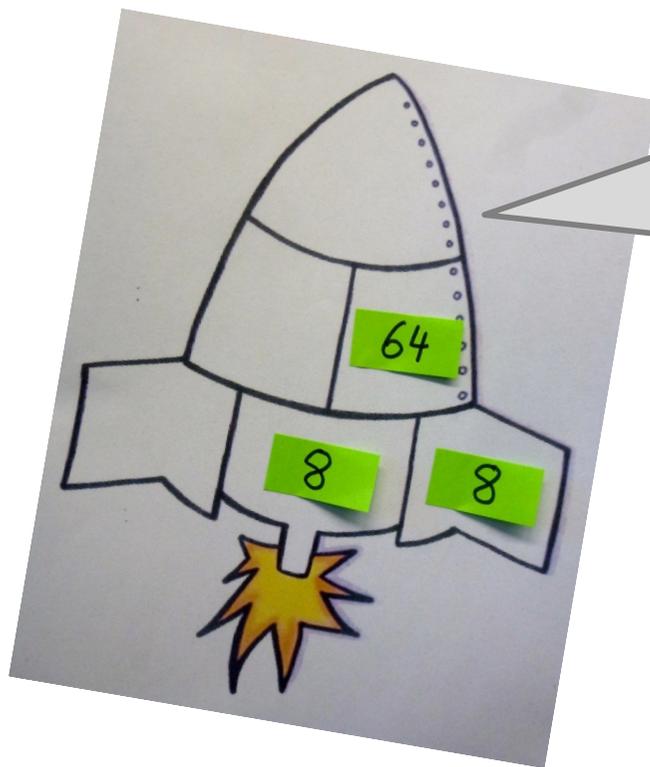
0 7 14 21
 +7 +7



3 · 7 4 · 7 5 · 7
 5 · 7 4 · 7 3 · 7
 8 · 7



④ Mögliche Felder der Weiterarbeit



Äußerungen der Schülerinnen und Schüler:

S1: „Ich habe diese Lösung.“

S2: „Häh? Ich habe eine andere!“

S3: „Und ich noch eine andere!“

S4: „Wie viele Lösungen gibt es denn?“

Kommentar:

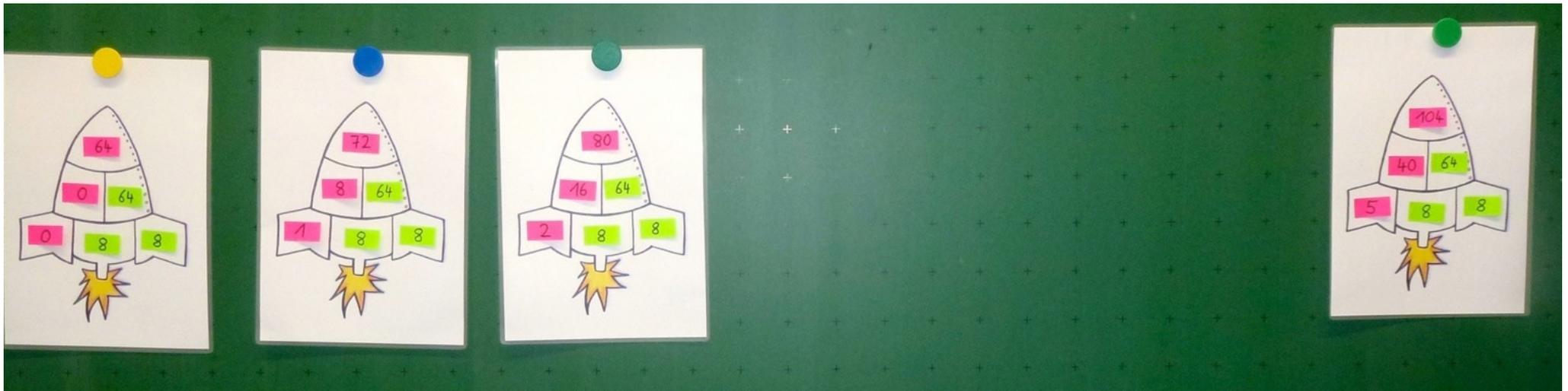
In diesem Aufgabenformat sind eine Fülle an weiteren Forschungsmöglichkeiten wie zum Beispiel diese Aufgabe enthalten.



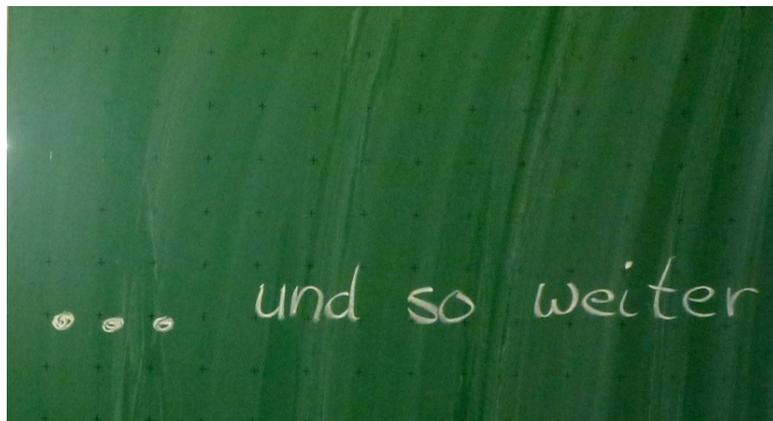
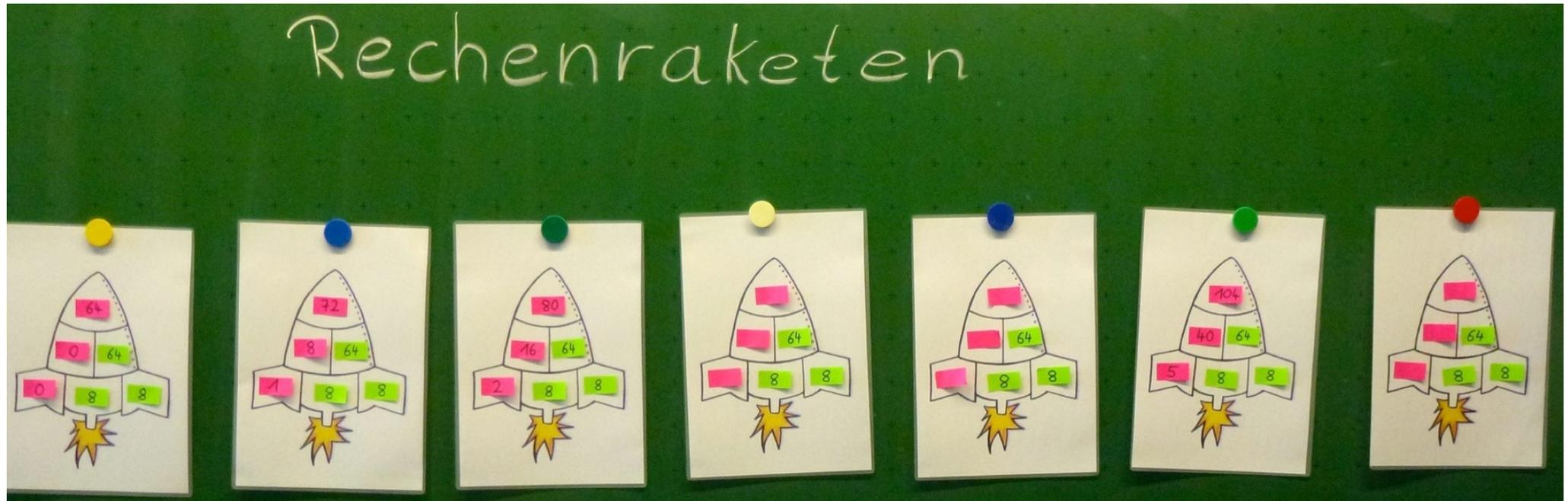
④ Mögliche Felder der Weiterarbeit



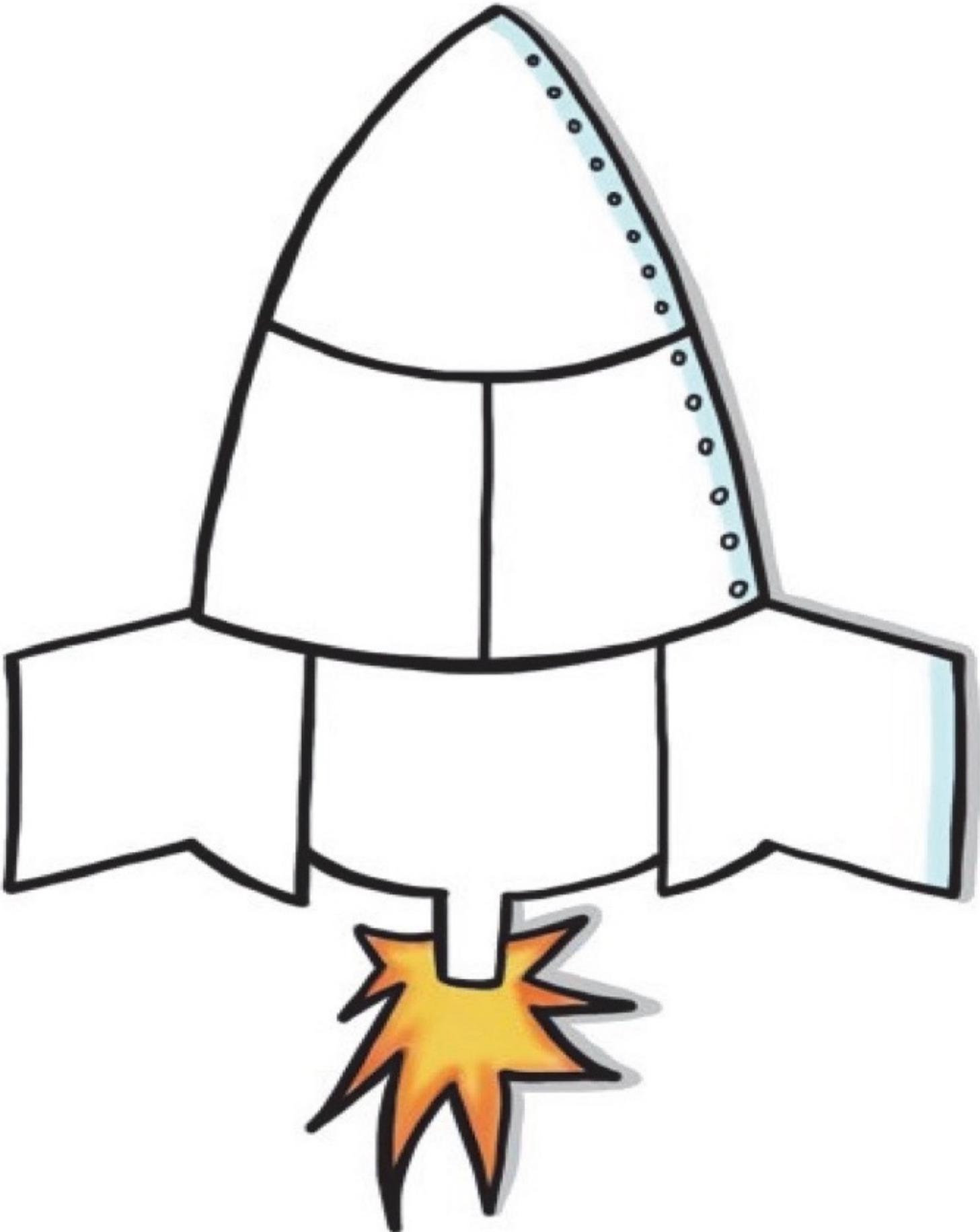
Impuls:
Von der
unstrukturierten...



④ Mögliche Felder der Weiterarbeit

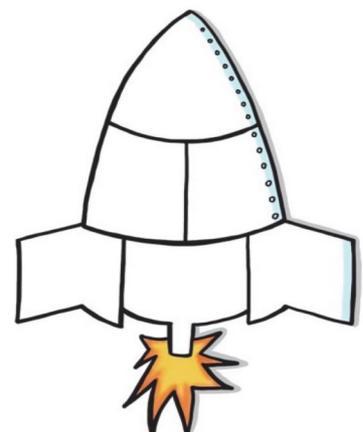
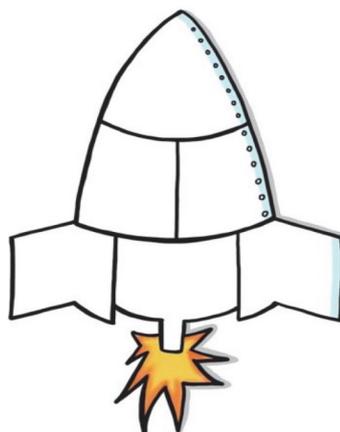
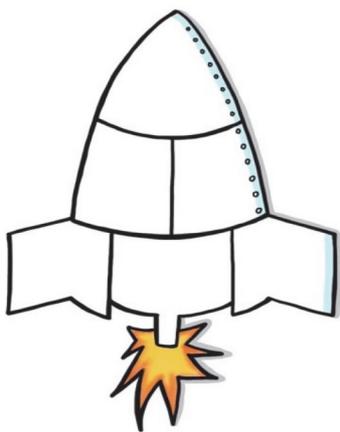
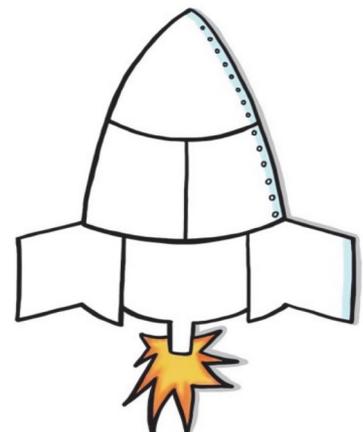
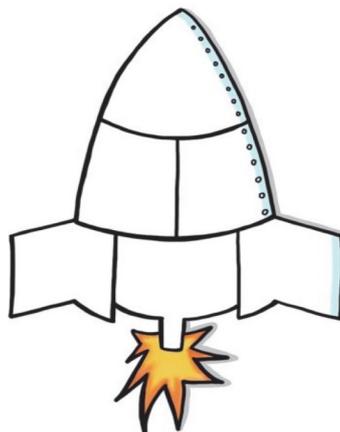
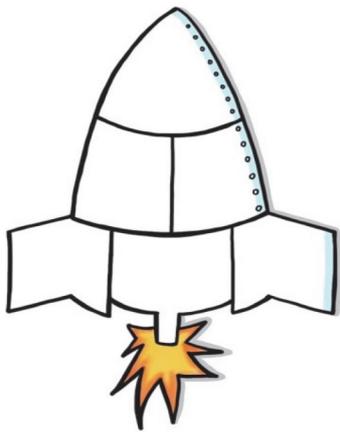
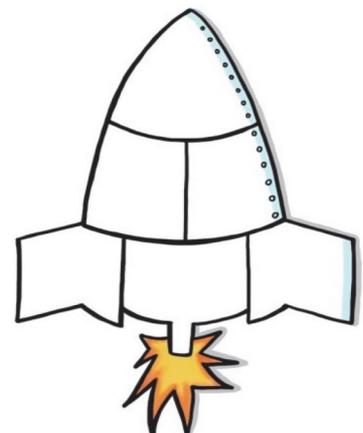
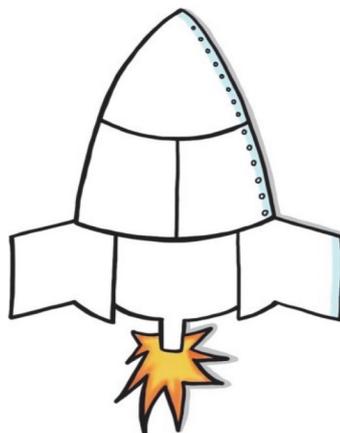
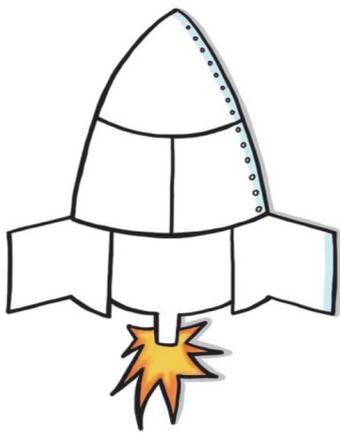
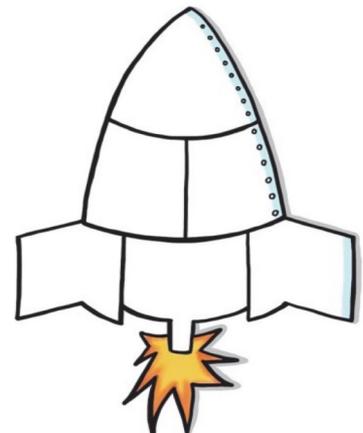
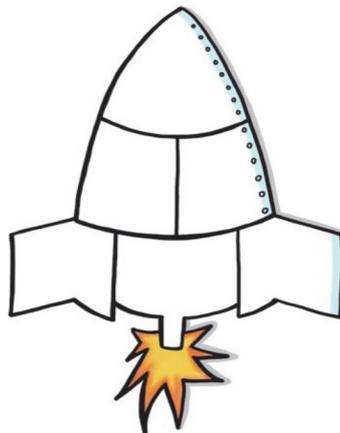
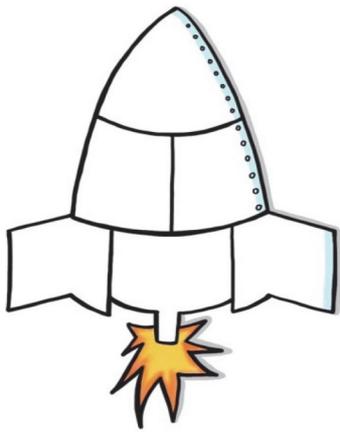


Impuls:
 ...zur strukturierten
 Anordnung.



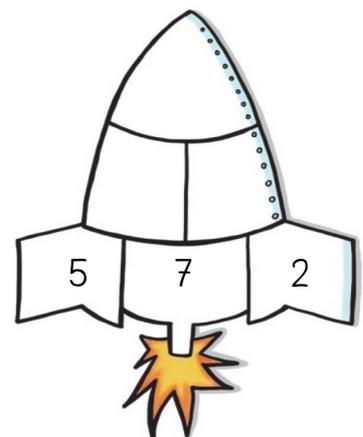
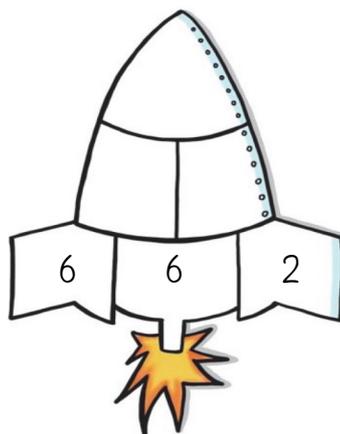
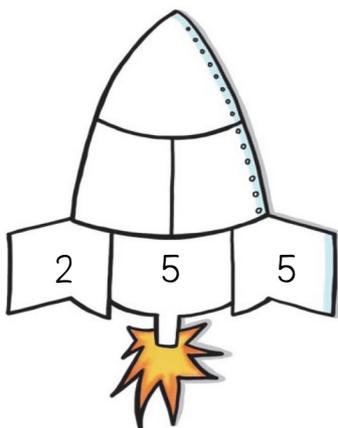
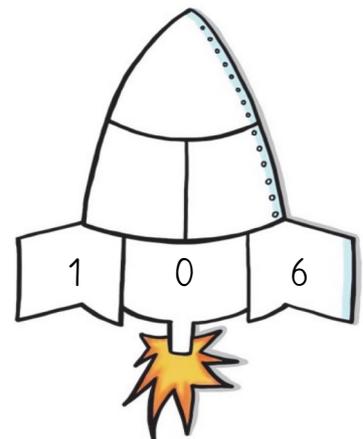
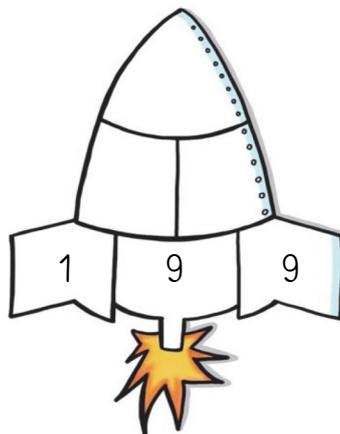
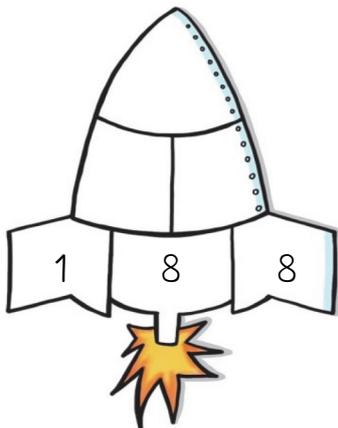
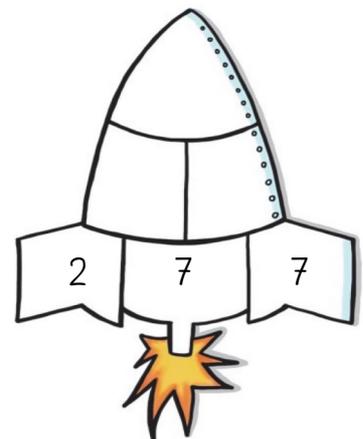
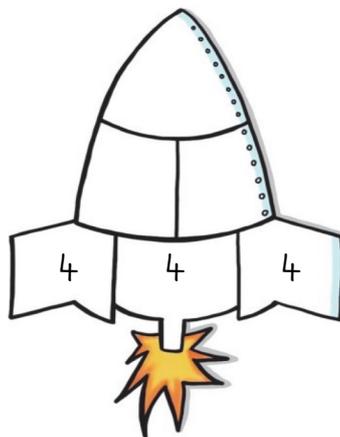
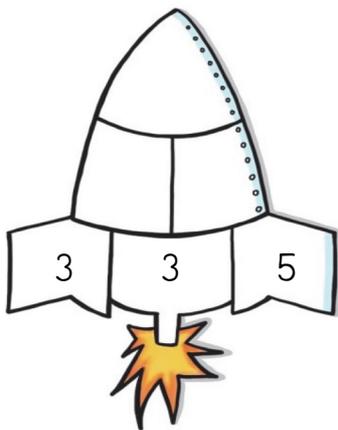
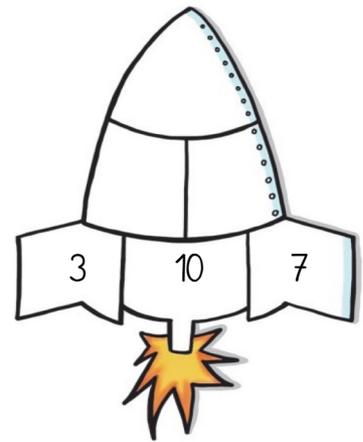
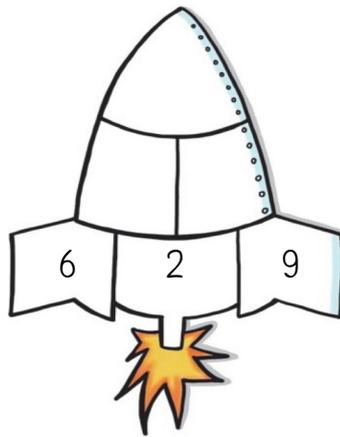
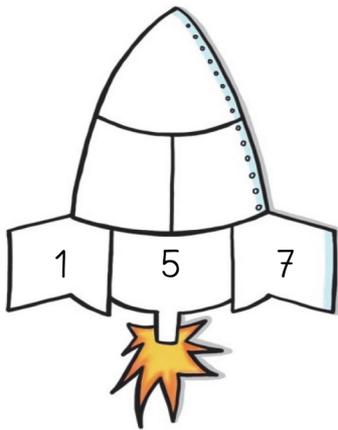
Meine Rechenraketen

Name: _____



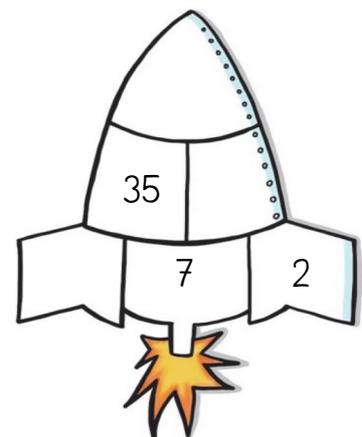
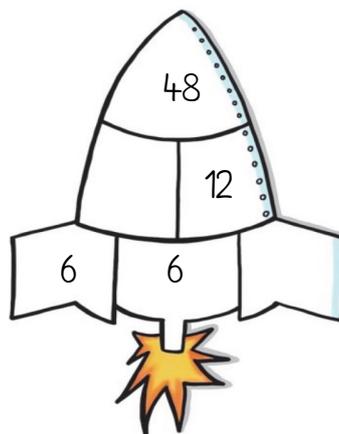
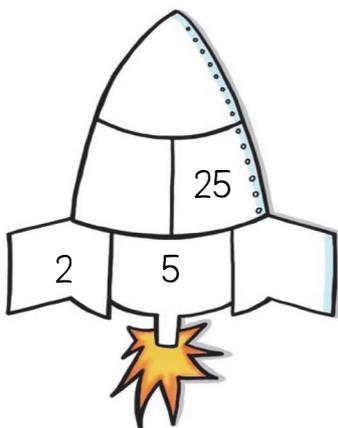
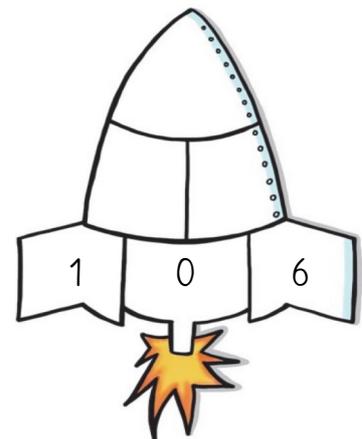
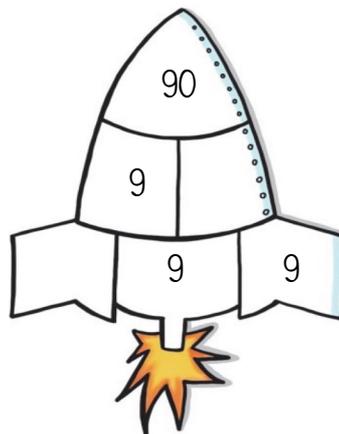
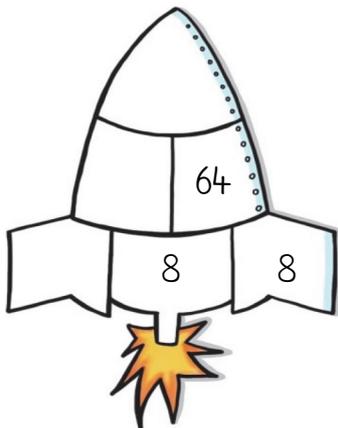
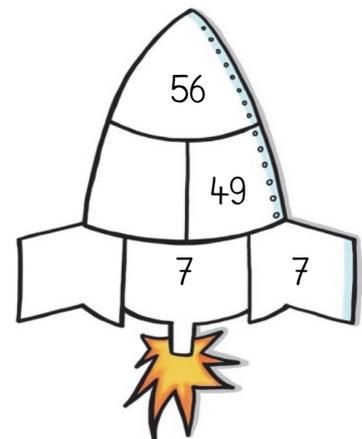
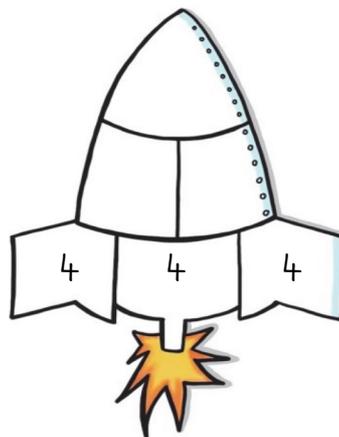
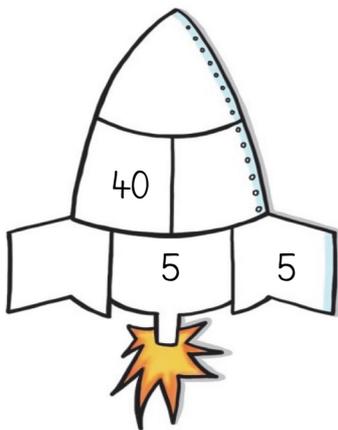
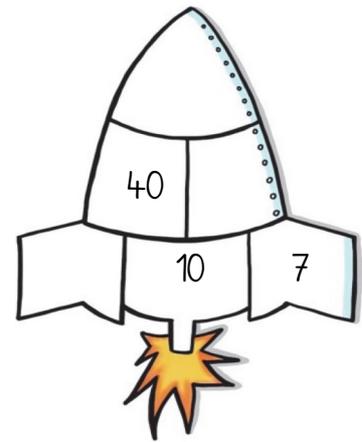
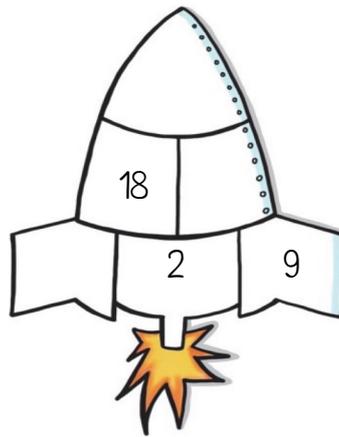
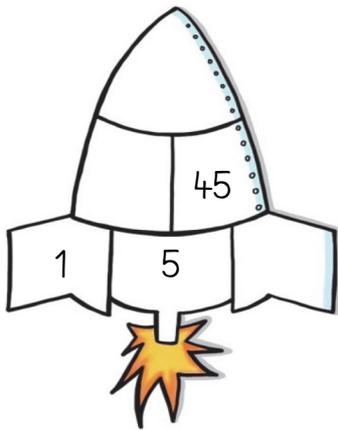
Rechenraketen Kernaufgaben I

Name: _____



Rechenraketen Kernaufgaben II

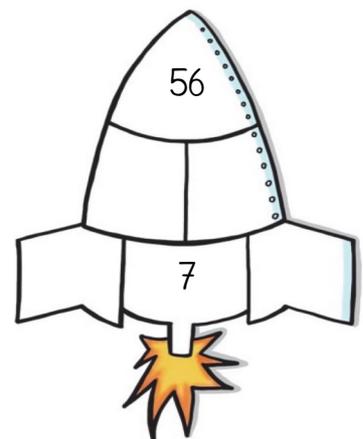
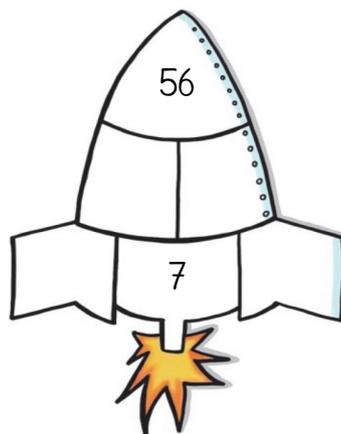
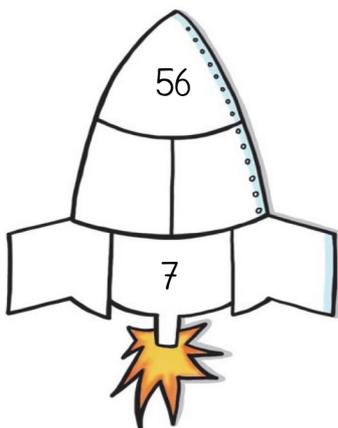
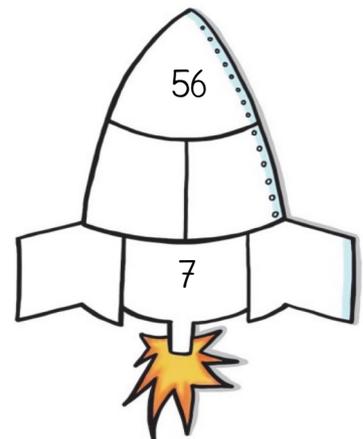
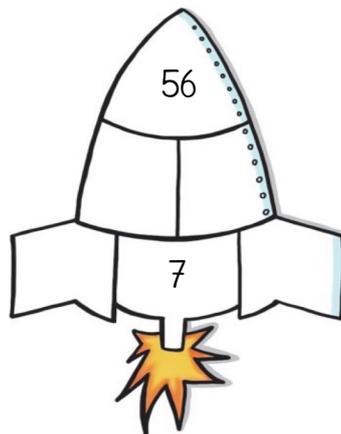
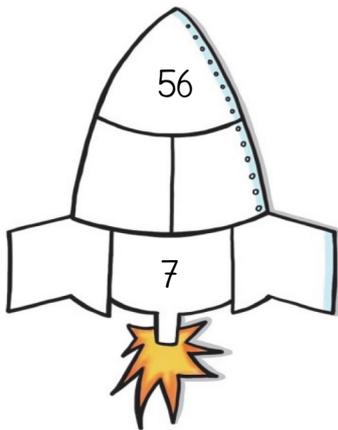
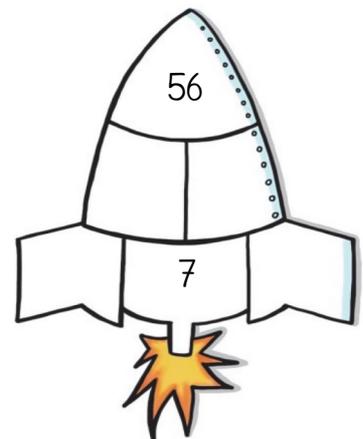
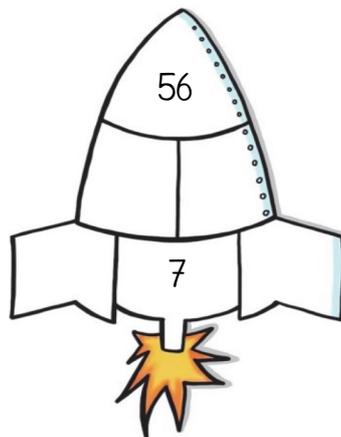
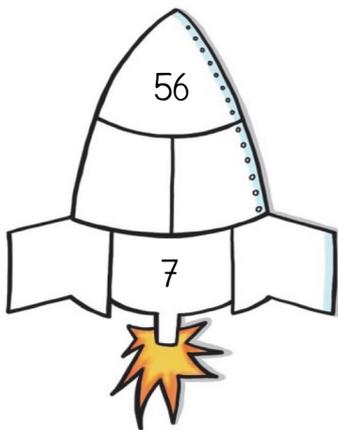
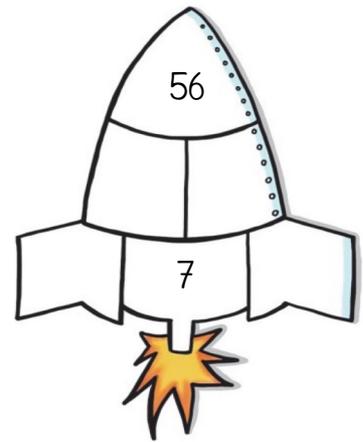
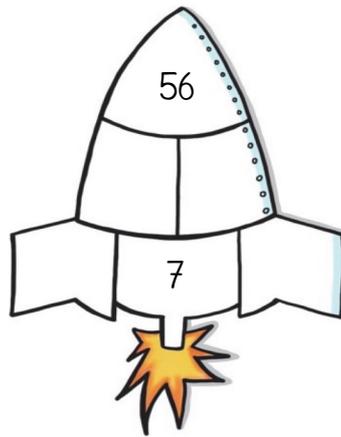
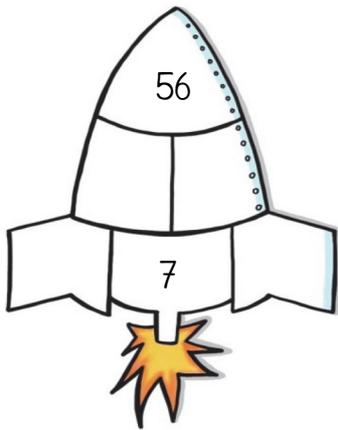
Name: _____



Rechenrakete

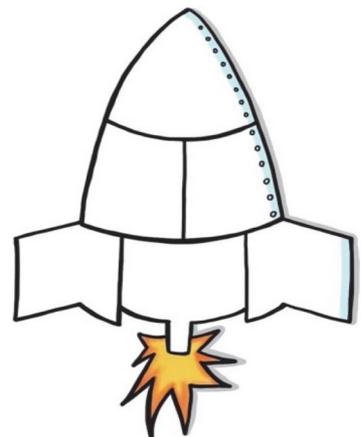
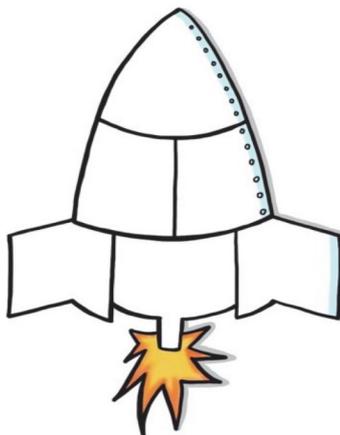
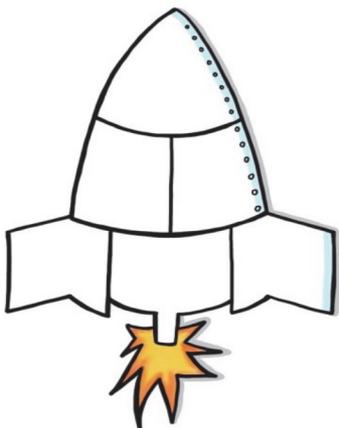
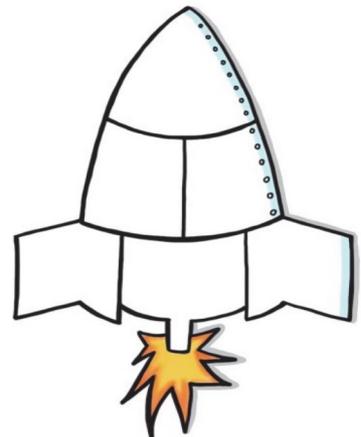
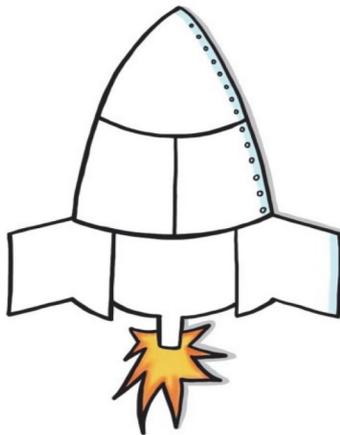
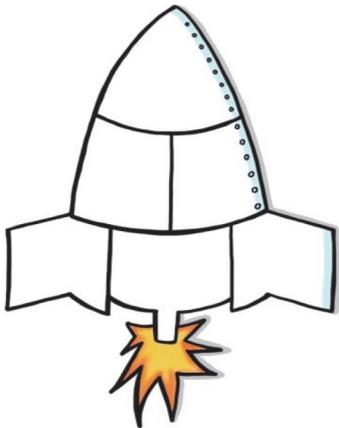
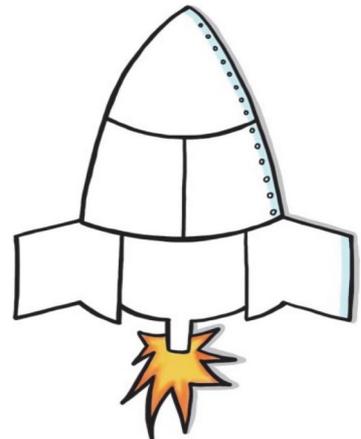
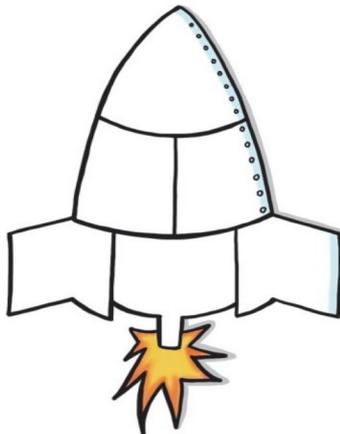
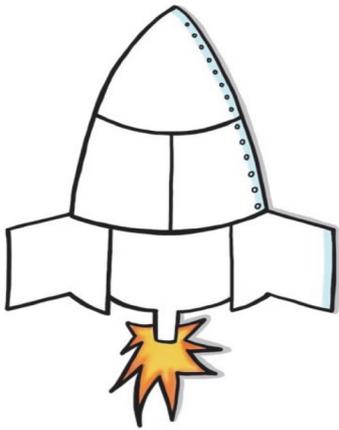
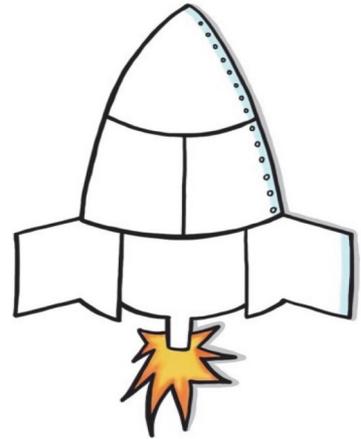
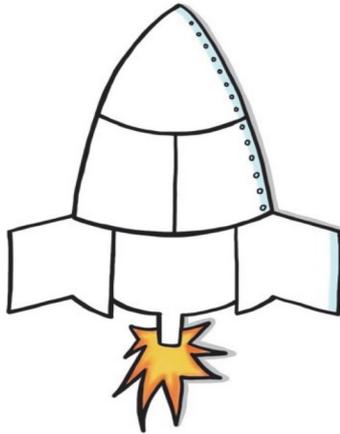
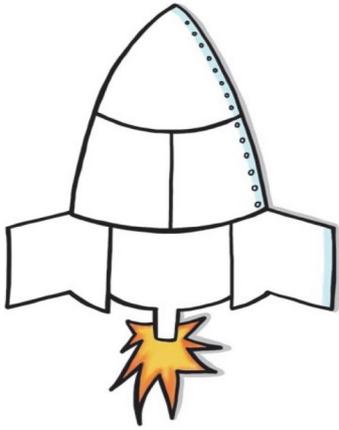
Zielzahl 56

Name: _____



Rechenrakete Probierblatt

Name: _____



Impressum

- Entwickelt von:** Christine Kullen
- Erprobt in
Zusammenarbeit mit:** Yvonne Brattoli
- Fachliche und
redaktionelle Begleitung:** Konrad Eisele, Sebastian Hoene, Christine Kullen, Ute Planz, Wibke Tiedmann
- Grafik:** Simon Kratzer
Fotos: Christine Kullen, Yvonne Brattoli
Zeichnungen: Wibke Tiedmann
- Projekt:** **SINUS Profil Mathematik an Grundschulen** www.sinusprofil-bw.de
- Herausgeber:** Zentrum für Schulqualität und Lehrerbildung Baden-Württemberg (ZSL)
Heilbronner Straße 314, 70469 Stuttgart
Telefon: 0711 21859-0
Telefax: 0711 21859-701
Internet: www.zsl-bw.de
E-Mail: poststelle@zsl.kv.bwl.de
- Stand:** November 2021
- Urheberrecht:** Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Unbenommen davon wird das Werk unter der Lizenz Creative Commons Namensnennung 4.0 International (CC BY 4.0) publiziert. Den vollständigen Lizenztext finden Sie unter: <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/legalcode>. Als Namensnennung ist „SINUS Profil Mathematik an Grundschulen“ vorgesehen. Von der Lizenz ausgenommen sind alle Fotos, Schülerdokumente sowie das Logo des ZSL und der Akademie für Innovative Bildung und Management Heilbronn-Franken gemeinnützige GmbH.



Die Urheberrechte der Copyrightinhaber werden ausdrücklich anerkannt. Sollten dennoch in einzelnen Fällen Urheberrechte nicht berücksichtigt worden sein, wenden Sie sich bitte an den Herausgeber.