

**Qualitätsentwicklung und Evaluation**

**Schulentwicklung**

**und empirische Bildungsforschung**

**Bildungspläne**

**Landesinstitut**

**für Schulentwicklung**



**Klassen 9/10**

**Beispiel 1**

**Beispielcurriculum für das Fach Mathematik**

**Juli 2017**

**Bildungsplan 2016**

**Allgemeinbildendes Gymnasium**

Inhaltsverzeichnis

[Allgemeines Vorwort zu den Beispielcurricula I](#_Toc483313197)

[Fachspezifisches Vorwort II](#_Toc483313198)

[Mathematik – Klasse 9 1](#_Toc483313199)

[Ähnlichkeit und Kongruenz 1](#_Toc483313200)

[Beziehungen am rechtwinkligen Dreieck 3](#_Toc483313201)

[Periodische Vorgänge 5](#_Toc483313202)

[Potenzen, Potenzgleichungen und -funktionen 6](#_Toc483313203)

[Kreise und Körper 8](#_Toc483313204)

[Exponentialfunktionen und Wachstumsvorgänge 10](#_Toc483313205)

[Bedingte Wahrscheinlichkeit und Wahrscheinlichkeitsverteilungen 12](#_Toc483313206)

[Mathematik – Klasse 10 14](#_Toc483313207)

[Ganzrationale Funktionen 14](#_Toc483313208)

[Trigonometrische Funktionen 16](#_Toc483313209)

[Einführung in die analytische Geometrie 17](#_Toc483313210)

[Binomialverteilung 19](#_Toc483313211)

[Einführung in die Differentialrechnung 21](#_Toc483313212)

[Anwendungen der Differentialrechnung 24](#_Toc483313213)

Allgemeines Vorwort zu den Beispielcurricula

Beispielcurricula zeigen eine Möglichkeit auf, wie aus dem Bildungsplan unterrichtliche Praxis werden kann. Sie erheben hierbei keinen Anspruch einer normativen Vorgabe, sondern dienen vielmehr als beispielhafte Vorlage zur Unterrichtsplanung und -gestaltung. Diese kann bei der Erstellung oder Weiterentwicklung von schul- und fachspezifischen Jahresplanungen ebenso hilfreich sein wie bei der konkreten Unterrichtsplanung der Lehrkräfte.

Curricula sind keine abgeschlossenen Produkte, sondern befinden sich in einem dauerhaften Entwicklungsprozess, müssen jeweils neu an die schulische Ausgangssituation angepasst werden und sollten auch nach den Erfahrungswerten vor Ort kontinuierlich fortgeschrieben und modifiziert werden. Sie sind somit sowohl an den Bildungsplan, als auch an den Kontext der jeweiligen Schule gebunden und müssen entsprechend angepasst werden. Das gilt auch für die Zeitplanung, welche vom Gesamtkonzept und den örtlichen Gegebenheiten abhängig und daher nur als Vorschlag zu betrachten ist.

Der Aufbau der Beispielcurricula ist für alle Fächer einheitlich: Ein fachspezifisches Vorwort thematisiert die Besonderheiten des jeweiligen Fachcurriculums und gibt ggf. Lektürehinweise für das Curriculum, das sich in tabellarischer Form dem Vorwort anschließt.

In den ersten beiden Spalten der vorliegenden Curricula werden beispielhafte Zuordnungen zwischen den prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen dargestellt. Eine Ausnahme stellen die modernen Fremdsprachen dar, die aufgrund der fachspezifischen Architektur ihrer Pläne eine andere Spaltenkategorisierung gewählt haben. In der dritten Spalte wird vorgeschlagen, wie die Themen und Inhalte im Unterricht umgesetzt und konkretisiert werden können. In der vierten Spalte wird auf Möglichkeiten zur Vertiefung und Erweiterung des Kompetenzerwerbs im Rahmen des Schulcurriculums hingewiesen und aufgezeigt, wie die Leitperspektiven in den Fachunterricht eingebunden werden können und in welcher Hinsicht eine Zusammenarbeit mit anderen Fächern sinnvoll sein kann. An dieser Stelle finden sich auch Hinweise und Verlinkungen auf konkretes Unterrichtsmaterial.

Fachspezifisches Vorwort

In den Klassenstufen 9 und 10 knüpft der Mathematikunterricht an die bisher erworbenen Kompetenzen an; zentrale Begriffe und Verfahren werden, soweit erforderlich, wiederholt und unter neuen Gesichtspunkten weiterentwickelt.  
Abstrahieren und formales Arbeiten ist in dieser Altersstufe verstärkt möglich und nimmt einen größeren Stellenwert ein. Bei Problemlösungen können die Lernenden auf ein nunmehr umfassenderes Repertoire an Verfahren zurückgreifen und auch die verschiedenen Teilgebiete der Mathematik vernetzen. Nach wie vor bieten Fragestellungen aus dem Alltag und der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler Anlässe sich aktiv mit mathematischen Fragestellungen auseinander zu setzen; deutlich stärker als in vorausgegangenen Schuljahren sind nun aber auch innermathematische Kontexte von Bedeutung.  
Beim Begründen und Herleiten von Zusammenhängen, insbesondere bei geometrischen Zusammenhängen, werden die Schülerinnen und Schüler verstärkt in formales Arbeiten eingeführt, sie schulen ihre Argumentations- und Kommunikationsfähigkeit. Das Repertoire an Vorgehensweisen zur Bestimmung wahrer Größen in der Ebene und im Raum wird erweitert und das Spektrum an grundlegenden Funktions- und Gleichungstypen vervollständigt. Aus dem alltäglichen Sprachgebrauch bekannte Begriffe der deskriptiven Statistik werden präzisiert.  
Die Klasse 10 stellt den Eintritt in die Oberstufe des Gymnasiums dar und legt so mit der Einführung in die Differentialrechnung den Grundstock für analytisches Denken. Die Vernetzung von Algebra und Geometrie erfolgt mit dem Einstieg in die Vektorrechnung, die Binomialverteilung ermöglicht weiterführende Betrachtungen und Untersuchungen mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Die Schülerinnen und Schüler erfahren wiederum die Bedeutung und die Vielschichtigkeit mathematischen Arbeitens und erkennen, dass die Themengebiete der Mathematik nicht isoliert nebeneinanderstehen, sondern auf vielfältige Weise miteinander verknüpft sind. Der in den prozessbezogenen Kompetenzen geforderte konstruktive Umgang mit Fehlern (Item 14) wird angesichts der komplexeren Inhalte zu einem bedeutsameren Unterrichtselement. Die Möglichkeiten, diese Kompetenz weiterzuentwickeln, ergeben sich an vielen Stellen des Unterrichts und sollten dort auch genutzt werden, so dass auf die explizite Aufnahme dieses Items bei konkreten Lerninhalten bewusst verzichtet wurde.

Mit Erreichen des Endes von Klasse 10 ist der Erwerb der prozessbezogenen Kompetenzen nun sehr weit fortgeschritten, die Schülerinnen und Schüler verfügen über ein umfassendes Reservoir an Fähigkeiten und Fertigkeiten, die sie zunehmend im Unterricht einbringen können. Dies wird im Beispielcurriculum u.a. auch daraus ersichtlich, dass bei einigen Themenfeldern die erste Spalte (prozessbezogene Kompetenzen) im Vergleich zur zweiten Spalte (inhaltsbezogene Kompetenzen) deutlich umfangreicher ist.

**Erläuterungen zum nachstehenden Beispielcurriculum**

Dieses Beispielcurriculum veranschlagt 75% der insgesamt zur Verfügung stehenden Zeit. Die verbleibenden 25% sollten bedarfsgemäß für Übungs- und Vertiefungsphasen und zur Leistungsmessung verwendet werden.

Die dritte Spalte bildet Lernsequenzen ab, mögliche Unterrichtseinheiten sind fett hervorgehoben. In der vierten Spalte finden sich unter dem Stichwort *MINT* Möglichkeiten der Vertiefung für ma-thematisch interessierte Schülerinnen und Schüler, die über das Standardniveau hinausgehen. Auslassungszeichen in der ersten und zweiten Spalte ([…]) bedeuten, dass der betreffende Kompetenzerwerb hier nur teilweise angestrebt wird und entweder an anderer Stelle vervollständigt wird, oder schon bereits teilweise erfolgt ist.

Mathematik – Klasse 9

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Ähnlichkeit und Kongruenz  ca. 12 Std. | | | | |
|  | | | | |
| Prozessbezogene  Kompetenzen | Inhaltsbezogene  Kompetenzen | | Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht | Hinweise, Arbeitsmittel,  Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können | | |
|  | | 3.3.3 Geometrische Zusammenhänge beweisen […] |  |  |
| **2.1 Argumentieren und Beweisen** 1. in mathematischen Zusammenhängen Vermutungen entwickeln und als mathematische Aussage formulieren  4. in einer mathematischen Aussage zwischen Voraussetzung und Behauptung unterscheiden  11. bei mathematischen Beweisen die Argumentation auf die zugrunde liegende Begründungsbasis zurückführen  12. ausgehend von einer Begründungsbasis durch zulässige Schlussfolgerungen eine mehrschrittige Argumentationskette aufbauen  13. Aussagen auf ihren Wahrheitsgehalt prüfen und Beweise führen  14. Beziehungen zwischen mathematischen Sätzen aufzeigen  **2.5 Kommunizieren** 1. mathematische Einsichten und Lösungswege schriftlich dokumentieren oder mündlich darstellen und erläutern  2. ihre Ergebnisse strukturiert präsentieren  3. eigene Überlegungen in kurzen Beiträgen sowie selbstständige Problembearbeitungen in Vorträgen verständlich darstellen  6. ihre Ausführungen mit geeigneten Fachbegriffen darlegen | | (2) zwei gegebene Figuren mithilfe der jeweiligen Definition auf *Ähnlichkeit* und *Kongruenz* untersuchen  (3) *Dreiecke* mithilfe ausgewählter *Ähnlichkeitsätze* (Übereinstimmung in den *Längenverhältnissen* aller Seiten, Übereinstimmung in zwei *Winkelweiten*) auf *Ähnlichkeit* überprüfen  (5) geometrische Zusammenhänge unter Verwendung bereits bekannter Sätze sowie mithilfe von Ähnlichkeitsbeziehungen und *Kongruenzsätzen* erschließen, begründen und beweisen, und Größen berechnen | **Ähnliche Figuren**  Eigenschaften ähnlicher Figuren  Ähnlichkeit überprüfen  Ähnlichkeitssätze für Dreiecke  **Kongruente Figuren**  Eigenschaften kongruenter Figuren  Kongruenz überprüfen  Verwenden einzelner Kongruenzsätze | Auch: ähnliche Figuren können durch eine zentrische Streckung erzeugt werden  Beschränkung auf Übereinstimmung in drei Seitenverhältnissen oder in zwei Winkelweiten ww, an einen Beweis der Ähnlichkeitssätze ist nicht gedacht.  *MINT: weitere Ähnlichkeitssätze (Übereinstimmung in den Verhältnissen zweier Seiten und eingeschlossem Winkel) oder dem der größeren Seite gegenüberliegendem Winkel)*  Kongruenz als Spezialfall der Ähnlichkeit    An einen Beweis der Kongruenzsätze ist nicht gedacht |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Beziehungen am rechtwinkligen Dreieck  ca. 20 Std. | | | |
|  | | | |
| Prozessbezogene  Kompetenzen | Inhaltsbezogene  Kompetenzen | Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht | Ergänzende Hinweise, Arbeitsmittel, Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können | |
|  | 3.3.3 Geometrische Zusammenhänge beweisen und mit trigonometrischen Beziehungen arbeiten |  |  |
| **2.1 Argumentieren und Beweisen** 1. in mathematischen Zusammenhängen Vermutungen entwickeln und als mathematische Aussage formulieren  2. eine Vermutung anhand von Beispielen auf ihre Plausibilität prüfen oder anhand eines Gegenbeispiels widerlegen  4. in einer mathematischen Aussage zwischen Voraussetzung und Behauptung unterscheiden  5. eine mathematische Aussage in einer standardisierten Form (zum Beispiel Wenn-Dann) formulieren  6. zu einem Satz die Umkehrung bilden  7. zwischen Satz und Kehrsatz unterscheiden  9. beim Erläutern und Begründen unterschiedliche Darstellungsformen verwenden (verbal, zeichnerisch, tabellarisch, formalisiert)  10. Beweise nachvollziehen und wiedergeben  **2.2 Probleme lösen** 2. Informationen aus den gegebenen Texten, Bildern und Diagrammen entnehmen und auf ihre Bedeutung für die Problemlösung bewerten  3. durch Verwendung verschiedener Darstellungen (informative Figur, […]) das Problem durchdringen oder umformulieren  6. das Problem durch Zerlegen in Teilprobleme oder das Einführen von Hilfsgrößen oder Hilfslinien vereinfachen  9. durch Vorwärts- oder Rückwärtsarbeiten Lösungsschritte finden  12. Zusammenhänge zwischen unterschiedlichen Teilgebieten der Mathematik zum Lösen nutzen  **2.3 Modellieren** 1. wesentliche Informationen entnehmen und strukturieren  4. relevante Größen und ihre Beziehungen identifizieren  **2.5 Kommunizieren** 1. zwischen natürlicher Sprache und symbolisch-formaler Sprache der Mathematik wechseln  2. mathematische Darstellungen zum Strukturieren von Informationen, zum Modellieren und zum Problemlösen auswählen und verwenden  3. zwischen verschiedenen mathematischen Darstellungen wechseln  6. Algorithmen reflektiert anwenden | (4) unter Nutzung des *Satzes des Pythagoras Streckenlängen* berechnen beziehungsweise mithilfe seines *Kehrsatzes* auf *Orthogonalität* schließen  (5) geometrische Zusammenhänge unter Verwendung bereits bekannter Sätze […]erschließen, begründen und beweisen, und Größen berechnen  (6) *Streckenlängen* und *Winkelweiten* unter Nutzung der Längenverhältnisse *Sinus, Kosinus, Tangens* bestimmen  (7) die Beziehungen sin2 (α) + cos2 (α) =1, sin (90° −α) = cos (α),  herleiten | **Satz des Pythagoras**  Begriffe Hypotenuse und Kathete  Beweis des Satzes | *MINT: Beziehung zwischen den Flächenquadraten bei spitz- und stumpfwinkligen Dreiecken*  <http://www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/mathematisch-naturwissenschaftliche-faecher/mathematik/unterrichtsmaterialien/sekundarstufe1/geometrie/pyth> Landesbildungsserver: Leitidee Raum und Form (zuletzt geprüft am 22.05.2017)  *MINT: Kathetensätze, Höhensatz* |
| Berechnung von Strecken in ebenen und räumlichen Figuren  **Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck**  Begriffe Ankathete und Gegenkathete  Die Seitenverhältnisse sin, cos, tan  Berechnung von Strecken und Winkeln in ebenen und räumlichen Figuren, Beziehungen zwischen sin, cos, tan | Diagonale im Quadrat Raumdiagonalen in Würfel und Quader Höhen und Kantenlängen in Pyramiden  exakte Werte für Winkelweiten 0°, 30°, 45°, 60°, 90° |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Periodische Vorgänge  ca. 8 Std. | | | |
|  | | | |
| Prozessbezogene  Kompetenzen | Inhaltsbezogene  Kompetenzen | Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht | Hinweise, Arbeitsmittel,  Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können | |
|  | 3.3.2 Größen Figuren und Körpern berechnen |  |  |
| 2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen 3. zwischen verschiedenen mathematischen Darstellungen wechseln  2.2 Probleme lösen 3. durch Verwendung verschiedener Darstellungen (informative Figur, verbale Beschreibung, Tabelle, Graph, symbolische Darstellung, Koordinaten) das Problem durchdringen oder umformulieren  8. das Aufdecken von Regelmäßigkeiten oder mathematischen Mustern für die Problemlösung nutzen  **2.3 Modellieren** 1. wesentliche Informationen entnehmen und strukturieren  3. Situationen vereinfachen  5. die Beziehungen zwischen diesen Größen mithilfe von […] Funktionen […] beschreiben  10. die Ergebnisse aus einer mathematischen Modellierung in die Realität übersetzen | (2) *Winkelweiten* sowohl im *Grad*- als auch im *Bogenmaß* angeben und nutzen | **Periodische Vorgänge**  Trigonometrie am Einheitskreis  Einführung des Bogenmaß | Erweitern der Begriffe sin(α) und cos(β) auf allgemeine Winkel |
| **3.3.4 Mit Funktionen umgehen** | Die Sinusfunktion und ihre grundlegenden Eigenschaften  Anwendungen auf periodische Vorgänge | Z. B. Höhe einer Riesenrad-Gondel in Abhängigkeit vom Drehwinkel; Tageslänge in Abhängigkeit von der Zeit  PH 3.4.3 Schwingungen  PH 3.4.4 Wellen  PH 3.6.3 Schwingungen  PH 3.6.4 Wellen |
| (9) periodische Vorgänge mithilfe der *Sinusfunktion* beschreiben und interpretieren |
| **3.3.1 Gleichungen lösen** |
| (9) *Nullstellen* von *Funktionen* näherungsweise mithilfe digitaler Hilfsmittel bestimmen |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Potenzen, Potenzgleichungen und -funktionen  ca. 20 Std. | | | |
|  | | | |
| Prozessbezogene  Kompetenzen | Inhaltsbezogene  Kompetenzen | Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht | Hinweise, Arbeitsmittel,  Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können | |
|  | 3.3.1 Mit Potenzen umgehen |  |  |
| **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen** 1. zwischen verschiedenen mathematischen Darstellungen wechseln  **2.1 Argumentieren und Beweisen** 8. mathematische Verfahren und ihre Vorgehensweisen erläutern und begründen  **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen** 4. Berechnungen ausführen 5. Routineverfahren anwenden und miteinander kombinieren Fachbegriffen darlegen | (1) Zahlen in *Normdarstellung* angeben  (2) *Potenzen* mit *rationalen Exponenten* als Wurzel- oder Bruchausdrücke deuten und zwischen den Darstellungsformen wechseln  (3) die Rechengesetze für das *Multiplizieren, Dividieren* und *Potenzieren* von *Potenzen* begründen und anwenden | Potenzen  Zehnerpotenzen mit positiven und negativen Exponenten Bedeutung von 100 | Potenzschreibweise aus Klasse 5 aufgreifen und auf negative Exponenten erweitern |
| Allgemeine Potenzen  **Potenzgesetze**  Multiplikation und Division von Potenzen mit gleicher Basis  Multiplikation und Division von Potenzen mit gleichem Exponenten  Potenzen von Potenzen | Potenzschreibweise auf rationale Exponenten erweitern |
|  | 3.3.4 Mit Funktionen umgehen |  |  |
| **2.1 Argumentieren und Beweisen** 1. in mathematischen Zusammenhängen Vermutungen entwickeln und als mathematische Aussage formulieren  3. bei der Entwicklung und Prüfung von Vermutungen Hilfsmittel verwenden (zum Beispiel Taschenrechner, Computerprogramme)  **2.5 Kommunizieren** 5. vorläufige Formulierungen zu fachsprachlichen Formulierungen weiterentwickeln  6. ihre Ausführungen mit geeigneten Fachbegriffen darlegen | (1) die *Graphen* der *Potenzfunktionen f* mit *f* (*x*) = *xn* , *n*∈*IN* und *f* (*x*) = *xk* ( *k* = −1,−2 ) unter Verwendung charakteristischer Eigenschaften skizzieren  (5) die Wirkung von *Parametern* in Funktionstermen von *Potenzfunktionen* […]auf deren *Graphen* abbildungsgeometrisch als *Streckung, Spiegelung, Verschiebungen* deuten | **Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten**  Potenzfunktionen und ihre Graphen  Symmetrieeigenschaften  charakteristische Punkte  Verschiebung des Graphen in x-Richtung  Verschiebung des Graphen in y-Richtung  Strecken des Graphen entlang der y-Achse  Verhalten für in Abhängigkeit vom Exponenten und vom Vorzeichen des Streckfaktors | Einsatz digitaler Hilfsmittel zur Visualisierung Vergleich des Verhaltens im Bereich [0;1] für größer werdende Werte von n  <http://www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/mathematisch-naturwissenschaftliche-faecher/mathematik/unterrichtsmaterialien/sekundarstufe1/fktn/versch> Landesbildungsser: Leitidee Funktionaler Zusammenhang (zuletzt geprüft am 22.05.2017) |
|  | **3.3.1 Gleichungen lösen** |  |  |
| **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen** 1. zwischen verschiedenen mathematischen Darstellungen wechseln  4. Berechnungen ausführen | (5) *Potenzgleichungen* lösen | Potenzgleichungen  Graphisches Lösen von Potenzgleichungen  Lösen durch Radizieren | Lösbarkeit von Gleichungen der Form  xn = a (a<0) der Definition von n-te Wurzel aus a gegenüberstellen. |
|  | **3.3.4 Mit Funktionen umgehen** |  |  |
| **2.1 Argumentieren und Beweisen** 1. in mathematischen Zusammenhängen Vermutungen entwickeln und als mathematische Aussage formulieren 3. bei der Entwicklung und Prüfung von Vermutungen Hilfsmittel verwenden (zum Beispiel Taschenrechner, Computerprogramme)  **2.5 Kommunizieren** 5. vorläufige Formulierungen zu fachsprachlichen Formulierungen weiterentwickeln 6. ihre Ausführungen mit geeigneten Fachbegriffen darlegen  **2.2 Probleme lösen** 9. Durch Vorwärts- oder Rückwärtsarbeiten Lösungsschritte finden | (2) anhand einer Betrachtung der *Graphen* von *f* mit *f* (*x*) = *x*2 und der *Wurzelfunktion* g mit *g* (*x*) = den Funktionsbegriff und dabei auch die Begriffe *Definitionsmenge* und *Wertemenge* erläutern  (5) die Wirkung von *Parametern* in Funktionstermen von […] *Wurzelfunktion* auf deren *Graphen* abbildungsgeometrisch als *Streckung, Spiegelung, Verschiebungen* deuten | Wurzelfunktionen  Eindeutigkeit der Zuordnung  Verschiebung des Graphen in x-Richtung  Verschiebung des Graphen in y-Richtung  Strecken des Graphen entlang der y-Achse | An eine Thematisierung der Umkehrfunktion ist nicht gedacht  Abgrenzung gegenüber der Anzahl Lösungen der Gleichung y = x2 (y > 0) |
| **3.3.1 Gleichungen lösen** |  |  |
| (4) Wurzelgleichungen lösen, bei denen einmaliges Quadrieren zielführend ist | Wurzelgleichungen | Bedeutung der Probe bzw. der Definitionsmenge  Rückwärtsarbeiten als Lösungsstrategie |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Kreise und Körper  ca. 20 Std. | | | |
|  | | | |
| Prozessbezogene  Kompetenzen | Inhaltsbezogene  Kompetenzen | Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht | Ergänzende Hinweise, Arbeitsmittel, Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können | |
|  | 3.3.2 Größen bei Figuren und Körpern berechnen |  |  |
| **2.1 Argumentieren und Beweisen** 8. mathematische Verfahren und ihre Vorgehensweisen erläutern und begründen  9. beim Erläutern und Begründen unterschiedliche Darstellungsformen verwenden(verbal, zeichnerisch, tabellarisch, formalisiert)  **2.5 Kommunizieren** 1. mathematische Einsichten und Lösungswege schriftlich dokumentieren oder mündlich darstellen und erläutern  5. vorläufige Formulierungen zu fachsprachlichen Formulierungen weiterentwickeln  6. ihre Ausführungen mit geeigneten Fachbegriffen darlegen  **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen** 2. mathematische Darstellungen zum Strukturieren von Informationen, zum Modellieren und zum Problemlösen auswählen und verwenden  3. zwischen verschiedenen mathematischen Darstellungen wechseln  5. Routineverfahren anwenden und miteinander kombinieren  **2.2 Probleme lösen** 3. durch Verwendung verschiedener Darstellungen (informative Figur, […]) das Problem durchdringen oder umformulieren  6. das Problem durch Zerlegen in Teilprobleme oder das Einführen von Hilfsgrößen oder Hilfslinien vereinfachen  11. das Problem auf Bekanntes zurückführen oder Analogien herstellen  13. Ergebnisse, auch Zwischenergebnisse, auf Plausibilität oder an Beispielen prüfen  **2.3 Modellieren** 1. wesentliche Informationen entnehmen und strukturieren  4. relevante Größen und ihre Beziehungen identifizieren  5. die Beziehungen zwischen diesen Größen mithilfe von […] Figuren, […] beschreiben  10. die Ergebnisse aus einer mathematischen Modellierung in die Realität übersetzen | (1) erklären, wie *Flächeninhalt* und *Umfang* eines *Kreises* mithilfe eines Grenzprozesses bestimmt werden  (3) die *Länge* von *Kreisbögen* und den *Flächeninhalt* von *Kreisausschnitten* bestimmen | **Kreise und Kreisausschnitte**  Flächeninhalt und Umfang von Kreisen  Flächeninhalt und Umfang von Kreisausschnitten | Aufgreifen der Plausibilitätsbetrachtungen aus Klassen 5/6 und Überführen in Grenzprozesse  pi als irrationale Zahl |
| **3.3.3 Körper zeichnerisch darstellen** |  |  |
| (1) *Schrägbilder* und *Netze* (von *Prismen, Pyramiden, Zylindern* und *Kegeln*) skizzieren und die Darstellungsformen ineinander überführen  (7) den *Oberflächeninhalt* und das *Volumen* von *Prisma,* […und] *Zylinder* […]berechnen | **Prisma und Zylinder**  Schrägbilder und Netze zeichnen  Begriffe: Grundfläche, Mantelfläche  Volumen und Oberflächeninhalt | BK  <http://www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/mathematisch-naturwissenschaftliche-faecher/mathematik/unterrichtsmaterialien/sekundarstufe1/raum/netze/zylindernetz.html> Landesbildungsserver: Leitidee Raum und Form (zuletzt geprüft am 22.05.2017) |
| **3.3.2 Größen bei Figuren und Körpern berechnen** |  |  |
| (5) die Formeln für das *Volumen* von *Pyramide, Kegel* [...]durch Plausibilitätsbetrachtung erläutern  (4) die Formeln zur Berechnung von Mantelflächeninhalten (*Kegel, Zylinder*) herleiten  (7) den *Oberflächeninhalt* und das *Volumen* von […] *Pyramide,* […] *Kegel* [...] berechnen  (6) die Formel für das *Volumen* eines *schiefen Körpers* mit der Idee des *Satzes von Cavalieri* anschaulich erklären | **Pyramide und Kegel**  Schrägbilder und Netze zeichnen  Volumen und Oberflächeninhalt | Zur Erläuterung der Formeln genügen anschauliche Abschätzungen nach oben und unten  Plausibilitätsbetrachtung:  Z. B. Füllen eines Würfels mit 6 kongruenten Pyramiden |
| **Schiefe Prismen**  Satz von Cavalieri | Veranschaulichung durch z.B. Verschieben eines Papierstapels |
| (5) die Formeln für das *Volumen* von [...] und *Kugel* durch Plausibilitätsbetrachtung erläutern  (7) den *Oberflächeninhalt* und das *Volumen* von [...] und *Kugel* berechnen  (8) *Oberflächeninhalte* und *Volumina* bei zusammengesetzten *Körpern* bestimmen | **Kugel**  Volumen und Oberflächeninhalt | <http://www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/mathematisch-naturwissenschaftliche-faecher/mathematik/unterrichtsmaterialien/sekundarstufe1/raum/oberflaeche_zylinder_kegel_kugel.html> Landesbildungsserver: Leitidee Raum und Form (zuletzt geprüft am 22.05.2017) |
| **Zusammengesetzte Körper**  Volumen und Oberflächeninhalt  Berechnungen an Körpern aus der realen Welt | *MINT: Verfahren von Archimedes (Prinzip von Cavalieri für eine Halbkugel mit Radius r und den Restkörper, der beim Einfügen eines Kegels in einen Zylinder mit Radius und Höhe r entsteht)*  *MINT: Berechnungen an Platonischen Körpern* |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Exponentialfunktionen und Wachstumsvorgänge  ca. 12 Std. | | | |
|  | | | |
| Prozessbezogene  Kompetenzen | Inhaltsbezogene  Kompetenzen | Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht | Hinweise, Arbeitsmittel,  Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können | |
|  | 3.3.4 Mit Funktionen umgehen |  |  |
| **2.1. Argumentieren und Beweisen** 5. eine mathematische Aussage in einer standardisierten Form (zum Beispiel Wenn-Dann) formulieren  **2.3 Modellieren**  8. Hilfsmittel verwenden | (3) die Graphen der *Exponentialfunktionen* *f* mit *f* (*x*) = *c ax* + *d* unter Verwendung charakteristischer Eigenschaften skizzieren  (5) die Wirkung von *Parametern* in Funktionstermen von […] *Exponentialfunktionen* auf deren *Graphen* abbildungsgeometrisch als *Streckung, Spiegelung, Verschiebungen* deuten | Exponentialfunktionen  Graphen von Exponentialfunktionen mit verschiedenen Basen  Symmetrie der Graphen von mitund mit  charakteristische Punkte  Asymptoten | Erstellen von Wertetabellen mithilfe des WTR oder einer Tabellenkalkulation |
| Verschiebung des Graphen in x-Richtung  Verschiebung des Graphen in y-Richtung  Strecken des Graphen entlang der y-Achse  Strecken des Graphen entlang der x-Achse  Verhalten für | Vertiefung und Fortführung der Überlegungen an Parabeln aus Klasse 8 |
| **2.2 Probleme lösen** 1. das Problem mit eigenen Worten beschreiben  2. Informationen aus den gegebenen Texten, Bildern und Diagrammen entnehmen und auf ihre Bedeutung für die Problemlösung bewerten  3. durch Verwendung verschiedener Darstellungen ([…] Tabelle, Graph, symbolische Darstellung, Koordinaten) das Problem durchdringen oder umformulieren  7. mit formalen Rechenstrategien […] Probleme auf algebraischer Ebene bearbeiten  **2.3 Modellieren** 3. Situationen vereinfachen  4. relevante Größen und ihre Beziehungen identifizieren  9. rechnen, mathematische Algorithmen oder Konstruktionen ausführen  10. die Ergebnisse aus einer mathematischen Modellierung in die Realität übersetzen  12. die aus dem mathematischen Modell gewonnene Lösung bewerten und gegebenenfalls Überlegungen zur Verbesserung der Modellierung anstellen | (4) Wachstumsvorgänge mithilfe von *Exponentialfunktionen* beschreiben sowie die Bedeutung von *Halbwertszeit* und *Verdopplungszeit* erläutern | **Wachstumsvorgänge**  Allgemeine, iterative Beschreibung von Wachstum  Explizite Darstellung linearer und exponentieller Wachstumsvorgänge  Anwendungsaufgaben, z.B. Bevölkerungswachstum, Rohstoff-Ressourcen | An eine systematische Unterscheidung zwischen exponentiellen, beschränktem und logistischem Wachstum ist nicht gedacht.  Bestand neu = Bestand alt plus Änderungsrate mal Zeitschritt  Spezialisieren auf Änderungsrate proportional zum Bestand bzw. konstant  Diskussion über Grenzen von exponentiellem Wachstum,  Übungen auch zu beliebigen Wachstumsformen, z. B. auch Wachstum mit Selbstvergiftung |
| 3.3.1 Gleichungen lösen |  |  |
| (6) *Exponentialgleichungen* unter anderem im Zusammenhang mit Wachstumsprozessen lösen  (7) den *Logarithmus* einer Zahl als Lösung einer *Exponentialgleichung* verwenden  (9) *Nullstellen* von *Funktionen* näherungsweise mithilfe digitaler Hilfsmittel bestimmen | **Exponentialgleichungen lösen**  Logarithmus  Halbwerts- und Verdopplungszeit | WTR-Einsatz |
| 3.3.1 Exponentielles Wachstum anwenden |  |  |
| (10) die Begriffe *Zinssatz, Anfangskapital, Endkapital*, Laufzeit und *Zinseszins* erläutern  (11) die Formel  unter dem Aspekt des exponentiellen Wachstums für die Berechnung aller Größen anwenden und begründen | Anwendungskontexte  Zinseszins  Spar- und Tilgungspläne | Auch Arbeiten mit einer Tabellenkalkulation  L BO Fachspezifische und handlungsorientierte Zugänge zur Arbeits- und Berufswelt  L VB Chancen und Risiken der Lebensführung; Finanzen und Vorsorge  L BNE Komplexität und Dynamik nachhaltiger Entwicklung  L MB Information und Wissen, Informationstechnische Grundlagen |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Bedingte Wahrscheinlichkeit und Wahrscheinlichkeitsverteilungen  ca. 16 Std. | | | |
|  | | | |
| Prozessbezogene  Kompetenzen | Inhaltsbezogene  Kompetenzen | Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht | Ergänzende Hinweise, Arbeitsmittel, Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können | |
|  | **3.3.5 Wahrscheinlichkeiten verstehen und mit Wahrscheinlichkeiten rechnen** |  |  |
| **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen** 2. mathematische Darstellungen […] zum Problemlösen auswählen und verwenden  3. zwischen verschiedenen mathematischen Darstellungen wechseln  **2.3 Modellieren** 6. […] die Eignung mathematischer Verfahren einschätzen  **2.2 Probleme lösen** 13. Ergebnisse […] auf Plausibilität oder an Beispielen prüfen  16. Lösungswege vergleichen  **2.1 Argumentieren und Beweisen** 1. in mathematischen Zusammenhängen Vermutungen entwickeln und als mathematische Aussage formulieren  9. beim Erläutern und Begründen unterschiedliche Darstellungsformen verwenden […]) | (1) den Begriff *bedingte Wahrscheinlichkeit* anhand eines Beispiels erläutern  (2) *Vierfeldertafeln* erstellen und verwenden, auch zur Berechnung von *bedingten Wahrscheinlichkeiten*  (3) *Ereignisse* auf *stochastische Unabhängigkeit* untersuchen | **Bedingte Wahrscheinlichkeit**  Die Bedeutung der Begriffe „und“ / „oder“ in der Wahrscheinlichkeitsrechnung  Baumdiagramme und Multiplikationssatz zum Berechnen bedingter Wahrscheinlichkeiten | Keine mengentheoretische Behandlung |
| Die Vierfeldertafel zum Berechnen bedingter Wahrscheinlichkeiten nutzen.  unabhängige Ereignisse | Problematik der Angabe von Häufigkeiten in der Vierfeldertafel |
| **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen** 1.zwischen natürlicher Sprache und symbolisch-formaler Sprache der Mathematik wechseln | (4) Ereignisse mithilfe von Zufallsgrößen beschreiben  (5) die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße angeben und im Sachzusammenhang interpretieren  (6) den Erwartungswert einer Zufallsgröße bei gegebener Wahrscheinlichkeitsverteilung berechnen und im Sachkontext erläutern | Wahrscheinlichkeitsverteilung  Zufallsgröße als Zuordnung  Erwartungswert | Wahrscheinlichkeitsverteilung in Form von Wertetabellen  Zufallsexperimente simulieren und Wahrscheinlichkeitsverteilung aufgrund sich stabilisierender relativer Häufigkeiten generieren  Interpretation des Erwartungswertes als gewichteten Durchschnitt  L BO Chancen und Risiken der Lebensführung  L PG Sucht und Abhängigkeit |

Mathematik – Klasse 10

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Ganzrationale Funktionen  ca. 22 Std. | | | |
|  | | | |
| Prozessbezogene  Kompetenzen | Inhaltsbezogene  Kompetenzen | Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht | Hinweise, Arbeitsmittel,  Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können | |
|  | **3.3.4 Mit Funktionen umgehen** |  |  |
| 2.3 Modellieren 5. die Beziehungen zwischen diesen Größen mithilfe von Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Figuren, Diagrammen, Tabellen oder Zufallsversuchen beschreiben | (5) die Wirkung von *Parametern* in Funktionstermen von *Potenz-, Exponential*- und *Wurzelfunktion* auf deren *Graphen* abbildungsgeometrisch als *Streckung, Spiegelung, Verschiebungen* deuten | **Charakteristische Eigenschaften von bekannten Funktionen**  Lineare Funktionen  Potenz- und Wurzelfunktionen  Exponentialfunktionen | Basiswissen sichern (auch Wiederholung der Bedingung m1• m2 = -1 für orthogonale Geraden)  Einsatz digitaler Hilfsmittel zur Visualisierung  <http://www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/mathematisch-naturwissenschaftliche-faecher/mathematik/unterrichtsmaterialien/sekundarstufe1/fktn/grundfunktionen> Landesbildungsserver: Leitidee Funktionaler Zusammenhang (zuletzt geprüft am 22.05.2017) |
| **2.1 Argumentieren und Beweisen** 1. in mathematischen Zusammenhängen Vermutungen entwickeln und als mathematischeAussage formulieren | **Affine Abbildungen**  Streckung, Spiegelung, Verschiebungen der zugehörigen Graphen |
| **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen** 1. zwischen natürlicher Sprache und symbolisch-formaler Sprache der Mathematik wechseln  9. Taschenrechner und mathematische Software (Tabellenkalkulation, Dynamische Geometriesoftware) bedienen und zum Explorieren, Problemlösen und Modellieren einsetzen  10. Ergebnisse, die unter Verwendung eines Taschenrechners oder Computers gewonnen wurden, kritisch prüfen  4. Berechnungen ausführen  5. Routineverfahren anwenden und miteinander kombinieren | (10) *Funktionen* auf ihr Verhalten für  I*x*I *→∝* und deren *Graphen* auf *Symmetrie* (zum Ursprung oder zur y-Achse) untersuchen | **Ganzrationale Funktionen und ihre Graphen**  Grad einer ganzrationalen Funktion | Einsatz digitaler Hilfsmittel zur Visualisierung  Erstellen von Wertetabellen mithilfe des WTR |
| Symmetrie zur y-Achse und zum Ursprung | *MINT: auch Symmetrie zu Parallelen zur y-Achse und zu beliebigen Punkten im Koordinatensystem* |
| Verhalten für I*x*I *→∝* | Zusammenhang zwischen dem Grad n der Funktion sowie dem Vorzeichen des Koeffizienten von xn und dem Verlauf des Graphen für I*x*I *→∝* |
| (11) die Definition für *Monotonie* angeben  (12) den Unterschied zwischen lokalen und globalen *Maxima* beziehungsweise *Minima* erklären | Monotonieverhalten  Lokale und globale Extrema | Monotoniebereiche anhand des Graphen angeben  Ganzrationale Funktionen in Anwendungszusammenhängen |
| (6) *ganzrationale Funktionen* auf *Nullstellen* (auch mehrfache) untersuchen  (7) *Funktionsterme ganzrationaler Funktionen* mithilfe von *Nullstellen* in faktorisierter Form angeben | Nullstellen und Linearfaktoren | Zurückgreifen auch auf binomische Formeln zum Faktorisieren und auf den Satz vom Nullprodukt |
| **3.3.1 Gleichungen lösen** |
| (8) die Methode der *Substitution* zum Lösen von Gleichungen anwenden  (9) *Nullstellen* von *Funktionen* näherungsweise mithilfe digitaler Hilfsmittel bestimmen |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Trigonometrische Funktionen  ca. 10 Std. | | | |
|  | | | |
| Prozessbezogene  Kompetenzen | Inhaltsbezogene  Kompetenzen | Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht | Ergänzende Hinweise, Arbeitsmittel, Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können | |
|  | 3.3.4 Mit Funktionen umgehen |  |  |
| **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen** 1. zwischen natürlicher Sprache und symbolisch-formaler Sprache der Mathematik wechseln  2.3 Modellieren 5. die Beziehungen zwischen diesen Größen mithilfe von Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Figuren, Diagrammen, Tabellen oder Zufallsversuchen beschreiben  7. zu einer Situation passende mathematische Modelle (zum Beispiel arithmetische Operationen, geometrische Modelle, Terme und Gleichungen, stochastische Modelle) auswählen oder konstruieren | (8) die Graphen trigonometrischer Funktionen *f* mit unter Verwendung charakteristischer Eigenschaften skizzieren und die Wirkung der Parameter a, b, c, d abbildungsgeometrisch als *Streckung, Spiegelung, Verschiebungen* deuten, auch sin ( *x* + / 2) = cos ( *x)* | **Sinusfunktion**  Charakteristische Eigenschaften  Amplitude und Periode | Symmetrie zur y-Achse; Nullstellen; Periodizität; Wertebereich  *MINT: auch Symmetriebetrachtungen der Form* , bzw. |
| **Kosinusfunktion**  Charakteristische Eigenschaften  Zusammenhang zwischen Sinus- und Kosinusfunktion | Symmetrie zum Ursprung; Nullstellen; Periodizität; Wertebereich  PH 3.4.3 Schwingungen  PH 3.4.4 Wellen  PH 3.6.3 Schwingungen  PH 3.6.4 Wellen |
| **3.3.1 Gleichungen lösen** |
| (9) *Nullstellen* von *Funktionen* näherungsweise mithilfe digitaler Hilfsmittel bestimmen |
| **Graphen trigonometrischer Funktionen**  Verschiebung und Streckung  Trigonometrische Funktionen in Anwendungszusammenhängen | Einsatz digitaler Hilfsmittel zur Visualisierung |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Einführung in die analytische Geometrie  ca. 20 Std. | | | |
|  | | | |
| Prozessbezogene  Kompetenzen | Inhaltsbezogene  Kompetenzen | Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht | Hinweise, Arbeitsmittel,  Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können | |
|  | **3.3.3 Mit geometrischen Objekten in kartesischen Koordinatensystemen umgehen** |  |  |
| **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen** 3. zwischen verschiedenen mathematischen Darstellungen wechseln | (9) *Punkte* in das *Schrägbild* eines *dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystems* eintragen | **Orientierung im Raum**  Punkte im Koordinatensystem | Möglicher Einsatz digitaler Hilfsmittel zur Visualisierung |
| **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen**  1. zwischen natürlicher Sprache und symbolisch-formaler Sprache der Ma-thematik wechseln 4. Berechnungen ausführen | (8) *Vektoren* in Tupeldarstellung entsprechend ihrer Verwendung geometrisch als *Punkt* oder Verschiebung interpretieren  (11) *Vektoren* auf *Kollinearität* untersuchen | **Vektoren**  Darstellung als Tupel  Vervielfachen und Addieren von Vektoren |  |
| **3.3.1 Mit Vektoren in Tupeldarstellung arbeiten** |  |  |
| (12) Tupel addieren, mit *Skalaren* multiplizieren sowie Tupel in einfachen Fällen als *Linearkombination* anderer Tupel darstellen und die Operationen geometrisch deuten | **Linearkombinationen**  Aufstellen, Berechnen und Interpretieren | *MINT: lineare Unabhängigkeit von Vektoren* |
| **3.3.3 Mit geometrischen Objekten in kartesischen Koordinatensystemen umgehen** |  |  |
| (10) den *Mittelpunkt* einer *Strecke* berechnen | Mittelpunkt einer Strecke als Anwendung der Linearkombination |  |
| **3.3.2 Längen in kartesischen Koordinatensystemen bestimmen** |
| **2.1 Argumentieren und Beweisen** 8. mathematische Verfahren und ihre Vorgehensweisen erläutern und begründen  **2.2 Probleme lösen** 7. mit formalen Rechenstrategien […] Probleme auf algebraischer Ebene bearbeiten  14. kritisch prüfen, inwieweit eine Problemlösung erreicht wurde | (9) den *Abstand* zweier *Punkte* bestimmen  (10) den *Betrag* eines *Vektors* berechnen und als *Länge* deuten | **Betrag eines Vektors**  Länge einer Strecke  Betrag eines Vektors | Anwendung des Satzes von Pythagoras |
| **3.3.3 Mit geometrischen Objekten in kartesischen Koordinatensystemen umgehen** |
| **2.5 Kommunizieren** 1. mathematische Einsichten und Lösungswege schriftlich dokumentieren oder mündlich darstellen und erläutern 2. ihre Ergebnisse strukturiert präsentieren | (12) *Geraden* und *Strecken* vektoriell mithilfe von *Parametergleichungen* beschreiben  (15) *Geraden* mithilfe von *Spurpunkten* im *Schrägbild* eines *dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystems* veranschaulichen  (11) *Vektoren* auf *Kollinearität* untersuchen  (13) die *Lagebeziehung* von *Geraden* untersuchen und gegebenenfalls den *Schnittpunkt* bestimmen | **Geraden im Raum**  Parametergleichung einer Geraden aufstellen  Geraden im Koordinatensystem veranschaulichen  Gegenseitige Lage von Geraden untersuchen  Schnittpunkt zweier Geraden bestimmen | Deutung der Parametergleichung Einschränkung des Parameters bei Beschreibung von Strecken  Auch: Geraden in der Ebene; Zusammenhang zur Darstellung |
| **2.3 Modellieren** 1. wesentliche Informationen entnehmen und strukturieren  7. zu einer Situation passende mathematische Modelle (zum Beispiel arithmetische Operationen, geometrische Modelle, Terme und Gleichungen[…]) auswählen oder konstruieren  9. rechnen, mathematische Algorithmen oder Konstruktionen ausführen  10. die Ergebnisse aus einer mathematischen Modellierung in die Realität übersetzen | (14) geradlinige Bewegungen vektoriell beschreiben | **Geradlinige Bewegungen modellieren**  Deutung des Parameters als „Zeit seit Beobachtungsbeginn“ | Bewegungen verschiedener Objekte modellieren  Umgang mit Maßeinheiten  Plausibilitätsbetrachtungen anstellen (z. B. „passen die ermittelten Flughöhen zur Realität?“) |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Binomialverteilung  ca. 20 Std. | | | |
|  | | | |
| Prozessbezogene  Kompetenzen | Inhaltsbezogene  Kompetenzen | Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht | Hinweise, Arbeitsmittel,  Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können | |
|  | **3.3.5 Mit Binomialverteilungen umgehen** |  |  |
| **2.5 Kommunizieren** 1. mathematische Einsichten […] schriftlich dokumentieren oder mündlich darstellen und erläutern  6. ihre Ausführungen mit geeigneten Fachbegriffen darlegen | (7) die Begriffe *Bernoulli-Experiment* und *Bernoulli-Kette* erläutern und *Bernoulli-Experimente* von anderen *Zufallsexperimenten* unterscheiden | **Bernoulli-Versuche**  Mehrstufige Zufallsexperimente mit nur zwei Ergebnissen durchführen und simulieren  Baumdiagramme für kurze Bernoulli-Ketten erstellen | Z. B. Galtonbrett  Simulationen mit Variation der Parameter n und p durchführen  Abgrenzen von Bernoulli-Experimenten gegenüber anderen Zufallsexperimenten  Kenntnis einzelner Binomialkoeffizienten für kleine Werte von n und k  *MINT: Zusammenhang zum Pascal‘schen Dreieck*  Wertetabelle für P(X=k) für kleine n erstellen  Im Hinblick auf Testen: Sigma-Regeln vorbereiten  Einsatz digitaler Hilfsmittel zur Visuali-sierung; Veränderungen in Abhängigkeit der Parameter n und p  Auslesen des Erwartungswerts  <http://www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/mathematisch-naturwissenschaftliche-faecher/mathematik/unterrichtsmaterialien/sekundarstufe1/zufall/bernoulli/4_binver.html> Landesbildungsserver: Leitidee Daten und Zufall (zuletzt geprüft am 22.05.2017) |
| **2.1 Argumentieren und Beweisen** 1. in mathematischen Zusammenhängen Vermutungen entwickeln und als mathematische Aussage formulieren | (8) […] die Bedeutung der *Binomialkoeffizienten* erläutern | **Binomialverteilung**  Bedeutung des Binomialkoeffizienten |
| **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen** 9. Taschenrechner und mathematische Software (Tabellenkalkulation, Dynamische Geometriesoftware) bedienen und zum Explorieren, Problemlösen und Modellieren einsetzen  **2.5 Kommunizieren** 1. mathematische Einsichten und Lösungswege schriftlich dokumentieren oder mündlich darstellen und erläutern  6. ihre Ausführungen mit geeigneten Fachbegriffen darlegen  **2.2 Probleme lösen** 1. das Problem mit eigenen Worten beschreiben  2. Informationen aus den gegebenen Texten, Bildern und Diagrammen entnehmen und auf ihre Bedeutung für die Problemlösung bewerten  4. Hilfsmittel und Informationsquellen (zum Beispiel Formelsammlung, Taschenrechner, Computerprogramme, Internet) nutzen | 8) die *Formel von Bernoulli* […]erläutern  (9) Wahrscheinlichkeiten *binomialverteilter Zufallsgrößen* berechnen  (13) die Kenngrößen *Erwartungswert* und *Standardabweichung* einer *binomialverteilten Zufallsgröße* berechnen und ihren Zusammenhang am *Histogramm* erläutern  (10) *Binomialverteilungen* in *Histogrammen* graphisch darstellen und die Wirkung der Parameter n, p und k beschreiben  (11) die graphische Darstellung einer *Binomialverteilung* interpretieren  (12) bei *Binomialverteilungen* den jeweils fehlenden Parameter (n, p oder k) mit geeigneten Hilfsmitteln bestimmen | Formel von Bernoulli  Singuläre Wahrscheinlichkeiten berechnen  Erwartungswert und Standardabweichung einer binomialverteilten Zufallsvariable  Histogramme für binomialverteilte Zufalls variablen erstellen und interpretieren  **Anwendungen der Binomialverteilung**  Kumulierte Wahrscheinlichkeiten berechnen  Ermitteln der Kettenlänge  Ermitteln der Trefferwahrscheinlichkeit  Ermitteln der Trefferzahl |
| P(X≤k); P(X≥k); P(k1≤X≤k2) (auch für echt kleiner bzw. echt größer) berechnen  <http://www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/mathematisch-naturwissenschaftliche-faecher/mathematik/unterrichtsmaterialien/sekundarstufe1/zufall/binomialhistogramm.html> Landesbildungsserver: Leitidee Daten und Zufall (zuletzt geprüft am 22.05.2017)  L PG Sucht und Abhängigkeit |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Einführung in die Differentialrechnung  ca. 24 Std. | | | |
|  | | | |
| Prozessbezogene  Kompetenzen | Inhaltsbezogene  Kompetenzen | Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht | Ergänzende Hinweise, Arbeitsmittel, Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können | |
|  | **3.3.4 Die Grundidee der Differentialrechnung verstehen und mit Ableitungen umgehen** |  |  |
| **2.1. Argumentieren und Beweisen** 1. in mathematischen Zusammenhängen Vermutungen entwickeln und als mathematische Aussage formulieren  8. mathematische Verfahren und ihre Vorgehensweisen erläutern und begründen  9. beim Erläutern und Begründen unterschiedliche Darstellungsformen verwenden (verbal, zeichnerisch, tabellarisch, formalisiert) | (13) die *mittlere Änderungsrate* einer *Funktion* auf einem *Intervall (Differenzenquotient)* bestimmen und auch als *Sekantensteigung* interpretieren | **Mittlere und momentane Änderungsrate**  Differenzenquotient interpretieren | PH 3.3.5.1 Kinematik  I 3.2.4 (5) Geradengleichung, (7) Änderungsverhalten linearer Funktionen  Mittlere Änderungsrate und Sekantensteigung |
| (14) die *momentane Änderungsrate* als *Ableitung* an einer Stelle aus der *mittleren* *Änderungsrate* durch Grenzwertüberlegungen bestimmen | Differentialquotient als Grenzwert des Differenzenquotienten ermitteln | Zugang über momentane Änderungsrate oder Tangentensteigung  <http://www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/mathematisch-naturwissenschaftliche-faecher/mathematik/unterrichtsmaterialien/sekundarstufe2/analysis/diff>  Landesbildungsserver: Differenzialrechnung (zuletzt geprüft am 22.05.2017) |
| (15) die *Ableitung* an einer Stelle als *Tangentensteigung* interpretieren  (16) die Gleichung der *Tangente* und der *Normale* in einem Kurvenpunkt aufstellen | **Tangenten**  Tangenten- und Normalengleichung  Eigenschaften der Tangente | <http://www.schule-bw.de/faecher-und-schularten/mathematisch-naturwissenschaftliche-faecher/mathematik/unterrichtsmaterialien/sekundarstufe2/analysis/diff/tangentengleichung> Landesbildungsserver: Leitidee Funktionaler Zusammenhang (zuletzt geprüft am 22.05.2017) |
| (17) eine *Tangente* an einen *Graphen* als lineare Approximation einer Funktion nutzen | Tangente als lineare Approximation | Möglichkeit zur Prognose des weiteren Kurvenverlaufs |
| (18) *Steigungswinkel* mithilfe der *Ableitung* berechnen | Steigungswinkel von Graphen | Schnittwinkel als Anwendung |
| **2.1 Argumentieren und Beweisen** 2. eine Vermutung anhand von Beispielen auf ihre Plausibilität prüfen […]  3. bei der Entwicklung und Prüfung von Vermutungen Hilfsmittel verwenden ([…] Computerprogramme)  **2.5 Kommunizieren** 5. vorläufige Formulierungen zu fachsprachlichen Formulierungen weiterentwickeln  6. ihre Ausführungen mit geeigneten Fachbegriffen darlegen  **2.1 Argumentieren und Beweisen** 6. zu einem Satz die Umkehrung bilden 7. zwischen Satz und Kehrsatz unterscheiden und den Unterschied an Beispielen erklären | (19) die *Ableitungsfunktion* als funktionale Beschreibung der *Ableitung* an beliebigen Stellen erklären  (23) vom *Graphen* einer *Funktion* auf den *Graphen* ihrer *Ableitungsfunktion* schließen und umgekehrt | **Die Ableitungsfunktion**  Definition der Ableitungsfunktion  Zusammenhänge zwischen dem Graph einer Funktion und dem Graph der zugehörigen Ableitungsfunktion |  |
| (21) den Monotoniesatz erläutern und dessen Nichtumkehrbarkeit begründen | Monotoniesatz |  |
|  | **3.3.1 Funktionsterme ableiten** |  |  |
| **2.2 Probleme lösen** 5. durch Untersuchung von Beispielen und systematisches Probieren zu Vermutungen kommen und diese auf Plausibilität überprüfen  8. das Aufdecken von Regelmäßigkeiten […] nutzen  9. Sonderfälle […] untersuchen  **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen** 5. Routineverfahren anwenden und miteinander kombinieren  **2.1 Argumentieren und Beweisen** 2. eine Vermutung anhand von Beispielen auf ihre Plausibilität prüfen […]  3. bei der Entwicklung und Prüfung von Vermutungen Hilfsmittel verwenden (zum Beispiel Taschenrechner, Computerprogramme)  8. mathematische Verfahren und ihre Vorgehensweisen erläutern und begründen  9. beim Erläutern und Begründen unterschiedliche Darstellungsformen verwenden […] | (13) die *Regel für konstanten Faktor*, die *Potenzregel* sowie die *Summenregel* zum Ableiten von Funktionstermen anwenden | **Ableitungsregeln**  Faktorregel  Summenregel  Potenzregel | Anschauliche Begründungen der Ableitungsregeln |
| **3.3.4 Die Grundidee der Differentialrechnung verstehen und mit Ableitungen umgehen** |
| (20) die *Faktorregel* und die *Summenregel* anschaulich begründen |
| (24) den Zusammenhang zwischen der *Funktion f* mit *f* (*x*) = sin (*x*) und ihrer *Ableitungsfunktion f* ' mit *f* '(*x*) = cos (*x*) graphisch erläutern | **Ableitung der Sinus- und Kosinusfunktion**  Graphisches Differenzieren an ausgewählten Punkten |  |
| **3.3.1 Funktionsterme ableiten** |  |  |
| (14) die *Ableitungsfunktionen* der Funktionen *f* mit *f* (*x*) = sin (*x*) und *g* mit *g* (*x*) = cos (*x*) angeben |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Anwendungen der Differentialrechnung  ca. 12 Std. | | | |
|  | | | |
| Prozessbezogene  Kompetenzen | Inhaltsbezogene  Kompetenzen | Konkretisierung, Vorgehen im Unterricht | Hinweise, Arbeitsmittel,  Organisation, Verweise |
| Die Schülerinnen und Schüler können | |
|  | **3.3.4 Mit Funktionen umgehen und die Grundidee der Differentialrechnung verstehen und mit Ableitungen umgehen** |  |  |
| **2.1 Argumentieren und Beweisen** 1. in mathematischen Zusammenhängen Vermutungen entwickeln und als mathematische Aussage formulieren  **2.3 Modellieren** 1. wesentliche Informationen entnehmen und strukturieren  4. relevante Größen und ihre Beziehungen identifizieren  5. die Beziehungen zwischen diesen Größen mithilfe von Variablen, […], Funktionen, […] beschreiben  6. […] die Eignung mathematischer Verfahren einschätzen  8. Hilfsmittel verwenden  9. rechnen, mathematische Algorithmen oder Konstruktionen ausführen  10. die Ergebnisse aus einer mathematischen Modellierung in die Realität übersetzen  11. die aus dem mathematischen Modell gewonnene Lösung in der jeweiligen Realsituation überprüfen  **2.2 Probleme lösen** 2. Informationen aus den gegebenen Texten, Bildern und Diagrammen entnehmen und auf ihre Bedeutung für die Problemlösung bewerten  3. durch Verwendung verschiedener Darstellungen […] das Problem durchdringen oder umformulieren  4. Hilfsmittel […] (zum Beispiel Formelsammlung, Taschenrechner, Computerprogramme, Internet) nutzen  14. kritisch prüfen, inwieweit eine Problemlösung erreicht wurde  12. Zusammenhänge zwischen unterschiedlichen Teilgebieten der Mathematik zum Lösen nutzen  **2.4 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen** 2. mathematische Darstellungen zum […] Modellieren und zum Problemlösen auswählen und verwenden  **2.5 Kommunizieren** 1. mathematische Einsichten und Lösungswege schriftlich dokumentieren oder mündlich darstellen und erläutern  2. ihre Ergebnisse strukturiert präsentieren  6. ihre Ausführungen mit geeigneten Fachbegriffen darlegen | (6) […] *Funktionen* auf *Nullstellen* (auch mehrfache) untersuchen  (10) *Funktionen* auf ihr Verhalten für  I*x*I *→∝* und deren *Graphen* auf *Symmetrie* (zum Ursprung oder zur y-Achse) untersuchen  (22) die Eigenschaften von *Funktionen* und deren *Graphen* mithilfe von *Ableitungsfunktionen* (auch höheren Ableitungen) untersuchen *(Monotonie, Extrempunkte, Krümmungsverhalten, Wendepunkte)* | **Funktionen und deren Graphen analysieren**  Höhere Ableitungen  Krümmungsverhalten  Extrempunkte  Wendepunkte  Charakteristische Eigenschaften von Funktionen und ihren Graphen herausarbeiten  Skizzieren eines aussagekräftigen Abschnitts des Graphen | Auch Einsatz digitaler Hilfsmittel zur Visualisierung  notwendige und hinreichende Bedingung  Überprüfung sowohl mithilfe des Vorzeichenwechsels als auch über das Vorzeichen der 2. Ableitung |
| **Anwendungen der Differentialrechnung**  Innermathematische Problemstellungen  Aufgaben mit Realitätsbezug | L BO Fachspezifische und handlungsorientierte Zugänge zur Arbeits- und Berufswelt  Z.B. Gelände-, Streckenprofile, Sichtbarkeit Prognosen mittels linearer Approximation |
| (12) den Unterschied zwischen lokalen und globalen *Maxima* beziehungsweise *Minima* erklären | **Extremwertaufgaben** (Ohne Nebenbedingungen)  Aufgaben mit Anwendungsbezug  Betrachtung der Randwerte | Z. B. Optimaler Gewinn, kürzeste Wegstrecke, Abstand eines Punktes vom Graphen |
| **3.3.3 Mit geometrischen Objekten in kartesischen Koordinatensystemen umgehen** |  |  |
| (14) geradlinige Bewegungen vektoriell beschreiben | Minimaler Abstand sich (linear) bewegender Objekte | Abstandsberechnungen in Abhängigkeit vom Parameter Z. B. kürzester Abstand zweier Flugzeuge |
|  |  |  |