Landesinstitut
für Schulentwicklung

Allgemein bildende Schulen

Sekundarstufe I

Innovativer Bildungsservice

Lernprozessdiagnostik in Mathematik

Arbeiten mit Lernflyern

Ein Lernprojekt zur Diagnostik und Förderung zu Beginn von Klasse 7

Stuttgart 2015 ▪ NL-30-1

Landesinstitut für Schulentwicklung

Qualitätsentwicklung und Evaluation

Schulentwicklung und empirische Bildungsforschung Schulentwicklung

Bildungspläne

Redaktionelle Bearbeitung

Redaktion	Andreas von Scholz, LS Stuttgart
Autoren	Andreas von Scholz, Dietrich-Bonhoeffer-Gymnasium Filderstadt Christian Dürner, Dietrich-Bonhoeffer-Gymnasium Filderstadt Hanna Zeile, Dietrich-Bonhoeffer-Gymnasium Filderstadt
Layout	Andreas von Scholz
Stand	September 2015

Impressum

Herausgeber	Landesinstitut für Schulentwicklung (LS) Heilbronner Straße 172, 70191 Stuttgart Telefon: 0711 6642-0 Telefax: 0711 6642-1099 E-Mail: poststelle@ls.kv.bwl.de www.ls-bw.de
Druck und Vertrieb	Landesinstitut für Schulentwicklung (LS) Heilbronner Straße 172, 70191 Stuttgart Telefon: 0711 6642-1204 www.ls-webshop.de

Inhaltsverzeichnis

1 Vorwort **5**

2 Lernprozessdiagnostik zu Beginn der siebten Klasse **6**

2.1 Die Situation in einer neuen Klasse zu Schuljahresbeginn 6
2.2 Der Wechsel in Mathematik in Klasse 7 7
2.3 Semiformelle Lernprozessdiagnostik 8
2.4 Lernende zu Experten für ihr eigenes Lernen machen 9

3 Projektdurchführung und Projektverlauf **10**

3.1 Einführung: Erklärung und Information für Lernende und Eltern 12
3.2 Einstieg: Arbeit mit dem Arbeitsheft 13
3.3 Eingangsdiagnostik: Auswertung des Arbeitsheftes 15
3.4 Arbeitsphase: Flyerbearbeitung 16

4 Instrumente und Materialien **17**

4.1 Das Kompetenzraster 18
4.2 Das Arbeitsheft 20
4.3 Das Lösungsheft 21
4.4 Das Begleitheft 22
4.5 Die Lernflyer 24
4.5.1 Handhabung der Flyer 26
4.5.2 Testaufgaben 26
4.5.3 Erklärungen und Beispiele 27
4.5.4 Übungsaufgaben 27

5 Erfahrungen, Reflexion und Weiterentwicklung **29**

6 Literatur **32**

7 Material-Anhang **34**

1 Vorwort

Die vorliegende Handreichung beschreibt die Fortführung des Schulprojekts zur Aktivierung und Sicherung des mathematischen Vorwissens zu Beginn von Klasse 7. Das Ausgangsprojekt wird in der Handreichung NL-15 beschrieben. Im Schuljahr 2013/14 wurde das Projekt am Dietrich-Bonhoeffer-Gymnasium in Filderstadt weiterentwickelt und in der hier vorgestellten Weise durchgeführt. Die rege Nachfrage nach den Lernflyern und anderen eingesetzten Materialien führte dazu, dass diese Handreichung durch einen Materialband ergänzt wird (NL-30-2).

Fortführung von NL-15: „Umklappen-Üben-Verstehen“. Vorwissen in Mathematik mit Kompetenzraster und Lernflyer aktivieren. Ein kompetenzorientiertes Projekt zu Beginn von Klasse 7

Ein wesentliches Ziel des Projekts war und ist es, den **individuellen Kompetenzstand** der Lernenden zu Beginn von Klasse 7 zu erfassen. Damit verbunden sollen geeignete Fördermaßnahmen implementiert werden, um eine **solide Basis an mathematischen Kenntnissen, Fähigkeiten und Fertigkeiten** für den auf dem Bildungsstandard 6 aufbauenden Unterricht zu sichern.
Neben der Aktivierung und Vertiefung der bisherigen Lerninhalte und mathematischen Kompetenzen zielt das Projekt auch auf die Übernahme von Eigenverantwortung der Lernenden für ihren Lernerfolg ab. Zu allererst richtet es sich aber als individualisierendes Unterstützungsangebot an Lernende mit Schwierigkeiten und Lücken.

Projektziel:
- Kompetenzstand sichtbar machen
- Fördermaßnahmen implementieren
- Eigenverantwortung stärken

Als Basis für diese Förderung dient ein **Kompetenzraster zum Bildungsstandard 6**. Als zentrales Instrument werden **Lernflyer** eingesetzt, die thematisch zu den entsprechenden Inhalten und Kompetenzen des Bildungsplans erstellt wurden.
Den Ausgangspunkt für die Arbeit bildet ein umfangreiches **Arbeitsheft**, mit dem die Lernenden zunächst alle Fähigkeiten, Fertigkeiten und Kenntnisse aus der Orientierungsstufe wiederholen und sich zugleich selbst einschätzen. Die Bearbeitung dieser Aufgaben dient nicht nur der Reaktivierung, sondern auch der Diagnose und ermöglicht – unter Bezugnahme auf das Kompetenzraster – ein gezieltes Weiterarbeiten mit den Lernflyern. Zu diesem Arbeitsheft wurde ein **Lösungsheft** für die Selbstkontrolle durch die Lernenden erstellt. Die Materialien werden durch ein **Begleitheft** für die Lehrkräfte komplettiert, das eine Anleitung für die Durchführung des Projekts enthält und insbesondere der Dokumentation von Eingangsdiagnostik und Arbeitsphase der Lernenden mit den Lernflyern dient.

Nach einer Einführung zu Wesen und Zweck einer Lernprozessdiagnostik zu Beginn der siebten Klasse (Kapitel 2) stellt die vorliegende Handreichung den Projektverlauf (Kapitel 3) und die eingesetzten Instrumente und Materialien (Kapitel 4) vor. Außerdem bietet sie sämtliche Materialien als Kopiervorlagen. Das Arbeitsheft und das Lösungsheft sind in dem separaten Band „Eingangsdiagnostik Klasse 7. Kopiervorlagen zum Lernprojekt „Arbeiten mit Lernflyern“ (NL-30-2)“ erschienen. Alle Materialien stehen außerdem zum Download im Internet bereit.

Die Handreichung will Lehrenden nicht nur eine Möglichkeit zur Diagnostik und Förderung im Mathematikunterricht der siebten Klasse an die Hand geben, sondern zugleich anregen, Kompetenzraster in vielfältiger Weise und auch im traditionellen Mathematikunterricht zu nutzen.

2 Lernprozessdiagnostik zu Beginn der siebten Klasse

2.1 Die Situation in einer neuen Klasse zu Schuljahresbeginn

Welche Voraussetzungen bringen die Lernenden mit?

Insbesondere dann, wenn Sie als Lehrkraft eine neue Klasse übernehmen, drängen sich zu Schuljahresbeginn Fragen auf wie: Was können „meine“ Schülerinnen und Schüler? Welche Voraussetzungen bringen sie aus den vorausgegangenen Schuljahren mit? Auf welche Basis können wir im weiteren Lernprozess aufbauen?

Heterogenität als Herausforderung

Und nicht erst seit dem Wegfall der verbindlichen Grundschulempfehlung zeigt sich die **Heterogenität** der Klassen hierbei als besondere Herausforderung für die Lehrkräfte. Erfahrungsgemäß nimmt diese Heterogenität im Verlauf der Orientierungsstufe – und nicht nur hier – sogar noch zu. Dies ist jedoch weder ein Hinweis auf einen misslungenen Unterricht, noch ist dies überhaupt zu bedauern. Vielmehr ist die Heterogenität als Chance zu begreifen. Ist es doch explizit das Ziel individueller Förderung, dass die Lernenden möglichst *ihr persönliches Potential umfassend entwickeln*.[1] Dies hat zur Folge, dass in vielen Bereichen die Kompetenzen, über die Lernende verfügen, möglicherweise noch weiter auseinander klaffen werden, als dies zu Beginn der fünften Klasse der Fall war.

Kompetenzorientierung und Berücksichtigung individueller Voraussetzungen

Vor diesem Hintergrund sieht sich die Lehrkraft nun einerseits mit der Anforderung konfrontiert, für die zu unterrichtende Klasse einen kompetenzorientierten Unterricht zu konzipieren, bei dem die Lernenden selbstständig Fertigkeiten und Fähigkeiten erwerben. Andererseits müssen dabei gerade die individuellen Voraussetzungen und Bedürfnisse der Schülerinnen und Schüler berücksichtigt werden.

> „Ein von individueller Förderung geprägter Unterricht zielt auf Kompetenzen, die die Schülerinnen und Schüler als selbstständig Lernende in der Auseinandersetzung mit dem Unterrichtsgegenstand erwerben sollen. Um das Lernen der Schülerinnen und Schüler zu unterstützen, anzuregen und zu begleiten, müssen die individuellen Lernvoraussetzungen, Lernbedürfnisse und Lernmöglichkeiten berücksichtigt werden.“ [2]

So ist es zu Schuljahresbeginn zum einen unerlässlich, den jeweils individuellen Lernstand sichtbar zu machen. Zum anderen soll – ohne eine Gleichmacherei betreiben zu wollen – die Möglichkeit geschaffen werden, dass jede Schülerin und jeder Schüler zumindest über eine solide Basis der Grundkenntnisse und -fertigkeiten verfügt, auf denen der weitere Lernprozess aufbaut.

[1] Vgl. die Arbeitsdefinition „Individuelle Förderung“ des länderübergreifenden Arbeitskreises in: Arbeitskreis und Reformgruppe Individuelle Förderung (2013), S. 8.

[2] ebd.

2.2 Der Wechsel in Mathematik in Klasse 7

In Mathematik stellt sich die Frage nach den Kenntnissen und Fähigkeiten, über die die Lernenden verfügen, ganz besonders beim Übergang von Klasse 6 zu Klasse 7:
Zum einen findet zu diesem Zeitpunkt in aller Regel ein Wechsel der unterrichtenden Fachlehrkraft statt. Zum anderen stellt der Unterricht nun ganz neue Anforderungen an die Lernenden:

In der Orientierungsstufe wurden noch vorwiegend Kenntnisse und Fertigkeiten aus der Grundschule vertieft und systematisiert wie beispielsweise das Rechnen in den vier Grundrechenarten, das Runden und Ordnen von Zahlen oder der Umgang mit Größen und grundlegenden geometrischen Objekten. Diese vorhandenen Kenntnisse wurden aber auch in einigen Bereichen ausgeweitet – insbesondere im Bereich der Zahlen, bis hin zur Kenntnis der rationalen Zahlen.

Klasse 5/6:
Kenntnisse aus der Grundschule vertiefen und systematisieren – Basis legen

In Klasse 7 wird nun auf diesem Fundament aufgebaut. In einigen Kompetenzbereichen kommt es dabei zu einer direkten inhaltlichen Weiterführung von Klasse 5 und 6. Mit der Prozentrechnung und der Wahrscheinlichkeitsrechnung etwa lernen die Schülerinnen und Schüler vernetzend und problemlösend mit Grundfertigkeiten wie dem Bruchrechnen oder der Darstellung von Daten umzugehen. Wenn dieses Fundament jedoch nicht tragfähig ist, so häufen die Lernenden Schwierigkeiten an, die nicht selten dazu führen, dass ab Klasse 7 Nachhilfeunterricht in Anspruch genommen wird. Oft wird dabei aber leider nur versucht, die „Symptome zu behandeln". Stattdessen wäre es sinnvoller, an die Wurzel des Problems zu gehen, nämlich die Lücken aus Klasse 5 und 6 zu schließen und so den Grundstein für ein erfolgreiches Lernen zu legen.

Klasse 7:
zunehmend vernetzender und vertiefender Umgang mit diesen Grundfertigkeiten

Darüber hinaus soll das Vorwissen der Lernenden aktiviert und somit für sie bewusst und „abrufbar" gemacht werden. So kann es nun mit neuem Wissen vernetzt und zur Lösung von Problemen angewandt werden. Im Sinne eines kumulativen Lernens wird ein tieferes Verständnis gerade dadurch erreicht, dass vorhandenes Wissen fortwährend vernetzt und verdichtet wird.

Vorwissen aktivieren

Das vorgestellte Konzept legt den Fokus auf die individuelle *Nach*förderung als einen Aspekt individueller Förderung. Es versteht sich als Antwortversuch auf die Frage, wie es gelingen kann, den Kompetenzstand von Lernenden festzustellen und sichtbar zu machen und ihnen ein passendes Angebot zu bieten, um eventuell bestehende Lücken schließen zu können.

Individuelle Nachförderung

2.3 Semiformelle Lernprozessdiagnostik

Pädagogische Diagnostik als Sichtbarmachen und Optimieren individueller Lernprozesse

Im Unterschied zur *Leistungsdiagnostik*, der es um eine – meist numerische – Bewertung des aktuellen Lernstandes geht, liegt der Fokus der *pädagogischen Diagnostik* im engeren Sinne auf dem Sichtbarmachen und Optimieren individueller Lernprozesse. So verstanden will sie als *Lernprozessdiagnostik* eine Grundlage schaffen, um mit spezifischen Lernschritten eine sinnvolle Unterstützung und Förderung der einzelnen Lernenden zu ermöglichen.

Ingenkamp, der den Begriff der pädagogischen Diagnostik eingeführt und geprägt hat, versteht diese als Zusammenfassung aller

Vgl. **NL-10**: Lernprozesse sichtbar machen. Pädagogische Diagnostik als lernbegleitendes Prinzip

> „diagnostischen Tätigkeiten, durch die bei Individuen (und den in einer Gruppe Lernenden) Voraussetzungen und Bedingungen planmäßiger Lehr- und Lernprozesse ermittelt, analysiert und Lernprozesse und Lernergebnisse festgestellt werden, um individuelles Lernen zu optimieren." (1991, S.760)

Lernprozessdiagnostik als kooperativer Prozess von Lehrenden und Lernenden

Wenn pädagogische Diagnostik in diesem Sinne als Gewinnung wichtiger Informationen für das weitere Lernen verstanden wird, so muss sie immer als **kooperativer Prozess** verstanden werden und darf niemals Sache der Lehrenden allein sein oder über die Köpfe der Lernenden hinweg gehen.
Vielmehr müssen Lernende in die Verantwortung für ihr eigenes Lernen einbezogen werden. Sie müssen dazu befähigt werden, Fachstrukturen zu erkennen und ihren eigenen Lernstand erfassen zu können. Wenn dies gelingt, können im Rahmen der Diagnostik verschiedene Perspektiven eingenommen werden. Neben der Sicht der Lehrkraft spielt insbesondere auch die Sicht der einzelnen Schülerin bzw. des einzelnen Schülers eine wichtige Rolle.

Semiformelle Diagnostik mit systematisch entwickelten und erprobten Materialien als notwendige Ergänzung intuitiver Einschätzungen

Kompetente Lehrkräfte verfügen nicht nur über diagnostische Kompetenz, sondern auch über ein Bündel ganz unterschiedlicher Methoden und Formen der Diagnostik. Zwischen der (oft unbewussten und fehleranfälligen) *informellen Diagnostik* (bspw. anhand intuitiver Einschätzungen während des alltäglichen Unterrichts) und der wissenschaftlich fundierten, jedoch sehr aufwändigen *formellen Diagnostik* (bspw. durch standardisierte Tests) ist in diesem Zusammenhang besonders die *semiformelle Diagnostik* zu stärken: Über zufällige Beobachtungen hinaus soll gezielt und mit erprobten Methoden systematisch begleitend der Lernprozess sichtbar gemacht werden.
Bei *summativen* Bewertungen geht es darum, in Form von Lernnachweisen den Lernstatus zu erfassen und eine Rückmeldung bezüglich des Lernfortschritts zu geben.
Kompetenzraster, Lernflyer mit Testaufgaben und Arbeitshefte mit wiederholenden, kompetenzorientierten Aufgaben eignen sich hervorragend als solche semiformellen summativen Instrumente der Lernprozessdiagnostik:

Kompetenzraster machen tabellarisch Zielstandards für individuelle Lernprozesse transparent. Sie machen die Fachstruktur verständlich und ermöglichen auf der Basis gezielter Beobachtungen die Beschreibung von Lernstand und Lernprozess.
Die hier vorgestellten **Lernflyer** sowie das **Arbeitsheft** dienen der Aktivierung des Vorwissens und der Überprüfung vorhandener Fähigkeiten und Fertigkeiten und ermöglichen somit auf der Basis des Kompetenzrasters eine sinnvolle Lernprozessdiagnostik. Während das Arbeitsheft eine Eingangsdiagnostik liefert, bieten die Lernflyer mit ihren Testaufgaben eine begleitende, summative Diagnostik während des weiteren Lernprozesses.

2.4 Lernende zu Experten für ihr eigenes Lernen machen

Über die Möglichkeit der einmaligen Individualdiagnostik hinaus geht es aber insbesondere darum, dass die Lernenden selbst ihren Lernstand und in der Folge auch ihren Lernprozess in den Blick nehmen und kompetent Verantwortung für ihr eigenes Lernen übernehmen. So sieht es die gemeinsame Erklärung der Länder als einen zentralen Punkt individueller Förderung an, dass Lernende „sukzessive befähigt werden, Experten für ihr eigenes Lernen zu werden.“[3] Dazu ist es zunächst nötig, die Kompetenzen des Bildungsstandards 6 transparent und verständlich zu machen. Hierzu eignet sich ein Kompetenzraster als Instrument sehr gut. Die Schülerinnen und Schüler sowie ihre Eltern werden über dieses Instrument mit einer neuen Sichtweise konfrontiert. Das Kompetenzraster gibt für die Lernenden und deren Eltern in verständlicher Sprache und in strukturierter Form einen Überblick über die Kompetenzen, die die Schülerinnen und Schüler gemäß Bildungsstandard 6 Gymnasium erworben haben sollten. Diese tabellarische Übersicht ermöglicht es, sowohl den „Ist-Zustand“ zu Beginn sichtbar zu machen, als auch den Lern- bzw. Förderprozess zu planen, zu dokumentieren und zu begleiten.

Fachstrukturen und Kompetenzen transparent und verständlich machen

Lernstand und Lernprozess sichtbar machen

Nicht nur aufgrund möglicherweise abfallender Noten und des steigenden Bedarfs an Nachhilfeunterricht stieß das im Folgenden vorgestellte Projekt bei den Eltern auf offene Ohren. Genau so wenig wie ihre Kinder selbst wissen sie, was die Lernenden in Mathematik nach Klasse 6 können sollten und ob sie dies auch wirklich können. Genau an dieser Stelle setzt das Konzept zum nachhaltigen, kompetenzorientierten Lernen im Mathematikunterricht an.

Auch aus empirischer Sicht erscheint ein solches Konzept deutlich wirksamer zu sein als der Versuch, durch Wiederholungsstunden die Klasse „auf einen Stand“ zu bringen. Dies verdeutlicht ein Blick auf die viel zitierte Studie des Neuseeländers John **Hattie** (Visible Learning, 2009), die unter anderem den Einfluss von 150 Faktoren hinsichtlich ihrer Wirksamkeit für erfolgreiches Lernen untersucht hat. Hattie hat in seiner Studie gezeigt, dass einige Faktoren in besonderem Maße den Lernerfolg von Schülerinnen und Schülern positiv beeinflussen. Während etwa offene Unterrichtsformen oder Hausaufgaben nur ein relativ geringes Effektmaß aufweisen, zählen zu den Maßnahmen mit besonders hoher Wirksamkeit insbesondere

Hattie (2009): Erfolgreiches Lernen durch Metakognition, Aktivierung des Vorwissens, lernbezogenes Feedback und Sichtbarmachung von Lernprozessen

- die Metakognition, also das **Nachdenken der Lernenden über ihr eigenes Lernen**,
- **Vorstrukturierungen**,
- die **Aktivierung des Vorwissens** der Lernenden,
- ein **lernbezogenes Feedback** und
- die **Sichtbarmachung von Lernprozessen** für die Lehrenden und Lernenden.

Gerade die Arbeit mit Kompetenzrastern eignet sich in hervorragender Weise dazu, Lernprozesse sichtbar zu machen, das Nachdenken der Lernenden über ihr eigenes Lernen zu fördern und Lernmaterialien und Lernprozesse zu strukturieren. So liefert ein Kompetenzraster die Grundstruktur für das im Folgenden vorgestellte Projekt. Die thematischen Flyer, die im Zentrum der Arbeit standen, ermöglichen darüber hinaus neben der Aktivierung des Vorwissens durch das selbstgesteuerte Wiederholen, Üben und Testen in der Kombination mit dem Kompetenzraster ein lernbezogenes Feedback.

[3] Arbeitskreis und Reformgruppe Individuelle Förderung (2013), S. 8.

3 Projektdurchführung und Projektverlauf

Das hier vorgestellte Projekt wurde zu Beginn des Schuljahres 2013/14 parallel in drei siebten Klassen gestartet und lief bis zum März 2014.

Vorbereitung:
- Druck der Hefte
- Einweisung der Lehrenden
- Anfertigen der Flyerkopien

Zunächst wurden vor Beginn des Projektzeitraums den unterrichtenden Lehrkräften die Materialien vorgestellt. Entlang des Begleitheftes wurden sie in das Projekt eingeführt, Fragen konnten beantwortet und Unklarheiten ausgeräumt werden. Die Arbeits-, Lösungs- und Begleithefte lagen bereits in ausreichender Anzahl vor. Die Lehrenden konnten sich mit dem Arbeitsheft und den thematischen Lernflyern vertraut machen, Kopien der Flyer anfertigen und Klebepunkte in ausreichender Anzahl besorgen.

Einführungsphase:
- Informieren
- Akzeptanz schaffen

Die Lernenden wurden in den ersten Unterrichtsstunden in das Projekt eingeführt. Dies geschah schrittweise: In der ersten Doppelstunde ging es um die Idee des Wiederholens und Re-Aktivierens mithilfe des Arbeitsheftes, um dessen Strukturierung auf der Basis des Kompetenzrasters sowie die Handhabung der Arbeits- und Lösungshefte. Nachdem die Aufgaben zu den ersten Lernfortschritten bearbeitet und kontrolliert waren, wurde in der nächsten Doppelstunde die Auswertung exemplarisch vorgeführt und die Schülerinnen und Schüler konnten sich dann auch für erfolgreich bearbeitete Lernfortschritte ihre ersten Aufkleber in ihr persönliches Kompetenzraster einkleben lassen.
Anschließend wurde das Projekt in einer knappen Präsentation den Eltern auf dem ersten Klassenpflegschaftsabend vorgestellt. Dabei wurden die wesentlichen Elemente des Heftes präsentiert und v. a. das Kompetenzraster als zentrales verknüpfendes Element gezeigt und erläutert. Ein Informationsblatt und exemplarisch einzelne Flyer wurden ausgeteilt. Vor allem aber wurden die Eltern aufgefordert, sich das Heft und die darin bereits teilweise ausgefüllten Listen und Raster von den Kindern zeigen und erklären zu lassen.
Zuvor waren die Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht bereits in die Handhabung der Flyer eingewiesen worden und hatten direkt im Anschluss daran gemeinsam den ersten Flyer im Unterricht bearbeitet.

Arbeitsheft und Eingangsdiagnostik:
- Wiederholen und Festigen der Kompetenzen mit dem Arbeitsheft
- Selbsteinschätzung durch die Lernenden

Nachdem das Arbeitsheft in der ersten Doppelstunde vorgestellt und die Arbeit damit begonnen worden war, erarbeiteten die Lernenden selbstständig das erste Kapitel und wiederholten damit die Kompetenzbereiche Zahl, Rechnen und Terme (die ersten drei Zeilen im Kompetenzraster, s. u.), um eine gemeinsame Basis für die anschließende Unterrichtseinheit zur Prozentrechnung zu sichern. Sie schätzten sich dabei zunächst selbst ein und überprüften diese Selbsteinschätzung durch die Bearbeitung der dazugehörigen Aufgaben.

Auswertung der Eingangsdiagnostik:
Identifizieren von Förderbedarf als Basis für Coachinggespräche und Arbeit mit den Flyern

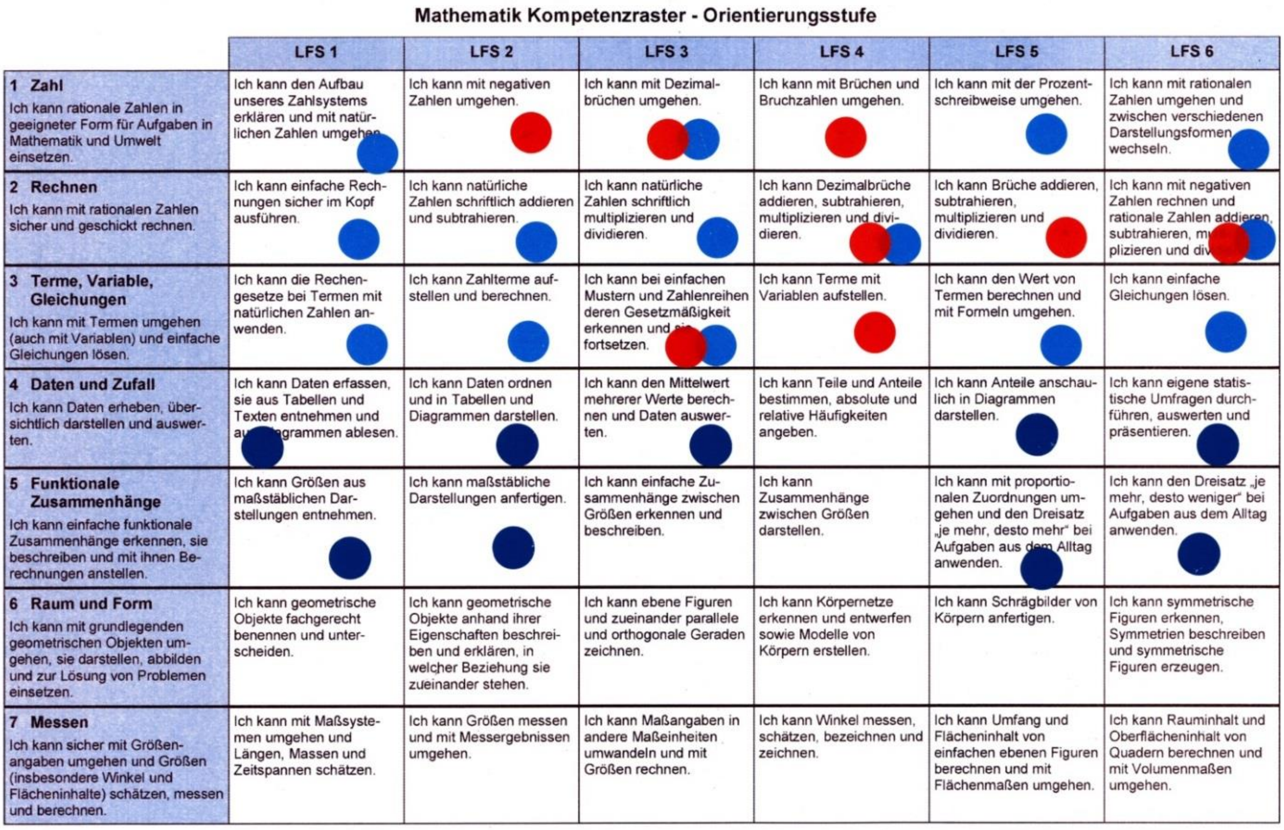
Durch Selbstkontrolle und Auswertung der Aufgaben konnten im Anschluss daran die Felder im Kompetenzraster markiert werden, über deren Kompetenzen die Schülerin bzw. der Schüler sicher verfügte (blaue Kleber im Kompetenzraster, s. u.). Ebenso konnten die passenden Flyer ermittelt werden, mit denen die noch bestehenden Lücken in diesen drei Kompetenzbereichen geschlossen werden konnten. In einem ersten Coachinggespräch wurde das Ergebnis des ersten Kapitels mit den einzelnen Schülerinnen und Schülern besprochen und die Felder in den Blick genommen, zu denen die entsprechenden Flyer in einem vorgegebenen Zeitfenster zu bearbeiten waren.

Lernflyer-Arbeitsphase:
- Flyer nach individuellem Bedarf
- Markieren der noch nicht bepunkteten Felder nach erfolgreicher Abgabe der Testaufgaben

Mit den Flyern 2 bis 7 und 14 bis 16 begann anschließend die Flyer-Arbeitsphase. Die Lernenden hatten ihr persönliches Pensum in einem Zeitraum von drei Wochen zu erledigen. Wie auch bei der Arbeit mit dem Arbeitsheft konnten Flyer in Vertretungsstunden eingesetzt werden. Einige Schülerinnen und Schüler bearbeiteten dabei auch Flyer, die sie nach dem Ergebnis der Eingangsdiagnostik nicht zwingend hätten bearbeiten müssen. Einzelne Schülerinnen und Schüler hatten schon während der Arbeitsphase mit dem Arbeitsheft die Bearbeitung der Flyer begonnen, weil schnell deutlich wurde, dass ihr Wissen so erhebliche Lücken aufwies, dass sie die Aufgaben im Arbeitsheft nicht bewältigen konnten. In zwei Klassen wurden einzelne Flyer auch für die ganze Klasse verpflichtend gemacht und als Wiederholung für alle eingesetzt, weil sich hier größere Unsicherheiten in der Klasse gezeigt hatten. Auf diese Weise wiederholten die Lernenden alle Themen der vorausgegangenen beiden Schuljahre. Bei erfolgreicher Bearbeitung der Testaufgaben eines Flyers erhielten sie einen Klebepunkt in das betreffende Feld des Kompetenzrasters, das sich auf diese Weise mit der Zeit mehr und mehr füllte (rote Kleber im Kompetenzraster, s. u.).

Die beiden anderen Kapitel folgten zu späteren Zeitpunkten im Schuljahr als Vorbereitung der Unterrichtseinheiten zu Zuordnungen, Termen und Gleichungen sowie der Geometrie.

Das hier exemplarisch abgebildete Kompetenzraster zeigt den Stand nach der Bearbeitung des zweiten Kapitels im Arbeitsheft durch einen Schüler:



Mathematik Kompetenzraster - Orientierungsstufe

	LFS 1	LFS 2	LFS 3	LFS 4	LFS 5	LFS 6
1 Zahl Ich kann rationale Zahlen in geeigneter Form für Aufgaben in Mathematik und Umwelt einsetzen.	Ich kann den Aufbau unseres Zahlsystems erklären und mit natürlichen Zahlen umgehen.	Ich kann mit negativen Zahlen umgehen.	Ich kann mit Dezimalbrüchen umgehen.	Ich kann mit Brüchen und Bruchzahlen umgehen.	Ich kann mit der Prozentschreibweise umgehen.	Ich kann mit rationalen Zahlen umgehen und zwischen verschiedenen Darstellungsformen wechseln.
2 Rechnen Ich kann mit rationalen Zahlen sicher und geschickt rechnen.	Ich kann einfache Rechnungen sicher im Kopf ausführen.	Ich kann natürliche Zahlen schriftlich addieren und subtrahieren.	Ich kann natürliche Zahlen schriftlich multiplizieren und dividieren.	Ich kann Dezimalbrüche addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.	Ich kann Brüche addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.	Ich kann mit negativen Zahlen rechnen und rationale Zahlen addieren, subtrahieren, m[illegible]plizieren und di[illegible]
3 Terme, Variable, Gleichungen Ich kann mit Termen umgehen (auch mit Variablen) und einfache Gleichungen lösen.	Ich kann die Rechengesetze bei Termen mit natürlichen Zahlen anwenden.	Ich kann Zahlterme aufstellen und berechnen.	Ich kann bei einfachen Mustern und Zahlenreihen deren Gesetzmäßigkeit erkennen und [illegible] fortsetzen.	Ich kann Terme mit Variablen aufstellen.	Ich kann den Wert von Termen berechnen und mit Formeln umgehen.	Ich kann einfache Gleichungen lösen.
4 Daten und Zufall Ich kann Daten erheben, übersichtlich darstellen und auswerten.	Ich kann Daten erfassen, sie aus Tabellen und Texten entnehmen und au[illegible]grammen ablesen.	Ich kann Daten ordnen und in Tabellen und Diagrammen darstellen.	Ich kann den Mittelwert mehrerer Werte berechnen und Daten auswerten.	Ich kann Teile und Anteile bestimmen, absolute und relative Häufigkeiten angeben.	Ich kann Anteile anschaulich in Diagrammen darstellen.	Ich kann eigene statistische Umfragen durchführen, auswerten und präsentieren.
5 Funktionale Zusammenhänge Ich kann einfache funktionale Zusammenhänge erkennen, sie beschreiben und mit ihnen Berechnungen anstellen.	Ich kann Größen aus maßstäblichen Darstellungen entnehmen.	Ich kann maßstäbliche Darstellungen anfertigen.	Ich kann einfache Zusammenhänge zwischen Größen erkennen und beschreiben.	Ich kann Zusammenhänge zwischen Größen darstellen.	Ich kann mit proportionalen Zuordnungen umgehen und den Dreisatz „je mehr, desto mehr“ bei Aufgaben aus dem Alltag anwenden.	Ich kann den Dreisatz „je mehr, desto weniger“ bei Aufgaben aus dem Alltag anwenden.
6 Raum und Form Ich kann mit grundlegenden geometrischen Objekten umgehen, sie darstellen, abbilden und zur Lösung von Problemen einsetzen.	Ich kann geometrische Objekte fachgerecht benennen und unterscheiden.	Ich kann geometrische Objekte anhand ihrer Eigenschaften beschreiben und erklären, in welcher Beziehung sie zueinander stehen.	Ich kann ebene Figuren und zueinander parallele und orthogonale Geraden zeichnen.	Ich kann Körpernetze erkennen und entwerfen sowie Modelle von Körpern erstellen.	Ich kann Schrägbilder von Körpern anfertigen.	Ich kann symmetrische Figuren erkennen, Symmetrien beschreiben und symmetrische Figuren erzeugen.
7 Messen Ich kann sicher mit Größenangaben umgehen und Größen (insbesondere Winkel und Flächeninhalte) schätzen, messen und berechnen.	Ich kann mit Maßsystemen umgehen und Längen, Massen und Zeitspannen schätzen.	Ich kann Größen messen und mit Messergebnissen umgehen.	Ich kann Maßangaben in andere Maßeinheiten umwandeln und mit Größen rechnen.	Ich kann Winkel messen, schätzen, bezeichnen und zeichnen.	Ich kann Umfang und Flächeninhalt von einfachen ebenen Figuren berechnen und mit Flächenmaßen umgehen.	Ich kann Rauminhalt und Oberflächeninhalt von Quadern berechnen und mit Volumenmaßen umgehen.

Das Kompetenzraster findet sich unausgefüllt als DIN-A4-Kopiervorlage im Materialanhang.

Während die letzten beiden Zeilen, die erst Gegenstand des dritten Kapitels im Arbeitsheft sind, noch frei sind, sind die ersten drei Zeilen zum ersten Kapitel bereits vollständig gefüllt. Die roten Kleber zeigen dabei an, welche Kompetenzen nach Bearbeitung eines Flyers durch erfolgreiche Vorlage der Testaufgaben nachgewiesen wurden. In den Zeilen 4 und 5 wird sichtbar, welche Kompetenzen der Lernende soeben bei der Bearbeitung des zweiten Kapitels im Arbeitsheft erfolgreich nachweisen konnte. Zu den Lernfortschritten LFS 4 zu „4 Daten und Zufall“ und LFS 3 und LFS 4 zu „5 Funktionale Zusammenhänge“ musste er nun im Anschluss die entsprechenden Flyer bearbeiten, um die Lücken im Raster zu schließen.

3.1 Einführung: Erklärung und Information für Lernende und Eltern

Akzeptanz bei den Eltern als Gelingensfaktor

Besonderes Gewicht wurde der Einführungsphase gewidmet. Bei der Präsentation auf dem Klassenpflegschaftsabend wurde bei den Eltern für das Projekt geworben. Zahlreiche Fragen konnten beantwortet und manche Vorbehalte ausgeräumt werden. Dabei gelang es recht leicht, Begeisterung zu wecken. Die Eltern erkannten das Projekt als starkes unterstützendes Angebot für ihre Kinder und sahen im Setzen auf Eigenverantwortung und Freiwilligkeit sowie Arbeiten in einem „notenfreien Raum" eine große Chance. Neben der gründlichen Einweisung der Lernenden waren die vorab erzeugte Akzeptanz und Rückendeckung der Eltern ein entscheidender Gelingensfaktor.

Eigenverantwortung und Kompetenzorientierung

Insbesondere, wenn es darum geht, Schülerinnen und Schülern mehr Verantwortung für ihr Lernen zu übertragen und ihnen damit auch Freiräume zu gewähren, ist die Kooperation mit dem Elternhaus entscheidend. Für die Lernenden und ihre Eltern gleichermaßen war die Betonung der Eigenverantwortung für den Lernerfolg ebenso neu wie der Einblick in die Struktur des Faches Mathematik mit ihren Kompetenzbereichen und aufeinander aufbauenden Lernfortschritten. Auch der seit Einführung des Bildungsplans 2004 mehr und mehr in den Lehrerköpfen angekommene Gedanke der Kompetenzorientierung war für viele Schülerinnen und Schüler und deren Eltern Neuland: Dabei kann die Botschaft, dass es nicht darum geht, was im Unterricht behandelt wurde, sondern was die Lernenden *können* sollen, und dass dies in einzelnen Kompetenzen recht genau aufgelistet und überprüft werden kann, sowohl zu Erleichterung als auch zu Frustration führen. Während die Einen erfreut Kompetenz für Kompetenz „abhaken" und dabei Sicherheit und Selbstvertrauen gewinnen, erkennen andere frustriert, dass sie vielleicht viel *getan haben*, am Ende aber vielleicht doch nicht so viel *können*, während andere wesentlich schneller und leichter dieses Ziel erreichen…

Gründliche Einführung der Lernenden

Zudem war es vor allem auch wichtig, dass die Lernenden das Raster lesen lernten und gemeinsam den Umgang mit Raster und Flyern einübten – bis hin zum Falten und Blättern des Flyers – auch eine Kompetenz, die trainiert sein will…
Und schließlich ging es darum, möglichst schnell loszulegen und „dran zu bleiben", den Rückenwind durch die Faszination des Neuen – auch durch das schön gedruckte persönliche Arbeitsheft – und die Begeisterung der Eltern mitzunehmen und die Anfangsmotivation durch die gewährte Eigenverantwortung und die Freude am Sammeln der sichtbaren Klebepunkte auf dem persönlichen Raster zu nutzen.

3.2 Einstieg: Arbeit mit dem Arbeitsheft

Nach einer kurzen Einführung durch die Lehrkraft begannen die Lernenden mit der Arbeit im Arbeitsheft.

Selbstständige Arbeit mit dem Arbeitsheft im Mathematikunterricht

Zu jedem Lernfortschritt wurde zunächst eine kurze Selbsteinschätzung vorgenommen. Dabei sollten die Lernenden durch Ankreuzen angeben, ob sie ihrer eigenen Meinung nach über die angesprochene Kompetenz verfügten oder nicht. Sie konnten für die Kompetenz sowie über die dazugehörigen Teilkompetenzen zwischen einer vollen Zustimmung (☺☺), einem „das kann ich gut“ (☺), einem „da bin ich unsicher“ (😐) und „das kann ich nicht“ (☹) wählen. In vielen Fällen wurden sie sich erst durch die Aufschlüsselung in Teilkompetenzen darüber bewusst, was konkret unter der angesprochenen Kompetenz zu verstehen war, um die es bei dem Lernfortschritt ging.

Exemplarisch sei dies hier an den Aufgaben zu „Zahlen 3“ gezeigt:

Selbsteinschätzung auf der Basis einer Fertigkeiten-Auflistung

Selbsteinschätzung Zahlen 3	Schätze dich selbst ein und kreuze das zutreffende Feld an: ☺☺	☺	😐	☹
Ich kann mit Dezimalbrüchen („Kommazahlen“) umgehen.	❍	X	❍	❍
Ich kann Dezimalbrüche an der Zahlengeraden ablesen und eintragen.	X	❍	❍	❍
Ich kann Dezimalbrüche vergleichen und der Größe nach ordnen.	❍	X	❍	❍
Ich kann Dezimalbrüche runden.	❍	X	❍	❍

Die Lernenden schätzten zunächst global ein, ob bzw. wie gut sie „mit Dezimalbrüchen umgehen“ können. Im Anschluss daran vertiefte ein Blick auf die Liste der „Teilkompetenzen“ diese erste Selbsteinschätzung: Können sie Dezimalbrüche an der Zahlengeraden ablesen und eintragen? Können sie sie vergleichen und der Größe nach ordnen? Können sie Dezimalbrüche runden?

Reaktivierende Basisaufgaben

Aufgabe 7

a) Lies die Zahlen A bis D auf der Zahlengeraden ab und schreibe sie jeweils darunter.

0 A 0,2 E B 0,85 1 C 1,1 D 1,55 F

b) Trage die folgenden Zahlen auf der obigen Zahlengeraden ein. Markiere die betreffende Stelle und schreibe den Buchstaben darunter.

E 0,6 F 1,75

c) Setze das richtige Zeichen: < oder > oder =.

0,92 > 0,73 1,03 < 1,30

0,4 = 0,40 0,082 < 0,802

d) Ordne der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.

2,02 0,22 0,03 0,28 0,3 0,82 0,802

0,03 < 0,22 < 0,28 < 0,30 < 0,82 < 0,802 < 2,02

Aufgabe 8

Runde den Dezimalbruch wie jeweils angegeben.

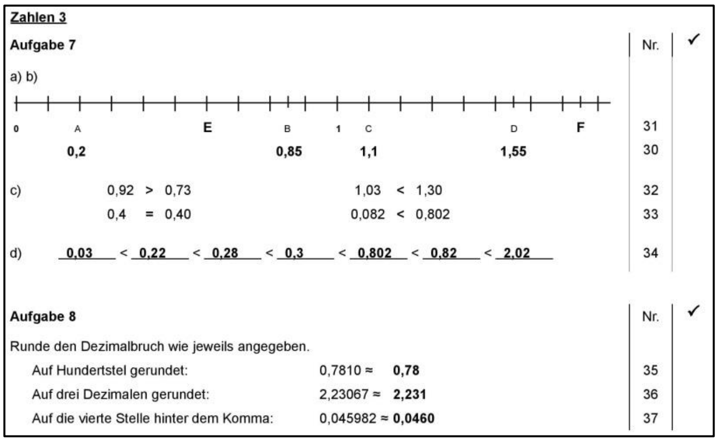
Auf Hundertstel gerundet: 0,7810 ≈ 0,78

Auf drei Dezimalen gerundet: 2,23067 ≈ 2,231

Auf die vierte Stelle hinter dem Komma: 0,045982 ≈ 0,0460

Danach bearbeiteten die Lernenden die Aufgaben aus dem Arbeitsheft, die sich auf eben diese Kompetenz und die dazu aufgelisteten Fertigkeiten bezogen. Damit überprüften sie die soeben getroffene Selbsteinschätzung.
In der Regel gelang dies relativ problemlos, da die Aufgaben vorwiegend grundlegende Fertigkeiten und ganz elementare Inhalte und Kenntnisse ansprachen.
Teilweise holten sich die Lernenden bei der Lehrkraft Hilfe oder vergewisserten sich, indem sie mit Mitschülerinnen und Mitschülern Aufgaben besprachen. Zeigten sich große Lücken, so bestand die Lehrkraft darauf, den entsprechenden Flyer als zwingend zu bearbeiten zu markieren. In einzelnen Fällen wurde dieser Flyer sofort vorgezogen und direkt der Schülerin bzw. dem Schüler zur Bearbeitung gegeben.

Selbstkontrolle



Zahlen 3

Aufgabe 7 — Nr. ✓

a) b)

0 A E B 1 C D F

0,2 E 0,85 1,1 1,55 F — 31, 30

c) 0,92 > 0,73 1,03 < 1,30 — 32

0,4 = 0,40 0,082 < 0,802 — 33

d) 0,03 < 0,22 < 0,28 < 0,3 < 0,802 < 0,82 < 2,02 — 34

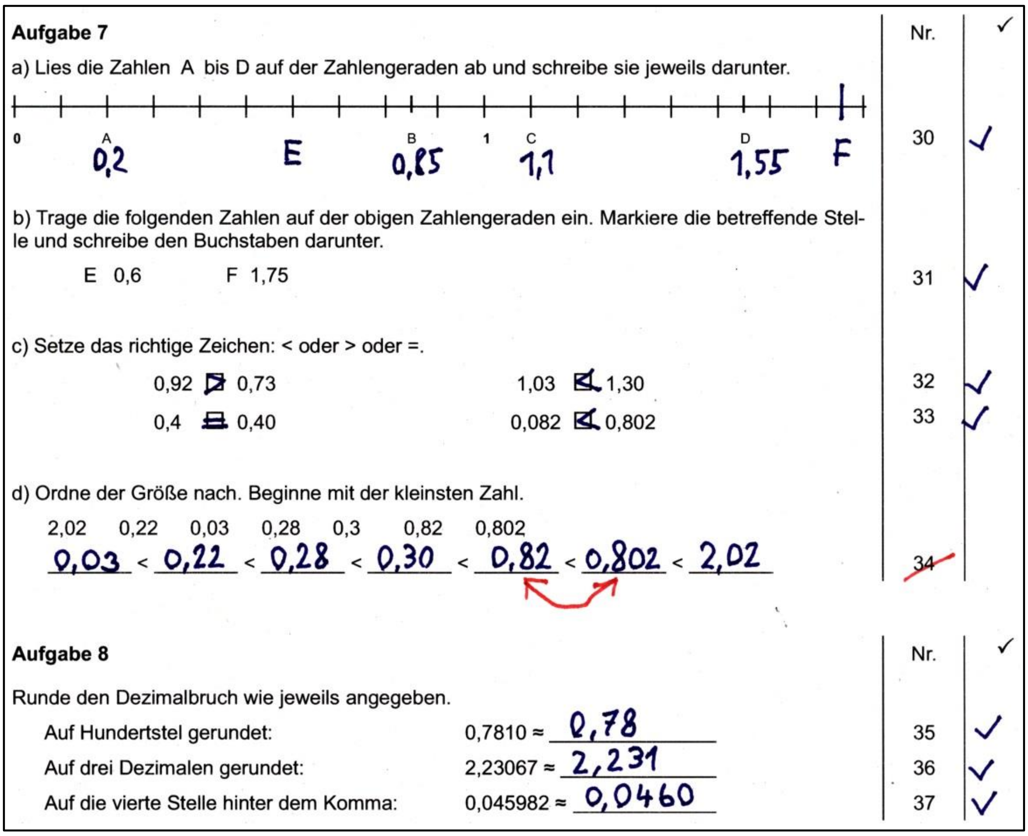
Aufgabe 8 — Nr. ✓

Runde den Dezimalbruch wie jeweils angegeben.

Auf Hundertstel gerundet:	0,7810 ≈ **0,78**	35
Auf drei Dezimalen gerundet:	2,23067 ≈ **2,231**	36
Auf die vierte Stelle hinter dem Komma:	0,045982 ≈ **0,0460**	37

Nach einem oder mehreren Lernfortschritten erfolgte die Selbstkontrolle der bearbeiteten Aufgaben mithilfe des Lösungsheftes.

Die Lernenden erhielten das Lösungsheft von der Lehrkraft und verglichen die eigene Bearbeitung mit den vorgegebenen Lösungen, die durch das identische Layout eine rasche und zuverlässige Selbstkontrolle unterstützten. Richtig gelöste Items wurden am Rand durch Abhaken markiert, falsche Lösungen wurden berichtigt.



Aufgabe 7 — Nr. ✓

a) Lies die Zahlen A bis D auf der Zahlengeraden ab und schreibe sie jeweils darunter.

0 A B 1 C D

0,2 E 0,85 1,1 1,55 F — 30 ✓

b) Trage die folgenden Zahlen auf der obigen Zahlengeraden ein. Markiere die betreffende Stelle und schreibe den Buchstaben darunter.

E 0,6 F 1,75 — 31 ✓

c) Setze das richtige Zeichen: < oder > oder =.

0,92 > 0,73 1,03 < 1,30 — 32 ✓

0,4 = 0,40 0,082 < 0,802 — 33 ✓

d) Ordne der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.

2,02 0,22 0,03 0,28 0,3 0,82 0,802

0,03 < 0,22 < 0,28 < 0,30 < 0,82 < 0,802 < 2,02 — ~~34~~

Aufgabe 8 — Nr. ✓

Runde den Dezimalbruch wie jeweils angegeben.

Auf Hundertstel gerundet:	0,7810 ≈ 0,78	35	✓
Auf drei Dezimalen gerundet:	2,23067 ≈ 2,231	36	✓
Auf die vierte Stelle hinter dem Komma:	0,045982 ≈ 0,0460	37	✓

3.3 Eingangsdiagnostik: Auswertung des Arbeitsheftes

Förderbedarf identifizieren

Den Abschluss der Eingangsdiagnostik bildete die Auswertung des bearbeiteten Kapitels im Arbeitsheft durch die Lernenden.
Auf der Grundlage der Selbstkontrolle mithilfe des Lösungsheftes trugen sie hinter der Selbsteinschätzung zu einem Lernfortschritt die Anzahl der korrekt gelösten Items ein.

Selbsteinschätzung Zahlen 3	Schätze dich selbst ein und kreuze das zutreffende Feld an: ☺☺	☺	😐	☹	Item-Nummern	✓	Kleber (ab 7 P)
Ich kann mit Dezimalbrüchen („Kommazahlen") umgehen.	O	X	O	O	30 bis 37	7 / 8	X
Ich kann Dezimalbrüche an der Zahlengeraden ablesen und eintragen.	X	O	O	O	30 bis 31	2 / 2	
Ich kann Dezimalbrüche vergleichen und der Größe nach ordnen.	O	X	O	O	32 bis 34	2 / 3	
Ich kann Dezimalbrüche runden.	O	X	O	O	35 bis 37	3 / 3	

Neben der Möglichkeit, einzelne Teilkompetenzen zu identifizieren, bei denen Nachholbedarf nötig erschien, zeigte die Gesamtsumme der Items zu diesem Lernfortschritt an, ob die Schülerin oder der Schüler den Aufkleber in das betreffende Feld des Kompetenzrasters erhielt oder nicht.
Die Übertragung dieses Ergebnisses in die „Checkliste Kompetenzfelder und Flyer" auf Seite 80 im Arbeitsheft bildete die Basis für die Festlegung der zu bearbeitenden Flyer:

Checkliste Kompetenzfelder und Flyer

Kompetenzfeld	Kompetenz	Passender Flyer	Das kann ich → Flyer nicht bearbeiten ✓	Klebepunkt bekommen, aber unsicher → Flyer vielleicht bearbeiten	Kein Klebepunkt → Flyer bearbeiten
Zahl 1	Unser Zahlsystem, die natürliche Zahlen	01	✓	O	O
Zahl 2	Die negative Zahlen	07		O	X
Zahl 3	Die Dezimalbrüche	05	✓	O	O
Zahl 4	Brüche und Bruchzahlen	04		O	X
Zahl 5	Die Prozentschreibweise	06	✓	O	O
Zahl 6	Die rationalen Zahlen, verschiedene Darstellungsformen	06	✓	O	O
Rechnen 1	Kopfrechnen	03	✓	O	O
Rechnen 2	Schriftlich addieren und subtrahieren	03	✓	O	O
Rechnen 3	Schriftlich multiplizieren und dividieren	03	✓	O	O
Rechnen 4	Mit Dezimalbrüchen rechnen	05	✓	O ?	O
Rechnen 5	Mit Brüchen rechnen	04		O	X
Rechnen 6	Mit rationalen (insbes. negativen) Zahlen rechnen	07	✓	X	O
Terme 1	Rechengesetze	02	✓	O	O
Terme 2	Zahlterme aufstellen und berechnen	02	✓	O	O
Terme 3	Gesetzmäßigkeiten erkennen und fortsetzen	14	✓	O	O
Terme 4	Terme mit Variablen aufstellen	14		O	X
Terme 5	Termwert berechnen, mit Formeln umgehen	15	✓	O	O
Terme 6	Einfache Gleichungen lösen	16	✓	O	O

Den weiteren Lernprozess planen

Diese Auswertung legten die Lernenden der Lehrkraft vor. Sie erhielten erreichte Klebepunkte in ihr Kompetenzraster und besprachen dabei mit der Lehrerin oder dem Lehrer, welche Flyer bearbeitet werden sollten. Dies wurde in die „Flyerübersicht" auf Seite 82 im Arbeitsheft eingetragen. Die Lehrkraft dokumentierte dies samt den erteilten Klebepunkten im Begleitheft.

Zwingend von den Lernenden zu bearbeiten waren diejenigen Flyer, die sich auf ein Feld im Kompetenzraster bezogen, für das die Lernenden keinen Klebepunkt erhalten hatten. Darüber hinaus wurden „gute“ Schülerinnen und Schüler teilweise dazu angehalten, einen Flyer auch dann zu bearbeiten, wenn sie bei einem Lernfortschritt individuell betrachtet verhältnismäßig schlecht abgeschnitten oder selbst gemerkt hatten, dass sie hier evtl. noch Nachholbedarf hatten.

Flyerübersicht

Flyer-Nr.	Thema	Zugehörige Kompetenzfelder			Flyer bearbeiten	Flyer nicht bearbeiten	erfolgreich bearbeitet ✓
01	Die natürlichen Zahlen	Zahl 1 ✓			○	⊗	
02	Terme und Vorrangregeln	Terme 1 ✓	Terme 2 ✓		○	⊗	
03	Schriftlich Rechnen	Rechnen 1 ✓	Rechnen 2 ✓	Rechnen 3 ✓	○	⊗	
04	Bruchzahlen / mit Brüchen rechnen	Zahlen 4	Rechnen 5		⊗	○	✓
05	Dezimalbrüche / mit Dezimalbrüchen rechnen	Zahlen 3 ✓	Rechnen 4 ?		⊗ ?	○	✓
06	Umwandeln von rationalen Zahlen	Zahlen 5 ✓	Zahlen 6 ✓		○	⊗	
07	Ganze Zahlen / mit negativen Zahlen rechnen	Zahlen 2	Rechnen 6 ✓		⊗	○	✓
08	Daten, Tabellen und Diagramme	Daten 1 ✓	Daten 2 ✓		○	⊗	
09	Anteile bestimmen und darstellen	Daten 4	Daten 5 ✓		⊗	○	
10	Daten auswerten und Umfragen durchführen	Daten 3 ✓	Daten 6 ✓		○	⊗	
11	Maßstäbliche Darstellungen	Funktion 1 ✓	Funktion 2 ✓		○	⊗	
12	Zuordnungen erkennen, beschreiben und darstellen	Funktion 3	Funktion 4		⊗	○	
13	Dreisatz und proportionale Zuordnungen	Funktion 5 ✓	Funktion 6 ✓		○	⊗	
14	Terme mit Variablen aufstellen	Terme 3 ✓	Terme 4		⊗	○	✓
15	Werte berechnen und Formeln anwenden	Terme 5 ✓			○	⊗	
16	Gleichungen lösen	Terme 6 ✓			○	⊗	

3.4 Arbeitsphase: Flyerbearbeitung

An das Sichtbarmachen des Lernstandes, die Festlegung der zu bearbeitenden Flyer und die damit verbundene Rückmeldung an die Lernenden und deren Eltern schloss sich die Arbeit mit den Lernflyern an. Gezielt wählten die Schülerinnen und Schüler einzelne der Faltblätter, um nachzulernen, Lücken zu schließen oder Inhalte zu vertiefen. Zwingend erhielten sie diejenigen Flyer, die sich auf die Felder des Kompetenzrasters bezogen, in denen sie zu dem bearbeiteten Kapitel noch keinen Klebepunkt erhalten hatten.

Lernflyer zu allen Feldern des Kompetenzrasters

Da sich die Flyer oft auf zwei Felder des Kompetenzrasters beziehen, kam es auch vor, dass sie sich noch einmal mit Lernfortschritten auseinandersetzen, bei denen sie schon einen Klebepunkt erhalten hatten. So waren beispielsweise die Felder zu Kenntnis und Umgang mit negativen Zahlen (Zahl 2) und zum Rechnen mit rationalen, insbesondere den negativen Zahlen (Rechnen 6) zu einem Flyer (07) zusammengefasst. Ebenso bezieht sich beispielsweise auch Lernflyer 13 auf zwei Felder des Kompetenzrasters. Allerdings wird hier beim Umgang mit proportionalen Zuordnungen und dem Dreisatz „je mehr desto mehr“ (LFS 5) und der Anwendung des Dreisatzes „je mehr desto weniger“ (LFS 6) nur ein Kompetenzbereich angesprochen („Funktionale Zusammenhänge“). Wieder andere Flyer befassen sich mit drei Lernfortschritten (beispielsweise Flyer 03 zum schriftlichen Rechnen) oder beschränken sich, wie Flyer 22 zum Thema „Winkel", auf nur ein Feld des Kompetenzrasters. In einem Fall wurden zu einem Feld des Rasters sogar zwei Flyer erstellt: Zum Berechnen des Flächeninhalts und Umfangs von ebenen Figuren einschließlich dem Umgang mit Flächenmaßen (Messen 5) gibt es die beiden separaten Flyer 23 und 24. Während sich Flyer 23 mit Rechtecken und der Einführung in Flächenmaße befasst, widmet sich Flyer 24 anspruchsvolleren Figuren wie dem Parallelogramm, dem Dreieck und dem Kreis.

Flyerbearbeitung als Hausaufgabe

Die Lernenden bearbeiteten diese Flyer in einem vorgegebenen Zeitraum von etwa drei Wochen. Manche Schülerinnen und Schüler, die das Kapitel im Arbeitsheft zügig bearbeitet hatten, begannen damit noch im Fachunterricht. Teilweise wurden hierzu auch Vertretungsstunden genutzt. Dies konnte auch problemlos durch fachfremde Lehrkräfte geschehen. Im Wesentlichen fand diese Arbeit jedoch zu Hause statt. Konkret hieß dies, dass die Lernenden bis zu einer gesetzten Frist die „Testaufgaben zum Abschluss" „*ihrer* Flyer" bearbeiteten und der Lehrkraft vorlegten, um so alle Felder mit Klebepunkten auszufüllen.
Bei Vorlage der richtig gelösten Testaufgaben dokumentierte die Lehrkraft dies im eigenen Begleitheft und in der Flyerübersicht der Schülerin oder des Schülers und erteilte den Klebepunkt.

Individuelle Unterstützung während des Unterrichts

Da all dies im Wesentlichen außerhalb des laufenden Fachunterrichts stattfand, war es nötig, Lernenden in dieser Zeit während Einzelarbeitsphasen im laufenden Unterricht immer wieder die Möglichkeit zur individuellen, bedarfsgerechten Unterstützung durch gezielte Hilfen zu geben. Dies wurde vor allem im Kontext der Rückgabe der korrigierten Testaufgaben angeboten. Bei fehlerhafter Bearbeitung musste diese von den Lernenden korrigiert und erneut vorgelegt werden, was jederzeit und auch mehrfach möglich war.

4 Instrumente und Materialien

Im vorliegenden Kapitel sollen nun die verschiedenen Instrumente und Materialien genauer vorgestellt werden, die im Verlauf des Projektes zum Einsatz kamen. Diese sind:

- das **Kompetenzraster**, das dazu dient, den individuellen Lernstand und Lernprozess mit all seinen Lernfortschritten sichtbar zu machen. Zugleich gibt es einen Überblick über die Fachstrukturen und die im Bildungsstandard benannten Kompetenzen und sorgt so für Transparenz.
- das **Arbeitsheft**, das neben einer Einführung in die Arbeitsweise auch das Kompetenzraster enthält, in dem nach und nach der individuelle Kompetenzstand abgebildet wird. Vor allem aber umfasst es Selbsteinschätzungen und reaktivierende Testaufgaben zu allen Kompetenzen des Bildungsstandards 6. Am Ende finden sich zwei Übersichtstabellen, mihilfe derer die Lernenden diejenigen Flyer ermitteln können, die sie anschließend bearbeiten, und ihren Lernprozess dokumentieren können.
- das **Lösungsheft**, das zu allen Aufgaben des Arbeitsheftes eine Lösung bietet und den Lernenden eine einfache Selbstkontrolle ermöglicht.
- das **Begleitheft**, das die unterrichtenden Lehrkräfte in das Projekt einführt und außerdem die Möglichkeit bietet, für alle Lernenden auf je einer Doppelseite aus Kompetenzraster und Flyerübersicht den Lernprozess zu dokumentieren.
- die **Lernflyer**, mit denen die Lernenden einzelne Kompetenzen überprüfen, einüben oder erwerben können.

4.1 Das Kompetenzraster

Das Kompetenzraster ist eine strukturierte und komprimierte Darstellung von Kompetenzen in Matrixform.[4] Die erste Spalte enthält die Kompetenzbereiche, die durch die in diesem Bereich angestrebte Kompetenz repräsentiert sind. Die anderen Zellen enthalten Kompetenzbeschreibungen.

Für das durchgeführte Projekt wurde mit kleinen Änderungen das schulartübergreifende Kompetenzraster 6 des Landesinstituts für Schulentwicklung von 2013 aus der Handreichung NL-21 verwendet.

Zeilen: Inhaltliche Kompetenzbereiche (Leitideen) als Grundorientierung

Das diesem Raster zugrunde liegende Kompetenzmodell rückt die Leitideen, also die inhaltlichen Kompetenzbereiche, als Grundorientierung in den Vordergrund und orientiert sich damit an den KMK- und BW-Bildungsstandards. In den sieben Zeilen finden sich die sieben Kompetenzbereiche Zahlen, Rechnen, Variablen, Messen, Geometrie, Funktionale Zuordnungen und Daten wieder, die sich im Wesentlichen an den Leitideen des Bildungsplanes orientieren.[5]

Spalten: Stufenweise Entfaltung der Kompetenzbereiche in Lernfortschritten

Die Kompetenzen, die die Lernenden gemäß Bildungsstandard 6 bis zum Ende der sechsten Klasse erworben haben sollen, sind nun in jedem Kompetenzbereich noch einmal in sechs Lernfortschritte unterteilt. Jeder Kompetenzbereich wird durch eine umgreifende Kompetenzformulierung repräsentiert, die für die Orientierungsstufe als angestrebtes Ziel angesehen werden kann. So beschreibt etwa „Ich kann mit rationalen Zahlen sicher und geschickt rechnen.“ die angestrebte Kompetenz im Kompetenzbereich Rechnen. Die sechs Lernfortschritte in diesem Kompetenzbereich können dann als stufenweise Entfaltung dieser angestrebten Kompetenz oder als Teilkompetenzen angesehen werden. Sie sind eine nicht immer hierarchisch zwingende, aber doch fachdidaktisch begründete Abfolge beim Aufbau der angestrebten Kompetenz. Im Kompetenzbereich Rechnen etwa beginnt diese Abfolge bei den grundlegenden Kopfrechenfertigkeiten und den schriftlichen Rechenverfahren zu den Grundrechenarten bei natürlichen Zahlen. Sie verläuft dann weiter über das Berechnen von Termen und das Rechnen mit Brüchen, Dezimalbrüchen und ganzen Zahlen bis hin zum geschickten Rechnen mit rationalen Zahlen.

prozessbezogene Kompetenzen

Die allgemeinen mathematischen (oder auch „prozessbezogenen“) Kompetenzen wie Darstellungen verwenden, mathematisch kommunizieren, modellieren, argumentieren oder Probleme lösen spielen im Raster selbst keine Rolle, sind aber bei der Niveauabstufung bei den Übungsaufgaben durchaus mitbedacht. Sie finden über die Aufgabenstellung und insbesondere bei der Vernetzung und anspruchsvolleren Übungsaufgaben zum Modellieren Berücksichtigung.

Im Zentrum des Konzepts steht jedoch die Sicherung von Basiskompetenzen wie die Kenntnis einzelner Inhalte, die Verwendung von Darstellungsformen und das Ausführen von grundlegenden Operationen – beispielsweise beim Bruchrechnen, das im Zusammenhang der Prozentrechnung oder der Wahrscheinlichkeitsrechnung in Klasse 7 wieder benötigt wird. Deshalb wird auf eine separate Betrachtung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen verzichtet. Sie können ohnehin nur im Kontext konkreter Inhalte erworben oder gefestigt werden.

---

[4] Zur Einführung in die Arbeit mit Kompetenzrastern in Mathematik vgl. NL-13/M und NL-21.

[5] Vgl. zum Kompetenzraster und dem dahinterliegenden Kompetenzmodell NL-13/M S. 12ff. sowie NL-21 S. 16f.

Das verwendete Kompetenzraster ist knapp gehalten, um auf einer Seite in verständlicher Formulierung einen vollständigen Überblick über den Bildungsstandard 6 geben zu können.

Schülerverständlich formuliert und auf eine Seite komprimiert

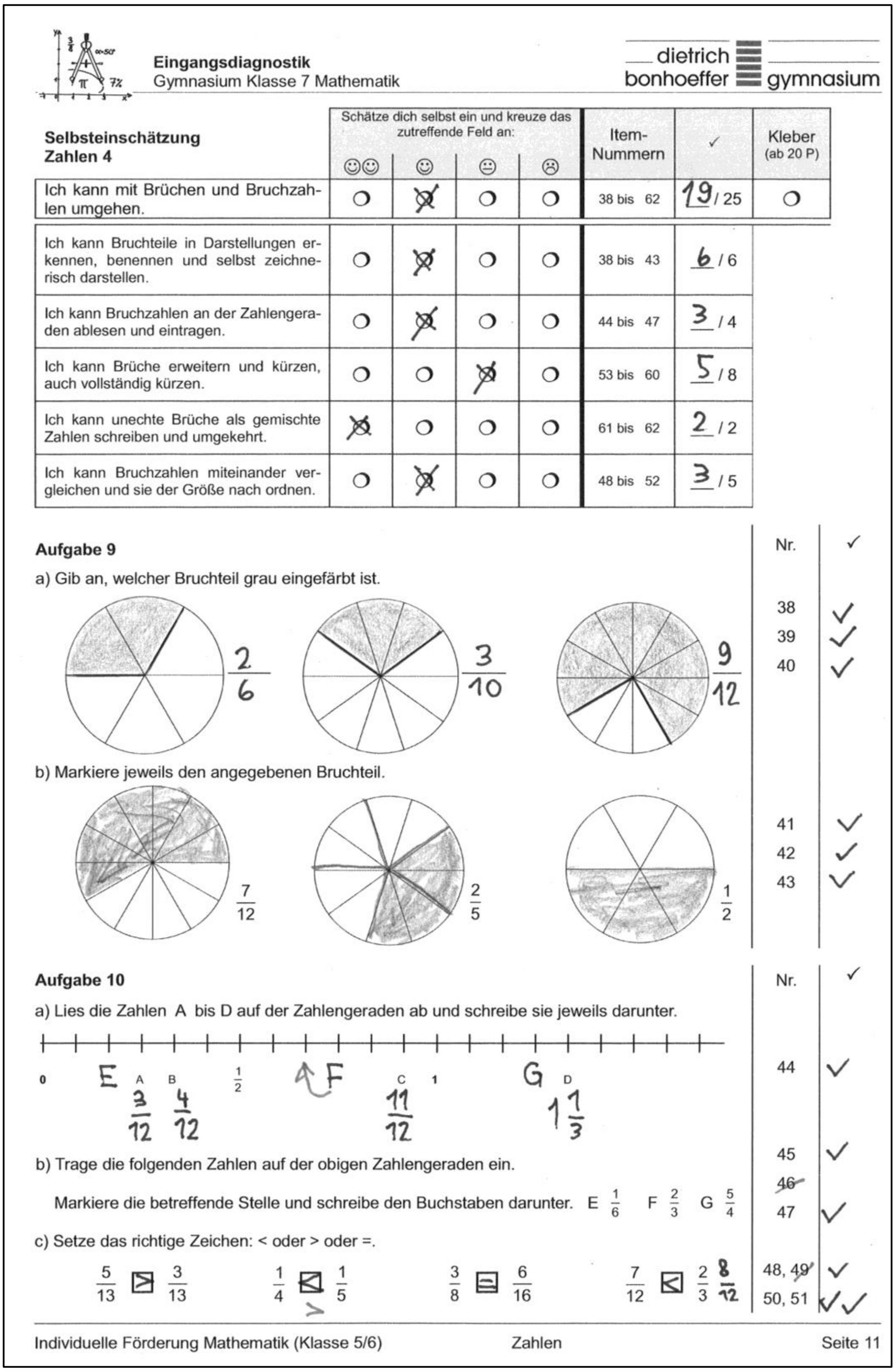
Das Kompetenzraster findet sich als DIN-A4-Kopiervorlage im Material-Anhang.

Mathematik Kompetenzraster - Orientierungsstufe

	LFS 1	LFS 2	LFS 3	LFS 4	LFS 5	LFS 6
1 Zahl Ich kann rationale Zahlen in geeigneter Form für Aufgaben in Mathematik und Umwelt einsetzen.	Ich kann den Aufbau unseres Zahlsystems erklären und mit natürlichen Zahlen umgehen.	Ich kann mit negativen Zahlen umgehen.	Ich kann mit Dezimalbrüchen umgehen.	Ich kann mit Brüchen und Bruchzahlen umgehen.	Ich kann mit der Prozentschreibweise umgehen.	Ich kann mit rationalen Zahlen umgehen und zwischen verschiedenen Darstellungsformen wechseln.
2 Rechnen Ich kann mit rationalen Zahlen sicher und geschickt rechnen.	Ich kann einfache Rechnungen sicher im Kopf ausführen.	Ich kann natürliche Zahlen schriftlich addieren und subtrahieren.	Ich kann natürliche Zahlen schriftlich multiplizieren und dividieren.	Ich kann Dezimalbrüche addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.	Ich kann Brüche addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.	Ich kann mit negativen Zahlen rechnen und rationale Zahlen addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.
3 Terme, Variable, Gleichungen Ich kann mit Termen umgehen (auch mit Variablen) und einfache Gleichungen lösen.	Ich kann die Rechengesetze bei Termen mit natürlichen Zahlen anwenden.	Ich kann Zahlterme aufstellen und berechnen.	Ich kann bei einfachen Mustern und Zahlenreihen deren Gesetzmäßigkeit erkennen und sie fortsetzen.	Ich kann Terme mit Variablen aufstellen.	Ich kann den Wert von Termen berechnen und mit Formeln umgehen.	Ich kann einfache Gleichungen lösen.
4 Daten und Zufall Ich kann Daten erheben, übersichtlich darstellen und auswerten.	Ich kann Daten erfassen, sie aus Tabellen und Texten entnehmen und aus Diagrammen ablesen.	Ich kann Daten ordnen und in Tabellen und Diagrammen darstellen.	Ich kann den Mittelwert mehrerer Werte berechnen und Daten auswerten.	Ich kann Teile und Anteile bestimmen, absolute und relative Häufigkeiten angeben.	Ich kann Anteile anschaulich in Diagrammen darstellen.	Ich kann eigene statistische Umfragen durchführen, auswerten und präsentieren.
5 Funktionale Zusammenhänge Ich kann einfache funktionale Zusammenhänge erkennen, sie beschreiben und mit ihnen Berechnungen anstellen.	Ich kann Größen aus maßstäblichen Darstellungen entnehmen.	Ich kann maßstäbliche Darstellungen anfertigen.	Ich kann einfache Zusammenhänge zwischen Größen erkennen und beschreiben.	Ich kann Zusammenhänge zwischen Größen darstellen.	Ich kann mit proportionalen Zuordnungen umgehen und den Dreisatz je mehr, desto mehr bei Aufgaben aus dem Alltag anwenden.	Ich kann den Dreisatz je mehr, desto weniger bei Aufgaben aus dem Alltag anwenden.
6 Raum und Form Ich kann mit grundlegenden geometrischen Objekten umgehen, sie darstellen, abbilden und zur Lösung von Problemen einsetzen.	Ich kann geometrische Objekte fachgerecht benennen und unterscheiden.	Ich kann geometrische Objekte anhand ihrer Eigenschaften beschreiben und erklären, in welcher Beziehung sie zueinander stehen.	Ich kann ebene Figuren und zueinander parallele und orthogonale Geraden zeichnen.	Ich kann Körpernetze erkennen und entwerfen sowie Modelle von Körpern erstellen.	Ich kann Schrägbilder von Körpern anfertigen.	Ich kann symmetrische Figuren erkennen, Symmetrien beschreiben und symmetrische Figuren erzeugen.
7 Messen Ich kann sicher mit Größenangaben umgehen und Größen (insbesondere Winkel und Flächeninhalte) schätzen, messen und berechnen.	Ich kann mit Maßsystemen umgehen und Längen, Massen und Zeitspannen schätzen.	Ich kann Größen messen und mit Messergebnissen umgehen.	Ich kann Maßangaben in andere Maßeinheiten umwandeln und mit Größen rechnen.	Ich kann Winkel messen, schätzen, bezeichnen und zeichnen.	Ich kann Umfang und Flächeninhalt von einfachen ebenen Figuren berechnen und mit Flächenmaßen umgehen.	Ich kann Rauminhalt und Oberflächeninhalt von Quadern berechnen und mit Volumenmaßen umgehen.

4.2 Das Arbeitsheft

Das Arbeitsheft beinhaltet in erster Linie reaktivierende Testaufgaben zu allen Kompetenzen des Bildungsstandards 6. Vor diesen Aufgaben sind zu jedem Lernfortschritt eine Selbsteinschätzung zu der angesprochenen Kompetenz sowie eine Auflistung der dazugehörigen Teilkompetenzen, Fertigkeiten und Kenntnisse abgedruckt. Außerdem enthält das Arbeitsheft nach einer Einführung in die Arbeit mit Arbeitsheft und den Lernflyern auch das Kompetenzraster, in dem nach und nach der individuelle Kompetenzstand abgebildet wird. Am Ende finden sich die beiden Übersichtstabellen, mithilfe derer die Lernenden diejenigen Flyer ermitteln können, die sie anschließend bearbeiten, und mit denen der Lernprozess dokumentiert wird (vgl. S. 15f.).



Eingangsdiagnostik
Gymnasium Klasse 7 Mathematik

dietrich bonhoeffer gymnasium

Selbsteinschätzung Zahlen 4	Schätze dich selbst ein und kreuze das zutreffende Feld an: ☺☺	☺	😐	☹	Item-Nummern	✓	Kleber (ab 20 P)
Ich kann mit Brüchen und Bruchzahlen umgehen.	❍	☒	❍	❍	38 bis 62	19 / 25	❍
Ich kann Bruchteile in Darstellungen erkennen, benennen und selbst zeichnerisch darstellen.	❍	☒	❍	❍	38 bis 43	6 / 6	
Ich kann Bruchzahlen an der Zahlengeraden ablesen und eintragen.	❍	☒	❍	❍	44 bis 47	3 / 4	
Ich kann Brüche erweitern und kürzen, auch vollständig kürzen.	❍	❍	☒	❍	53 bis 60	5 / 8	
Ich kann unechte Brüche als gemischte Zahlen schreiben und umgekehrt.	☒	❍	❍	❍	61 bis 62	2 / 2	
Ich kann Bruchzahlen miteinander vergleichen und sie der Größe nach ordnen.	❍	☒	❍	❍	48 bis 52	3 / 5	

Aufgabe 9

a) Gib an, welcher Bruchteil grau eingefärbt ist.

$\frac{2}{6}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{9}{12}$

b) Markiere jeweils den angegebenen Bruchteil.

$\frac{7}{12}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{2}$

Nr.	✓
38	✓
39	✓
40	✓
41	✓
42	✓
43	✓

Aufgabe 10

a) Lies die Zahlen A bis D auf der Zahlengeraden ab und schreibe sie jeweils darunter.

0 E A B $\frac{1}{2}$ F C 1 G D

$\frac{3}{12}$ $\frac{4}{12}$ $\frac{11}{12}$ $1\frac{1}{3}$

b) Trage die folgenden Zahlen auf der obigen Zahlengeraden ein.

Markiere die betreffende Stelle und schreibe den Buchstaben darunter. E $\frac{1}{6}$ F $\frac{2}{3}$ G $\frac{5}{4}$

c) Setze das richtige Zeichen: < oder > oder =.

$\frac{5}{13}$ > $\frac{3}{13}$ $\frac{1}{4}$ < $\frac{1}{5}$ > $\frac{3}{8}$ = $\frac{6}{16}$ $\frac{7}{12}$ < $\frac{2}{3}$ $\frac{8}{12}$

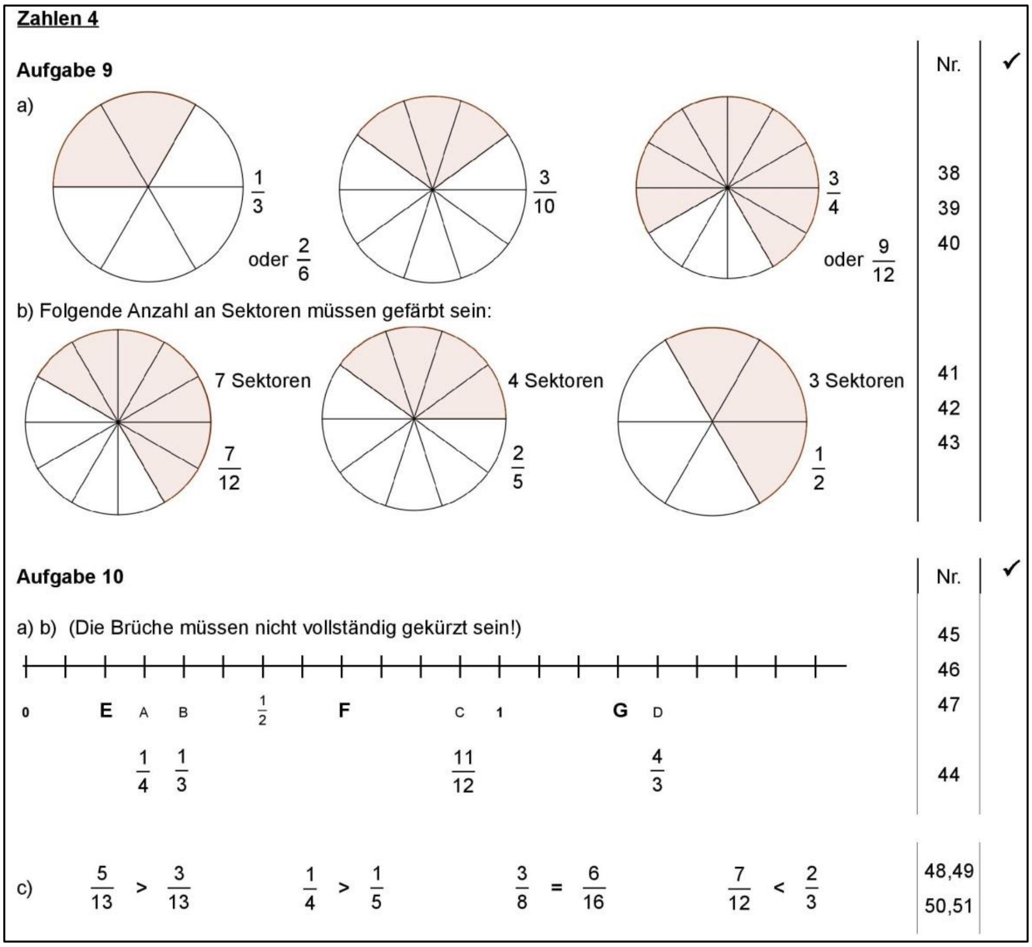
Nr.	✓
44	✓
45	✓
~~46~~	
47	✓
48, ~~49~~	✓
50, 51	✓ ✓

Individuelle Förderung Mathematik (Klasse 5/6) Zahlen Seite 11

4.3 Das Lösungsheft

Das Lösungsheft bietet zu allen Aufgaben des Arbeitsheftes eine Lösung. Das Layout ist dabei so gehalten, dass es möglichst dem Arbeitsheft ähnelt und damit eine sehr schnelle und sichere Selbstkontrolle ermöglicht. Die Lernenden erhalten das Lösungsheft von der Lehrkraft nach einem oder mehreren fertig bearbeiteten Lernfortschritten zum Zweck der Selbstkontrolle und geben es anschließend wieder ab. Pro Klasse sollten mindestens fünf Lösungshefte bereit gehalten werden.

Wie im Arbeitsheft beginnt die Itemzählung in jedem Kompetenzbereich mit 1. Dann wird über alle 6 Lernfortschritte hinweg durchlaufend nummeriert. Um eine eindeutige Zuordnung der Lösungen zu den bearbeiteten Aufgaben sicher zu stellen, wurden die Aufgaben aber im ganzen Heft fortlaufend nummeriert. Das erste Kapitel zu den Kompetenzbereichen „Zahlen“, „Rechnen“ und „Terme, Variablen und Gleichungen“ umfasst die Aufgaben 1 bis 54. Kapitel 2 („Funktionale Zusammenhänge und Daten“) beginnt mit Aufgabe 55, das dritte Kapitel („Geometrie“) geht von Aufgabe 113 bis Aufgabe 169.



Ein Item gilt nur dann als erfüllt, wenn die Schülerlösung mit der Angabe im Lösungsheft übereinstimmt. Bei einigen Aufgaben findet sich der Hinweis darauf, dass es mehrere richtige Lösungsmöglichkeiten gibt. Sind sich Schülerinnen und Schüler unsicher, so besprechen sie dies mit einer Lernpartnerin oder einem Lernpartner oder fragen gegebenenfalls die Lehrkraft.

4.4 Das Begleitheft

Das Begleitheft dient in erster Linie der Einführung der unterrichtenden Lehrkräfte in das Projekt. Es bietet darüber hinaus aber vor allem die Möglichkeit, für alle Lernenden auf je einer Doppelseite aus Kompetenzraster und Flyerübersicht den Lernprozess zu dokumentieren. Hier können die Ergebnisse der Arbeit mit dem Arbeitsheft festgehalten werden: Über welche Kompetenzen verfügt eine Schülerin oder ein Schüler sicher? Bei welchen Kompetenzen ist eine Nacharbeit nötig? Auf dem Kompetenzraster kann die Vergabe der Klebepunkte markiert werden, in der Flyerübersicht wird dokumentiert, welche Flyer bearbeitet werden sollen und welche nicht. Hier kann auch die erfolgreiche Flyerbearbeitung nach Abgabe der Lösung zu den Testaufgaben mit einem Haken vermerkt werden. Die Lehrkraft hat so mit minimalem Aufwand einen guten Überblick, wer von den Lernenden einer Klasse noch welchen Flyer bearbeiten muss und welche Kompetenzen bereits nachgewiesen wurden – sei es durch die Eingangsdiagnostik oder durch die Bearbeitung der Flyer-Testaufgaben.

Flyerübersicht

Flyer-Nr.	Thema	Zugehörige Kompetenzfelder			Flyer bearbeiten	Flyer nicht bearbeiten	erfolgreich bearbeitet ✓
01	Die natürlichen Zahlen	Zahl 1 ✓			○	⊗	
02	Terme und Vorrangregeln	Terme 1 ✓	Terme 2 ✓		○	⊗	
03	Schriftlich Rechnen	Rechnen 1 ✓	Rechnen 2 ✓	Rechnen 3 ✓	○	⊗	
04	Bruchzahlen / mit Brüchen rechnen	Zahlen 4 ✗	Rechnen 5 ✗		⊗	○	✓
05	Dezimalbrüche / mit Dezimalbrüchen rechnen	Zahlen 3 ✓	Rechnen 4 ?		⊗ ?	○	✓
06	Umwandeln von rationalen Zahlen	Zahlen 5 ✓	Zahlen 6 ✓		○	⊗	
07	Ganze Zahlen / mit negativen Zahlen rechnen	Zahlen 2 ✗	Rechnen 6 ?		⊗	○	✓
08	Daten, Tabellen und Diagramme	Daten 1 ✓	Daten 2 ✓		○	⊗	
09	Anteile bestimmen und darstellen	Daten 4 ✗	Daten 5 ✓		⊗	○	
10	Daten auswerten und Umfragen durchführen	Daten 3 ✓	Daten 6 ✓		○	⊗	
11	Maßstäbliche Darstellungen	Funktion 1 ✓	Funktion 2 ✓		○	⊗	
12	Zuordnungen erkennen, beschreiben und darstellen	Funktion 3 ✗	Funktion 4 ✗		⊗	○	
13	Dreisatz und proportionale Zuordnungen	Funktion 5 ✓	Funktion 6 ✓		○	⊗	
14	Terme mit Variablen aufstellen	Terme 3 ✓	Terme 4 ✗		⊗	○	✓
15	Werte berechnen und Formeln anwenden	Terme 5 ✓			○	⊗	
16	Gleichungen lösen	Terme 6 ✓			○	⊗	
17	Geometrische Grundobjekte	Geo 1	Geo 2		○	○	
18	Ebene Figuren	Geo 3			○	○	
19	Netze, Schrägbilder, Geometrie im Raum	Geo 4	Geo 5		○	○	
20	Symmetrie und Abbildungen	Geo 6			○	○	
21	Mit Maßen umgehen	Messen 1	Messen 2	Messen 3	○	○	
22	Winkel	Messen 4			○	○	
23	Rechtecke: Flächeninhalt und Umfang	Messen 5 .1			○	○	
24	Parallelogramm, Dreieck und Kreis	Messen 5 .2			○	○	
25	Quader: Volumen und Oberflächeninhalt	Messen 6			○	○	

Kompetenzraster

Mathematik Kompetenzraster - Orientierungsstufe

	LFS 1	LFS 2	LFS 3	LFS 4	LFS 5	LFS 6
1 Zahl Ich kann rationale Zahlen in geeigneter Form für Aufgaben in Mathematik und Umwelt einsetzen.	Ich kann den Aufbau unseres Zahlsystems erklären und mit natürlichen Zahlen umgehen. ✓	Ich kann mit negativen Zahlen umgehen.	Ich kann mit Dezimalbrüchen umgehen. ✓✓	Ich kann mit Brüchen und Bruchzahlen umgehen.	Ich kann mit der Prozentschreibweise umgehen. ✓	Ich kann mit rationalen Zahlen umgehen und zwischen verschiedenen Darstellungsformen wechseln. ✓
2 Rechnen Ich kann mit rationalen Zahlen sicher und geschickt rechnen.	Ich kann einfache Rechnungen sicher im Kopf ausführen. ✓	Ich kann natürliche Zahlen schriftlich addieren und subtrahieren. ✓	Ich kann natürliche Zahlen schriftlich multiplizieren und dividieren. ✓	Ich kann Dezimalbrüche addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren. ✓✓	Ich kann Brüche addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.	Ich kann mit negativen Zahlen rechnen und rationale Zahlen addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren. ✓✓
3 Terme, Variable, Gleichungen Ich kann mit Termen umgehen (auch mit Variablen) und einfache Gleichungen lösen.	Ich kann die Rechengesetze bei Termen mit natürlichen Zahlen anwenden. ✓	Ich kann Zahlterme aufstellen und berechnen. ✓	Ich kann bei einfachen Mustern und Zahlenreihen deren Gesetzmäßigkeit erkennen und sie fortsetzen. ✓✓	Ich kann Terme mit Variablen aufstellen.	Ich kann den Wert von Termen berechnen und mit Formeln umgehen. ✓	Ich kann einfache Gleichungen lösen. ✓
4 Daten und Zufall Ich kann Daten erheben, übersichtlich darstellen und auswerten.	Ich kann Daten erfassen, sie aus Tabellen und Texten entnehmen und aus Diagrammen ablesen. ✓	Ich kann Daten ordnen und in Tabellen und Diagrammen darstellen. ✓	Ich kann den Mittelwert mehrerer Werte berechnen und Daten auswerten. ✓	Ich kann Teile und Anteile bestimmen, absolute und relative Häufigkeiten angeben.	Ich kann Anteile anschaulich in Diagrammen darstellen. ✓	Ich kann eigene statistische Umfragen durchführen, auswerten und präsentieren. ✓
5 Funktionale Zusammenhänge Ich kann einfache funktionale Zusammenhänge erkennen, sie beschreiben und mit ihnen Berechnungen anstellen.	Ich kann Größen aus maßstäblichen Darstellungen entnehmen. ✓	Ich kann maßstäbliche Darstellungen anfertigen. ✓	Ich kann einfache Zusammenhänge zwischen Größen erkennen und beschreiben.	Ich kann Zusammenhänge zwischen Größen darstellen.	Ich kann mit proportionalen Zuordnungen umgehen und den Dreisatz „je mehr, desto mehr" bei Aufgaben aus dem Alltag anwenden. ✓	Ich kann den Dreisatz „je mehr, desto weniger" bei Aufgaben aus dem Alltag anwenden. ✓
6 Raum und Form Ich kann mit grundlegenden geometrischen Objekten umgehen, sie darstellen, abbilden und zur Lösung von Problemen einsetzen.	Ich kann geometrische Objekte fachgerecht benennen und unterscheiden.	Ich kann geometrische Objekte anhand ihrer Eigenschaften beschreiben und erklären, in welcher Beziehung sie zueinander stehen.	Ich kann ebene Figuren und zueinander parallele und orthogonale Geraden zeichnen.	Ich kann Körpernetze erkennen und entwerfen sowie Modelle von Körpern erstellen.	Ich kann Schrägbilder von Körpern anfertigen.	Ich kann symmetrische Figuren erkennen, Symmetrien beschreiben und symmetrische Figuren erzeugen.
7 Messen Ich kann sicher mit Größenangaben umgehen und Größen (insbesondere Winkel und Flächeninhalte) schätzen, messen und berechnen.	Ich kann mit Maßsystemen umgehen und Längen, Massen und Zeitspannen schätzen.	Ich kann Größen messen und mit Messergebnissen umgehen.	Ich kann Maßangaben in andere Maßeinheiten umwandeln und mit Größen rechnen.	Ich kann Winkel messen, schätzen, bezeichnen und zeichnen.	Ich kann Umfang und Flächeninhalt von einfachen ebenen Figuren berechnen und mit Flächenmaßen umgehen.	Ich kann Rauminhalt und Oberflächeninhalt von Quadern berechnen und mit Volumenmaßen umgehen.

4.5 Die Lernflyer

Die Lernflyer[6] sind kleine, sechsseitige Lernheftchen, die als Leporello aus einem dreispaltig bedruckten, doppelseitig kopierten DIN-A4-Blatt gefaltet werden. Im Kopf des Flyers auf Seite 1 ist die jeweilige Kompetenz sowie der Bezug zum Kompetenzraster benannt. Ihr Aufbau folgt immer demselben Schema:

Individuelle Förderung – Mathematik – Klasse 5/6

Umklappen
Üben
Verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 18

Kompetenz: MESSEN 1 und 2
Ich verstehe Aufbau und Verwendung der Maßsysteme, kenne die Maßeinheiten, kann bei Größenangaben in andere Einheiten umwandeln und geeignete Maßgrößen und Einheiten nutzen, um Situationen zu beschreiben und zu untersuchen.
Ich kann Längen, Zeitspannen und Massen bestimmen und mithilfe alltagsbezogener Repräsentanten schätzen. Ich kann Messergebnisse der Situation angemessen darstellen, Größen vergleichen und mit ihnen rechnen.

Erklärungen und Beispiele

Solche Quartettspiele kennst Du sicher auch: Je nach Thema vergleichen wir die maximale Geschwindigkeit von Autos, die Anzahl der gewonnenen Meistertitel von Fußballmannschaften oder eben die Länge, das Lebensalter oder das Gewicht von Tieren.

Für eine **Größenangabe** benötigen wir immer eine Maßeinheit und eine Maßzahl: Ein Eisbär wird bspw. 280 cm lang. Die gewählte Maßeinheit ist Zentimeter (cm), die zugehörige Maßzahl „280“.

Für Längen sind die gewöhnlichen Maßeinheiten Millimeter (mm), cm, Dezimeter (dm), Meter (m) und Kilometer (km). Die Masse (oft auch das „Gewicht“, was eigentlich nicht stimmt!) wird meist in Milligramm (mg), Gramm (g), Kilogramm (kg) oder Tonne (t) angegeben, Zeitspannen in Sekunden (s), Minuten (min), Stunden (h), Tagen (d) oder Jahren (a), manchmal auch in Wochen oder Monaten.

Je nach Situation wird man unterschiedliche Maßeinheiten wählen: Die Länge eines Eisbären kann man gut in m oder cm angeben, die Länge eines Schmetterlings, der nur achteinhalb Zentimeter lang wird, wird man sicher nicht in m angeben!

Möchte man Größenangaben vergleichen oder mit ihnen rechnen (z. B. mehrere Längen addieren), so ist es meist sinnvoll, sie so umzuwandeln, dass man sie mit der gleichen Maßeinheit vorliegen hat: 480 kg sind bspw. 480000 g (Kilo-Gramm bedeutet „Tausend“ Gramm); die Masse eines Eisbären ist also viel größer als die eines Schmetterlings…

Ebenso sind 1000 m ein Kilo-Meter. Dagegen haben vorangestelltes „Milli-“, „Zenti-“ bzw. „Dezi-“ die Bedeutung „Tausendstel“, „Hundertstel“ bzw. „Zehntel“. (Das gibt es nicht nur bei den

Seite 1

- Jeder Flyer beginnt mit **Erklärungen, Beispielen und Tipps**. In komprimierter Form werden dabei alle wesentlichen Inhalte zusammengefasst und – durch Beispiele unterstützt – die grundlegenden Fertigkeiten wiederholt (Seite 1 / 2).
- Daran schließen sich **Übungsaufgaben auf zwei Anforderungsniveaus** an, zu denen die Lernenden durch Umklappen der Lösungen die Möglichkeit der Selbstkontrolle haben (Seite 3 / 4 und 5 / 6).
- Auf manchen Flyern finden sich zudem **Verweise** auf weitere, ergänzende Übungsmöglichkeiten oder Erklärungen im Internet sowie **Tipps**, worauf besonders zu achten ist.
- Am Ende des Flyers stehen die **Testaufgaben** zur abschließenden Überprüfung. Hierzu gibt es *keine* Lösungen zur Selbstkontrolle. Die Testaufgaben dienen als Nachweis, dass eine Schülerin oder ein Schüler über eine Kompetenz verfügt (Seite 6).

Aufgaben 1	**Lösungen 1**	**Erklärungen und Beispiele 1**
	Tipps	
Seite 3	Seite 4	Seite 1

Erklärungen und Beispiele 2	**Lösungen 2**	**Aufgaben 2**
	Testaufgaben	
Seite 2	Seite 6	Seite 5

[6] Die insgesamt 25 Lernflyer befinden sich als Kopiervorlagen im Material-Anhang.

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Ergänze jeweils die passende Einheit (als Wort und mit der zugehörigen Kurzschreibweise):
- a) Ein Handy wiegt 125 … .
- b) Eine Stubenfliege wird 1 … alt.
- c) Eine Schultafel ist 100 … hoch.
- d) Eine Postkarte wiegt 7 … .
- e) Für die Erstellung dieses Flyers benötigte mein Lehrer 6 … .
- f) Ein Auto ist 3 … lang.
- g) Ein Blauwal wiegt 110 … .
- h) Mein Daumen ist ungefähr 15 … breit.
- i) Mein Schulweg dauert ungefähr 15 … .
- j) Das Klassenzimmer ist 2,5 … hoch.
- k) Eine Stadionrunde ist 0,4 … lang.
- l) Ein Kasten Sprudel wiegt 12 … .

② Wandle die Größe in die gegebene Maßeinheit um.

a) 35 cm (in mm)	b) 70000 cm (in m)
c) 700 km (in m)	d) 40 dm (in mm)
e) 42 t (in kg)	f) 3000 g (in kg)
g) 3000 g (in mg)	h) 2 h (in min)
i) 2 d (in min)	j) 660 s (in min)

③ Ordne die Größen der Größe nach.
- a) 1740 m / 2 km / 35000 cm / 2600000 mm
- b) 3 d / 120 h / 470 min / 3000 s
- c) 22 kg / 9000 g / 4500 mg / 7 g / 1 t

④ Gib die Größen jeweils mit *einer* Maßeinheit an.

a) 2 min 6 s	b) 3 d 4 h
c) 5 m 7 cm	d) 2 km 39 m
e) 12 t 300 kg	f) 40 kg 52 g

⑤ Gib als *gemischte Größe* (mit zwei Maßeinheiten) an.
z. B. 128 mm = 12 cm 8 mm

a) 1050 g	b) 7802 kg	c) 26050 mg
d) 52 h	e) 825 min	f) 555 s
g) 416 dm	h) 9423 m	i) 46 cm

⑥ Gib die Größe mit Komma in der nächstgrößeren Maßeinheit an.
z. B. 128 mm = 12,8 cm

a) 21700 g	b) 6030 kg	c) 250 mg
d) 213 dm	e) 43059 m	f) 92 cm

Seite 3

Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

①

a) g (Gramm)	b) d (Tag)
c) cm (Zentimeter)	d) g (Gramm)
e) h (Stunden)	f) m (Meter)
g) t (Tonnen)	h) mm (Millimeter)
i) min (Minuten)	j) m (Meter)
k) km (Kilometer)	l) kg (Kilogramm)

②

a) 350 mm	b) 700 m
c) 700000 m	d) 4000 mm
e) 42000 kg	f) 3 kg
g) 3000000 mg	h) 120 min
i) 2880 min	j) 11 min

③
- a) 35000 cm = 350 m < 1740 m < 2 km = 2000 m < 2600000 mm = 2600 m
- b) 3000 s = 50 min < 470 min = 7 h 50 min < 3 d = 72 h < 120 h
- c) 4500 mg = 4,5g < 7 g < 9000 g = 9 kg < 22 kg < 1 t = 1000 kg

④

a) 126 s	b) 76 h
c) 507 cm	d) 2039 m
e) 12300 kg	f) 40052 g

⑤

a) 1 kg 50 g	b) 7 t 802 kg	c) 26 g 50 mg
d) 2 d 4 h	e) 13 h 45 min	f) 9 min 15 s
g) 41m 6 dm	h) 9 km 423 m	i) 4 dm 6 cm

⑥

a) 21,7 kg	b) 6,03 t	c) 0,25 g
d) 21,3 m	e) 43,059 km	f) 9,2 dm

Tipps

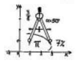
Achte auf die **unterschiedlichen Umrechnungsfaktoren**: bei der Masse immer „mal tausend", bei den Längen „mal zehn" bzw. bei m → km „mal tausend" und bei den Zeitspannen „mal sechzig" oder bei d → h „mal vierundzwanzig"!

Vorsicht bei **Dezimalbrüchen und Zeitangaben:**
2,25 h sind nicht 2 h 25 min!!! Wegen 2,25 = 2¼ sind es 2 h und (60:4) = 15 min!

Seite 4

Individuelle Förderung – Mathematik – Klasse 5/6

Umklappen
Üben
Verstehen



dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 18

Kompetenz: MESSEN 1 und 2
Ich verstehe Aufbau und Verwendung der Maßsysteme, kenne die Maßeinheiten, kann bei Größenangaben in andere Einheiten umwandeln und geeignete Maßgrößen und Einheiten nutzen, um Situationen zu beschreiben und zu untersuchen.
Ich kann Längen, Zeitspannen und Massen bestimmen und mithilfe alltagsbezogener Repräsentanten schätzen. Ich kann Messergebnisse der Situation angemessen darstellen, Größen vergleichen und mit ihnen rechnen.

Erklärungen und Beispiele

Solche Quartettspiele kennst Du sicher auch: Je nach Thema vergleichen wir die maximale Geschwindigkeit von Autos, die Anzahl der gewonnenen Meistertitel von Fußballmannschaften oder eben die Länge, das Lebensalter oder das Gewicht von Tieren.

Eisbär C1

Länge	2,80 m
Alter	30 Jahre
Gewicht	480 kg

Schmetterling „Caroni Fackel" E2

Länge	85 mm
Alter	10 Monate
Gewicht	22 g

Für eine **Größenangabe** benötigen wir immer eine Maßeinheit und eine Maßzahl: Ein Eisbär wird bspw. 280 cm lang. Die gewählte Maßeinheit ist Zentimeter (cm), die zugehörige Maßzahl „280".

Für Längen sind die gewöhnlichen Maßeinheiten Millimeter (mm), cm, Dezimeter (dm), Meter (m) und Kilometer (km). Die Masse (oft auch das „Gewicht", was eigentlich nicht stimmt!) wird meist in Milligramm (mg), Gramm (g), Kilogramm (kg) oder Tonne (t) angegeben, Zeitspannen in Sekunden (s), Minuten (min), Stunden (h), Tagen (d) oder Jahren (a), manchmal auch in Wochen oder Monaten.

Je nach Situation wird man unterschiedliche Maßeinheiten wählen: Die Länge eines Eisbären kann man gut in m oder cm angeben, die Länge eines Schmetterlings, der nur achteinhalb Zentimeter lang wird, wird man sicher nicht in m angeben!

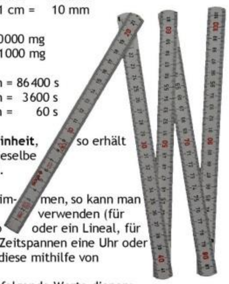
Möchte man Größenangaben vergleichen oder mit ihnen rechnen (z. B. mehrere Längen addieren), so ist es meist sinnvoll, sie so umzuwandeln, dass man sie mit der gleichen Maßeinheit vorliegen hat: 480 kg sind bspw. 480000 g (Kilo-Gramm bedeutet „Tausend" Gramm); die Masse eines Eisbären ist also viel größer als die eines Schmetterlings...

Ebenso sind 1000 m ein Kilo-Meter. Dagegen haben vorangestelltes „Milli-", „Zenti-" bzw. „Dezi-" die Bedeutung „Tausendstel", „Hundertstel" bzw. „Zehntel". (Das gibt es nicht nur bei den

Seite 1

Längen. Später werden uns auch Milliliter begegnen. Oder beim Geld haben wir den Euro-Cent, ein Hundertstel von einem Euro.)

Für die Umrechnung der Einheiten gilt:
1 km = 1000 m
1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm
1 dm = 10 cm = 100 mm
1 cm = 10 mm
1 t = 1000 kg
1 kg = 1000 g = 1000000 mg
1 g = 1000 mg
1 a = 365 d
1 d = 24 h = 1440 min = 86400 s
1 h = 60 min = 3600 s
1 min = 60 s



Wählt man eine **kleine Maßeinheit**, so erhält man dementsprechend für dieselbe Größe eine **größere Maßzahl**.

Möchte man eine Größe bestimmen, so kann man entweder Messinstrumente verwenden (für Längen z. B. einen Meterstab oder ein Lineal, für Massen eine Waage oder für Zeitspannen eine Uhr oder Stoppuhr) oder man schätzt diese mithilfe von Vergleichsgegenständen.
Zum Schätzen können bspw. folgende Werte dienen:

Längen:	Daumendicke eines Erwachsenen:	25 mm
	Handspanne eines Erwachsenen:	20 cm
	ein großer Schritt:	1 m
	Höhe einer Zimmertür:	2 m
Massen:	eine Tafel Schokolade:	100 g
	ein Liter Wasser, Sprudel oder Saft:	1 kg
Zeitspannen:	Aussprechen der Zahl „einundzwanzig":	1 s

Ein Beispiel soll zeigen, wie man mit Größen rechnet:

Es soll das Durchschnittsgewicht von Eichhörnchen (400 g), Königspinguin (19 kg), Alligator (500 kg), Giraffe (700 kg) und Elefant (6 t) bestimmt werden.

Zunächst wandelt man in dieselbe Maßeinheit um und erhält 0,4 kg + 19 kg + 500 kg + 700 kg + 6000 kg = 7219,4 kg als Gesamtgewicht. (Will man das Komma vermeiden, so wandelt man alles in g um und erhält 400 g + 19000 g + 500000 g + 700000 g + 6000000 g = 7219400 g.)
Man behält also nach dem Umwandeln die gemeinsame Maßeinheit bei und addiert einfach die Maßzahlen. (Dasselbe gilt natürlich auch für das Subtrahieren.)
Beim Vervielfachen oder Teilen (Multiplizieren oder Dividieren mit Zahlen) wird die Maßeinheit beibehalten und die Maßzahl vervielfacht oder geteilt. Für das Durchschnittsgewicht müssen wir also 7219,4 kg : 5 rechnen und erhalten (7219,4 : 5) kg = 1443,88 kg.

Das Multiplizieren von zwei Größen miteinander macht zunächst eigentlich keinen Sinn: Was sollte bspw. „3 Stunden mal 5 Minuten" sein? Dagegen kann man „3 mal 5 Minuten" sehr wohl berechnen.

(Beim Berechnen von Flächeninhalten oder Rauminhalten werden wir uns auf Flyer 20 / 21 aber mit dem Multiplizieren von Längen beschäftigen.)

Seite 2

Lösungen 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① individuelle Lösungen

②

a) 194 cm	b) 113 cm
c) 193 cm	d) 1660 m
e) 1475 g	f) 46 h
g) 5250 kg	h) 375 s

③ a) (180 min + 98 min + 124 min + 106 min) : 4 = 127 min
b) (1640 cm + 210 cm + 2203 cm + 407 cm) : 4 =1115 cm
c) (2000 kg + 416 kg + 265,7 kg + 23,5 kg + 0,2 kg) : 5 = 541,08 kg

④ a) München → Ulm: 1 h 4 min
b) Stuttgart → Hamburg: 4 h 36 min
c) Esslingen → Dresden: 6 h 14 min
d) Filderstadt → Paris: 5 h 30 min + 7 h 4 min = 12 h 34 min

⑤ Kevin (ca. 19¼ Jahre) < Anna (22 Jahre = ca. 264 Monate) < Sebastian (ca. 27¾ Jahre) < Stefanie (ca. 30½ Jahre)

⑥ Er atmet 20 mal pro Minute, 1200 mal pro Stunde, 28800 mal pro Tag und 10512000 mal pro Jahr. Man müsste ca. 95 Jahre alt werden. (1000000000 : 10512000 ≈ 95).

Testaufgaben zum Abschluss

❶ Miss die Länge und die Breite einer Seite aus deinem Mathematikbuch. Gib beide Größen an und berechne den Durchschnittswert.

❷ Wandle die Größe in die gegebene Maßeinheit um.

a) 21 dm (in mm)	b) 7450 cm (in m)
c) 3,04 km (in m)	d) 5,3 t (in kg)
e) 3080 g (in kg)	f) 240 s (in min)

❸ Ordne die Größen der Größe nach.
- a) 2 km 23 m / 0,2 km / 435060 cm / 269000 mm
- b) 2 d 4 h / 99 h / 4030 min / 55555 s / 12 h 12 min
- c) 2,5 kg / 4200 g / 8200 mg / 13 g / 0,4 t

❹ Gib die Größen jeweils mit *einer* Maßeinheit an.

a) 3 h 15 min	b) 2 d 33 min
c) 6 m 9 cm	d) 13 km 13 m
e) 2 t 220 kg	f) 4 g 55 mg

❺ Gib als *gemischte Größe* (mit zwei Maßeinheiten) an.

a) 2450 mg	b) 66302 kg
c) 39 h	d) 444 min
e) 1209 dm	f) 73 mm

Seite 6

Aufgaben 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① Bestimme die folgenden Größen:
- a) Das Gewicht deines Schulranzens
- b) Das Gewicht deines Mathematik-Buchs
- c) Deine Daumenbreite
- d) Deine (Hand)Spanne
- e) Deine Elle
- f) Deine Zähneputz-Dauer
- g) Dein Körpergewicht
- h) Deine Schrittweite
- i) Die Länge deines Bettes

② Finde jeweils die Größe, die genau in der Mitte zwischen den beiden angegebenen Größen liegt.
- a) 130 cm / 258 cm
- b) 26 cm / 2 m
- c) 13 dm / 2,56 m
- d) 220 m / 3 km 100 m
- e) 750 g / 2,2 kg
- f) 2 d 3 h / 41 h
- g) 3 t / 7500 kg
- h) 9 min 10 s / 200 s

③ Berechne jeweils den Durchschnittswert.
- a) 3 h / 98 min / 2 h 4 min / 106 min
- b) 16,4 m / 21 dm / 2203 cm / 4 m 7 cm
- c) 2 t / 416 kg / 265700 g / 23,5 kg / 200 g

④ Berechne jeweils die Reisedauer.
- a) München 16:20 → Ulm 17:24
- b) Stuttgart 7:53 → Hamburg 12:29
- c) Esslingen 8:29 → Dresden 14:43
- d) Filderstadt 18:30 → Paris 7:04

⑤ Anna, Stefanie, Sebastian und Kevin feiern gemeinsam ihre ganz besonderen „Geburtstage". Anna ist 22 Jahre, Stefanie 11111 Tage, Sebastian 333 Monate und Kevin 999 Wochen alt. Schätze zuerst und berechne danach, wer von den vieren am ältesten und wer am jüngsten ist.

⑥ Timo stellt fest, dass er durchschnittlich alle drei Sekunden einmal atmet. Berechne, wie oft er demnach pro Minute, pro Stunde, pro Tag und pro Jahr atmet. Wie alt müsste man werden, um 1 Milliarden mal geatmet zu haben?

Seite 5

Kopiervorlagen aller Flyer finden Sie am Ende des Heftes.

4.5.1 Handhabung der Flyer

Vorbereiten der Flyer

Um den Flyer verwenden zu können, legt man die beidseitige Kopie so vor sich hin, dass die Rückseite oben liegt (Seiten 2, 6 und 5). Nun faltet man das Blatt entlang der rechten Spaltentrennlinie so, dass die Seite 5 auf der Seite 6 zum Liegen kommt und die Seite 3 neben Seite 2 sichtbar wird. Wenn man anschließend die Seite 2 entlang der linken Spaltentrennlinie zur Mitte faltet, erhält man den fertig gefalteten Flyer.

Etwas komplizierter ist der Umgang mit dem Flyer. Er sollte daher unbedingt den Lernenden vorgeführt und gemeinsam eingeübt werden. Sie werden aber selbst merken: Wenn Sie dies zwei- oder dreimal gemacht haben, versteht sich die Benutzung von selbst.

Umgang mit dem Flyer

Auf Seite 1 und 2 des Flyers können zur angegebenen Kompetenz zunächst „Erklärungen und Beispiele“ gelesen werden. Dazu muss von Seite 1 zu Seite 2 umgeblättert werden. Neben der Seite 2 erscheint Seite 3 mit den „Basisaufgaben“ zu sogenannten „Grundkompetenzen“ („Aufgaben 1“). Bei der Bearbeitung dieser Aufgaben können die Lernenden noch leicht einen Blick auf die Erklärungen und Beispiele von Seite 2 und 1 werfen. Wenn sie die „Aufgaben 1“ bearbeitet haben, ziehen sie die Seite 3 an ihrem linken Blattrand nach links, so dass nun neben der Seite 3 die Seite 4 mit den zugehörigen Lösungen zu den soeben bearbeiteten Aufgaben offen liegt. Die Lernenden können nun ihre Lösungen vergleichen und ggf. korrigieren. Außerdem finden sie hier eventuell weitere Hinweise oder Tipps. Wenn sie soweit sind, blättern sie nun die Seite 3 nach rechts auf die Seite 4 und falten dazu den mittig vor ihnen liegenden Falz anders herum. Vor ihnen liegt nun Seite 5 mit den weiterführenden „Aufgaben 2“ zum „Modellieren, Vernetzen und Reflektieren“. Wenn sie diese Aufgaben bearbeitet haben, ziehen sie diese Seite 5 am rechten Rand nach rechts; der Flyer entfaltet sich vollständig und neben Seite 5 wird die Seite 6 mit den passenden Lösungen sichtbar (und daneben auch Seite 2). Unter den „Lösungen 2“ befinden sich schließlich die „Testaufgaben zum Abschluss“, die – im Gegensatz zum Lernangebot auf den Seiten 1 bis 5 – von den Lernenden bearbeitet werden *müssen*, um die jeweilige Kompetenz nachzuweisen.

4.5.2 Testaufgaben

Die Testaufgaben umfassen meist drei bis vier Einzelaufgaben, mit denen vorwiegend grundlegende Fertigkeiten abgeprüft werden. Sie sollen in der Regel in etwa 15 Minuten bearbeitet werden können und keine neuen Herausforderungen an die Lernenden stellen, sondern überwiegend parallel zu den Basisaufgaben das Eingeübte noch einmal aufgreifen.

Testaufgaben zum Abschluss

❶ Miss die Länge und die Breite einer Seite aus deinem Mathematikbuch. Gib beide Größen an und berechne den Durchschnittswert.

❷ Wandle die Größe in die gegebene Maßeinheit um.
a) 21 dm (in mm) b) 7450 cm (in m)
c) 3,04 km (in m) d) 5,3 t (in kg)
e) 3080 g (in kg) f) 240 s (in min)

❸ Ordne die Größen der Größe nach.
a) 2 km 23 m / 0,2 km / 435060 cm / 269000 mm
b) 2 d 4 h / 99 h / 4030 min / 55555 s / 12 h 12 min
c) 2,5 kg / 4200 g / 8200 mg / 13 g / 0,4 t

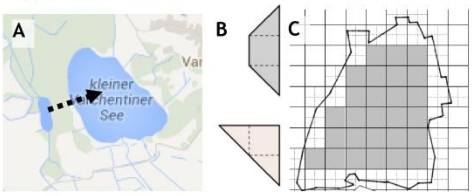
❹ Gib die Größen jeweils mit *einer* Maßeinheit an.
a) 3 h 15 min b) 2 d 33 min
c) 6 m 9 cm d) 13 km 13 m
e) 2 t 220 kg f) 4 g 55 mg

❺ Gib als *gemischte Größe* (mit zwei Maßeinheiten) an.
a) 2450 mg b) 66302 kg
c) 39 h d) 444 min
e) 1209 dm f) 73 mm

4.5.3 Erklärungen und Beispiele

Die einführenden „Erklärungen und Beispiele“ sind so gestaltet, dass eine Wiederholung ohne Schulbuch möglich ist. Dabei sollen die Lernenden einerseits möglichst niederschwellig abgeholt werden, andererseits handelt es sich bewusst um eine knappe Wiederholung, die durchaus voraussetzt, dass der Leser oder die Leserin sich mit der Thematik schon einmal befasst hat. In komprimierter Form werden alle Inhalte wiederholt und alle relevanten Fertigkeiten erläutert und durch Beispiele veranschaulicht.

Kompetenz: MESSEN 5
Ich kann Umfang und Flächeninhalt von einfachen ebenen Figuren berechnen und mit Flächenmaßen umgehen.



Flächen vergleichen:
Zwei Flächen kann man vergleichen, indem man
A) sie aufeinander legt,
bzw. überprüft, ob die eine vollständig in die andere passt,

B) eine Fläche zerlegt und versucht, damit die andere zu legen,

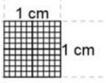
C) sie mit gleichen Plättchen (z. B. Quadrate) auslegt.

Flächeneinheiten:
Damit Flächeninhalte vergleichbar sind, hat man sich auf bestimmte Standardgrößen dieser Quadratplättchen geeinigt:

Ein Quadratplättchen mit den Seitenlängen 1 cm hat somit den Flächeninhalt 1 cm · 1 cm = 1 cm². Besondere Einheiten sind dabei Ar (10 m·10 m) und Hektar (100 m·100 m).
Insgesamt ergeben sich also:

mm^2 - cm^2 - dm^2 - m^2 - a - ha - km^2

Zur Erinnerung:



Die Umrechnungszahl zur nächsten Flächeneinheit ist 100 (Verschiebung des Kommas um zwei Stellen).
Man kann sehen, dass ein Quadratzentimeter aus 100 Quadratmillimetern besteht.

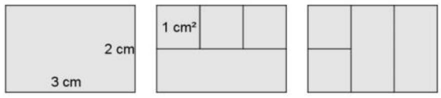
Bsp:

$1\text{ a} \overset{\cdot 100}{=} 100\text{ m}^2$ $\qquad 10\text{ a} \overset{:100}{=} 0{,}1\text{ ha}$

$3{,}2\text{ m}^2 \overset{\cdot 100}{=} 320\text{ dm}^2 \overset{\cdot 100}{=} 32000\text{ cm}^2$ $\qquad 120\text{ cm}^2 \overset{:100}{=} 1{,}2\text{ dm}^2$

Entsprechend ist die Umrechnungszahl zur übernächsten Flächeneinheit 10 000 (100·100).

Flächeninhalt und Umfang eines Rechtecks berechnen:
Anschaulich ergibt sich der Flächeninhalt eines Rechtecks durch Auslegen mit gleich großen Plättchen, etwa mit Quadratzentimeterplättchen.



Das Rechteck lässt sich mit 2·3 Quadraten oder 3·2 Quadraten, also 6 Quadraten der Größe 1 cm² auslegen.
Der Flächeninhalt A beträgt also 2·3 cm² = 3·2 cm² = 6 cm²

Allgemein gilt für den Flächeninhalt A eines Rechteckes mit der Länge a und der Breite b:

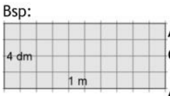
$$A = a \cdot b$$
(Länge · Breite)

Die Formel für den Umfang U lautet:

$$U = 2\cdot a + 2\cdot b = 2\cdot(a+b)$$

Achtung:
Die Seitenlängen des Rechtecks müssen in **derselben Längeneinheit** angegeben sein bzw. vor dem Berechnen in dieselbe umgerechnet werden. Die Maßeinheit der Fläche ist immer eine Flächeneinheit!

Bsp:

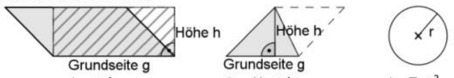


$A = 4\text{ dm} \cdot 10\text{ dm} = 40\text{ dm}^2 \overset{:100}{=} 0{,}4\text{ m}^2$
oder
$A = 0{,}4\text{ m} \cdot 1\text{ m} = 0{,}4\text{ m}^2 \overset{\cdot 100}{=} 40\text{ dm}^2$

<u>Seitenlänge eines Rechtecks berechnen:</u>
Mit der Formel für den Flächeninhalt eines Rechtecks kann man durch Rückwärtsrechnen bei gegebenem Flächeninhalt A und einer gegebenen Seitenlänge die Länge der zweiten Seite berechnen.
Bsp: Ein Rechteck mit einer Länge von 12 cm hat den Flächeninhalt 156 cm². Wie breit ist es?

A = a·b, also 156 cm² = 12 cm · b
b = 156 cm² : 12 cm = 13 cm
Die Breite des Rechtecks beträgt 13 cm.

Flächeninhalt von Parallelogramm, Dreieck und Kreis:
Ein Parallelogramm kann man durch Umlegen zu einem Rechteck umformen. Daraus lassen sich Flächenformeln für Parallelogramm und Dreieck ableiten:



A = g·h $\qquad$ A = ½ ·g·h (halbes Parallelogramm) $\qquad$ A= Π ·r² ≈ 3,14·r²

4.5.4 Übungsaufgaben

Die „Aufgaben 1“ umfassen Basisaufgaben zu Grundkompetenzen, mit denen einzelne Fertigkeiten eingeübt werden können. Hier geht es vorwiegend um das Durchführen von grundlegenden Operationen wie beispielsweise das Erweitern und Kürzen von Brüchen oder die Verwendung grundlegender Begriffe (zum Beispiel Fläche, Kante, Ecke oder Quader, Würfel, Kegel, Zylinder…). Die Lernenden üben auch den Umgang mit unterschiedlichen Darstellungen (zum Beispiel Koordinatensystem, Zahlengerade, Diagramme).

Auf Flyer 18 zum Kompetenzbereich Messen geht es beispielsweise darum, passende Maßeinheiten zu wählen und Größenangaben in andere Maßeinheiten umzuwandeln oder sie der Größe nach zu ordnen.

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Ergänze jeweils die passende Einheit (als Wort und mit der zugehörigen Kurzschreibweise):
- a) Ein Handy wiegt 125 … .
- b) Eine Stubenfliege wird 1 … alt.
- c) Eine Schultafel ist 100 … hoch.
- d) Eine Postkarte wiegt 7 … .
- e) Für die Erstellung dieses Flyers benötigte mein Lehrer 6 … .
- f) Ein Auto ist 3 … lang.
- g) Ein Blauwal wiegt 110 … .
- h) Mein Daumen ist ungefähr 15 … breit.
- i) Mein Schulweg dauert ungefähr 15 … .
- j) Das Klassenzimmer ist 2,5 … hoch.
- k) Eine Stadionrunde ist 0,4 … lang.
- l) Ein Kasten Sprudel wiegt 12 … .

② Wandle die Größe in die gegebene Maßeinheit um.

a) 35 cm (in mm)	b) 70000 cm (in m)
c) 700 km (in m)	d) 40 dm (in mm)
e) 42 t (in kg)	f) 3000 g (in kg)
g) 3000 g (in mg)	h) 2 h (in min)
i) 2 d (in min)	j) 660 s (in min)

③ Ordne die Größen der Größe nach.
- a) 1740 m / 2 km / 35000 cm / 2600000 mm
- b) 3 d / 120 h / 470 min / 3000 s
- c) 22 kg / 9000 g / 4500 mg / 7 g / 1 t

④ Gib die Größen jeweils mit *einer* Maßeinheit an.

a) 2 min 6 s	b) 3 d 4 h
c) 5 m 7 cm	d) 2 km 39 m
e) 12 t 300 kg	f) 40 kg 52 g

⑤ Gib als *gemischte Größe* (mit zwei Maßeinheiten) an.
z. B. 128 mm = 12 cm 8 mm

a) 1050 g	b) 7802 kg	c) 26050 mg
d) 52 h	e) 825 min	f) 555 s
g) 416 dm	h) 9423 m	i) 46 cm

⑥ Gib die Größe mit Komma in der nächstgrößeren Maßeinheit an.
z. B. 128 mm = 12,8 cm

a) 21700 g	b) 6030 kg	c) 250 mg
d) 213 dm	e) 43059 m	f) 92 cm

Nach Möglichkeit sind die Aufgaben dabei so gestellt, dass eine einfache Selbstkontrolle von den Lernenden mithilfe der abgedruckten Lösungen möglich ist.

Dasselbe gilt auch für die vertiefenden „Aufgaben 2“, die auf diesen Basisaufgaben aufbauen und nun auch das Modellieren, Vernetzen und Reflektieren der Lernenden erfordern. Sie beschränken sich in der Regel nicht mehr auf innermathematische Aufgabenstellungen, sondern schließen den Bezug zur Alltagswelt ein.

Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

①

a) g (Gramm)	b) d (Tag)
c) cm (Zentimeter)	d) g (Gramm)
e) h (Stunden)	f) m (Meter)
g) t (Tonnen)	h) mm (Millimeter)
i) min (Minuten)	j) m (Meter)
k) km (Kilometer)	l) kg (Kilogramm)

②

a) 350 mm	b) 700 m
c) 700000 m	d) 4000 mm
e) 42000 kg	f) 3 kg
g) 3000000 mg	h) 120 min
i) 2880 min	j) 11 min

③
- a) 35000 cm = 350 m < 1740 m < 2 km = 2000 m < 2600000 mm = 2600 m
- b) 3000 s = 50 min < 470 min = 7 h 50 min < 3 d = 72 h < 120 h
- c) 4500 mg = 4,5g < 7 g < 9000 g = 9 kg < 22 kg < 1 t = 1000 kg

④

a) 126 s	b) 76 h
c) 507 cm	d) 2039 m
e) 12300 kg	f) 40052 g

⑤

a) 1 kg 50 g	b) 7 t 802 kg	c) 26 g 50 mg
d) 2 d 4 h	e) 13 h 45 min	f) 9 min 15 s
g) 41m 6 dm	h) 9 km 423 m	i) 4 dm 6 cm

⑥

a) 21,7 kg	b) 6,03 t	c) 0,25 g
d) 21,3 m	e) 43,059 km	f) 9,2 dm

Aufgaben 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① Bestimme die folgenden Größen:
- a) Das Gewicht deines Schulranzens
- b) Das Gewicht deines Mathematik-Buchs
- c) Deine Daumenbreite
- d) Deine (Hand)Spanne
- e) Deine Elle
- f) Deine Zähneputz-Dauer
- g) Dein Körpergewicht
- h) Deine Schrittweite
- i) Die Länge deines Bettes

② Finde jeweils die Größe, die genau in der Mitte zwischen den beiden angegebenen Größen liegt.
- a) 130 cm / 258 cm
- b) 26 cm / 2 m
- c) 13 dm / 2,56 m
- d) 220 m / 3 km 100 m
- e) 750 g / 2,2 kg
- f) 2 d 3 h / 41 h
- g) 3 t / 7500 kg
- h) 9 min 10 s / 200 s

③ Berechne jeweils den Durchschnittswert.
- a) 3 h / 98 min / 2 h 4 min / 106 min
- b) 16,4 m / 21 dm / 2203 cm / 4 m 7 cm
- c) 2 t / 416 kg / 265700 g / 23,5 kg / 200 g

④ Berechne jeweils die Reisedauer.
- a) München 16:20 → Ulm 17:24
- b) Stuttgart 7:53 → Hamburg 12:29
- c) Esslingen 8:29 → Dresden 14:43
- d) Filderstadt 18:30 → Paris 7:04

⑤ Anna, Stefanie, Sebastian und Kevin feiern gemeinsam ihre ganz besonderen „Geburtstage“. Anna ist 22 Jahre, Stefanie 11111 Tage, Sebastian 333 Monate und Kevin 999 Wochen alt. Schätze zuerst und berechne danach, wer von den vieren am ältesten und wer am jüngsten ist.

⑥ Timo stellt fest, dass er durchschnittlich alle drei Sekunden einmal atmet. Berechne, wie oft er demnach pro Minute, pro Stunde, pro Tag und pro Jahr atmet. Wie alt müsste man werden, um 1 Milliarden mal geatmet zu haben?

5 Erfahrungen, Reflexion und Weiterentwicklung

Entscheidend für die Akzeptanz und Durchführbarkeit des Projekts war die parallele Durchführung in allen drei siebten Klassen des Gymnasiums sowie die Verankerung im Schulprogramm der Schule. Denn sowohl für die Lernenden als auch für die Lehrkräfte brachte das Projekt einige Neuerungen und auch einigen Mehraufwand mit sich.

Aufwand für Lehrkräfte

In diesem zweiten Durchlauf war der **Zeitaufwand** für die Lehrkräfte nicht mehr so hoch wie in der Pilotphase: Es konnte auf ein schon weit entwickeltes Konzept zurückgegriffen werden. Auch die zeitintensive Erstellung der Materialien einschließlich der neu entwicklten Arbeitshefte und der zugehörigen Lösungshefte war bereits zu Beginn abgeschlossen. Während der Projektphase fielen folgende Aufgaben an:

- *Einarbeitung* in das Konzept und die Materialien
- *Konzeptvorstellung* und -einführung bei den Eltern und den Lernenden
- Kopieren und Bereithalten der *Flyer*
- Hilfestellung bei der *Auswertung der Eingangsdiagnostik* sowie deren Dokumentation
- Durchführung von *Coachinggesprächen*
- *Korrektur* der Flyer-Testaufgaben (Bei den Testaufgaben war oft eine (mehrfache) Wiedervorlage durch die Lernenden und eine jeweilige Nachkorrektur durch die Lehrkraft nötig.)
- *Kleben der Referenzpunkte* auf dem jeweiligen Raster der Lernenden sowie Dokumenatation im eigenen Begleitheft
- *Beratung* und Unterstützung der Lernenden

Arbeitshefte eignen sich gut als diagnostischer Ansatzpunkt, bremsen aber den Beginn des „normalen Unterrichts“ aus.

Durch den **Einsatz der Arbeitshefte** ergaben sich nicht nur wichtige Hinweise auf den Kompetenzstand der einzelnen Lernenden. Die Lernenden konnten auch gleich zu Beginn des Schuljahres „loslegen“. In überschaubarer Zeit konnten sie ein großes Pensum an Aufgaben erledigen und Sicherheit gewinnen. Außerdem konnten in strukturierter Weise sämtliche Kompetenzbereiche angesprochen und die Fertigkeiten der Lernenden aktiviert werden. Es war gut möglich, den individuellen Lernstand und Lernprozess in den Blick zu nehmen und so über die Flyer gezielt Fördermaßnahmen zu steuern.

Änderungsbedarf wurde teilweise bei der Arbeit mit dem Arbeitsheft gesehen: Dieses könnte evtl. verschlankt werden kann, um den Zeitbedarf etwas zu reduzieren. Zugleich muss es jedoch weiterhin eine umfassende Wiederholung ermöglichen. Die unterrichtenden Lehrkräfte berichteten über ein unterschiedlich starkes Bedürfnis, rasch gemeinsam im Klassenverband anzufangen. Einerseits bot die Arbeit mit dem Arbeitsheft die Gelegenheit, einzelne Schülerinnen und Schüler differenziert wahrzunehmen und zu beraten und sie so wirklich kennenzulernen, andererseits hatten die Lehrenden auch das Bedürfnis, die Klasse als ganze zu erleben und kennenzulernen, die Arbeitsatmosphäre zu prägen und eine Arbeitshaltung einzuüben, da sie die Lernenden zuvor ja noch nicht kannten. Auch der wahrgenommene „Druck des Curriculums“ führte dazu, dass sie nicht zu spät in den „normalen Unterricht“ einsteigen wollten.
In zwei Klassen hatten einzelne Schülerinnen und Schüler die Arbeitshefte mehrfach nicht dabei und konnten so nicht weiterarbeiten. Dies führte zum Teil dazu, dass die Lehrkräfte keine Hausaufgaben erteilten, sondern die Hefte am Ende der

Unterrichtsstunde einsammelten. So lagen sie auch für Vertretungsstunden in der Schule bereit.

Flyer alleine können nicht auffangen, was in Klasse 5/6 nicht gelernt wurde.

Bei der **Arbeit mit den Flyern** zeigte sich, dass in vielen Fällen die Schwelle für „schwache“ Schülerinnen und Schüler hoch ist: Was sie in Klasse 5 und 6 nicht verstanden haben, können sie jetzt in der Regel auch nicht mit *einem* Flyer *selbstständig* nachholen. Auch wenn dies bei einzelnen Flyern evtl. noch optimiert werden kann, bleibt dieses grundsätzliche Problem bestehen. Es kann aber deutlich gemacht werden, dass der Flyer auch als Orientierung und Hilfestellung für das unterstütze Nachlernen mit einem Mitschüler, Elternteil oder Nachhilfelehrer dienen und auch so eine erhebliche Erleichterung bringen kann.

Nachlassende Motivation bei einigen Lernenden

Bei einigen Lernenden ließ die **Motivation** im Verlauf des Projekts erkennbar nach. Auch das Klebepunktesammeln verlor für einzelne seinen Reiz. Demgegenüber gab es auch zahlreiche Lernende, für die das „Es-Können-Wollen“ Motivation genug war – gerade diese Schülerinnen und Schüler blieben auch motiviert und ausdauernd am Ball. Im Vergleich zur vorherigen Durchführung war dies sicherlich auch darauf zurückzuführen, dass durch das Arbeitsheft mit seiner Kapiteleinteilung diese Arbeitsphase zwar intensiv war, bei weitem aber nicht mehr so lange und ermüdend wie zuvor. Die Flyer waren nun parallel zu den Kapiteln im Arbeitsheft in drei Pakete unterteilt und mussten auch nicht mehr alle bearbeitet werden. Dennoch gab es nachwievor Schülerinnen und Schüler, die die Flyer nur oberflächlich abarbeiteten. So wurde das in dem hier vorgestellten Projekt gemachte Angebot von den Lernenden sehr unterschiedlich genutzt – eine Problematik, die jedoch immer dann auftritt, wenn Lernenden Eigenverantwortung für ihren eigenen Lernprozess übertragen wird.
Zugleich bestätigte sich aber auch, dass gerade in der zunehmenden Eigenverantwortung und gleichzeitigen Begleitung durch die Lehrkraft eine große Entwicklungschance für die Lernenden liegt.

Daneben bestätigte dieser zweite Durchgang die zahlreichen weiteren **positiven Erfahrungen** aus der vorherigen ersten Projektdurchführung, die bei weitem die oben angesprochenen Schwierigkeiten überwogen.
Der **Mehrwert der Arbeit mit Lernflyern** zeigt sich vor allem in den folgenden Punkten:

Mehrwert der Arbeit mit Lernflyern

- **Wiederholungsphasen zu Beginn einer Unterrichtseinheit** konnten entfallen oder deutlich verkürzt und mithilfe der Flyer konzentriert und effektiv gestaltet werden.
- Individuelle Unterschiede konnten leichter wahrgenommen und berücksichtigt werden. Es gelang, für Lernende mit Schwierigkeiten **individuelle Unterstützungsangebote** zu **machen**.
- Die Lernenden **gingen sicherer und selbstständiger mit den benötigten Kompetenzen aus Klasse 5 und 6 um**. Dies war beispielsweise beim Umgang mit Brüchen und dem Bruchrechnen im Kontext der Prozentrechnung oder der Wahrscheinlichkeitsrechnung festzustellen.
- Die Lernenden übernahmen stärker **Verantwortung für den eigenen Lernerfolg**. Sie nahmen ihr **Lernen als Prozess** wahr, an dem sie selbst aktiv beteiligt sind. In einem „notenfreien Raum“ erfuhren sie, dass es in erster Linie um das eigene Können und Vorankommen geht, und nicht um die Reduktion auf eine Ziffer.
- Den Lernenden wurden **Fachstrukturen und spiralcurriculare Zusammenhänge** bewusst, was nachhaltiges und vernetzendes Lernen erleichterte.

- Auch im laufenden Unterricht rückte der **Kompetenzerwerb anstelle eines Abarbeitens von Buchseiten** deutlich stärker in den Fokus. Schülerinnen und Schüler fragten danach, was sie eigentlich können sollten, und sie lernten auch, diese Frage selbst zu beantworten.

Fortführung des Konzepts: Nachhaltiges Lernen und gezieltes Fördern – was ich in Mathematik nach Klasse 6 kann

Als Folge dieser Erfahrungen hat das Projekt als Konzept zum „nachhaltigen Lernen und gezielten Fördern – was ich in Mathematik nach Klasse 6 kann“ eine breite Akzeptanz und Zustimmung erfahren. Es ist inzwischen fest im Schulprogramm verankert und wird unabhängig von den beteiligten Lehrkräften jährlich zu Beginn von Klasse 7 durchgeführt. Die Materialien haben sich bewährt und als erhebliche Erleichterung erwiesen: Die Arbeitshefte ermöglichten eine selbstständige Bearbeitung durch die Lernenden, eine Kontrolle mithilfe der Lösungshefte gelang gut. Auch die Auswertung stellte für die Schülerinnen und Schüler bei entsprechender Anleitung kein wesentliches Problem dar. Die Lösungblätter zu den Testaufgaben erleichterten die Kontrolle der Abschlussaufgaben zu den Flyern durch die Lehrkraft erheblich. Zudem wurden Flyer nun auch in anderen Klassenstufen als individuelle Unterstützung und Hilfe zum Wiederholen für einzelne Lernende eingesetzt.
Künftig sollen die Flyer bereits in ausreichender Anzahl gedruckt vorliegen und das „Reservoir“ immer wieder nur rechtzeitig „aufgefüllt“ werden.

Lediglich der doch erhebliche Entwicklungsaufwand des Konzepts und der Lernmaterialien sorgt noch dafür, dass eine erwünschte Ausweitung des Projekts auf andere Klassenstufen (bspw. zu Beginn von Klasse 9 und 11 oder abschließend zur Vorbereitung auf das Abitur) und auf andere Fächer derzeit noch nicht realisiert werden kann.

6 Literatur

Arbeitskreis und Reformgruppe Individuelle Förderung (2013).
Individuelle Förderung. Ergebnisse der Reformgruppe und des Arbeitskreises Individuelle Förderung und Steuerungsimpulse der Länder. Gütersloh: Bertelsmann Stiftung.

Bohl, T., Grunder, H.-U. (2004).
Neue Formen der Leistungsbeurteilung in den Sekundarstufen I und II.
Hohengehren: Schneider.

Hattie, J. A. C. (2009).
Visible Learning: A Synthesis of Over 800 Meta-Analyses Relating to Achievement. New York: Taylor & Francis.

Ingenkamp, K. (1991).
Pädagogische Diagnostik.
In: Roth, L. (Hrsg.). Pädagogik. Handbuch für Studium und Praxis.
München: Ehrenwirth.

Landesbildungsserver Baden-Württemberg.
Bildungsstandards, Bildungspläne.
Elektronisch verfügbar: www.schule-bw.de/entwicklung/bistand
[zuletzt: 01.12.2014].

Landesinstitut für Schulentwicklung (2012).
Mit Kompetenzrastern dem Lernen auf der Spur. Handreichung NL-04, Stuttgart.

Landesinstitut für Schulentwicklung (2012).
Kompetenzraster als Instrument zur individuellen Förderung mit gymnasialen Standards. Beispiele mit Niveaudifferenzierung in Deutsch, Mathematik und Englisch. Teilband Mathematik. Handreichung NL-13/M, Stuttgart.

Landesinstitut für Schulentwicklung (2013).
Lernprozesse sichtbar machen. Arbeit mit Kompetenzrastern in Lernlandschaften. Mathematik Orientierungsstufe 5/6 basierend auf Bildungsplan 2004 (Realschule, Gymnasium) Bildungsplan 2012 (Werkrealschule). Handreichung NL-21, Stuttgart.

Landesinstitut für Schulentwicklung (2014).
Umklappen – Üben – Verstehen. Vorwissen in Mathematik mit Kompetenzraster und Lernflyer aktivieren. Ein kompetenzorientiertes Projekt zu Beginn von Klasse 7. Handreichung NL-15, Stuttgart.

Landesinstitut für Schulentwicklung (2014).
Lernprozesse sichtbar machen. Pädagogische Diagnostik als lernbegleitendes Prinzip. Handreichung NL-10, Stuttgart.

Leuders, T. (2013).
Standards und Unterrichtsentwicklung am Beispiel des Faches Mathematik.
In: Bohl, T./Meissner, S. (Hrsg.). Expertise Gemeinschaftsschule.
Weinheim, Basel: Beltz.

Müller, A. (2013).
Individualisierung am Bsp. Kompetenzraster.
In: Bohl, T./Meissner, S. (Hrsg.). Expertise Gemeinschaftsschule.
Weinheim, Basel: Beltz.

Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg in Zusammenarbeit mit dem Landesinstitut für Schulentwicklung (Hrsg.) (2009).
Lernen im Fokus der Kompetenzorientierung – Individuelles Fördern in der Schule durch Beobachten – Beschreiben – Bewerten – Begleiten. Handreichung NL-01, Stuttgart.

Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (KMK) (2013).
Bildungsstandards.
Elektronisch verfügbar:
www.kmk.org/bildung-schule/qualitaetssicherung-in-schulen/bildungsstandards/ueberblick.html [zuletzt: 01.12.2014].

7 Material-Anhang

Der folgende Material-Anhang enthält

- die 25 **Lernflyer** als doppelseitige Kopiervorlagen,
- die **Lösungsblätter zu den Testaufgaben der Lernflyer** für die Lehrkräfte zur einfacheren Korrektur sowie
- die **Kopiervorlagen für das Begleitheft für die Lehrkräfte**, die den einführenden, erklärenden Text, das Kompetenzraster sowie eine Doppelseite zur Schülerdokumentation mit Kompetenzraster und Flyerübersicht enthalten.

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

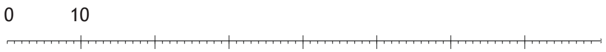
① Lies die Zahlen und schreibe sie anschließend in Worten auf.

a) 4 201 102 201
b) 22 345 678
c) 55113366
d) 302010406

② Runde die Zahlen wie jeweils angegeben.

a) 23 547 490 325 – auf Millionen
b) 23 547 490 325 – auf Tausender
c) 23 547 490 325 – auf Zehntausender
d) 23 547 490 325 – auf Hunderttausender
e) 79 888 186 – auf Zehner
f) 432 952 – auf Hunderter

③ Trage die folgenden Zahlen auf dem Zahlenstrahl ein: 40, 60, 25, 18, 73, 49.



④ Vergleiche jeweils die beiden Zahlen und setze das richtige Zeichen, < oder >.

a) 435 ☐ 2 135 b) 24 753 ☐ 31 888

c) 22 750 ☐ 20 981 d) 396 238 ☐ 398 111

⑤ Ordne die Zahlen der Größe nach.
Beginne mit der kleinsten.
Verwende das <-Zeichen.

a) 12, 735, 222, 43927, 21221, 212212, 1222, 299, 4877.

b) 418325, 314852, 66735, 218756, 1557234, 167234, 99885.

⑥ Gib den Vorgänger und Nachfolger an.
a) von 590 999 b) von 72 000

⑦ Entziffere die römischen Zahlen:
a) CLXXIV b) MCDV c) CLIX

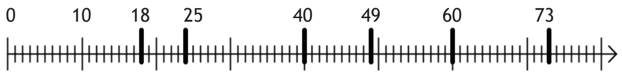
Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

①
a) Vier Milliarden zweihunderteine Millionen einhundertzweitausend zweihunderteins
b) Zweiundzwanzig Millionen dreihundertfünfundvierzigtausend sechshundertachtundsiebzig
c) fünfundfünfzig Millionen einzundertdreizehntausend dreihundertsechsundsechzig
d) dreihundertzwei Millionen zehntausend vierhundertsechs

② a) 23 547 490 325 ≈ 23 547 000 000
b) 23 547 490 325 ≈ 23 547 490 000
c) 23 547 490 325 ≈ 23 547 490 000
d) 23 547 490 325 ≈ 23 547 500 000
e) 79 888 186 ≈ 79 888 190
f) 432 952 ≈ 433 000

VORSICHT: Wird eine 9 aufgerundet, so muss die Ziffer davor erhöht werden!

③



④ a) 435 < 2 135 b) 24 753 < 31 888
c) 22 750 > 20 981 d) 396 238 < 398 111

⑤ a) 12 < 222 < 299 < 735 < 1222 < 4877 < 21221 < 43927 < 212212
b) 66735 < 99885 < 167234 < 218756 < 314852 < 418325 < 1557234

⑥

Zahl	Vorgänger	Nachfolger
a) 590 999	590 998	591 000
b) 72 000	71 999	72 001

⑦ a) CLXXIV = 174 b) MCDV = 1405 c) CLIX = 159

Merk-Tipps

Schreibe große Zahlen immer in „Dreierpäckchen“!

Bei den Namen großer Zahlen wechseln sich immer „-illionen“ und „-illiarden“ ab. Sie beginnen mit M, B und Tr, also: Millionen, Milliarden, Billionen, Billiarden, Trillionen, Trilliarden...

Beim Runden ist die Stelle rechts von der Rundungsstelle entscheidend! Steht hier 0 bis 4 wird abgerundet, bei 5 bis 9 wird aufgerundet.

Beim Größer- oder Kleinerzeichen steht die größere Zahl dort, wohin das offene „Krokodilmaul“ zeigt:
7 > 4 oder 4 < 7

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

Umklappen
Üben
Verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 01

Kompetenz: ZAHLEN 1
Ich kann den Aufbau unseres Zahlsystems erklären und mit natürlichen Zahlen umgehen.

Erklärungen und Beispiele

Unsere Zahlen setzten sich aus verschiedenen Ziffern zusammen. Dabei hängt die Bedeutung einer Ziffer von der Stelle ab, an der sie steht: 2305 bedeutet:
2 Tausender, 3 Hunderter, 0 Zehner und 5 Einer.
Da der Wert einer Stelle immer das Zehnfache der vorhergehenden Stelle ist, nennt man unser Zahlsystem ein **Zehnersystem** oder auch: ***Dezimalsystem***.

Wert der Stellen im Zehnersystem:

·10 ·10 ·10 ·10 ·10 ·10 ·10 ·10 ·10 ·10 ·10 ·10 ·10 ·10 ·10 ·10 ·10

H Z E | H Z E | H Z E | H Z E | H Z E | H Z E
Billiarden | Billionen | Milliarden | Millionen | Tausender |

Man schreibt die Zahl 4352807003524 besser in „Dreierpäckchen“, d.h. man fasst von *rechts beginnend* immer drei Zahlen zusammen und lässt dann einen kleinen Abstand. Das sieht dann so aus: 4 352 807 003 524. Nun kann man die Zahl leichter lesen: Vier Billionen dreihundertzweiundfünfzig Milliarden achthundert-sieben Millionen dreitausendfünfhundertvierundzwanzig.

Es gibt aber auch ganz andere Zahlsysteme:
Die ***Römer*** verwendeten bspw. sogenannte Zahlzeichen, aus denen sie ihre „Zahlen“ zusammensetzten. Dabei gilt folgende Regel: Steht ein Zahlzeichen links neben einem größeren, so wird sein Wert von dem Größeren abgezogen. Andernfalls werden die Zahlen addiert.
Wert der römischen Zahlzeichen:

M = 1000	C = 100	x = 10	I = 1
D = 500	L = 50	V = 5	

<u>LXI</u> ist demnach die Zahl 50 + 10 + 1 = 61, die Zahl <u>XXIX</u> hat den Wert 10 + 10 + (10 -1) = 29 und <u>MMDXCVII</u> ist 1000 + 1000 + 500 + (100 – 10) + 5 + 1 + 1 = 2597.

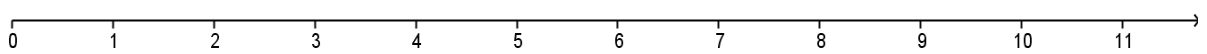
Häufig ist bei großen Zahlen der genaue Wert gar nicht so wichtig. Man kann die Zahl ungefähr angeben, sie ***runden***. Dabei muss man entscheiden, wie genau man die Zahl angeben möchte oder: auf welche Stelle gerundet werden soll:
Die Zahl 47 358 712 ergibt auf Hunderter gerundet 47 358 700 und auf Tausender gerundet 47 359 000. Rundet man zum Beispiel auf Hunderter, so sucht man die nächstgelegene Hunderterzahl. Dazu sieht man auf die Stelle rechts neben der Rundungsstelle:
steht hier eine der Ziffern 0, 1, 2, 3 oder 4, so wird *abgerundet*, d. h. die Ziffer an der Rundungsstelle bleibt unverändert und die Ziffern rechts daneben werden durch Nullen ersetzt.
Steht rechts von der Rundungsstelle eine 5, 6, 7, 8 oder 9, so wird *aufgerundet*: man erhöht die Ziffer an der Rundungsstelle um 1 und schreibt rechts daneben lauter Nullen.

Ein Beispiel:
4 352 807 003 524 auf Millionen gerundet ergibt
4 352 807 000 000, denn: an der Rundungsstelle (bei den Millionen) steht eine 7, rechts davon eine 0, d. h. es wird *ab*gerundet.
Die 7 bleibt also stehen, rechts daneben stehen lauter Nullen.

Auf Tausender gerundet erhält man dagegen
4 352 807 004 000, denn: an der Rundungsstelle (bei den Tausendern) steht eine 3, rechts davon aber eine 5, d. h. man muss *auf*runden: aus der 3 bei den Tausendern wird eine 4, die letzten drei Ziffern werden durch Nullen ersetzt.

Rundet man eine Zahl, so zeigt man dies durch das Rundungszeichen ≈ an:
4 352 807 003 524 ≈ 4 352 807 000 000 oder
4 352 807 003 524 ≈ 4 352 807 004 000

Man kann Zahlen veranschaulichen, indem man sie auf einem Zahlenstrahl einträgt. Das ist eine Linie, die bei Null beginnt und auf der nach rechts aufsteigend im gleichen Abstand die Zahlen eingetragen werden können:



Dabei muss man nicht „den ganzen" Strahl, also bei 0 beginnend, zeichnen. Man kann ihn auch „weiter rechts" beginnen – wichtig ist nur, dass der Abstand von zwei aufeinanderfolgenden Zahlen immer gleich groß ist.
Die Zahl, die um 1 kleiner ist, also eine Markierung weiter links steht, nennt man „Vorgänger" einer Zahl. Die nächste Zahl weiter rechts ist ihr „Nachfolger".
Zum Beispiel ist von 697 999 die Zahl 698 000 der Nachfolger und 697 998 der Vorgänger.

Je weiter rechts eine Zahl kommt, desto größer ist sie.
Man schreibt dies mithilfe der Zeichen < und >.
Zum Beispiel: 115 > 109 („115 ist größer als 109") oder 9 < 12.
Eine Zahl, die mehr Ziffern hat als eine andere, ist automatisch größer als sie. Haben zwei Zahlen gleich viele Ziffern, so beginnt man von links an jeweils die Ziffern zu vergleichen: die Zahl mit der größeren Ziffer ist größer.

Wie ordnet man also die vier Zahlen 3 279, 5 124, 12 098 und 5 523 der Größe nach?

Am größten ist 12 098, weil sie die meisten Ziffern hat. Nur diese eine Zahl hat Zehntausender. Alle anderen Zahlen haben nur vier Ziffern. Vergleicht man bei diesen Zahlen jeweils die erste Ziffer, so kann man leicht feststellen, dass 3 279 am kleinsten ist. Um 5 124 und 5 523 genauer zu vergleichen, muss man die zweite Ziffer betrachten, da sie ja beide mit 5 beginnen. Hier zeigt sich, dass 5 523 größer als 5 124 ist, weil sie die größere zweite Ziffer hat. Wir können die Zahlen also mit dem Größer-Zeichen geordnet aufschreiben:

3 279 < 5 124 < 5 523 < 12 098
oder auch 12 098 > 5 523 > 5 124 > 3 279.

Hier kannst du noch einmal nachschauen

www.mathematik-wissen.de/natuerliche_zahlen.htm und dann weiterklicken zu Zehnersystem, das Runden, Größer und Kleiner...

Lösungen 2 (Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① Es waren mindestens 75 000 und höchstens 84 999 Zuschauer im Station.

② Möglich sind nur die beiden Zahlen 402 891 oder 402 893.

③ Bei einer Zahl in Ziffernschreibweise könnte der Betrag durch das Hinzufügen einer Ziffer nachträglich sehr leicht verändert werden oder man vergisst aus Versehen eine Ziffer oder fügt eine hinzu. Hat man beide Schreibweisen gleichzeitig ist das nur schwer möglich.

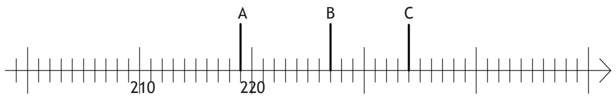
④ Man kann beispielsweise so tauschen:
a) 947 325 – 974 325 – 974 352 – 974 532 – 975 432
b) 479 325 – 473 925 – 437 925 – 347 925 – 347 952

⑤
a) August: 100 000 Mark /
November 4 000 000 000 000 (4 Billionen) Mark
b) November: 5 kg Brot /
August: 200 000 000 kg Brot
c) Es würde 1 000 Tage also kapp 3 Jahre reichen.

Testaufgaben zum Abschluss

❶ Schreibe die Zahl in Worten und runde sie anschließend zuerst auf Millionen, dann auf Tausender und Hunderter. 4379825364

❷ Lies die Zahlen A, B und C vom Zahlenstrahl ab und schreibe sie auf. Übertrage dann den Zahlenstrahl auf dein Blatt und trage die folgenden Zahlen ein: 216, 222, 238, 248



❸ Setze das richtige Zeichen: < oder >?
a) 984 ☐ 799 b) 299 856 ☐ 478 213

❹ Ordne die Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten: 77938, 466312, 2500010, 717202

❺ Zwei Zahlen ergeben auf Zehner gerundet 670 und 790. Dabei wurde die erste Zahl abgerundet und die zweite aufgerundet. Ihre Summe beträgt 1462? Um welche Zahlen kann es sich handeln?

Aufgaben 2 (Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① Beim DfB-Pokalendspiel waren rund 80 000 Zuschauer im Stadion. Gib an, wie viele Zuschauer es mindestens waren, wenn auf Zehntausender gerundet wurde. Wie viele waren es höchstens?

② Eine Zahl wird auf Hunderter gerundet. Man erhält 402 900. Will man dieselbe Zahl auf Zehner runden, so erhält man 402 890. Man weiß, dass die Zahl lauter verschiedene Ziffern hat. Gib alle möglichen Zahlen an, um die es sich handeln könnte.

③ Warum muss man wohl in vielen Formularen Geldbeträge auch in Worten angeben und nicht nur mit Ziffern?

④ Vertausche fünfmal nacheinander jeweils zwei benachbarte Ziffern der Zahl 497 325, so dass
a) jedesmal eine größere Zahl entsteht,
b) jedesmal eine kleinere Zahl entsteht.

⑤ In den Jahren 1920 bis 1923 gab es in Deutschland eine hohe Inflation, das bedeutet: das Geld verlor damals sehr schnell an Wert und die Preise für Waren beim Einkaufen stiegen stark an. 1918 kostete 1 kg Brot noch eine halbe Mark, 1922 schon 180 Mark, im August 1923 etwa 5 000 Mark und im November 1923 dann 200 Milliarden Mark.
a) Wie viel Mark kosteten 20 kg Brot im August 1923? Wie viel im November 1923?
b) Wie viel Brot bekam man im November 1923 für 1 Billionen Mark? Wie viel Brot hätte man für denselben Betrag drei Monate vorher bekommen?
c) Überlege, wie lange sich etwa von diesem Brot die Menschen einer Großstadt mit 200 000 Familien ernähren könnten, wenn man annimmt, dass 1 kg Brot etwa für eine Familie am Tag ausreicht.

Weitere Übungsaufgaben

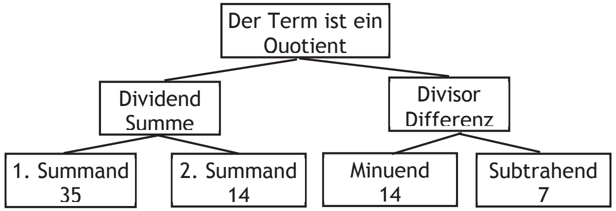
Gib bei google „Landesbildungsserver natürliche Zahlen" ein. Der **erste** Link führt dich zu einer Reihe von Übungsaufgaben auf dem *Landesbildungsserver*.

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Zeichne den zugehörigen Rechenbaum. Von welcher Art ist der Term?

a) (235 – 35) : 40   b) (12 + 2 · 14) – 5 · 8

②
a) Stelle zu dem Rechenbaum den zugehörigen Term auf und berechne seinen Wert.



b) Stelle den Term auf und berechne seinen Wert: „Addiere zum Produkt aus 12 und 10 das Fünffache der Summe aus 3 und 12.“

③ Gib die Art des Terms an und berechne dann seinen Wert.

a) (123 + 45) − 108   b) (123 — 45) + (123 — 55)
c) 9 + 11 · 5   d) 25 : 5 + 15 · 3
e) 98 – [(56 – 26) +14]   f) (23 + 77) : (5 · 5)

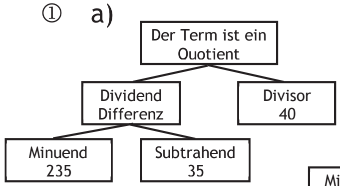
④ Berechne den Wert des Terms möglichst geschickt.
a) 22 + 66 + 14   b) 212 + 85 –112 + (10 – 5)
c) 24 + 3 + 26 + 57   d) 31 – (15 – 12) – 11 + 13

⑤ Beachte die Vorfahrtsregeln beim Berechnen.
a) 6 · 8 – 4 · 5 + (12 – 3)
b) 50 + 50 · (250 – 50 · 3) + 7
c) [92 + (99 + 11) : 11] · (75 – 65)

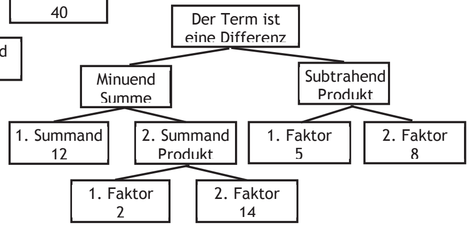
⑥ Ein Museumsbesuch für die 25 Schüler der Klasse kostet 70 €, die Busfahrt 345 €. Mit welchen Rechenausdrücken kann man die Kosten für <u>einen</u> Schüler berechnen? Gib die Buchstaben an
a) 70 + 345 : 25   b) 25 : (70 + 345)
c) (70 + 345) : 25   d) 70 : 25 + 345 : 25
e) 70 · 345 : 25

Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① a)



b)



②
a) (35 + 14) : (14 – 7) = 49 : 7 = 7
b) 12 · 10 + 5 · (3 + 12) = 120 + 5 · 15 = 120 + 75 = 195

③
a) Differenz; Wert 60   b) Summe; Wert 146
c) Summe; Wert 64   d) Summe; Wert 50
e) Differenz; Wert 54   f) Quotient; Wert 4

④
a) 66 + 14 + 22 = 80 + 22 = 102
b) 212 – 112 + 85 + 5 = 190
c) 24 + 26 + 3 + 57 = 50 + 60 = 110
d) 31 – 11 + 13 – 3 = 20 + 10 = 30

⑤
a) 48 – 20 + 9 = 37
b) 50 + 50 · (250 – 150) + 7 = 50 + 50 · 100 + 7 = 50 + 5000 + 7 = 5057
c) [92 + 110 : 11] ·10 = [92 + 10] ·10 = 102 · 10 = 1020

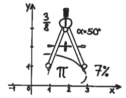
⑥
Antwort c) und d) sind richtig.

Zum Nachschauen und Üben:

Gib bei google „Landesbildungsserver Terme 5“ ein. Die Überschriften *Informationen für Schüler, Fachbegriffe, usw.* leiten dich zu interessanten Übungen und Informationen weiter.

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

Umklappen
Üben
Verstehen



dietrich bonhoeffer gymnasium
Flyer 02

Kompetenz: TERME 1 und 2
Ich kann die Rechengesetze bei Termen mit natürlichen Zahlen anwenden.
Ich kann Zahlterme aufstellen und berechnen.

Rechenausdrücke: 3 + 50 · 2 − 2 − (6 + 28 : 2) = ???

Oftmals treten Rechenarten nicht einzeln auf, sondern sind in einem Rechenterm miteinander verknüpft. Bei einer Berechnung hängt das Ergebnis dann von der Reihenfolge der Rechenschritte ab. Deswegen gibt es Rechenregeln, die die Reihenfolge beim Ausrechnen klar festlegen:

Kommen in einem Rechenausdruck nur Strichrechnungen vor, so rechnet man für gewöhnlich von **links nach rechts**.

15 + 11 – 5 = 26 – 5 = 21

Zum geschickten Berechnen ist manchmal eine andere Reihenfolge jedoch geschickter. Bei Strichrechnungen darf man die Reihenfolge **vertauschen**, allerdings muss man immer das **Rechenzeichen mitnehmen**:

$\boxed{\mathbf{19}}$ + 15 + 11 $\boxed{\mathbf{-\,5}}$ = 15 $\boxed{\mathbf{-\,5}}$ $\boxed{\mathbf{+\,19}}$ +11 = 10 + 30 = 40

Bei Rechentermen aus Punktrechnungen kann man die Reihenfolge nur vertauschen, wenn multipliziert wird!
3 · 4 · 5 = 5 · 4 · 3 = 4 · 3 · 5 = 60
10 : 2 = 5   ≠   2 : 10 = 0,2
5 · 10 : 2 = 10 · 5 : 2 = 25   ≠   2 · 10 : 5 = 4

Muss man bei einem Rechenterm sowohl Strich– als auch Punktrechnungen ausführen, so gilt die Regel **„Punkt vor Strich“**.
3 + 2 · 6 = 3 + 12 = 15   5 · 3 + 10 : 5 – 3 = 15 + 2 – 3 = 17 – 3 = 14

Bei Rechnungen mit Klammern berechnet man **zuerst** das, was **in der Klammer** steht. Klammern in Klammer werden von innen nach außen aufgelöst. Auch in den Klammern gilt „Punkt vor Strich“.

(3 + 2) · 6 = 5 · 6 = 30

  2 + (3 + 6 : 3) · 6   Punkt-vor Strichrechnung in der Klammer
= 2 + (3 + 2) · 6   Klammer berechnen
= 2 + 5 · 6   Punkt vor Strich
= 2 + 30 = 32

  [13 – (23 – 2 · 10)] · 2 innere Klammer zuerst, dabei Punkt vor Strich
= [13 – 3] · 2   Klammer zuerst
= 10 · 2 = 20

Das Gleichheitszeichen darf man nur verwenden, wenn links und rechts davon auch wirklich derselbe Zahlenwert oder eine Rechnung steht, die zum selben Zahlenwert führt.
<u>Es ist kein Verbindungszeichen einzelner Rechenschritte</u>.

Bsp: Addiere zum Doppelten von 4 den Quotienten aus 20 und 4.
richtig notiert: $2 \cdot 4 + 20 : 4 = 8 + 5 = 13$ $\quad 13 = 13 = 13$ ✓
falsch notiert: $2 \cdot 4 = 8 + 20 : 4 = 8 + 5 = 13$ $\quad 8 = 13 = 13 = 13$ ×

Fachausdrücke der Grundrechenarten:

+ Addition: $55 + 36 = 91$
<u>Summand + Summand = Summe</u>

– Subtraktion: $136 - 56 = 80$
<u>Minuend – Subtrahend = Differenz</u>

· Multiplikation: $4 \cdot 13 = 52$
<u>Faktor · Faktor = Produkt</u>

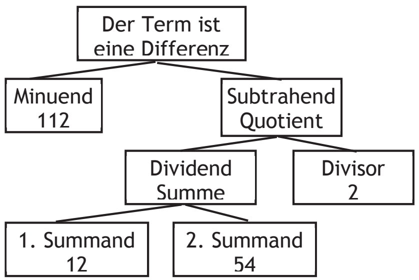
: Division: $35 : 7 = 5$
<u>Dividend : Divisor = Quotient</u>

Beschreibung eines Rechenterms mit einem Rechenbaum:

Ein Rechenbaum kann einen besseren Überblick über den Aufbau des Terms und die Reihenfolge der Rechenschritte schaffen. Im Baum rechnet man von unten nach oben. Der **letzte Rechenschritt** gibt die **Art des Terms** an.

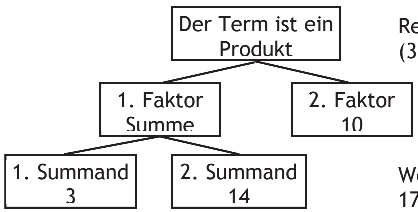
Bsp:

Rechenterm:
$112 - [(12 + 54) : 2]$



Wert des Terms:
79

Der Term beschreibt ein Produkt aus der Summe der Summanden 3 und 14 und dem Faktor 10.



Rechenterm:
$(3 + 14) \cdot 10$

Wert des Terms:
170

Lösungen 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① $12 \cdot 8\,€ + 4 \cdot 15\,€ = 96\,€ + 60\,€ = 156\,€$

② a) etwa $5 \cdot 6 \cdot 7 = 30 \cdot 7 = 210$
b) etwa $6 \cdot 4 \cdot 25 = 6 \cdot 100 = 600$
c) etwa $50 \cdot 2 \cdot 6 = 100 \cdot 6 = 600$

③ $(1125 + 5211) - 999 : 111 = 6336 - 9 = 6327$

④ a) Es wurde stur von links nach rechts gerechnet. Wenn man richtigerweise Punkt vor Strich beachtet, ergibt sich $5 + 12 + 16 = 33$.
b) $[(5 + 3) \cdot 4 + 8] \cdot 2 = 80$

⑤ a) $x = 8,\ y = 1$ b) $x = 12,\ y = 7$
c) $x = 30,\ y = 4$ d) $x = 10,\ y = 5$

⑥ $(27 \cdot 8 + 206 \cdot 6 + 6 \cdot 4) : 6$

Testaufgaben zum Abschluss

❶ Zeichne einen Rechenbaum zum angegebenen Term. $(50 - 10 \cdot 5) + (53 - 28)$

❷ Berechne den Term und gib den Fachbegriff für die fett gedruckten Zahlen an.
a) $4 \cdot (12 - 7) + \mathbf{10 : 5} + 6$
b) $2 + \mathbf{8 \cdot 5} - (35 + 7) : 6$

❸ Stelle den Term auf und berechne:
a) *Der Term beschreibt die Hälfte des Produktes aus 8 und 19.*
b) *Der Term ist eine Differenz. Der Minuend ist 280 und der Subtrahend ergibt sich aus dem Quotienten von 30 und 6.*

❹ Wie heißt die Zahl im Kästchen?
a) $5 \cdot (4 + \square) = 30$ b) $3 + 3 \cdot 4 = \square$
c) $\square \cdot (4 + 7) = 55$

❺ Setze oder streiche Klammern so, dass der Wert des Terms stimmt.
a) $3 + 4 \cdot 12 = 84$ b) $13 + 5 \cdot (6 - 2 \cdot 2) = 53$
c) $56 - (6 \cdot 8) = 400$

Aufgaben 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① Mareike spart von ihrem Taschengeld monatlich 8 €. Zu Weihnachten, ihrem Geburtstag und für ihre Zeugnisse bekommt sie jeweils 15 € zusätzlich. Stelle **einen** Rechenterm aus, mit dem du berechnen kannst, wie viel Mareike in einem Jahr spart.

② Schreibe zuerst jeweils einen der Faktoren als weiteres Produkt und berechne den Termwert möglichst geschickt.
Bsp.: $5 \cdot 36 = 5 \cdot 6 \cdot 6 = 30 \cdot 6 = 180$

a) $5 \cdot 42$ b) $24 \cdot 25$ c) $50 \cdot 12$

③ Stelle den Rechenausdruck auf und berechne.
„Der Term beschreibt eine Differenz. Der Subtrahend ist der Quotient der größten dreistelligen Zahl und der kleinsten Zahl mit drei gleichen Ziffern. Der Minuend besteht aus der Summe der kleinsten und der größten Zahl mit den Ziffern 1; 5; 1; 2.“

④ Frieda rechnet: „$5 + 3 \cdot 4 + 8 \cdot 2 = 80$.“
a) Berechne den Termwert richtig und erkläre, was bei dieser Rechnung falsch gemacht wurde.
b) Setze so Klammern, dass der Term tatsächlich den Wert 80 ergibt.

⑤ Ersetze x durch die größtmögliche Zahl und bestimme den Rest y.
a) $89 = x \cdot 11 + y$ b) $151 = 12 \cdot x + y$
c) $394 : x = 13$ Rest y d) $205 = y + 20 \cdot x$

⑥ Wie viele Honigbienen haben insgesamt genauso viele Beine wie 27 Spinnen, 206 Eintagsfliegen und 6 Frösche zusammen?

Schreibe nur **einen** Rechenterm auf, der zur Lösung führt.

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen

① Rechne im Kopf:
a) Addiere die Zahlen 35 und 7.
b) Dividiere 735 durch 7.
c) Bilde die Differenz der Zahlen 47 und 12.
d) Berechne den Quotienten aus 6666 und 6.
e) Bilde das Produkt aus 17 und 4.

② 15 398, 1690, 2390, 467, 20.
a) Addiere die Zahlen schriftlich.
b) Subtrahiere von der größten Zahl alle weiteren.

③ Berechne.
a) 1234 + 96 + 910 b) 90 135 + 8185 – 611
c) 9465 − 4183 + 98 d) 735 − 488 − 175

④ Berechne schriftlich:
a) 23 · 29 b) 2301 · 419 c) 52 · 3195

⑤ Berechne schriftlich:
a) 5105 : 12 b) 46 050 : 15 c) 8425 : 24

⑥ Wie heißt die Zahl im Kästchen?
a) 45 972 + ☐ = 81 760 b) ☐ − 2605 = 9821

c) 54 · ☐ = 2808 d) ☐ : 11 = 4752

⑦ Bilde aus den Ziffern 2, 5, 3 und 8 zwei Zahlen. Jede Ziffer darf pro Zahl nur einmal verwendet werden.
a) Addiere die größte und die kleinste Zahl, die gebildet werden können.

b) Ziehe von der größten Zahl die größte dreistellige Zahl ab.

c) Multipliziere die kleinste Zahl, die gerundet auf Zehner 390 ergibt, mit der kleinsten dreistelligen Zahl.

Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

①
a) 35 + 7 = 42 b) 735 : 7 = 105
c) 47 − 12 = 35 d) 6666 : 6 = 1111
e) 17 · 4 = 68

②
a) 19965 b) 15398 − 4567 = 10831

③
a) 2240 b) 97709
c) 5380 d) 72

④
a) 2 3 · 2 9 b) 964 119 c) 166 140
4 6 0
2 0 7
6 6 7

⑤
a) 425 R5 b) 3070 c) 351 R1

⑥
a) 81 760 − 45 972 = 35 788
b) 9821 + 2605 = 12426
c) 2808 : 54 = 52
d) 4752 · 11 = 52 272

⑦
a) 8532 + 2358 = 10890
b) 8532 − 853 = 7679
c) 385 · 235 = 90475

Hier kannst du noch einmal nachschauen:

www.mathematik-wissen.de/grundrechenarten.htm
und dann durchklicken.

Weitere Übungsaufgaben:

Gib bei google „Landesbildungsserver Addition“ ein. Der erste Link führt dich zu einer Reihe von Übungen auf dem Landesbildungsserver. Rechts kannst du weitere Themenbereiche anklicken.

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

Umklappen
Üben
Verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 03

Kompetenz: RECHNEN 1, 2 und 3
Ich kann einfache Rechnungen mit natürlichen Zahlen sicher im Kopf ausführen. Ich kann sie schriftlich addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.

Aufgaben mit großen Zahlen sind oft schwierig im Kopf zu rechnen. Deshalb hat sich der Mensch schon früh Hilfsmittel und Verfahren ausgedacht, um auch Rechnungen mit mehrstelligen Zahlen sicher ausführen zu können.

+ Addition: 1. Summand + 2. Summand = Summe
Bei der schriftlichen Addition ist es wichtig, dass Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, usw. notiert werden. Zuerst werden die Einträge in der Einerspalte addiert, dann die Einträge der Zehnerspalte, usw. Ist die Spaltensumme größer als 9, muss man einen Übertrag in die nächste Spalte mitnehmen.

Bsp:		
T H Z E	Einer:	7 + 2 + 4 = 13, schreibe 3, **Übertrag 1** bei Z
1 7 3 4	Zehner:	**1** + 3 + 2 + 3 = 9, schreibe 9
3 9 2 2	Hunderter:	5 + 9 + 7 = 21, schreibe 1, **Übertrag 2** bei T
+ 5 3 7	Tausender:	**2** + 3 + 1 = 6, schreibe 6
2 1		
6 1 9 3		

− Subtraktion: Minuend − Subtrahend = Differenz
Bei der schriftlichen Subtraktion notiert man die Zahlen wie bei der Addition beschrieben. Der Minuend steht immer ganz oben. Dann werden die Werte der Subtrahenden in der Einerspalte addiert und der zu ergänzende positive Wert zum Eintrag in der ersten Zeile bestimmt. Oft muss man dazu Überträge verwenden.

Bsp:			
T H Z E			
7 5 3 9	(E): 2 + 3 = 5	5 + **4** = 9	schreibe 4
− 1 1 3 3	(Z): 4 + 3 = 7	7 + **6** = 13	schreibe 6, übertrage **1**
− 2 0 4 2			
1	(H): 1+0+1 = 2	2 + **3** = 5	schreibe 3
4 3 6 4	(T): 2 + 1 = 3	3 + **4** = 7	schreibe 4

: Division: Dividend : Divisor = Quotient
Beim Dividieren überlegt man, wie oft der Divisor ganz in den Dividenden passt. Auch hier geht man stellenweise vor, allerdings von links nach rechts.

Bsp:	
3265 : 20 = 163 Rest 5	20 geht einmal in 32, schreibe 1.
- 20	Subtrahiere 20 von 32 und hole die 6 nach unten.
126	20 geht sechsmal in 126, schreibe 6.
- 120	Subtrahiere 120 von 126, hole die 5 nach unten.
65	20 passt dreimal in 65, schreibe 3 Rest 5.
- 60	
5	**Merke: Der Rest ist immer kleiner als der Divisor.**

· Multiplikation: 1. Faktor · 2. Faktor = Produkt
Hinter dem Verfahren der schriftlichen Multiplikation steckt die Zerlegung eines Faktors in Einer, Zehner, Hunderter, usw.
Z.B. 321 · 7 = 300 · 7 + 20 · 7 + 1 · 7 = 2100 + 140 + 7 = 2247.

Beim Multiplizieren von zwei mehrstelligen Faktoren werden diese Teilergebnisse einfach stellenweise untereinander geschrieben und später addiert.

Bsp.:

```
 5 2 7 · 3 6 1
   1 5 8 1 0 0 ← 527 · 300
+    3 1 6 2 0 ← 527 ·  60
+        5 2 7 ← 527 ·   1
       1 1
   1 9 0 2 4 7
```

notiere die Nullen der 300 und rechne 3·7 = 21, schreibe **1** behalte *2*, rechne 3 · 2 + *2* = 8, schreibe 8, rechne 3 · 5, schreibe 15.

Verfahre ebenso mit der 60 in der zweiten Reihe und der 1 in der dritten Reihe.

Stolperfallen beim Rechnen mit den schriftlichen Verfahren:

Addition:
- Überträge vergessen.
- Die Summanden nicht exakt untereinander schreiben.

Subtraktion:
- Überträge vergessen.
- Die Zahlen nicht exakt untereinander schreiben.

Tipp: Bei mehreren Subtrahenden zwei Rechnungen machen, d. h. statt

```
  7 5 3 9     auf einmal, erst     1133    und dann    7539    rechnen.
– 1 1 3 3                        + 2042              – 3175
– 2 0 4 2                          3175                4364
  1
  4 3 6 4
```

Multiplikation:
- Die Nullen der Hunderter, Zehner, etc. notieren.
- Die Rechnung ganz rechts beginnen.

```
5 2 7 · 3 6 1                  5 2 7 · 3 6 1
  1 5 8 1 0 0    richtig             1 5 8 1    falsch
+   3 1 6 2 0                  +     3 1 6 2
+       5 2 7                  +       5 2 7
      1 1                              5 2 7 0
  1 9 0 2 4 7
```

Division:

```
40055 : 10 = 4005 R5        3265 : 25 = 130 Rest 15
–40                         –25
  00                           76
 – 0                         – 75
   05                            15
  – 0                          –  0
    55                           15
   –50
     5
```

- Solange Ziffern nach unten geholt werden können und der Divisor nicht ganz rein passt, muss man Nullen notieren.

- Erst wenn keine Zahl mehr nach unten geholt werden kann, gibt man den Rest an.

Lösungen 2 (Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① 23 000 − 39 · 121 = 18 281

② a) etwa 2538 + 5283
b) etwa 2853 + 8235 oder 2538 + 8523
c) etwa 2835 – 2358

③ 2; 5; 8

④

·	6	7	15	31	300
3	18	21	45	**93**	**900**
5	**30**	35	**75**	155	1500
13	**78**	91	195	**403**	3900

⑤ Biene: 245 · 600 = 147 000
Hummel: 3600 · 30 =108 000

⑦ 164

Testaufgaben zum Abschluss

❶ Berechne:
a) 103567 + 12403 + 138 + 1989
b) 67145 − 1479 − 361
c) 91658 − (4983 + 1368 + 109)

❷ Berechne:
a) 53410 : 7
b) 12 312 : 23
c) 378 · 177
d) 1632 · 3040

❸ Wie heißt die Zahl im Kästchen?
a) 35 872 + ☐ = 81 760
b) ☐ − 2695 = 8821
c) 7 · ☐ = 32564
d) ☐ : 9 = 4752

❹ Setze für die Buchstaben eine passende Ziffer ein:

```
a)  3 6 1 0 9          b)  3 1 9 6 a 3
      1 3 a 1            –   5 b 3 6 c
  +   b 5 5 5            – 1 8 7 3 0 4
      c 4 d 3 e              d e 7 f 2 5
```


Aufgaben 2 (Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① In der Rechnung 23 000 – 121 –121 – … – 121 wird die Zahl 121 insgesamt 39mal von der 23 000 subtrahiert. Berechne das Ergebnis.

② Bilde aus den Ziffern 2, 5, 3 und 8 zwei vierstellige Zahlen, so dass jede Ziffer je Zahl nur einmal verwendet wird.

a) Bilde die Zahlen so, dass die Summe der beiden Zahlen als Einerziffer eine 1 hat.
b) Bilde die Zahlen so, dass die Summe der beiden Zahlen als Hunderterziffer eine 0 hat.
c) Bilde die Zahlen so, dass die Differenz beider Zahlen eine dreistellige Zahl ist.

③ Welche Ziffern kann man für ☐ eintragen, damit die Division 574☐ :3 den Rest 0 hat?

④ Ergänze die Multiplikationstabelle.

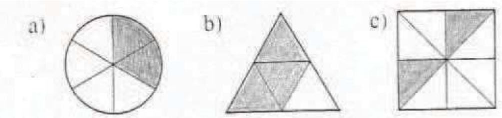
·		7			
				93	900
5	30		75		
	78			403	

⑤ Insekten bewegen ihre Flügel sehr schnell: die Biene 245-mal in 1 Sekunde, die Hummel 3600-mal in 20 Sekunden.
Wie viel Flügelschläge machen beide während eines Fluges, der 10 Minuten dauert?

⑥ Für ein Konzert gibt es 1125 Karten. 635 werden im Vorverkauf abgesetzt, 24 als Ehrenkarten vergeben. An der Abendkasse stehen 637 Menschen an. Wie viele von ihnen bekommen keine Karte mehr, wenn 7 Karten aus dem Vorverkauf an die Abendkasse zurückgegeben wurden?

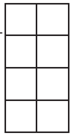
Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Bestimme den eingefärbten Anteil als Bruch.

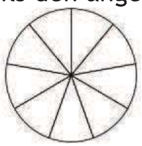


② Markiere jeweils den angegebenen Bruchteil.

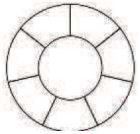
a) $\frac{5}{8}$



b) $\frac{2}{9}$

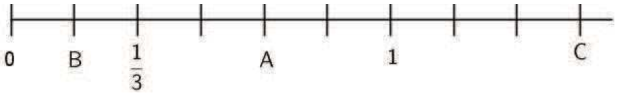


c) $\frac{6}{7}$



③ a) Lies die Zahlen A bis C auf der Zahlengerade ab.

b) Trage auf der Zahlengeraden ein: $\frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{6}$



④ Bestimme die Zahl, mit der erweitert wurde, und den fehlenden Zähler.

a) $\frac{2}{5} = \frac{\dots}{15}$ b) $\frac{\dots}{2} = \frac{42}{14}$ c) $\frac{15}{16} = \frac{\dots}{96}$

⑤ Kürze die Brüche mit der angegebenen Zahl:

a) $\frac{14}{49}$ mit 7 b) $\frac{24}{51}$ mit 3 c) $\frac{91}{65}$ mit 13

⑥ Kürze die Brüche vollständig.

a) $\frac{4}{12}$ b) $\frac{36}{42}$ c) $\frac{84}{60}$ d) $\frac{44}{11}$

⑦ Ordne die folgenden Brüche: $\frac{12}{7}, \frac{5}{8}, \frac{2}{3}$

⑧ Addiere bzw. subtrahiere die Brüche. Kürze das Ergebnis ggf. vollständig.

a) $\frac{3}{4} + \frac{7}{4}$ b) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$ c) $\frac{9}{7} + \frac{3}{2}$

⑨ Multipliziere bzw. dividiere die Brüche. Gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an.

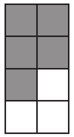
a) $\frac{5}{4} \cdot \frac{8}{9}$ b) $\frac{5}{6} : \frac{11}{17}$ c) $\frac{27}{8} \cdot \frac{20}{9}$

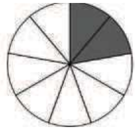
d) $\frac{9}{8} : \frac{12}{18}$ e) $\frac{8}{27} \cdot 18$ f) $\frac{15}{16} : 6$

Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① a) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

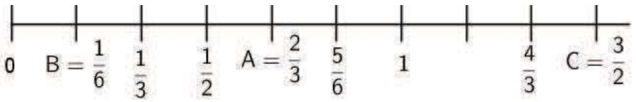
②

a) 

b) 

c) 

③



④ a) $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ erweitert mit 3 | b) $\frac{6}{2} = \frac{42}{14}$ erweitert mit 7 | c) $\frac{15}{16} = \frac{90}{96}$ erweitert mit 6

⑤

a) $\frac{14:7}{49:7} = \frac{2}{7}$ b) $\frac{24:3}{51:3} = \frac{8}{17}$ c) $\frac{91:13}{65:13} = \frac{7}{5}$

⑥

a) $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ b) $\frac{36}{42} = \frac{6}{7}$ c) $\frac{84}{60} = \frac{7}{5}$ d) $\frac{44}{11} = \frac{4}{1} = 4$

⑦

$\frac{5}{8} = \frac{15}{24}, \frac{2}{3} = \frac{16}{24}, \frac{12}{7} > 1,$ da Zähler (12) > Nenner (7)

Also geordnet: $\frac{5}{8} < \frac{2}{3} < \frac{12}{7}$

⑧ a) $\frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ b) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ c) $\frac{39}{14}$

⑨

a) $\frac{10}{9}$ b) $\frac{85}{66}$ c) $\frac{15}{2}$ d) $\frac{27}{16}$ e) $\frac{16}{3}$ f) $\frac{5}{32}$

Rechenausdrücke mit Brüchen

Auch beim Rechnen mit Brüchen treten die Grundrechnungen oftmals nicht einzeln auf, sondern sind in einem Rechenterm miteinander verknüpft. Auch beim Bruchrechnen gilt die Regel „Klammer vor Hoch vor Punkt vor Strich“ (kurz: KLAHOPS)!

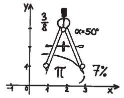
$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{14} + \frac{5}{14} \cdot 3\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{14} + \frac{5}{14} \cdot \frac{3}{1}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{14} + \frac{15}{14}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{18}{14} = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{7} = \frac{9}{14}$$

Weitere Übungsaufgaben:

www.hpfsc.de/ und dann durchklicken. Lade dann die ZIP-Datei herunter und öffne die Datei bruch.exe.

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

umklappen
üben
verstehen



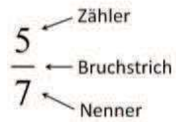
dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 04

Kompetenz: ZAHLEN 4 und RECHNEN 5
Ich kann mit Brüchen und Bruchzahlen umgehen.
Ich kann Brüche addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.

Erklärungen und Beispiele

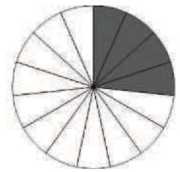
Was ist ein Bruch?
Ein Bruch gibt den Anteil von einem Ganzen an. Er besteht aus Zähler, Bruchstrich und Nenner.
Der Zähler „zählt“ die einzelnen Teile, der Nenner „nennt“ dir, in wie viele gleich große Teile das Ganze geteilt ist.



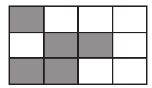
$\frac{5}{7}$ bedeutet: Teile das Ganze in 7 gleich große Teile und nimm 5 davon.

So kannst du Anteile bestimmen (s. rechts):
1. Zähle **alle hervorgehobenen** Teile. Diese Zahl (hier 4) schreibst du in den **Zähler**.
2. Zähle **alle** Teile. Diese Zahl (hier 15) schreibst du in den **Nenner**.

Dargestellter Anteil: $\frac{4}{15}$



So kannst du Anteile darstellen: Stelle $\frac{5}{12}$ dar.



1. Unterteile die Figur in so viele **gleich große Teile** wie im **Nenner** steht, also 12.
2. **Färbe** so viele Teile wie im **Zähler** steht, also 5.

Brüche erweitern
Beim Erweitern eines Bruches multiplizierst du Zähler und Nenner mit der gleichen (von Null verschiedenen) Zahl.
Bsp.:
Erweitere $\frac{2}{5}$ mit 3: $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$

Brüche kürzen
Beim Kürzen eines Bruches dividierst du Zähler und Nenner durch die gleiche (von Null verschiedene) Zahl. Ein vollständig gekürzter Bruch ist ein Bruch, der sich nicht mehr weiter kürzen lässt.
Bsp.:
Kürze $\frac{39}{12}$ mit 3: $\frac{39}{12} = \frac{39:3}{12:3} = \frac{13}{4}$

Beim Erweitern und Kürzen ändert sich der Wert eines Bruches nicht!

Vergleichen und Ordnen von Brüchen

Um Brüche miteinander vergleichen und ordnen zu können, müssen **entweder der Zähler oder der Nenner gleich** sein. Das kannst du mit Erweitern immer, mit Kürzen manchmal erreichen.
Haben zwei Brüche den **gleichen Nenner**, so ist der Bruch größer, der den größeren Zähler hat. Haben zwei Brüche den **gleichen Zähler**, so ist der Bruch größer, der den kleineren Nenner hat.

Bsp. 1: $\frac{5}{12} < \frac{7}{12} < \frac{7}{8}$

Bsp. 2: Ordne die Brüche: $\frac{11}{8}, \frac{17}{12}$!

$\frac{11}{8} = \frac{33}{24}, \quad \frac{17}{12} = \frac{34}{24}$, *also* $\frac{11}{8} < \frac{17}{12}$

Rechnen mit Brüchen

Addition und Subtraktion:

Um zwei Brüche zu addieren (subtrahieren), gehst du so vor:

1. Mache die Brüche gleichnamig, d. h. bringe sie durch (wenn möglich) Kürzen und Erweitern auf den gleichen Nenner.
2. **Addiere** (**Subtrahiere**) die Zähler. Behalte den gemeinsamen Nenner bei.
3. Kürze das Ergebnis so weit wie möglich.

Bsp.:

Addition: $\frac{5}{6} + \frac{7}{10} = \frac{25}{30} + \frac{21}{30} = \frac{46}{30} = \frac{23}{15}$

Subtraktion: $\frac{11}{4} - \frac{3}{5} = \frac{55}{20} - \frac{12}{20} = \frac{43}{20}$

Multiplikation:

1. Kürze zunächst so weit wie möglich. Dabei kannst du auch über Kreuz kürzen, d.h. den Nenner des eines Bruchs mit dem Zähler des anderen Bruchs.
2. Multipliziere die (gekürzten) Zähler der Brüche.
3. Multipliziere die (gekürzten) Nenner der Brüche.

Bsp.: $\frac{5}{6} \cdot \frac{7}{10} = \frac{1}{6} \cdot \frac{7}{2} = \frac{1 \cdot 7}{6 \cdot 2} = \frac{7}{12}$

Division:

Multipliziere den ersten Bruch mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs. Den **Kehrwert eines Bruchs** erhältst du, indem du Zähler und Nenner vertauschst!

Achtung: Erst als Multiplikation schreiben, dann kürzen!

Bsp.: $\frac{3}{4} : \frac{9}{10} = \frac{3}{4} \cdot \frac{10}{9} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 3} = \frac{5}{6}$

Rechnen mit einem Bruch und einer natürlichen Zahl

Alle Regeln zum Rechnen mit Brüchen gelten auch, wenn eine der beiden Zahlen keine Bruchzahl, sondern eine natürliche Zahl ist. Dann musst du Folgendes bedenken: Eine natürliche Zahl ist nichts anderes als eine Bruchzahl mit der natürlichen Zahl im Zähler und einer 1 im Nenner:

2 = 2 Ganze = $\frac{2}{1}$. Rechne nun mit $\frac{2}{1}$ statt mit 2!

Lösungen 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① a) $22 - 27 \cdot \frac{4}{15} = \frac{74}{5}$ b) $(\frac{4}{15} + \frac{7}{15}) \cdot 9 = \frac{99}{15} = \frac{33}{5}$

② a) $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{10} : \frac{1}{4} = \frac{1}{10} \cdot \frac{4}{1} = \frac{4}{10} (= \frac{2}{5})$

c) $\frac{1}{12} : \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \cdot \frac{4}{1} = \frac{1}{3}$

③ Es sind 12 Jungen in der Klasse.

④ (jeweils Beispielmöglichkeiten)

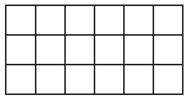
a) $3 \cdot \frac{2}{15} = \frac{2}{5}$ b) $\frac{56}{2} : 7 = 4$ c) $\frac{1}{3} : 4 = \frac{1}{12}$

⑤ $(84\frac{1}{2} + 77\frac{3}{4}) : 2 - 38\frac{1}{4} = 81\frac{1}{8} - 38\frac{1}{4} = 42\frac{7}{8}$ (Jahre)

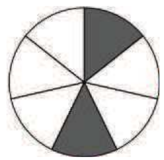
⑥ 5 Aufnahmen sind $\frac{1}{6}$ des Filmes, also passen auf den gesamten Film 30 Aufnahmen.

Testaufgaben zum Abschluss

❶ Zeichne in dein Heft und färbe den angegebenen Bruchteil: $\frac{7}{18}$



❷ Bestimme den eingefärbten Anteil in der Figur als Bruch.



❸ Ordne die Brüche der Größe nach: $\frac{8}{9}, \frac{8}{15}, \frac{5}{2}, \frac{2}{5}$

❹ Berechne und kürze vollständig.

a) $\frac{5}{14} + \frac{12}{35}$ b) $\frac{15}{8} - \frac{7}{10}$ c) $\frac{15}{26} \cdot \frac{65}{48}$ d) $\frac{16}{12} : \frac{7}{18}$

❺ Berechne den Wert des Terms.

$(\frac{5}{14} + \frac{9}{14} \cdot 3) : \frac{1}{2}$

❻ Berechne.

a) Wie viel ist $\frac{4}{15}$ von 35?

b) Welche Zahl liegt in der Mitte zwischen $\frac{1}{3}$ und $\frac{5}{9}$?

Aufgaben 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① Stelle zunächst einen Term auf und berechne dann das Ergebnis.

a) Subtrahiere $\frac{4}{15}$ 27mal von 22.

b) Multipliziere 9 mit der Summe von $\frac{4}{15}$ und $\frac{7}{15}$.

② Bestimme die Brüche, die in den Lücken fehlen.

a) Zwei Drittel von drei Achtel sind ....

b) Ein Viertel von .... ist ein Zehntel.

c) .... von einem Viertel ist ein Zwölftel.

③ In einer 7. Klasse sind 15 Mädchen. Das sind $\frac{5}{9}$ aller Schüler der Klasse.
Wie viele Jungen sind in der Klasse?

④ Finde jeweils drei verschiedene mögliche Rechnungen! Dabei musst du für jedes O eine natürliche Zahl einsetzen.

a) $O \cdot \frac{O}{O} = \frac{2}{5}$ b) $\frac{O}{O} : O = 4$ c) $\frac{O}{O} : O = \frac{1}{12}$

⑤ In einer Familie starb der Großvater mit $84\frac{1}{2}$ Jahren, der Vater mit $77\frac{3}{4}$ Jahren. Der Sohn ist jetzt $38\frac{1}{4}$ Jahre alt. Wie lange hat er noch zu leben, wenn er das durchschnittliche Alter von Großvater und Vater erreichen wird?

⑥ Der Film von Tinas Fotoapparat ist schon halb voll. Sie macht 5 Aufnahmen, danach ist noch $\frac{1}{3}$ des Filmes leer.

Wie viele Aufnahmen passen auf den Film?

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

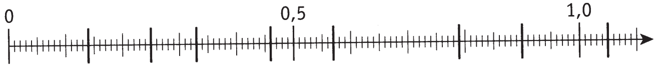
① Schreibe den Dezimalbruch als Bruch.

a) 0,9 b) 0,26 c) 0,063
d) 0,854 e) 6,4 f) 1,772

② Schreibe den Bruch als Dezimalbruch.

a) $\frac{89}{100}$ b) $\frac{74}{1000}$ c) $5\frac{147}{1000}$ d) $\frac{7302}{1000}$

③ Lies die Zahlen ab, die durch die dicken Striche markiert sind. Ordne sie der Größe nach.



④ Trage auf dem Abschnitt des Zahlenstrahls die folgenden Zahlen ein:
0,39 / 1,07 / 1,37 / 0,8 / 0,64 / 0,92

⑤ Ordne die Zahlen der Größe nach.
Beginne mit der kleinsten.
0,74 / 0,704 / 0,407 / 0,774 / 0,747 / 0,7 / 0,47 / 0,477

⑥ Runde jeweils nacheinander auf Tausendstel, auf Zehntel und auf 4 Dezimalen.
a) 0,04251 b) 1,07091 c) 12,572356

⑦ Schreibe stellengerecht untereinander und berechne.
a) 3,202 + 12,717 b) 22,31 + 16,93
c) 21,984 – 3,819

⑧ Berechne schriftlich.
a) 21,094 + 1,71 + 0,0382 b) 46,227 – 3,29 – 8,08
c) 26,79 · 3,84 d) 187,94 · 2,3
e) 33,12 : 1,8 f) 12,60213 : 0,19

Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

①
a) $0,9 = \frac{9}{10}$ b) $0,26 = \frac{26}{100}$ c) $0,063 = \frac{63}{1000}$
d) $0,854 = \frac{854}{1000}$ e) $6,4 = \frac{64}{10}$ f) $1,772 = \frac{1772}{1000}$

②
a) $\frac{89}{100} = 0,89$ b) $\frac{74}{1000} = 0,074$
c) $5\frac{147}{1000} = 5,147$ d) $\frac{7302}{1000} = 7,302$

③ 0,14 < 0,25 < 0,33 < 0,46 < 0,57 < 0,79 < 0,9 < 1,05

④

⑤ 0,407 < 0,47 < 0,477 < 0,7 < 0,704 < 0,74 < 0,747 < 0,774

⑥
a) 0,043 / 0,0 / 0,0425
b) 1,071 / 1,1 / 1,0709
c) 12,572 / 12,6 / 12,5724

⑦
a)
 3 , 2 0 2
+1 2 , 7 1 7
1 5 , 9 1 9

b)
 2 2 , 3 1
+1 6 , 9 3
1
3 9 , 2 4

c)
 2 1 , 9 8 4
- 3 , 8 1 9
1 1
1 8 , 1 6 5

⑧
a)
 2 1 , 0 9 4 0
+ 1 , 7 1 0 0
+ 0 , 0 3 8 2
1 1
2 2 , 8 4 2 2

b)
 4 6 , 2 2 7
- 3 , 2 9 0
- 8 , 0 8 0
1 1 2
3 4 , 8 5 7

c) 2 6, 7 9 · 3,8 4
8 0 3 7 0 0
2 1 4 3 2 0
1 0 7 1 6
1 0 2,8 7 3 6

d) 1 8 7,9 4 · 2,3
3 7 5 8 8 0
5 6 3 8 2
4 3 2,2 6 2

e) 33,12 : 1,8 =
331,2 : 18 = 18,4
18
151
144
72
72
0

f) 12,60213:0,19 =
1260,213 : 19 = 66,327
114
120
114
62
57
51 …

Weitere Übungsaufgaben

Arbeitsblätter samt Lösungen zum Rechnen mit Dezimalzahlen findest du unter www.unterrichtsmaterial-schule.de/mathevorschau28.shtml; weitere Übungen unter www.realmath.de/Neues/Klasse6/lernwege/dezimalzahlen.html

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

Umklappen
Üben
Verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 05

Kompetenz: ZAHLEN 3 und RECHNEN 4
Ich kann mit Dezimalbrüchen umgehen, sie addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.

Erklärungen und Beispiele

Für die meisten Größenangaben reichen unsere natürlichen Zahlen nicht aus. Andererseits lässt sich mit den Brüchen nicht so einfach rechnen. Und auch bei Skalen ist es viel leichter abzulesen, wenn man nur in Zehntel, Hundertstel und Tausendstel unterteilt.

Die Lösung dafür sind die **Dezimalbrüche**. Sie sind eine weitere Schreibweise für Brüche, die als Nenner 10, 100, 1000 usw. haben.

0,83 („null Komma acht drei“) ist ein anderer Name für die Zahl $\frac{83}{100}$.

Man kann sich Dezimalbrüche gut mithilfe einer **erweiterten Stellentafel** vorstellen:

2	5	4	,	5	1	7
H	Z	E		z	h	t
Hunderter	Zehner	Einer		Zehntel	Hundertstel	Tausendstel

Die Stellen nach dem Komma nennt man **„Dezimalen“**.

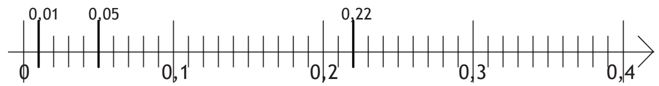
Es ist $254,517 = 254 + \frac{5}{10} + \frac{1}{100} + \frac{7}{1000}$ oder auch
$254 + \frac{500}{1000} + \frac{10}{1000} + \frac{7}{1000} = 254 + \frac{517}{1000} = \frac{254517}{1000}$.

Bei Dezimalbrüchen darf man beliebig viele **Endnullen** anhängen oder weglassen: $0,21 = \frac{21}{100} = \frac{210}{1000} = \frac{2100}{10000} = 0,2100 = 0,210...$

Runden
Dezimalbrüche werden wie natürliche Zahlen gerundet: Entscheidend ist immer die Ziffer rechts von der Rundungsstelle. Ist diese erste wegzulassende Stelle eine 0, 1, 2, 3 oder 4, so wird abgerundet; ansonsten wird aufgerundet.

4,8102 ≈ 4,8 und 22,877 ≈ 22,9
12,93952 ≈ 12,940 und 0,019322 ≈ 0,019

Dezimalbrüche können leicht **auf dem Zahlenstrahl** dargestellt und abgelesen werden. Dazu unterteilt man in Zehntel, Hundertstel usw.



Auch beim **Vergleichen und Ordnen** geht man so vor wie bei den Natürlichen Zahlen:
Man beginnt links und vergleicht jeweils Stelle für Stelle.

2,473 > 2,428 oder 0,915 < 1,092

Rechnen mit Dezimalbrüchen

Beim **Addieren und Subtrahieren** schreibt man die Zahlen so untereinander, dass die Kommas genau untereinander stehen und die Zehntel unter den Zehnteln usw. Wenn die Zahlen unterschiedlich viele Dezimalen haben, so hängt man Endnullen an. Dann kann man stellenweise addieren oder subtrahieren – wie bei den natürlichen Zahlen.

```
  2 1 3 , 7 9 0          1 , 0 7 3 2
+   9 4 , 2 2 5        - 0 , 8 3 9 0
   1   1  1                1    1
_______________        _____________
  3 0 8 , 0 1 5          0 , 2 3 4 2
```

Beim **Multiplizieren** geht man zunächst so vor, als wäre gar kein Komma vorhanden. Erst wenn man mit der Rechnung fertig ist, setzt man beim Ergebnis das Komma so, dass genau so viele Ziffern hinter dem Komma stehen wie auch **beide Faktoren zusammen** nach dem Komma haben.

```
5,27 · 36,1      5 2 7 · 3 6 1                  5,2 7 · 3 6,1
                   1 5 8 1 0 0   erst multi-      1 5 8 1 0 0
                 +   3 1 6 2 0   plizieren,     +   3 1 6 2 0
                 +       5 2 7                  +       5 2 7
                     1 1         dann das           1 1
= 190,247          1 9 0 2 4 7   Komma            1 9 0,2 4 7
                                 setzen!
```

Beim **Dividieren** verschiebt man zuerst das Komma beim Divisor um so viele Stellen nach rechts, dass man eine natürliche Zahl erhält. Anschließend verschiebt man beim Dividend das Komma um genau gleich viele Stellen nach rechts; so erhält man eine andere Rechnung, die aber dasselbe Ergebnis hat und leichter zu berechnen ist.
Nun dividiert man wie bei einer natürlichen Zahl. Sobald in der Rechnung das Komma überschritten wird, muss man im Ergebnis ein Komma setzten.

```
3,276 : 1,4 =  3 2,7 6 : 1 4 = 2,34
               2 8
                 4 7
                 4 2
                   5 6
                   5 6
                     0
```

wird das Komma überschritten: Komma setzen!!

Zuerst bei beiden Zahlen das Komma gleich weit nach rechts verschieben, dann dividieren!

Hier kannst du noch einmal nachschauen:

www.mathematik-wissen.de/dezimalbrueche.htm.

Lösungen 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① Da 32,6 : 0,7 = 46,5… ergibt, benötigen sie 47 Flaschen.

② a) Verbrauch: 3.583,7 kWh.
b) Kosten: 677,3193 € ≈ 677,32 €

③ Jede der drei muss 21,57 € : 3 = 7,19 € bezahlen.

④ Es sind noch 12,5 · 1,852 km = 23,15 km.

⑤ Der Abstand sollte 96,8 cm · 5,5 = 532,4 cm = 5,324 m betragen.

⑥ a) Reihenfolge: Pit, Nadja, Ruben / Tobi, Lena, Caro.
b) Team 2 (28,61 s) vor Team 1 (28,63 s) und Team 3 (29,56 s)
c) Team 2 ist 0,02 s vor Team 1.
Team 1 ist 0,93 s vor Team 3.
d) Ergebnisse auf Zehntel gerundet:
Nadja 14,3 s, Caro 15,2 s, Lena 14,6 s,
Tobi 14,4 s, Pit 14,0 s und Ruben 14,4 s.
Dann hätte Team 1 (28,6 s) vor Team 2 (28,7 s) und Team 3 (29,6 s) gewonnen.

Testaufgaben zum Abschluss

❶ Runde 2,749536 auf
a) Tausendstel
b) zwei Dezimalen
c) die vierte Stelle nach dem Komma

❷ Berechne schriftlich.
a) 0,928 + 10,49
b) 2,601 + 0,0875 + 13,44
c) 22,904 – 18,15 – 1,0804

❸ Berechne schriftlich.
a) 2,2 · 7,03
b) 4,26 · 13,009
c) 8,0652 : 1,3

❹ Zeichne einen geeigneten Abschnitt des Zahlenstrahls und trage darauf die folgenden Zahlen ein:
0,85 / 0,92 / 0,905 / 0,873 / 0,864 / 0,912

❺ Herr Peters tankt an der Tankstelle 32,35 l Super E10.
1 Liter kostet 1,589 €. Wieviel muss er bezahlen?
(Rechne schriftlich!)

Aufgaben 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

Rechne bei allen Aufgaben schriftlich, ohne Taschenrechner!

① Stefan und seine Mutter kochen Saft ein, insgesamt 32,6 Liter. In jede Flasche passen 0,7 l.
Wie viele Flaschen benötigen sie?

② Beim Ablesen des Stromzählers notiert Frau Winter 32.467,3 kWh. Bei der letzten Stromrechnung vor einem Jahr waren es 28.883,6 kWh.
a) Wie hoch war der Verbrauch im letzten Jahr?
b) Wie hoch sind die Stromkosten, wenn eine kWh („Kilowattstunde“ – darin wird der Stromverbrauch gemessen) 0,189 € kostet.

③ Tina, Maria und Steffi kaufen in der Stadt eine Flasche Limonade (1,79 €), Süßigkeiten (2,59 €), das Geburtstagsgeschenk für Timo (16,40 €) und ein Päckchen Kaugummi (0,79 €). Sie wollen die Kosten gerecht aufteilen. Wieviel muss jedes der Mädchen bezahlen?

④ „Noch 12,5 Seemeilen bis zum Hafen!“ gibt der Kapitän bekannt. Wieviel Kilometer sind das?
(1 Seemeile entspricht 1,852 km.)

⑤ Der Abstand von einem Fernsehgerät sollte mindestens 5,5-mal so groß sein, wie die Bildschirmdiagonale (d. h. die Entfernung von zwei gegenüberliegenden Ecken des Bildschirms). Wie weit musst du dich mindestens von einem Fernseher weg setzen, dessen Bildschirmdiagonale 96,8 cm beträgt?

⑥ Beim 100-Meterlauf wurden folgende Ergebnisse erzielt:
Nadja 14,25 s, Caro 15,15 s, Lena 14,64 s, Tobi 14,41 s, Pit 13,99 s und Ruben 14,36 s.
a) Ordne der Reihe nach. Welche drei kamen auf das Siegerpodest?
b) Berechne jeweils die Mannschaftsergebnisse für Team 1 (Pit und Lena), Team 2 (Ruben und Nadja) und Team 3 (Tobi und Caro) und stelle die Reihenfolge fest.
c) Gib die Abstände zwischen den einzelnen Teams an.
d) Wie wäre der Wettbewerb ausgegangen, wenn die Zeiten nicht auf Hundertstel-, sondern nur auf Zehntelsekunden genau gemessen worden wären?

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Gib jeden der Brüche in Dezimal- und Prozentschreibweise an.

a) $\frac{4}{5}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{4}{8}$ b) $\frac{7}{35}$; $\frac{45}{180}$; $\frac{74}{500}$

② Wandle in einen Dezimalbruch um und kürze gegebenenfalls vollständig.

0,61; 25 %; 1,2; 3,45; 0,108

③ Berechne geschickt und gib das Ergebnis als Dezimalzahl an:

a) $0{,}3 + \frac{45}{15} + 1{,}234 + 1\frac{2}{5}$

b) $\frac{3}{20} + 6{,}6 + 0{,}4$

c) $1{,}2 + 0{,}8 \cdot \frac{10}{8}$

④ Gib die Reihenfolge an, in der die Dominosteine rechts angelegt werden müssen:

$\frac{3}{4}$	0,15

A	0,02	$\frac{7}{100}$	
C	1,25	30%	
E	0,01	$\frac{1}{6}$	
G	4%	$\frac{10}{1000}$	
B	0,5	$\frac{5}{4}$	
D	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{50}$	
F	0,3	$\frac{1}{25}$	
H	0,07	$\frac{13}{26}$	

⑤ Welche der Brüche lassen sich nicht zu einem Zehnerbruch erweitern, um sie in eine Dezimalzahl zu verwandeln?

$\frac{1}{50}$; $\frac{10}{15}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{9}{75}$; $\frac{6}{7}$

⑥ Ordne die Zahlen der Größe nach. Verwende dabei das <-Zeichen.

a) 0,012; $\frac{3}{12}$; 0,312; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; 0,789

b) $\frac{51}{1001}$; $\frac{4{,}5}{10}$; $\frac{477}{1000}$; 0,449; $\frac{80}{160}$; 0,051

Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

①

a) $\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0{,}8 = 80\,\%$; $\frac{1}{20} = \frac{5}{100} = 0{,}05 = 5\,\%$;

$\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\,\%$

b) $\frac{7}{35} = \frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 0{,}2 = 20\,\%$; $\frac{45}{180} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\,\%$;

$\frac{74}{500} = \frac{128}{1000} = 0{,}128 = 12{,}8\,\%$

②

$\frac{61}{100}$; $25\,\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$; $1{,}2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$; $3{,}45 = \frac{345}{100} = \frac{69}{20}$; $\frac{108}{1000} = \frac{27}{250}$

③

a) 0,3 + 3 + 1,234 + 1,4 = 5,934

b) 0,15 + 6,6 + 0,4 = 7,15 c) $1{,}2 + \frac{8}{10} \cdot \frac{10}{8} = 1{,}2 + 1 = 2{,}2$

④

D A H B C F G E

⑤

$\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ und $\frac{6}{7}$

⑥

a) $0{,}012 < \frac{3}{12} = 0{,}25 < 0{,}312 < \frac{3}{4} = 0{,}75 < 0{,}789 < \frac{4}{5} = 0{,}8$

b) $\frac{51}{1001} < 0{,}051 = \frac{51}{1000} < 0{,}449 < \frac{45}{100} = 0{,}45 < \frac{477}{1000}$
$= 0{,}477 < 0{,}5$

Hier kannst du noch einmal nachschauen:

www.mathematik-wissen.de/dezimalbrueche.htm

Weitere Übungsaufgaben

www.zum.de/dwu/depothp/hp-math/hpmzb85.htm
www.zum.de/dwu/depothp/hp-math/hpmzb83.htm

www.aufgabenfuchs.de/mathematik/prozent/bruch---prozent.shtml

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

Umklappen
Üben
Verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 06

Kompetenz: ZAHL 5 und 6
Ich kann mit der Prozentschreibweise umgehen.
Ich kann mit rationalen Zahlen umgehen und zwischen verschiedenen Darstellungsformen wechseln.

Zahlbereiche:

{0; 1; 2; 3; 4; …}bezeichnet man als **natürliche Zahlen** (ℕ).

Die **ganzen Zahlen** (ℤ) sind eine Erweiterung der natürlichen Zahlen mit ihren Gegenzahlen {…;−3; 2; −1; 0; 1; 2; 3; 4;…}.

Die **rationalen Zahlen (ℚ)** umfassen alle Zahlen, die sich als Bruch aus ganzen Zahlen darstellen lassen. Dazu gehören z.B. $\frac{3}{4}$; $\frac{-2}{7}$; $\frac{-15}{-23}$, aber auch 2 oder −5, da man diese ebenfalls als Bruch notieren kann, etwa $2 = \frac{2}{1} = \frac{4}{2}$; $-5 = -\frac{25}{5}$.

Auch Dezimalzahlen (Flyer 5) sind rationale Zahlen. Sie sind einfach eine weitere Schreibweise für Brüche, deren Nenner 10, 100, 1000, usw. sind oder die dazu erweitert oder gekürzt werden können.

$0{,}83 = \frac{83}{100}$; $1{,}5 = \frac{15}{10}$; $-3{,}401 = -\frac{3401}{1000}$.

Im Alltag werden diese Darstellungsformen in den unterschiedlichsten Situationen verwendet und gebraucht, oftmals auch gleichzeitig. Deshalb ist es wichtig, sicher zwischen den Darstellungsformen wechseln zu können.

Tipps:

- Zum Vergleichen und Anordnen eignen sich Dezimalzahlen besser.
- Das Rechnen, vor allem das Multiplizieren und Dividieren, ist mit Brüchen oft leichter und schneller.
- Um Angaben in unterschiedlicher Darstellungsform vergleichen zu können und mit den Zahlen zu rechnen, muss man alle in die gleiche Darstellungsform bringen.

$\frac{4}{5} + 0{,}2 = \frac{4}{5} + \frac{1}{5}$ oder $0{,}8 + 0{,}2 = 1$

Bsp: a) „Jedes fünfte Kind fährt unangeschnallt."
b) „5 von 100 Kindern sind nicht angeschnallt."
c) „Mit 50% ist der Anteil der nicht angeschnallten Kinder beträchtlich hoch".

a) Jedes Fünfte bedeutet 1 von 5, also $\frac{1}{5} \overset{\cdot 2}{=} \frac{2}{10} = 0{,}2 = 20\,\%$.

b) $\frac{5}{100} = 0{,}05 = 5\,\%$

c) 50 % = 0,5

Umwandlung Bruch → Dezimalzahl:
1. Möglichkeit: Man erweitert und/oder kürzt den Bruch zu einem „Zehnerbruch“, d. h. zu einem Bruch mit Nenner 10, 100, 1000, usw. Jetzt kann man den Bruch als Dezimalzahl schreiben.

$\frac{3}{10} = \overset{E}{0},\overset{z}{3}$, $\frac{17}{250} \overset{4}{=} \frac{68}{1000} = \overset{E}{0},\overset{z}{0}\overset{h}{6}\overset{t}{8}$, $\frac{63}{45} \overset{:9}{=} \frac{7}{5} \overset{2}{=} \frac{14}{10} = 1{,}4$

2. Möglichkeit: Man teilt den Zähler des Bruchs durch seinen Nenner. So kann man aus jedem Bruch eine Dezimalzahl machen. Daher kommt übrigens auch das Rechenzeichen für Dividieren „ ÷ “ auf dem Taschenrechner.

Bsp: $\frac{1}{8} = 1 : 8 = 0{,}125$ $\frac{2}{9} = 2 : 9 = 0{,}222... = 0{,}\overline{2}$

```
10          20
- 8        -18
 20          20
- 16        -18
  40          20
 -40               usw.
   0
```

Umwandlung Dezimalzahl → Bruch:
Bei der Umwandlung einer Dezimalzahl in einen Bruch wird der Teil hinter dem Komma (Dezimalteil) zum Zähler des Bruches. Der Nenner ergibt sich aus derjenigen Zehnerstufenzahl (10, 100, 1000, …), die so viele Nullen hat wie der Dezimalteil Stellen.
Bsp.:

$0{,}6 = \frac{6}{10}$ Dezimalteil 6 => Zähler 6
Dezimalteil eine Stelle => Nenner **eine 0**, also 10

$0{,}097 = \frac{97}{1000}$ Dezimalteil 097 => Zähler 97
Dezimalteil **drei** Stellen => **drei Nullen**, also 1000

10,23 Dezimalteil 23 => Zähler 23
Dezimalteil **zwei** Stellen=> **zwei Nullen**, also 100

$= 10\frac{23}{100} = \frac{1023}{100}$ $(10 = \frac{1000}{100})$

Prozentschreibweise:
Für Brüche mit dem Nenner 100 gibt es neben der Dezimalschreibweise außerdem noch die Prozentschreibweise. Prozent bedeutet „pro Hundert“, 17 % bedeuten also 17 pro (von) 100. Das Prozentzeichen % ist die Abkürzung für den Bruch mit dem Nenner 100.

$\frac{1}{100}$, d.h. $\frac{1}{100} = 1\,\%$, $\frac{17}{100} = 17\,\%$, $\frac{3}{50} = \frac{6}{100} = 6\,\%$

Beispiele zum Umrechnen:

$\frac{3}{20} \overset{5}{=} \frac{15}{100} = 15\,\%$; $\frac{2}{5} \overset{20}{=} \frac{40}{100} = 40\,\%$; $25\,\% = \frac{25}{100} \underset{:25}{=} \frac{1}{4}$

$0{,}79 = \frac{79}{100} = 79\,\%$; $0{,}09 = \frac{9}{100} = 9\,\%$; $0{,}2 = \frac{2}{10} = \frac{20}{100} = 20\,\%$

Lösungen 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

①

a) 4,25; $5\frac{13}{25} = 5{,}52$; 3,04; 99,0999; 5,5

b) $\frac{6}{25}$; $11\frac{101}{1000}$; $4\frac{2}{3}$; $8\frac{3}{8}$; $3\frac{51}{50}$; $\frac{1}{6}$

②

6 · (1,25 + 0,75 + 0,25 + 0,04) = 13,75 l

③

$\frac{21}{10} : \frac{7}{5} + (\frac{21}{10} - \frac{7}{5}) = \frac{21}{10} \cdot \frac{5}{7} + (\frac{21}{10} - \frac{14}{10}) = \frac{3}{2} + \frac{7}{10} = 1{,}5 + 0{,}7 = 2{,}2$

④ a) $\frac{45}{60}$ h = $\frac{3}{4}$ h = 0,75 h b) $\frac{12}{60}$ h = $\frac{1}{5}$ h = 0,2 h
c) 5,1 h d) 0,4 h

⑤ a) etwa $\frac{2}{15} \cdot \frac{15}{3}$ b) etwa $\frac{3}{10} \cdot \frac{17}{10}$ c) etwa $\frac{2}{3} \cdot 7$

Testaufgaben zum Abschluss

❶ Schreibe als Dezimalzahl. Notiere auch deine Zwischenschritte.
$\frac{9}{4}$; $\frac{7}{8}$; $4\frac{2}{3}$; $\frac{12}{15}$

❷ Schreibe als vollständig gekürzten Bruch:
14 %; 0,025; 9,0909; 80 %

❸ Ordne der Größe nach. Verwende < oder >.
$\frac{4}{6}$; 0,46; $\frac{7}{8}$; 60 %; 0,8751; $\frac{4}{10}$

❹ Berechne:
a) $0{,}125 + 3\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{18} \cdot 6{,}6 + 0{,}4$

❺ Runde jeweils auf Hundertstel.
a) 10,1345 b) 165,9881 c) 3,2 % d) $\frac{156}{100}$

Aufgaben 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

①
a) Schreibe als Dezimalzahl.
$4\frac{1}{4}$; $5\frac{39}{75}$; $3\frac{7}{175}$; $99\frac{999}{10\,000}$; $5\frac{5}{10}$

b) Schreibe als Bruch:
0,24; 11,101; $4{,}\overline{6}$; 8,375; 3,102; $0{,}1\overline{6}$

②
Ein Grundrezept für Punsch lautet 1,25 l Apfelsaft, 750 ml Orangensaft, $\frac{1}{4}$ l Kirschsaft und $\frac{1}{25}$ l Gewürzsirup. Wie viel l Punsch erhält man, wenn man die 6-fache Menge zubereitet?

③
Addiere zum Quotienten der Zahlen 2,1 und $\frac{7}{5}$ die Differenz der beiden Zahlen. Gib das Ergebnis als Dezimalzahl an.

④
Gib die Zeitspannen mit Hilfe von Dezimalzahlen in Stunden an. (60 min = $\frac{60}{60}$ h; 30 min = $\frac{30}{60}$ h)
a) 45 min b) 12 min c) 5 h 6 min d) 24min

⑤
Gib zwei Produkte mit Brüchen an, die die jeweilige Zahl ergeben.
a) $\frac{30}{45}$ b) 0,21 c) $4{,}\overline{6}$

⑥
Bearbeite die Aufgaben auf der auf Seite 4 angegebenen Internetseite „Aufgabenfuchs“.

Aufgaben 1 (Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Ordne die Zahlen von klein nach groß zunächst a) nach ihrer Größe, dann b) nach ihrem Betrag.

230; 120; −130; −450; 565; −90; −653; 530; 360

② Trage <, > oder = ein.

a) −12 13 b) |12| |−12|

c) |13| |−42| d) −35 −25

e) −5 −680

③ Ersetze x mit dem passenden Zahlwert.

a) $3 \xrightarrow{+8} x$ b) $-12 \xrightarrow{x} -1$ c) $x \xleftarrow{-12} 13{,}8$

d) $-15 \xleftarrow{-5{,}7} x$ e) $-250{,}2 \xrightarrow{x} 300{,}2$

④ Entscheide, ob das Ergebnis positiv, negativ oder null ist.

a)	b)	c)
−20 −(−10)	−31 + (−41)	−5,7 · (−165)
68 −(−68)	−26 − (−26)	−123 · (+0,12)
−12 −(+12)	35 − (+80)	19,6 : (−16)

⑤ Übertrage die Tabellen ins Heft und fülle sie aus.

Startzahl	+	−17	38	−70
	33			
	−15			
	96			

Startzahl	−	59	−82
	−91		
			13
	56		

⑥ Berechne (beachte auch „Punkt vor Strich“):

a) 3·(−12 −15) b) −2 + 7·(−7,5)

c) 11 – (−12,3 + 34,8 – (−75)) d) 13 + 130 : (−13)

Lösungen 1 (Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

①

a) −653 < −450 < −130 < −90 < 120 < 230 < 360 < 530 < 565

b) |−90| < |120| < |−130| < |230| < |360| < |−450| < |530| < |565| < |−653|

②

a) −12 < 13 b) |12| = |−12|

c) |13| < |−42| d) −35 < −25 e) −5 > −680

③

a) 11 b) +11 c) 1,8

d) −9,3 e) +550,4

④

a)	b)	c)
negativ	negativ	positiv
positiv	null	negativ
negativ	negativ	negativ

⑤

Startzahl	+	−17	38	−70
	33	16	71	−37
	−15	−32	23	−85
	96	79	134	26

Startzahl	−	59	−82
	−91	−150	−9
	−69	−128	13
	56	−3	138

⑥

a) 3·(−27) = −81 b) −2 - 52,5 = −54,5

c) 11 − 97,5 = −86,5 d) 13 −10 = 3

Hier kannst du noch einmal nachschauen:

www.mathematik-wissen.de/
Links durchklicken bei Klasse 6
→rationale Zahlen→ganze Zahlen, usw.

Weitere Übungsaufgaben

Bei google *landesbildungsserver rat download* eingeben und ersten Link verwenden.
Alle Excel–Downloads bieten gute Übungen.

Umklappen
Üben
Verstehen

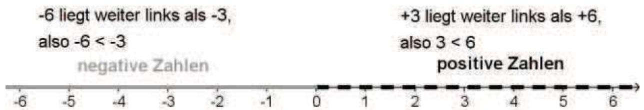
dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 07

Kompetenz: ZAHL 2 und RECHNEN 6
Ich kann mit negativen Zahlen umgehen. Ich kann mit negativen Zahlen rechnen und rationale Zahlen addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.

Für viele Situationen im Alltag reichen positive Zahlen nicht aus, etwa bei Temperaturangaben unter Null, Tiefenangaben, Schulden, etc. Man schreibt diese **negativen Zahlen** mit einem **Minus als Vorzeichen**. Auf der Zahlengeraden findet man die **negativen Zahlen** links von der Null. Auch positive Zahlen kann man in gleicher Weise mit einem + als Vorzeichen versehen; um sich Schreibarbeit zu sparen lässt man bei diesen Zahlen aber das Vorzeichen gewöhnlich weg.

Anordnung und Betrag:
Die Zahl, die auf der Zahlengeraden weiter links liegt, ist die kleinere.

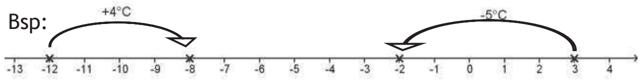


Den Abstand einer ganzen Zahl zur Null nennt man ihren ***Betrag***. Der Betrag einer Zahl ist immer positiv, bzw. 0 bei der Null. Um zu kennzeichnen, dass man den Betrag einer Zahl meint, setzt man die Zahl zwischen zwei senkrechte Striche. Man schreibt |3|= 3, |−11|= 11, |0| = 0.
Die zwei Zahlen mit demselben Abstand zur Null nennt man ***Gegenzahlen*** (Bsp: −2 und +2 sind Gegenzahlen, denn |−2|=|2|=2).

Zahlen ordnen: −3, 12, −27, 14, 35, 0, −15, −13
a) Ordnet man die Zahlen nach ihrer Größe, so schreibt man sie in der Reihenfolge auf, wie sie auf der Zahlengeraden liegen.
−27<−15<−13<−3<0<12<14<35
b) Ordnet man sie nach ihrem Betrag, also nach ihrem Abstand zur Zahl 0, ergibt sich eine andere Reihenfolge.
|0|<|−3|<|12|<|−13|<|14|<|−15|<|−27|<|35|

Zu− und Abnahme
Zu− und Abnahmen von Größen lassen sich am besten an der Zahlengeraden veranschaulichen.
Eine Zunahme um 4, also eine positive Änderung, bzw. eine Änderung um +4, bedeutet, man geht auf der Zahlengeraden um 4 Schritte nach rechts.
Eine Abnahme um 5, also eine negative Änderung, bzw. eine Änderung um −5, bedeutet, man geht auf der Zahlengeraden um 5 Schritte nach links.

Bsp:



Die Temperatur nimmt von −12°C um 4°C auf −8°C zu.
Die Temperatur nimmt von 3°C um 5°C auf −2°C ab.

Addition und Subtraktion ganzer Zahlen:
Für ein leichteres Verständnis sind hier auch positive Zahlen mit einem Vorzeichen versehen.

Als Hilfestellung beim Rechnen mit ganzen Zahlen kannst du das Rechnen mit Schulden und Guthaben heranziehen. + (+) bedeutet, du bekommst Geld dazu, dein Guthaben wächst (+) + (−) bedeutet, du bekommst Schulden dazu, dein Guthaben sinkt. − (+) bedeutet, man nimmt dir Geld weg, dein Guthaben sinkt (−), oder die Schulden werden größer. − (−) bedeutet, man nimmt dir Schulden weg, dein Guthaben wächst, oder die Schulden werden kleiner.

- *Addieren einer positiven Zahl*:
+ (+) ergibt als Rechenzeichen + :
<u>*Man geht auf der Zahlengeraden nach rechts.*</u>
Bsp: −12 + (+4) = −12 + 4 = −8; −7 + (+9) = −7 + 9 = 2

- *Addieren einer negativen Zahl:*
+ (−) ergibt als Rechenzeichen − :
<u>*Man geht auf der Zahlengeraden nach links.*</u>
Bsp: 3 + (−5) = 3 − 5 = −2; −8 + (−12) = −8 − 12 = −20

- *Subtrahieren einer positiven Zahl:*
− (+) ergibt als Rechenzeichen − :
<u>*Man geht auf der Zahlengeraden nach links.*</u>
Bsp: 3 − (+5) = 3 − 5 = −2; −8 − (+12) = −8 − 12 = −20

- *Subtrahieren einer negativen Zahl:*
− (−) ergibt als Rechenzeichen + :
<u>*Man geht auf der Zahlengeraden nach rechts.*</u>
Bsp: 3 - (−5) = 3 + 5 = 8; −12 − (−4) = −12 + 4 = −8;

Du erkennst an den Beispielen:
***Addieren* einer Zahl bedeutet *Subtrahieren der Gegenzahl*,**
***Subtrahieren* einer Zahl, bedeutet *Addieren der Gegenzahl*.**

Multiplikation und Division ganzer Zahlen:
Bei der Multiplikation und Division ganzer Zahlen gelten für die Vorzeichen der Produkte bzw. Quotienten folgende Regeln:

+ · + = +	3 ·3 = +9	+ : + = +	27 : 3 = +9
− · − = +	−3 · (−3) = +9	− : − = +	−27 : (−3) = +9
+ · − = −	3 · (−3) = −9	+ : − = −	27 : (−3) = −9
− · + = −	−3 · 3 = −9	− : + = −	−27 : 3 = −9

Vorsicht: −3 + (−3) = −3 − 3 = −6 ! Es gilt nicht *„Minus <u>und</u> Minus gibt Plus“*, sondern *„Minus <u>mal</u> Minus gibt Plus“* !

Lösungen 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

①
a) 37 −12·6 = 37 - 72 = −35
b) 210 −100·4 = −190 c) −15·5 - 3000 = −3075

②
a) 37 − (−58) = 37 + 58 = 95
b) (−20 − 37) − (170 +(−345)) = 118
c) (−12 + 45) · (45:(−5)) = 33·(−9) = −297

③
a) falsch: Gegenbeispiel: −2560 < 101
b) richtig c) richtig

④ Kontostand am Donnerstag: −423,90 €

⑤
größte Differenz zwischen Mt. Everest und dem Tiefbohrloch: 8 848 - (−8673) = 17 521
kleinste positive Differenz zwischen Kaspischem und Totem Meer: −28 −(−396) = 368

Testaufgaben zum Abschluss

❶ Trage die Zahlen auf einem Zahlenstrahl ein.
4,8 ; −2,6 ; −0,6 ; 0,7 ; −3,2 ; 2 ; 5,4 ; −6,2

❷ Gib zwei ganze Zahlen aus dem Bereich −20 bis 0 an,
a) die größer sind als −12
b) die kleiner sind als −2
c) deren Betrag größer ist als 10

❸ Berechne:
a) −77 : (−7) b) −5 · (23) c) −12 + (−25)
d) 35 − (−135) e) 2 + (−2) · 35

❹ Verknüpfe jeweils alle gegebenen Zahlen mit „+“ und „−“, so dass der Termwert 0 ergibt.

a) 25 45 70 b) −25 45 −70 c) 25 −45 50 −70

❺ Ersetze den Platzhalter, so dass die Gleichung stimmt.
a) ☐ − 17 = −5 b) −9 · ☐ = 81
c) ☐ − 400 = −10 d) ☐ + 36 = −14

Aufgaben 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① Berechne jeweils den Termwert; nutze Rechenvorteile:
a) 37 −12 −12 −12 −12 −12 − 12
b) 210 − 120 − 110 − 100 − 90 + 20 +10 + 0 − 10
c) −15 + (−15) + (−15) + (−15) + (−15) - 3000

② Bilde den Term und berechne dann seinen Wert:
a) Der Subtrahend einer Differenz ist −58, ihr Minuend ist 37.
b) Subtrahiere die Summe der Zahlen 170 und −345 von der Differenz der Zahlen −20 und 37; dabei ist −20 der Minuend.
c) Bilde das Produkt aus der Summe von −12 und 45 und dem Quotienten aus 45 und −5.

③ Richtig oder falsch?
a) Jede vierstellige Zahl ist größer als jede dreistellige.
b) Jede vierstellige negative Zahl ist kleiner als jede dreistellige Zahl.
c) Der Betrag jeder vierstelligen Zahl ist größer als jede dreistellige Zahl.

④ Frau Maiers Kontostand beträgt 345,12 €. In den folgenden Tagen ergeben sich auf ihrem Konto folgende Umsätze in €:

Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag
−112,35	−63,25	+15,36	−23
+ 32,12	−87,78	−530,12	

Berechne ihren Kontostand am Donnerstag.

⑤ Die Tabelle zeigt die Höhenangaben zu verschiedenen Örtlichkeiten.
Berechne aus diesen Angaben den Wert der größten wie auch der kleinsten, positiven Höhendifferenz.

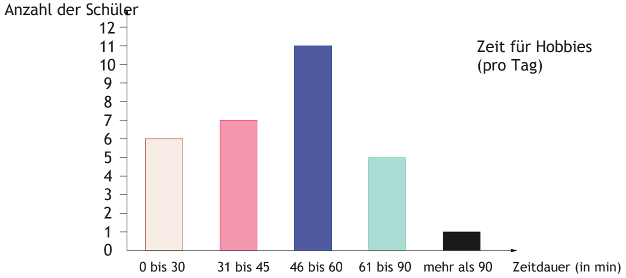
Mt. Everest	Zugspitze	Totes Meer	Tief-bohrloch	Kaspisches Meer
8 848 m	2 963 m	− 396 m	− 8 673 m	−28 m

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Bei der Wahl zum Mannschaftskapitän standen Alex, Nina und Lisa zur Wahl. Beim Vorlesen der Stimmzettel notierte der Trainer diese Urliste: A L A N N A L L A L N A L L. Erstelle eine Strichliste, eine Häufigkeitstabelle sowie ein Säulen-, ein Balken- und ein Bilddiagramm.

② Lies aufmerksam den ersten Abschnitt auf Seite 1 dieses Flyers unter „Erklärungen und Beispiele“ (von „Daten“ bis „Lieblingstier“) und erstelle dabei eine Strichliste und eine Häufigkeitstabelle zu den Vokalen a, e, i, o und u. (Die Umlaute ö oder ü sind nicht zu berücksichtigen!) Stelle auch in einem Säulendiagramm dar, wie oft sie jeweils vorkommen.

③ Lies aus dem folgenden Diagramm ab, wie viele Schüler am Tag zwischen 31 und 45 Minuten Zeit für Ihre Hobbies haben. Wie viele haben höchstens eine halbe Stunde, wie viele mehr als eine Stunde am Tag Zeit für ihre Hobbies?



④ *Beim SV Hinterdorf gehören die meisten Vereinsmitglieder der Fußballabteilung an, und zwar 276. Deutlich weniger sind es beim Basketball: 24 Frauen und Mädchen sowie 38 Männer und Jungen sind im Basketball. Das älteste Mitglied ist Herr Kaiser mit seinen 92 Jahren. Außer ihm gehören noch 41 Mitglieder der Tischtennisabteilung an. Die restlichen 175 Mitglieder verteilen sich wie folgt: 51 sind beim Turnen, 88 im Leichtathletik und 36 im Judo.*
Erstelle ein Balkendiagramm zur Mitgliederanzahl der einzelnen Sportabteilungen des SV Hinterdorf.

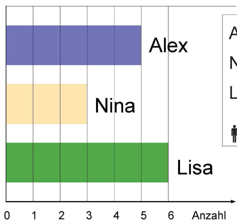
⑤ Welches der in der Tabelle aufgeführten Länder hat die größte Fläche? Welches hat die wenigsten Einwohner? Wieviele sind das? Welches sind die drei Länder, die die meisten Abgeordneten im Europaparlament haben?

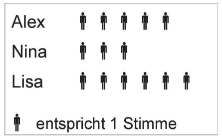
Land	Fläche in km²	Einwohnerzahl	Sitze im EU-Parlament
Belgien	**32 545**	**11 142 000**	**21**
Bulgarien	**110 994**	**7 305 000**	**17**
Dänemark	**43 098**	**5 590 000**	**13**
Deutschland	**357 121**	**81 890 000**	**96**
Estland	**45 227**	**1 339 000**	**6**
Finnland	**338 144**	**5 414 000**	**13**
Frankreich	**543 965**	**65 697 000**	**74**

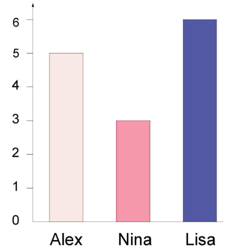
Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① *Alex* ~~||||~~
Lisa ~~||||~~ |
Nina |||

Name	Anzahl der Stimmen
Lisa	6
Alex	5
Nina	3

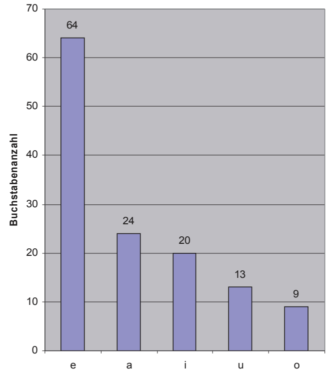






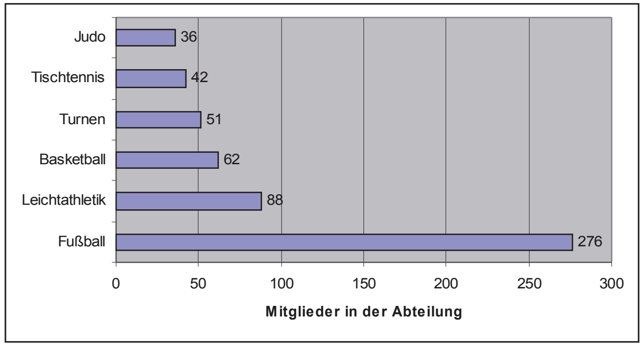
②

Vokal	Vorkommen in diesem Abschnitt
a	24
e	64
i	20
o	9
u	13



③ 7 Schüler haben zwischen 31 und 45 Minuten Zeit, 6 höchstens eine halbe Stunde und ebenfalls 6 (5+1=6) mehr als eine Stunde.

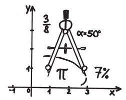
④



⑤ Frankreich hat die größte Fläche, Estland mit 1.399.000 Einwohnern die wenigsten. Die meisten Abgeordneten haben Deutschland, Frankreich und Belgien.

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

Umklappen
Üben
Verstehen



dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 08

Kompetenz: DATEN 1 und DATEN 2
Ich kann Daten erfassen, sie aus Tabellen und Texten entnehmen und aus Diagrammen ablesen. Ich kann Daten ordnen und sie in Tabellen und Diagrammen darstellen.

Erklärungen und Beispiele

Daten sind Angaben (oft in Form von Zahlen) zu einem bestimmten Thema. Möchte man etwas über die Schülerinnen und Schüler einer Klasse wissen, so kann man z. B. folgende **Daten „erheben“** (das heißt: direkt erfragen und aufschreiben oder aus irgendwelchen Texten, Tabellen oder anderen Unterlagen – zum Beispiel einem Freundebuch – herauslesen): Größe, Gewicht, Anzahl der Geschwister, Schulwegdauer, aber auch Hobby oder Lieblingstier.

Um sinnvoll mit solchen Daten umgehen zu können, muss man sie ordnen und übersichtlich darstellen:

Wenn man beispielsweise die Anzahl der Geschwister erfragt und diese ungeordnet in der Reihenfolge der Erhebung notiert, so erhält man eine **Urliste**. Bei der Geschwisteranzahl in einer Klasse könnte diese z. B. so aussehen:

2 0 4 1 2 0 2 0 3 1 0 2 4 1 1 3 1 0 2 1 3 1 2 1 0 3 1 2 0 1

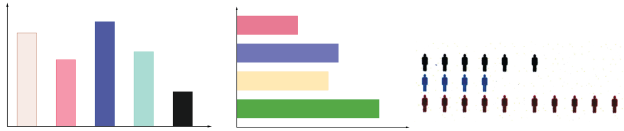
Die einfachste Form, eine Ordnung in diese Zahlen zu bringen, ist eine **Strichliste**. Dabei ordnet man die einzelnen Einträge der Urliste nach vorkommenden Werten oder Antworten und fasst immer fünf Striche zu einem sogenannten **„Fünferbündel“** zusammen, indem der fünfte Strich nicht senkrecht, sondern waagrecht gezeichnet wird wie hier rechts.

Anzahl der Geschwister	*Kinder in der Klasse*
0	~~||||~~ ||
1	~~||||~~ ~~||||~~
2	~~||||~~ ||
3	||||
4	||

In einer Strichliste kann man leichter abzählen und die Werte übersichtlich in einer **Häufigkeitstabelle** darstellen:

Anzahl der Geschwister	*Kinder in der Klasse*
0	7
1	10
2	7
3	4
4	2

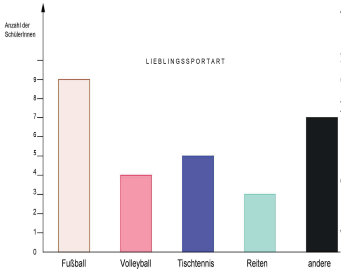
Eine weitere Möglichkeit ist die Darstellung in einem **Diagramm**, also einem Schaubild. Drei mögliche Darstellungsformen sind das **Säulendiagramm**, das **Balkendiagramm** und das **Bilddiagramm** (oder Piktogramm):



Ein solches Diagramm ist aber erst verständlich, wenn die Achsen beschriftet sind und man weiß, welche Länge für welchen Wert steht, bzw. wenn in einer sogenannten **„Legende“** erklärt ist, für wie viele Personen beispielsweise immer eine Figur steht.

Besonders für Bilddiagramme ist es oft nötig, die Werte, die dargestellt werden sollen, zu runden. Beispielsweise kann ein Baum immer für rund 10 Millionen in deutschen Baumschulen gepflanzte Bäume stehen, wie in diesem Diagramm zum Jahr 2008.

Bei einem Säulen- oder Balkendiagramm legt man vorher fest, dass bspw. immer eine Länge von 5 mm für eine Person steht. Die Säule zu 6 Personen muss dementsprechend 30 mm bzw. 3 cm hoch gezeichnet werden.



Außerdem ist es für eine übersichtliche Darstellung oft sinnvoll, mehrere Dinge zu einer Gruppe zusammenzufassen, wie z. B. bei einem Diagramm zu den Lieblingssportarten in einer Klasse alle diejenigen, die nur einmal genannt wurden (hier: „andere“).

Will man Werte aus einem Diagramm ablesen, so muss man v. a. auf die Legende bzw. die Beschriftung der Achsen achten: Im Bilddiagramm oben gilt für die Anzahl der Kiefern: es sind etwa 10 mal 10 Millionen, also 100 Millionen; im Diagramm darunter sind es 5 Schülerinnen oder Schüler, die Tischtennis als Lieblingssportart angegeben haben.

Beim Erfassen von Daten aus Texten oder Tabellen muss man v. a. die Einheiten genau beachten und alle unwichtigen Informationen einfach getrost weglassen. Am besten man fertigt sich eine Tabelle an, in die man die wichtigen Daten einträgt:

Bei der Produktion eines Mittelklasse-PkWs verbaut ein Automobilkonzern unter anderem 1,1 t Stahl, 102 kg Leichtmetalle, 382 g Elektronik, 284,5 kg Kunststoff und 39,4 kg Glas.

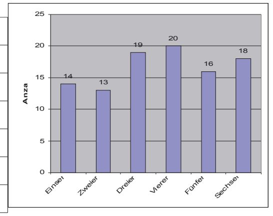
Werkstoff	Verbaute Masse in kg
Stahl	1 100
Kunststoff	284,5
Leichtmetall	102
Glas	39,4
Elektronik	0,382

Wenn man bspw. ein Experiment protokolliert, bietet es sich oft an, die Ergebnisse direkt in einer Häufigkeitstabelle einzutragen. Zum Beispiel kann man das Ergebnis beim Münze werfen direkt als Strichliste in einer Tabelle festhalten, in der nur zwei Zeilen mit „Kopf“ und „Zahl“ vorkommen. Für jeden Wurf wird ein Strich eingetragen und am Ende kann man in einer letzten Spalte die Anzahl eintragen, die sich aus der Strichliste ablesen lässt.

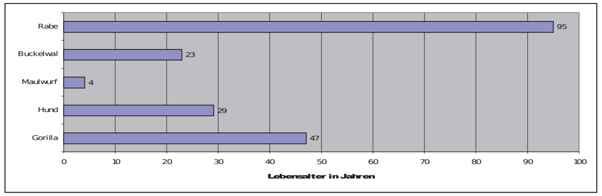
Lösungen 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① zum Beispiel:

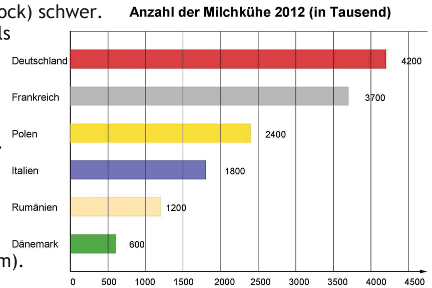
Würfelergebnis	Anzahl	
Eins	卌 卌 IIII	14
Zwei	卌 卌 III	13
Drei	卌 卌 卌 IIII	19
Vier	卌 卌 卌 卌	20
Fünf	卌 卌 卌 I	16
Sechs	卌 卌 卌 III	18



②



③ Die Tiere werden bis etwa 10 kg (Kaninchen), 280 kg (Tiger), 530 kg (Braunbär) und 90 kg (Steinbock) schwer. Der Tiger kann bis zu mehr als 275 kg und weniger als 285 kg wiegen. Die Katze wiegt weniger als 5 kg, daher wird beim Runden auf Zehner auf 0 abgerundet.



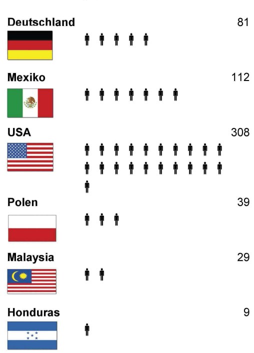
④ Ein Kuhbild steht für 500 000 Kühe. In einer Reihe aufgestellt hätte diese eine Länge von ca. 8400 km (4,2 Mio Kühe zu je knapp 2 m).

Testaufgaben zum Abschluss

❶ Gib die Längen der auf Seite 5 dargestellten Tiere an.

❷ Zeichne ein Balkendiagramm zu den sechs Flüssen, die im Text „Flüsse in Deutschland“ auf Seite 5 genannt sind. Ermittle deren innerdeutsche Längen aus dem Text und überlege eine geeignete Darstellung!

❸ Das auf Seite 5 abgedruckte Diagramm zeigt die durchschnittlichen Sonnenstunden am Tag (gelb) sowie die Regentage pro Monat (blau) auf Formentera über die vergangenen Jahre.
a) In welchem Monat regnet es am wenigsten?
b) Wie viele Sonnenstunden gibt es im Durchschnitt maximal pro Monat?
c) Wie viele Regentage hat der Oktober? Wie viele Sonnenstunden sind im Oktober täglich zu erwarten?
d) In welchem Monat stimmen Regentage und Sonnenstunden mit dem Oktober exakt überein?
e) Mit wie vielen Regentagen muss man in den Monaten August bis November insgesamt rechnen?



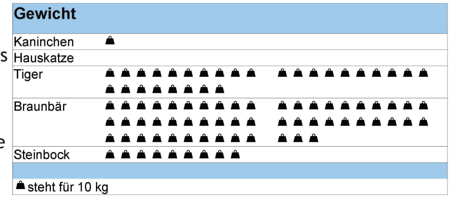
❹ a) Für wie viele Menschen steht wohl immer eine Figur im Bilddiagramm?
b) Bei welchem Land weicht die angegebene Einwohnerzahl am stärksten von der durch die Figuren dargestellten Zahl ab?
c) Erstelle ein Säulendiagramm.

Aufgaben 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① Würfle 100-mal. Fertige dabei eine Urliste der Ergebnisse an. Erstelle eine Strichliste, eine Häufigkeitstabelle sowie ein geeignetes Diagramm.

② Recherchiere, wie alt Gorillas, Hunde, Maulwurfe, Buckelwale und Raben werden können und erstelle ein passendes Diagramm.

③ Wie schwer werden diese Tiere etwa? Wie groß ist demnach das angegebene Gewicht für einen Tiger mindestens und wie groß höchstens? Erkläre, wie die fehlende Abbildung bei der Hauskatze zu verstehen ist.



④ Für wie viele Milchkühe steht ein Kuhbild im Diagramm? Runde die Anzahlen auf Hunderttausend und stelle sie in einem Balkendiagramm dar. Schätze, wie lang eine Reihe wäre, wenn sich die Milchkühe aus Deutschland hintereinander aufstellen. Erkläre, wie du auf deine Schätzung kommst.

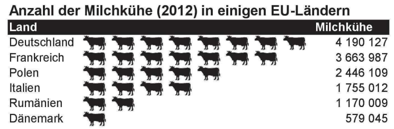
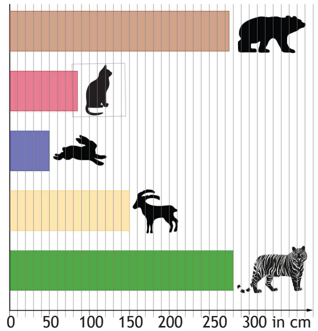


Bild und Text zu den Testaufgaben

❶ *Tierlängen*

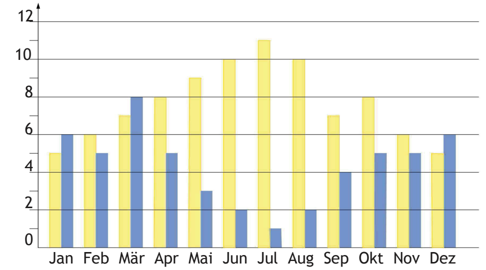


❷ *Flüsse in Deutschland*

Der längste Fluss in Deutschland ist der Rhein. Er entspringt in den schweizerischen Alpen und führt 865 Kilometer vom Bodensee bis zur Nordsee. Der längste Fluss, der ausschließlich in Baden-Württemberg fließt, ist der Neckar. Deutschlandweit ist der Nebenfluss des Rhein mit seinen 367 km nur auf Platz 9.Relativ unbekannt ist, dass die Weser der zweitlängste innerdeutsche Fluss ist. In 744 km führt sie vom Thüringer Wald bis nach Bremerhaven. 17 km kürzer ist - zumindest in Deutschland - die Elbe. Ab ihrem Ursprung in Tschechien hat sie nämlich sogar eine Länge von 1091 km. Sie fließt durch Dresden und Hamburg. Der viertlängste Fluss entspringt in Baden-Württemberg und fließt ins Schwarze Meer: Mit 2888 km ist die Donau der zweitlängste Fluss in Europa, allerdings liegen nur 647 km davon auf deutschem Staatsgebiet. Schon 123 km kürzer ist die Nummer fünf in Deutschland: der Main.

❸

Sonnenstunden und Regentage auf Formentera



Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Bestimme den jeweiligen Teil vom Ganzen

a) $\frac{1}{8}$ von 160 l b) $\frac{3}{4}$ von 800 €

c) $\frac{2}{5}$ von 6000 Personen d) 28% von 400 g

② Bestimme den Anteil. Gib auch in Prozent an.
a) 27 und 54
b) 66 Schüler von 99 Schülern
c) 144 von 180
d) 51 kg von 136 kg

③ Bestimme jeweils den Anteil und zeichne ein Streifendiagramm:

Lieblingsfußballverein der Siebtklässler:

Bayern München	*27*
FC Barcelona	*6*
Borussia Dortmund	*12*
VfB Stuttgart	*30*
FC Schalke 04	*5*
andere Vereine	*11*

④ Es soll ein Kreisdiagramm erstellt werden. Berechne jeweils den Mittelpunktswinkel des Sektors zum angegebenen Anteil:

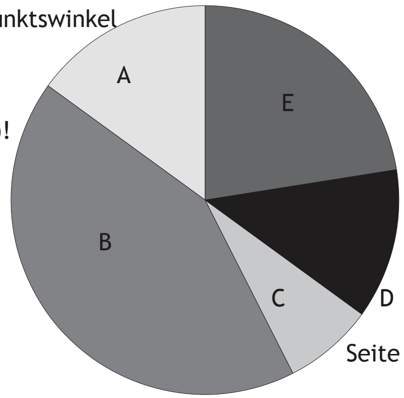
a) $\frac{3}{8}$
b) 11 von 30 Schülern
c) 35 € von 150 €

⑤ Zeichne ein Kreisdiagramm mit folgenden fünf farbigen Sektoren:

grün $\frac{1}{3}$ rot $\frac{1}{4}$ blau $\frac{1}{6}$

schwarz $\frac{1}{9}$ orange $\frac{5}{36}$

⑥ Miss den Mittelpunktswinkel der Sektoren und gib jeweils den Anteil an (auch in Prozent)!



Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

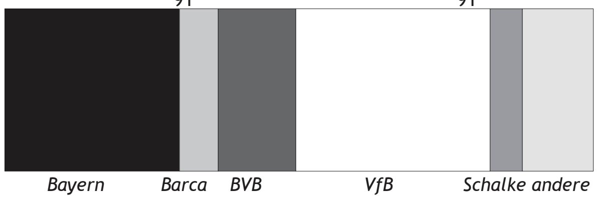
①
a) 160 l : 8 = 20 l
b) (800 € : 4) · 3 = 600 €
c) (6000 : 5) · 2 = 2400 (Personen)
d) (400 g : 100) · 28 = 112 g

②
a) $\frac{27}{54} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$ b) $\frac{66}{99} = \frac{2}{3} = 0{,}\overline{6} = 66\frac{2}{3}\%$

c) $\frac{144}{180} = \frac{4}{5} = 0{,}8 = 80\%$ d) $\frac{51}{136} = \frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\%$

③

Bayern München	$\frac{27}{91} \approx 29{,}7\%$	*FC Barcelona*	$\frac{6}{91} \approx 6{,}6\%$
Borussia Dortmund	$\frac{12}{91} \approx 13{,}2\%$	*VfB Stuttgart*	$\frac{30}{91} \approx 33{,}0\%$
FC Schalke 04	$\frac{5}{91} \approx 5{,}5\%$	*andere Vereine*	$\frac{11}{91} \approx 12{,}1\%$

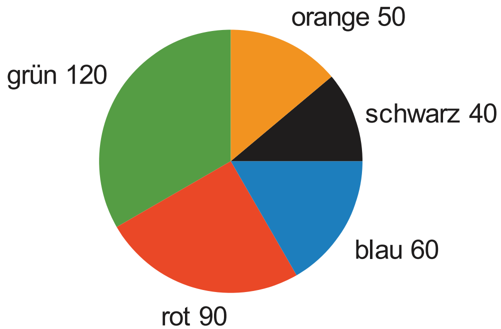


④
a) $\frac{3}{8}$ von $360^\circ = (360^\circ : 8) \cdot 3 = 135^\circ$

b) $\frac{11}{30}$ von $360^\circ = (360^\circ : 30) \cdot 11 = 132^\circ$

c) $\frac{35}{150}$ von $360^\circ = \frac{7}{30}$ von $360^\circ = (360^\circ : 30) \cdot 7 = 84^\circ$

⑤



⑥

A : $54^\circ \rightarrow \frac{54}{360} = 15\%$ B : $153^\circ \rightarrow \frac{153}{360} = 42{,}5\%$

C : $27^\circ \rightarrow \frac{27}{360} = 7{,}5\%$ D : $45^\circ \rightarrow \frac{45}{360} = 12{,}5\%$

E : $81^\circ \rightarrow \frac{81}{360} = 22{,}5\%$

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

Umklappen
Üben
Verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 09

Kompetenz: DATEN 4 und DATEN 5
Ich kann Teile und Anteile bestimmen, absolute und relative Häufigkeiten angeben.
Ich kann Anteile anschaulich in Diagrammen darstellen.

Erklärungen und Beispiele

Du kannst schon **Daten** erfassen, anordnen und übersichtlich darstellen. Aussagekräftig sind einzelne Daten aber oft erst, wenn man sie **auswertet**. Dazu gehört zum Beispiel das Bestimmen von Anteilen.

In einer Strichliste oder Häufigkeitstabelle erfasst du z. B. die tatsächliche Anzahl von Kindern einer Klasse, die zwei Geschwister haben. Man spricht dabei von der **absoluten Häufigkeit**. Aussagekräftiger ist aber z. B. im Vergleich mit einer anderen Klasse oft die **relative Häufigkeit**, d. h. der **Anteil** derer, die zwei Geschwister haben an der Anzahl aller Kinder in einer Klasse. Man berechnet dies als Bruchteil

$$\frac{\text{Anzahl der Kinder mit zwei Geschwistern}}{\text{Anzahl aller Kinder in der Klasse}}.$$

In unserem Beispiel auf Flyer 8 hatten 2 von 30 Kindern vier Geschwister, das wären also $\frac{2}{30}$ bzw. $\frac{1}{15}$.

Oft ist es zudem sinnvoll, diesen Anteil in Prozent anzugeben, um besser vergleichen zu können.
Zum Umgang mit Prozenten siehe Flyer 07.
Tipp: *Zum Umwandeln in Prozent wandle am besten in eine Dezimalzahl um und verschiebe das Komma um zwei Stellen:*

Die 2 von 30 Kindern, die vier Geschwister haben, entsprechen also einem Anteil von $\frac{2}{30} = \frac{1}{15} \approx 0{,}067 = 6{,}7\ \%$.

Kommen 7 Kinder der Klasse mit dem Fahrrad, 12 mit dem Bus und 9 zu Fuß so wären dies also von den insgesamt 28 Kindern $\frac{7}{28} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\ \%$ mit dem Fahrrad, $\frac{12}{28} = \frac{3}{7} \approx 0{,}429 = 42{,}9\ \%$ mit dem Bus und $\frac{9}{28} \approx 0{,}321 = 32{,}1\ \%$ zu Fuß.

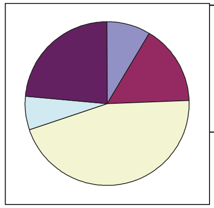
Andersherum berechnest du den **Teil einer Größe**, der einem bestimmten Anteil entspricht, indem du die Größe mit dem Anteil bzw. Bruch(teil) multiplizierst.

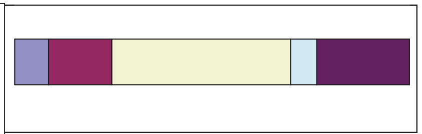
25 % oder ein Viertel von 200 Schülern sind 200 · $\frac{1}{4}$ oder 200 : 4 = 50 Schüler.

Auch hierzu noch ein Beispiel:
Zwei Siebtel der Schüler einer Klasse mit 28 Schülern war schon einmal in Frankreich. Man berechnet den entsprechenden Teil ($\frac{2}{7}$ von 28) der Klasse, indem man $28 \cdot \frac{2}{7}$ rechnet. Wenn dir das Bruchrechnen nicht so leicht fällt, mache es so: berechne erst ein Siebtel von 28 und multipliziere das Ergebnis mit 2: $(28:7) \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8$. 8 Kinder der Klasse waren also schon einmal in Frankreich.

Die **Darstellung** von Daten **in einem Diagramm** mit Hilfe von Anteilen ist oft mit einem Streifen- oder Kreisdiagramm besonders gut möglich:
Während man beim Säulen- oder Balkendiagramm die einzelnen Teile oder absoluten Häufigkeiten gut vergleichen kann, ist beim Streifen- oder Kreisdiagramm der Anteil am Ganzen (relative Häufigkeit) besser abschätzbar:

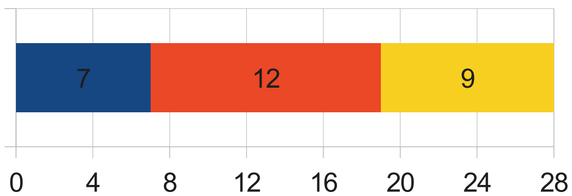
Kreisdiagramm **Streifendiagramm**





Beim Kreisdiagramm kann man zudem sehr gut abschätzen, ob ein Anteil (oder mehrere zu nebeneinanderliegenden Sektoren gehörende Anteile zusammen) größer oder kleiner als 50 % ist. („Sektor“ ist der Fachbegriff für die „Kuchenstücke“.)

Erstellt man ein **Streifendiagramm**, so wählt man als Gesamtlänge eine möglichst praktische Zahl: bei 32 Schülern z. B. 9,6 cm, also 3 mm pro Schüler. Oder bei 28 Schülern 8,4 cm:



Bei einem **Kreisdiagramm** dividiert man die volle Drehung von 360° durch die Gesamtzahl der Schüler. Man erhält so z. B. bei 32 Schülern 360° : 32 = 11,25° als Mittelpunktswinkel für jeden Schüler oder bei Angaben in Prozent 3,6° als Mittelpunktswinkel für jedes Prozent für den zugehörigen Sektor.

Für 12 von 32 Schülern, die gerne Fußball spielen, beträgt der Mittelpunktswinkel des zu zeichnenden Sektors $12 \cdot 11{,}25° = 135°$.

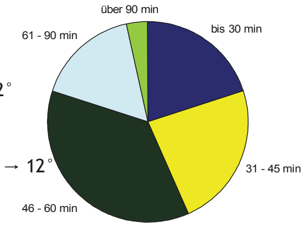
Hat eine Partei 37,2 % der Stimmen bekommen, so hat der zugehörige Sektor einen Mittelpunktswinkel von $37{,}2 \cdot 3{,}6° \approx 134°$.

Lösungen 2 (Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

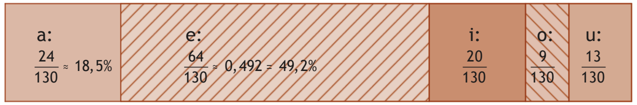
① a) Tina benötigt $3{,}5 \times \frac{3}{5} = (3{,}5 : 5) \times 3 = 0{,}7 \times 3 = 2{,}1$ Liter Ananassaft.

b) Wenn 450 ml $\frac{3}{8}$ sind, dann entspricht $\frac{1}{8}$ 150 ml. Das Ganze, also $\frac{8}{8}$, sind dann 8 · 150 ml = 1200 ml. Jan kann also 1,2 l Cocktail mixen.

② bis 30 min : $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$
→ Mittelpunktswinkel: 360° : 5 = 72°
31-45 min : $\frac{7}{30}$ → 84°; 46-60 min : $\frac{11}{30}$ → 132°
61-90 min : $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ → 60°; über 90 min : $\frac{1}{30}$ → 12°



③



Geschickt ist 13 cm Länge; *ein* Vorkommen entspricht dann jeweils 1 mm Länge im Streifen.

④ a) Entsprechend den Mittelpunktswinkeln erhält man 38,2 % „die „Blauen“, 33,5 % SCD, 14,1 % PFD, 7,9 % „Wir sind toll“ und 6,3 % Sonstige.
b) 38,2 % von 11 500 000 sind (11 500 000 : 100)·38,2 = 4 393 000 Stimmen.
c) $\frac{470000}{11500000} = \frac{47}{1150} \approx 0{,}041 = 4{,}1\ \%$ Sie haben es also nicht geschafft. Der Mittelpunktswinkel würde etwa $4{,}1 \cdot 3{,}6° \approx 15°$ betragen.
d) 12+33+9 = 54 Sitze entsprechen $\frac{3}{5}$. Demnach sind 18 Sitze $\frac{1}{5}$ und 90 Sitze $\frac{5}{5}$ bzw. das Ganze. Die Blauen hatten $\frac{2}{5}$ von 90 also 36 Sitze. Der Anteil der LUP betrug $\frac{12}{90} = \frac{4}{30} \approx 0{,}133 = 13{,}3\ \%$.

Testaufgaben zum Abschluss

❶ Berechne die Stimmenanteile bei der Klassensprecherwahl und gib sie gerundet in Prozent an:

Amelie (5)	Thomas (4)	Klaus (3)
Benjamin (11)	Janina (8)	

❷ a) 9 von 25 Schülern - gib den Anteil an.
b) 39 Fotos von 260 Fotos sind unscharf.
Gib den Anteil als Bruchteil und in Prozent an.

❸ Bestimme:
a) Drei Viertel von 80 Kartoffeln
b) $\frac{5}{16}$ von 112
c) 3 % von 4600 €

❹ Stelle die Anteile in einem Kreisdiagramm dar:

Ananas	$\frac{1}{18}$	Apfel	$\frac{5}{9}$	Kirsche	$\frac{7}{72}$
Orange	$\frac{1}{6}$	Grapefruit	$\frac{1}{8}$		

Aufgaben 2 (Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

①

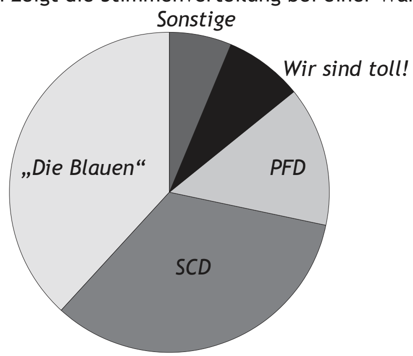
a) Tina möchte einen Cocktail mixen. $\frac{3}{5}$ der Flüssigkeitsmenge soll Ananasaft sein. Sie will insgesamt 3,5 l des Cocktails herstellen. Wieviel Ananassaft benötigt sie?

b) Ihr Bruder Jan hat ein anderes Rezept ausgesucht, bei dem man $\frac{3}{8}$ der Gesamtmenge Orangensaft hinzufügt. Er hat nur noch 450 ml Orangensaft. Welche Menge an Cocktail kann er damit mixen?

② Bestimme zum Diagramm „Zeit für Hobbys“ auf Flyer 08 (Aufgabe ③ von den Basisaufgaben) die relativen Häufigkeiten und zeichne ein Kreisdiagramm.

③ Berechne auch zu Aufgabe ② der Basisaufgaben von Flyer 08 die relativen Häufigkeiten und zeichne ein Streifendiagramm.

④ Das Diagramm zeigt die Stimmenverteilung bei einer Wahl.



a) Miss die Sektoren und gib jeweils den Anteil der Stimmen für die einzelnen Parteien an.
b) Insgesamt haben etwa 11 500 000 Wahlberechtigte gewählt. Wie viele haben demnach etwa ihre Stimme der Partei „Die Blauen“ gegeben?
c) Unter den „Sonstigen“ ist die Partei LUP, die 470 000 Stimmen erhalten hat. Hat die Partei damit mehr als die nötigen 5 % bekommen, um in das Parlament einziehen zu dürfen? Wie groß wäre der Mittelpunktswinkel, wenn man einen eigenen Sektor für die Partei LUP zeichnen wollte?
d) Bei der letzten Wahl entfielen $\frac{2}{5}$ der Sitze auf die „Blauen“. Die restlichen Sitze waren so verteilt: 12 für die LUP, 33 für die SCD und 9 für die PFD. Wieviele Sitze gab es insgesamt im Parlament? Wie viele Sitze hatten die „Blauen“? Wie groß war der Anteil der LUP?

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Berechne den Mittelwert
- a) von 17 und 35
- b) von 12, 16 und 44
- c) von 13 kg, 22,5 kg und 34,1 kg
- d) von 17°C, 22°C und – 9°C

② Bestimme Maximum, Minimum, Spannweite, Zentralwert und Modalwert der folgenden Datenreihen:

a) 0, 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 9, 9, 11, 12, 13, 13
b) 4, 5, 9, 11, 17, 18, 19, 21, 21, 24, 26, 27
c) 5, 2, 27, 3, 91, 8, 1, 12, 18, 24, 56, 2

③ Berechne zu Aufgabe ② der Basisaufgaben von Flyer 08 die Kennwerte und beschreibe, was diese beim Beispiel der Vokale im Text aussagen.

④ Entscheide jeweils, ob die Aussage richtig oder falsch ist.

a) Der Modalwert einer Datenreihe ist niemals zugleich auch das Minimum.

b) Es gibt Datenreihen, bei denen der Durchschnittswert selbst gar nicht vorkommt.

c) Maximum und Minimum einer Datenreihe können dieselbe Zahl sein.

d) Der Modalwert ist nie größer als das Maximum.

e) Das Minimum ist immer kleiner als der Durchschnitt.

f) Mittelwert und Modalwert können dieselbe Zahl sein.

g) Wenn die Spannweite nicht null ist, liegt der Mittelwert zwischen Maximum und Minimum.

h) Wenn die Spannweite nicht null ist, liegt der Zentralwert zwischen Maximum und Minimum.

i) Der Abstand des Zentralwerts vom Durchschnittswert kann nie größer als die Spannweite sein.

⑤ Paul hat in den Englisch-Vokabelarbeiten in diesem Schuljahr folgende Noten geschrieben: 2, 4, 3, 3, 2, 1, 5, 2, 6, 5, 3. Sie werden am Ende im Durchschnitt so wie eine Klassenarbeit gewertet. Welche Note erhält Paul für seine Vokabelarbeiten?

Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① a) $\frac{17+35}{2} = \frac{52}{2} = 26$ b) $\frac{12+16+44}{3} = \frac{72}{3} = 24$

c) 69,6 kg : 3 = 23,2 kg d) (17 + 22- 9) °C : 3 = 10 °C

②

	Maximum	Minimum	Spannweite	Zentralwert	Modalwert
a)	13	0	13 – 0 = 13	8	9
b)	27	4	27 – 4 = 23	$\frac{18+19}{2} = 18{,}5$	21
c)	91	1	91 – 1 = 90	$\frac{8+12}{2} = 10$	2

③ Es gibt keinen Modalwert – kein Wert kommt mehrfach vor. Der Mittelwert ist 26 – so oft kommt im Durchschnitt jeder Vokal vor. Am häufigsten mit 64 mal „e“ (Maximum), am seltensten „o“ mit nur 9 mal (Minimum). Die Spannweite 55 zeigt an, wie groß die Unterschiede sind!

④ **a) falsch.** Der kleinste Wert kann auch der am häufigsten vorkommende sein.

b) richtig. Bspw. von 2 und 3 ist der Durchschnitt 2,5.

c) richtig. Wenn eine Reihe nur aus denselben Werten besteht, z.B. 3 3 3 3.

d) richtig. Er kann höchstens gleich groß sein, wenn eben die größte Zahl zugleich auch diejenige ist, die am häufigsten vorkommt.

e) falsch. Bei einer Reihe, die nur aus denselben Werten besteht, sind Minimum und Durchschnitt gleich, z.B. 3 3 3 3.

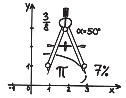
f) richtig. Z.B. bei der Reihe 2 3 3 4.

g) richtig. Ist die Spannweite nicht null, so sind Minimum und Maximum verschiedene Zahlen; dann ist der Mittelwert der Reihe automatisch größer als das Minimum und kleiner als das Maximum.

h) falsch. Z.B. bei der Reihe 1 1 1 3 4 ist der Zentralwert 1 und somit gleich dem Minimum.

i) richtig. Da der Durchschnitt immer zwischen Minimum und Maximum liegt, kann überhaupt kein Wert der Datenreihe weiter als die Spannweite vom Durchschnitt entfernt sein. Besonderheit: Minimum und Maximum sind gleich. Dann ist aber der Durchschnitt auch gleich Minimum und Maximum, was dann auch zugleich der Zentralwert ist. Dann sind also der Abstand von Zentralwert und Durchschnitt null und somit gleich der Spannweite – also ebenfalls nicht größer als die Spannweite.

⑤ Wegen $\frac{36}{11} \approx 3{,}27$ bekommt er eine 3- .



Kompetenz: DATEN 3 und DATEN 6
Ich kann den Mittelwert mehrerer Werte berechnen und Daten auswerten.
Ich kann eigene statistische Umfragen durchführen, auswerten und präsentieren.

Erklärungen und Beispiele

Du kannst inzwischen **Daten** erfassen, anordnen und übersichtlich darstellen. Durch das Bestimmen von Anteilen hast du schon gelernt, Daten auch auszuwerten. Noch mehr Aussagekraft haben einzelne Werte aber dann, wenn man den Durchschnitts- oder „Mittelwert“ kennt, weiß, was der größte oder kleinste vorkommende Wert ist oder welcher Wert am häufigsten vorkommt. Damit werden wir uns auf diesem Flyer beschäftigen.

Immer, wenn wir **eine Datenmenge aus Zahlwerten** vor uns haben, können wir folgende **Kennwerte** bestimmen, um die einzelnen Daten besser einschätzen zu können:

- Das **Maximum** ist der größte vorkommende Wert, das **Minimum** der kleinste Wert.
  In unserem Beispiel mit der Anzahl der Geschwister von Flyer 8 sind dies 4 und 0.
- Die **Spannweite** ist die Differenz zwischen Maximum und Minimum und gibt an, wie weit diese auseinanderliegen.
  In unserem Beispiel also 4 - 0 = 4.
- Der **Zentralwert** oder **Median** ist der Wert, der bei einer geordneten Datenreihe genau in der Mitte liegt.
  Bei der Datenreihe 4 7 5 9 12 3 8 wäre der Median also die Zahl 7, denn wenn man die Zahlen ordnet, lautet die Reihe 3 4 5 7 8 9 12. Die 3, 4 und 5 sind kleiner die 8, 9 und 12 größer als die 7.
  Bei einer geraden Anzahl von Werten wählt man die Mitte der beiden mittleren Werte.
  In unserem Beispiel von Flyer 08 folgen in der geordneten Reihe nach sieben Nullen für keine Geschwister zehn Einsen, d.h. an 15. und 16. Stelle steht eine 1 und damit beträgt der Zentralwert 1.
  Es kann somit bei einer geraden Anzahl von Werten auch vorkommen, dass der Zentralwert keine Zahl ist, die in der Reihe überhaupt vorkommt:
  Als Beispiel wählen wir die Reihe 1 2 3 4 5 6 7 8. Da 4 und 5 die Werte in der Mitte sind, ist der Median 4,5.
- Als **Modalwert** bezeichnet man den Wert der Datenreihe, der am häufigsten auftritt.
  Im Beispiel mit den Geschwistern ist auch dies 1. Umgangssprachlich kann man sagen, dass dieser Wert derjenige ist, den man am ehesten erwarten würde, während der Durchschnittswert durch einen einzelnen „Ausreißer“ manchmal sehr stark beeinflusst werden kann.

- Den **Mittelwert** (auch **Durchschnitt** oder **arithmetisches Mittel**) errechnet man, indem man alle Werte addiert und die Summe anschließend durch die Anzahl der Werte dividiert: $\frac{\text{Summe der Einzelwerte}}{\text{Anzahl der Einzelwerte}}$.

  In unserem Beispiel sind das $7 \cdot 0 + 10 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 2 \cdot 4 = 44$ *Geschwister insgesamt und somit* $\frac{44}{30} = 1{,}4\overline{6} \approx 1{,}5$ *als Mittelwert.*

  Der Mittelwert muss also kein Wert sein, der bei den Daten auch tatsächlich vorkommt!

Wenn du eine **statistische Umfrage** (d.h. ein Umfrage, bei der du Zahlen als Ergebnisse erhältst und auswertest) durchführen willst, so musst du dir zuerst überlegen, welche Merkmale du erfragen willst, welche möglichen Ausprägungen es zu diesem Merkmal gibt und wie viele und welche Personen du dazu befragen möchtest.
Je nach Umfang der Befragung kann ein Fragebogen sinnvoll sein. Willst du aber etwa nur die Geschwisteranzahl erfragen, so genügt es, bei der Befragung direkt eine Urliste zu erstellen.

Bei der Auswertung und Darstellung verwendest du Listen, Tabellen und Diagramme und ermittelst die entsprechenden Kennwerte.

Möchtest du beispielsweise eine Umfrage durchführen, mit der du deine Klasse vorstellen möchtest, so ist zunächst zu überlegen, welche Merkmale erfragt und ausgewertet werden sollen.

Einige dieser Merkmale sind als Zahlen abfragbar, andere nicht. Zum Beispiel könntest du das Alter, die Geschwisteranzahl, die Dauer des Schulwegs in Minuten oder die Körpergröße in cm erfragen. Hierbei erfragst du Zahlen. Du kannst davon dann Kennwerte bestimmen und so Aussagen über die Klasse im gesamten, im Durchschnitt oder in ihren Extremen machen. *Z.B. Der längste Schulweg eines Schülers unserer Klasse dauert 35 min. Im Durchschnitt brauchen wir aber nur 14 min. Die meisten Schülerinnen und Schüler unserer Klasse brauchen 10 Minuten zur Schule. … Oder: Insgesamt haben wir 44 Geschwister.*
Erfragst du dagegen das Lieblingsgericht oder die Hobbys, so kannst du die Antworten nicht direkt auswerten indem du Kennwerte berechnest. Du kannst aber beispielsweise gleiche Nennungen zusammenfassen. Erhältst Du dann etwa als Lieblingsgericht zehnmal Schnitzel mit Pommes und nur einmal Linsen mit Spätzle, so kannst du sagen, dass das eine das beliebteste Essen und das andere weniger beliebt ist. Es würde aber keinen Sinn machen, von den gezählten Anzahlen der Nennung verschiedener Speisen etwa den Durchschnitt zu errechnen.

Wenn du einen Fragebogen erstellst, ist es für die Auswertung gut, wenn du vielleicht schon mögliche Antworten vorgibst, die angekreuzt werden sollen. Dann kannst du leichter vergleichen, welche der (vorgegebenen) Antworten am häufigsten genannt wurde oder am unbeliebtesten war.
Zudem erleichtert Dir dies die Auswertung über Listen sehr.

Lösungen 2 (Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① Der Durchschnitt der ganzen Gruppe beträgt 335,6 cm. Das Maximum (die Gewinnerweite) ist 4,03 m (Erkan), das Minimum (schlechtester Sprung) 2,68 m von Jan. Geht man nach dem jeweils besten Sprung (Maximum) so ist Lukas zweiter (3,98 m), vor Tim, Marius und Jan (3,02 m). Ermittelt man aber jeweils den Durchschnittswert, so wäre Tim zweiter (3,56 m) und läge vor Lukas (im Durchschnitt nur 3,42 m). Dies liegt daran, dass Lukas auch recht schwache Sprünge gemacht hat; er ist sehr wechselhaft gesprungen; er hat eine große Spannweite (96 cm). Marius dagegen ist mit einer Spannweite von nur 17 cm sehr konstant gesprungen.

② Die Summe der bekannten Zahlen ergibt 37. Da es insgesamt 11 Zahlen sind und der Durchschnitt 6 betragen soll, muss die Summe aller Zahlen 66 sein. Folglich ist die Summe der drei gesuchten Zahlen 29. Da die 5 zweimal vorhanden ist und vier der Modalwert sein soll, muss die 4 noch zweimal unter den gesuchten Zahlen sein. Die dritte gesuchte Zahl ist daher die 21.

③ Das kälteste Jahr war 1996 mit der geringsten Jahrestemperatur (Minimum) 7,2°C. Am wärmsten waren die Jahre 2000 und 2007 mit 9,9°C (Maximum). Die Spannweite beträgt 2,7°C. Modalwert sind 9,0° und 9,5° (kommen je dreimal vor) - dies sind die am häufigsten auftretenden Jahrestemperaturen. Im Durchschnitt betrug die Jahrestemperatur in den letzten 17 Jahren 155,0°C : 17 ≈ 9,12°C (Mittelwert).

④ Der geringste Preis in den letzten 14 Tagen war 1,429 € (Minimum), der höchste 1,559 € (Maximum). Die Schwankung dazwischen sind 13 Cent Unterschied (Spannweite). Modalwert ist 1,509 € - dieser Preis kam am häufigsten vor. Im Durchschnitt kostete ein Liter 10,966 € : 14 ≈ 1,498€.

⑤ Die Jahressumme muss wegen dem Mittelwert 13 bei 12·13=156 liegen. Aus 6+9+11+17+20+23+22+18+13+8=147 erhält man 156-147=9 als Summe für Januar und Dezember. Es könnte z.B. im Januar 4°C und im Dezember 5°C haben.

⑥ Wegen 3,875·4=15,5 und 15,5-(2,25+3,75+3)=6,5 kann das nicht stimmen! Er müsste eine 6-7 gehabt haben... Hätte Kevin statt der erinnerten 3+ eine 2-3 gehabt, so ergäbe sich eine Summe von 11,5 und damit der Durchschnitt 11,5:4=2,875. Herr Schlauer hat sich wohl verschrieben („2," statt „3,"...!).

Testaufgaben zum Abschluss

❶ Bestimme zur folgenden Datenreihe Maximum, Minimum, Spannweite, Zentralwert, Modalwert und Mittelwert.

6, 5, 3, 17, 9, 6, 5, 1, 7, 8, 5, 8, 13, 4, 5, 2

❷ Führe eine zweiteilige statistische Umfrage mit 25 Personen durch. Stelle deine Ergebnisse dar und werte sie aus.

Teil 1: „Nenne ein Raubtier."
→ Erstelle dazu eine Urliste. Fasse bei der Auswertung all diejenigen Nennungen als „andere Tiere" zusammen, die nicht zu den 5 am häufigsten genannten Tieren gehören. Bestimme jeweils den Anteil in % und stelle dein Ergebnis in einem Streifendiagramm dar.

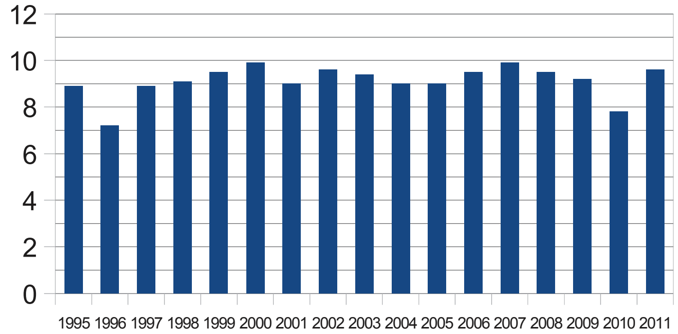
Teil 2: „Auf welchen Tabellenplatz beendet der VfB Stuttgart die aktuelle Bundesligasaison?"
→ Erstelle ein Balkendiagramm zu allen 18 möglichen Tabellenplätzen und bestimme die Kennwerte. Schreibe einen kurzen Text, der die Umfrageauswertung anhand der Kennwerte schildert. Zeichne ein Kreisdiagramm, in dem erkennbar wird, welcher Anteil der Befragten den VfB auf einen Champions-League-Platz (1. bis 3.), einen Europa-League-Platz (4. bis 6.), einen Platz im Mittelfeld (7. bis 15.) oder einen Abstiegsplatz (16. bis 18.) tippt.

Aufgaben 2 (Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① Die 5 Jungs der Klasse 7c haben beim Weitsprung folgende Weiten erzielt: Jan 2,68 m / 2,94 m / 3,02 m, Tim 3,83 m / 3,17 m / 3,68 m, Erkan 3,20 m / 4,03 m / 3,78 m, Marius 3,18 m / 3,35 m / 3,22 m, Lukas 3,98 m / 3,02 m / 3,26 m.
Bestimme für jeden einzelnen Schüler und für die ganze Gruppe den Durchschnittswert und die Kennwerte. Was kann man damit über die einzelnen und die gesamte Gruppe sagen?

② Die folgende Datenreihe besteht nur aus ganzzahligen Werten. Ergänze die drei fehlenden Werte so, dass der Modalwert 4 und der Mittelwert 6 ist. 1 4 5 ▢ 2 6 5 ▢ 3 11 ▢

③ Das folgende Diagramm zeigt die durchschnittliche Lufttemperatur in Deutschland in den letzten 17 Jahren. Bestimme die Kennwerte und erläutere ihre Bedeutung.



④ Die folgende Liste gibt den Preis in € für jeweils einen Liter Super E10 an der Tankstelle A-Sprit in den vergangenen zwei Wochen um 13.00 Uhr an. Bestimme die Kennwerte und nenne ihre Bedeutung:

1,509	1,489	1,439	1,479	1,519	1,539	1,559
1,549	1,489	1,509	1,449	1,429	1,499	1,509

⑤ Bei einem Klimadiagramm fehlen die Temperatursäulen für Januar und Dezember. Als Jahresdurchschnittstemperatur ist 13°C angegeben. Ermittle mithilfe der abgelesenen Temperaturen für die Monate Februar (6°C), März (9°C), April (11°C), Mai (17°C), Juni (20°C), Juli (23°C), August (22°C), September (18°C), Oktober (13°C) und November (8°C) mögliche Temperaturen für die beiden fehlenden Monate.

⑥ Kevin hat seine letzte Klassenarbeit herausbekommen. Er hat eine 3. In den ersten beiden Klassenarbeiten hatte er eine 2- und eine 4+. Die dritte Klassenarbeit hat er vergessen sich zu notieren, so dass er nun vor dem Zeugnis seinen Durchschnitt nicht berechnen kann. Er meint sich zu erinnern, dass es eine 3+ war. Er fragt seinen Lehrer Herrn Schlauer. Der sagt ihm: „Das reicht leider auf keine 3. Du stehst auf 3,875." Kevin kann es nicht glauben. Kann das sein? Wie könnte man die Sache erklären?

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Berechne, wie lang eine Strecke in Wirklichkeit ist, die auf einer Karte im Maßstab 1 : 200 000
a) 2 cm b) 5 dm c) 2,25 mm
lang ist.

② Eine Strecke ist in Wirklichkeit 4 km lang. Berechne, wie lang sie auf einer Karte mit dem Maßstab
a) 1 : 5 000 b) 1 : 100 000 c) 1 : 75 000
ist.

③ Eine Strecke ist in Wirklichkeit 4 km lang. Berechne den Maßstab einer Karte, auf der diese Strecke
a) 2 cm b) 32 cm c) 16 mm
lang ist.

④ Gib zur gezeichneten Messstrecke jeweils den Maßstab an! Runde dabei auf Zehner.

a)

b)

⑤ Bestimme bei folgenden Maßstäben jeweils, ob es sich um eine Verkleinerung oder eine Vergrößerung handelt!

a) 30 : 1 b) 22 000 : 1
c) 1 : 200 d) 500 : 1
e) 1 : 12 3456 f) 1 : 0,2

⑥ Ein Modellauto ist im Maßstab 1 : 15 gebaut. Es ist 32 cm lang und 15 cm breit. Wie lang und wie breit ist das Originalauto?

⑦ Das Bild zeigt ein Streichholz, das im Maßstab 6 : 1 vergrößert wurde. Wie lang ist der Streichholzkopf in Wirklichkeit ca.?

Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

①
a) 4 000 m = 4 km b) 100 km c) 450 m

②
a) 80 cm b) 4 cm c) $5\frac{1}{3}$ cm

③
a) 1 : 200 000 b) 1 : 12 500 c) 1 : 250 000

④
a) 1 : 710 b) 1 : 3570

⑤
a) Vergrößerung b) Vergrößerung
c) Verkleinerung d) Vergrößerung
e) Verkleinerung f) Vergrößerung

⑥
Das Originalauto ist 4,8 m lang und 2,25 m breit.

⑦
Der Streichholzkopf ist ungefähr 3 mm lang.

Hier kannst du noch einmal nachschauen:

www.digitale-schule-bayern.de/dsdaten/204/5.pdf
(S. 10)

Weitere Übungsaufgaben

www.digitale-schule-bayern.de/dsdaten/204/5.pdf
(S. 20; Lösungen S. 31)

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

Umklappen
Üben
Verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 11

Kompetenz: FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE 1 und 2
Ich kann Größen aus maßstäblichen Darstellungen entnehmen.
Ich kann maßstäbliche Darstellungen anfertigen.

Erklärungen und Beispiele

Was ist ein Maßstab?
Als **Maßstab** bezeichnet man das Verhältnis zwischen einer abgebildeten Größe und der entsprechenden Größe in der Wirklichkeit.
Bei uns gibt der Maßstab gibt immer an, mit welchem Faktor man eine Länge in einer Abbildung multiplizieren muss, um die Länge in der Wirklichkeit zu erhalten.
Maßstäbliche Darstellungen werden v.a. für Karten verwendet, da diese eine verkleinerte Darstellung der Erdoberfläche sind – das Verhältnis zwischen verschiedenen Streckenlängen muss hier auf jeden Fall stimmen!
Schreibweise: Maßstab 1 : 500 (sprich: „1 zu 500"); d.h.: „1 cm auf der Karte entspricht 500 cm in der Realität".

Wie berechnet man echte Größen aus maßstäblichen Darstellungen?
Um Größen aus maßstäblichen Darstellungen zu bestimmen, misst man zunächst die Länge einer Strecke in der Darstellung (also z.B. auf einer Landkarte). Dann multipliziert man diese gemessene Länge mit dem Faktor, den der Maßstab angibt, und erhält so die Streckenlänge in der Wirklichkeit.
Bsp.:
Beim Maßstab 1 : 200 (sprich: „1 zu 200") entspricht 1 cm auf der Abbildung 1 cm · 200 = 200 cm in der Wirklichkeit;
15 cm auf der Abbildung entsprechen 15 cm · 200 = 3 000 cm, also 30 m in der Wirklichkeit.

Wie zeichnet man mit maßstäblichen Angaben?
Maßstäbliches Zeichnen:
1. Um die maßstäbliche Länge einer Strecke zu erhalten, dividiert man die Originallänge der Strecke entsprechend dem Maßstab: Wenn zum Beispiel eine Strecke in Wirklichkeit 50 m lang ist und der Maßstab einer Abbildung 1 : 200 sein soll, dann ist die Strecke in der Darstellung 50 m : 200 = 0,25 m = 25 cm lang.
2. Die Winkel aus der Wirklichkeit sind gleich groß wie die Winkel der maßstäblichen Zeichnung.
3. Bei maßstäblichen Darstellungen bleiben auch die Verhältnisse zwischen Größen bestehen, d.h.: Wenn eine Größe in der Wirklichkeit 3-mal so groß ist wie eine andere Größe, dann ist sie auch in der maßstäblichen Darstellung 3-mal so groß wie die andere.

Hinweis: Maßstab selbst bestimmen
Manchmal muss man selbstständig einen geeigneten Maßstab für eine Zeichnung wählen. Dazu überlegt man sich zunächst, welches die größte Länge ist, die man darstellen soll.
Der Maßstab muss so klein gewählt werden, dass sich auch diese Streckenlänge noch sinnvoll auf einem Blatt darstellen lässt.
Bsp.: Eine Strecke ist in Wirklichkeit 2 km lang und soll maßstäblich verkleinert dargestellt werden.
Maßstab 1 : 2 000:
Bei einem Maßstab 1 : 2 000 wäre die Strecke in der Darstellung 2 km : 2 000 = 2 000 m : 2 000 = 1 m lang. So lässt sie sich nicht im Heft darstellen!
Maßstab 1 : 20 000:
Die Strecke ist dann in der Darstellung 2 km : 20 000 = 200 000 cm : 20 000 = 10 cm lang. So lässt sie sich sinnvoll im Heft darstellen!
➔ Man würde also den Maßstab 1 : 20 000 wählen!

Wie bestimmt man verwendete Maßstäbe?
Um zu bestimmen, welcher Maßstab in einer Darstellung verwendet wurde, muss man wissen, wie lang eine Strecke in der Realität und wie lang dieselbe Strecke in der Darstellung ist.
Dann geht man folgendermaßen vor:
1. Rechne beide Längen in dieselbe Einheit um.
2. Dividiere die Länge des Originals durch die Länge derselben Strecke in der Darstellung.

Bsp.:
Eine Strecke ist in Wirklichkeit 3 km lang, auf einer Karte 4 cm.
1. 3 km = 300 000 cm
2. 300 000 cm : 4 cm = 75 000
   Der Maßstab dieser Karte beträgt also 1 : 75 000

Verkleinern und Vergrößern
Bei Landkarten werden echte Längen **verkleinert**, der Maßstab gibt hier eine Verkleinerung an. Alle bisherigen Angaben beziehen sich auf das Verkleinern von Strecken in der Wirklichkeit!
Es gibt aber auch Darstellungen, die ein **vergrößertes Bild der Wirklichkeit** zeigen, z.B. bei Mikroskopen.
Hier wird der Maßstab folgendermaßen angegeben:
„Maßstab 10 : 1" bedeutet: „10 cm in der Darstellung entsprechen 1 cm in der Wirklichkeit".
Hier gilt für den Maßstab 10 : 1:
Berechnung der echten Längen:
Dividiere die dargestellte Länge durch 10.

Zeichnen mit maßstäblichen Angaben:
Um die maßstäbliche Länge einer Strecke zu erhalten, multipliziert man die Originallänge der Strecke mit 10.

Bestimmung eines verwendeten Maßstabes:
1. Rechne beide Längen in dieselbe Einheit um.
2. Dividiere die Länge der Darstellung durch die Länge des Originals.

Bsp.: Ein Pantoffeltierchen ist in Wirklichkeit 0,2 mm lang, unter dem Mikroskop 6 cm.
1. 6 cm = 60 mm
2. 60 mm : 0,2 mm = 300
   Der Maßstab der Vergrößerung beträgt also 300 : 1.

Lösungen 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① Deine Zeichnung muss im Maßstab 4 : 1 16 cm und im Maßstab 1 : 2 2 cm breit sein. Sie ist symmetrisch!

② a) 42 cm   b) 90 cm²   c) 9-mal so groß

③ a) 20 cm lang und 10 cm breit.
b) 0,32 l *(Beachte: 625 000 l entspricht einem Volumen von 625 000 dm³)*

Testaufgaben zum Abschluss

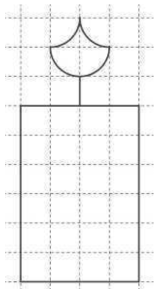
❶ Übertrage die Tabelle und vervollständige sie.

Kartenart	Stadtplan	Wanderkarte	Deutschlandkarte
Maßstab	1 : 20 000	1 : 50 000	
Strecke auf Karte	5,2 cm		20,8 cm
Strecke in Wirklichkeit		6,5 km	166,4 km

❷ Gib zur gezeichneten Messstrecke den Maßstab an!

- Wie lange wäre eine Strecke der Länge 450 m bei diesem Maßstab?
- Welche Originallänge entspricht eine gezeichnete Strecke der Länge 12 cm?

❸ Das abgebildete Gefahrenzeichen-Schild hat in Wirklichkeit eine Seitenlänge von ca. 630 mm. Bestimme den Maßstab, mit dem das nebenstehende Schild auf dem Foto verkleinert wurde.

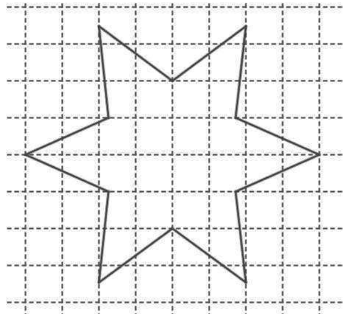


❹ Zeichne die nebenstehende Figur in den Maßstäben 3 : 1 und 1 : 2. (1 Kästchen der Zeichnung entspricht 1 Kästchen in deinem Heft.)

❺ Ein Spielwarenhersteller produziert für einen Kaufladen Mini-Lebensmittel. Dazu verkleinert er die Originalverpackungen im Maßstab 1 : 5.
Eine Cornflakespackung ist im Original 19 cm lang, 5 cm breit und 25 cm hoch.
a) Berechne die Abmessungen der Spielzeugpackung.
b) Wie viel Prozent des ursprünglichen Volumens hat die Spielzeugpackung?

Aufgaben 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① Übertrage die Zeichnung rechts im Maßstab 4 : 1 und 1 : 2 in dein Heft!
(Ein Kästchen in der Zeichnung entspricht einem Kästchen im Heft.)



② Auf einem Foto wird ein Rechteck, das ursprünglich 2 cm lang und 5 cm breit ist, so vergrößert, dass es nachher 3-mal so lang ist.
a) Berechne den Umfang des Rechtecks auf dem Foto.
b) Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks auf dem Foto.
c) Wie viel Mal so groß ist der Flächeninhalt des vergrößerten Rechtecks im Vergleich zum Original?

③ Für eine Ausstellung wird das Bernhäuser Gartenhallenbad originalgetreu im Maßstab 1 : 125 nachgebaut.
Das Becken ist in Wirklichkeit 25 m lang und 12,5 m breit.
a) Wie lang und wie breit ist das Becken im Modell?
b) Wie viel Liter Wasser fasst das Becken der Miniaturnachbildung, wenn das Becken in Wirklichkeit 625 000 l Wasser fasst?

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

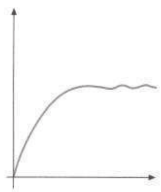
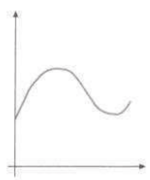
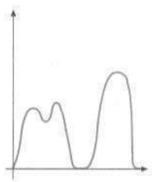
① Andreas verkauft Weihnachtsgebäck auf dem Weihnachtsmarkt. Die Preise, die er verlangt, sind abhängig von der Menge, die gekauft wird. Dazu hat er folgende Tabelle erstellt:

Gewicht der Plätzchen	50 g	100 g	150 g	200 g	250 g
Preis	1,45	2,90 €	4,25 €	5,20 €	6,00 €

a) Veranschauliche den Preis der Plätzchen in Abhängigkeit von ihrem Gewicht in einem Punktdiagramm.
b) Welchen Grund könnte Andreas dafür haben, dass er für 200 g Plätzchen nicht einfach das Doppelte wie für 100 g verlangt?

② Christian spart auf ein neues Fahrrad. In seinem Sparschwein befinden sich schon 175 €. Jeden Monat wirft er 20 € ein, die er bei seinem Nebenjob verdient.
a) Stelle den Inhalt Sparschweins in Abhängigkeit von der Zeit in einer Tabelle und einem Diagramm dar.
b) Wann kann er sich ein Fahrrad leisten, das 360 € kostet?

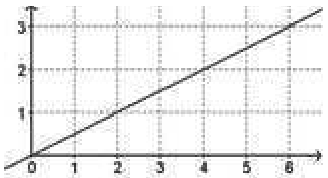
③ Die Diagramme 1 - 3 beschreiben Situationen aus dem Alltag. Ordne die Diagramme den verschiedenen Situationen A – C zu und begründe deine Entscheidung.

A: Der Temperaturverlauf eines Backofens, der auf 220°C eingestellt wurde.	B: Die Geschwindigkeit, mit der ein Auto in der Stadt fährt.	C: Die Höhe des Wasserstandes im Hamburger Hafen während 12 Stunden.
1: 	2: 	3: 

④ Die folgende Tabelle stellt den Preis von Erdbeeren in Abhängigkeit von der gekauften Menge dar. Ergänze die Lücken.

Menge der Beeren in g	125	250	375		750
Preis in €	0,60	1,20	1,80	2,40	

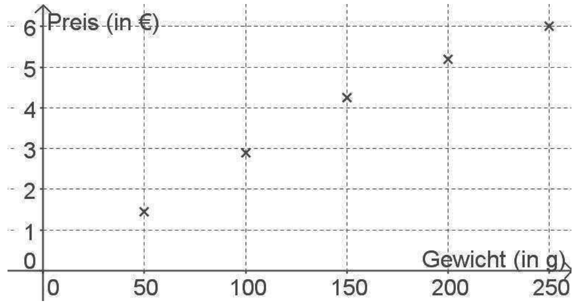
⑤ Welche Formel(n) passt/en zu dem folgenden Diagramm?



- ❍ $Kosten = 2 \cdot a - 1{,}5 \cdot a$
- ❍ $V = 2 \cdot a$
- ❍ $A = 0{,}5 \cdot a$
- ❍ $B = a - 1$

Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

①
a)

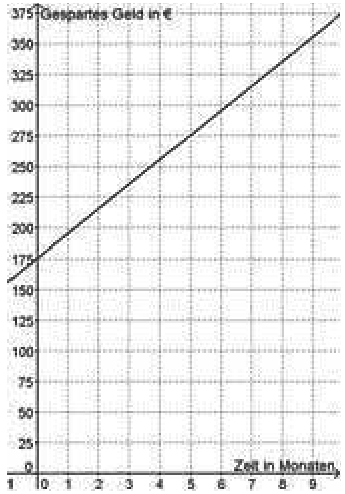


b) Er hofft vermutlich, dass dieser Preisnachlass für Kunden, die eine größere Menge Gebäck kaufen, dazu führt, dass viele Kunden mehr als nur 100 g Gebäck kaufen.

② a) Schaubild siehe unten.

Monat	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Geld (in €)	175	195	215	235	255	275	295	315	335	355	375	395

b) Nach 10 Monaten.



③ A → Diagramm 1. Die Temperatur wird hier in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Zunächst erhitzt sich der Ofen auf eine bestimmte Temperatur, dann bleibt diese ungefähr konstant.
B → Diagramm 3. Die Geschwindigkeit des Autos wird hier in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Das Auto beschleunigt mehrmals und muss zwischendurch ganz anhalten (Stadtverkehr).
C → Diagramm 2. Der Wasserstand wird hier in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Schwankungen ergeben sich wegen Ebbe und Flut.

④

Menge der Beeren in g	125	250	375	**500**	750
Preis in €	0,60	1,20	1,80	2,40	**3,60**

⑤ Die folgenden Formeln passen:

$$Kosten = 2 \cdot a - 1{,}5 \cdot a$$

$$A = 0{,}5 \cdot a$$

Umklappen
Üben
Verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 12

Kompetenz: FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE 3 und 4
Ich kann einfache Zusammenhänge zwischen Größen erkennen und beschreiben.
Ich kann Zusammenhänge zwischen Größen darstellen.

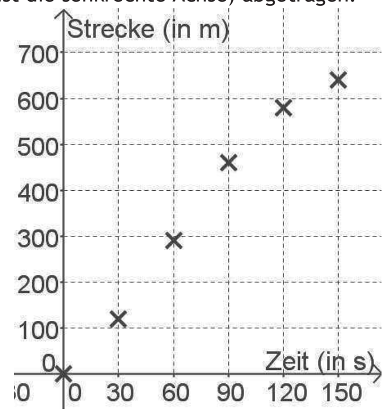
Erklärungen und Beispiele

Mit Hilfe von Diagrammen und Tabellen kann man nicht nur statistische Daten veranschaulichen (vgl. Flyer 07 und 08). Man kann damit auch zeigen, wie eine Größe von der anderen abhängt. Wenn einer Größe eine andere Größe zugeordnet wird, spricht man von einer **Zuordnung**. Oft hängen diese Größen voneinander ab.
Bsp.:
Wenn du mit dem Rad in die Schule fährst, dann könntest du alle 30 s mit Hilfe deines Tachos bestimmen, wie weit du schon gefahren bist. Dann wird jedem Zeitpunkt eine bestimmte Strecke, die du zurückgelegt hast, zugeordnet. Welche Strecke du schon zurückgelegt hast, hängt davon ab, zu welchem Zeitpunkt du auf den Tacho schaust.

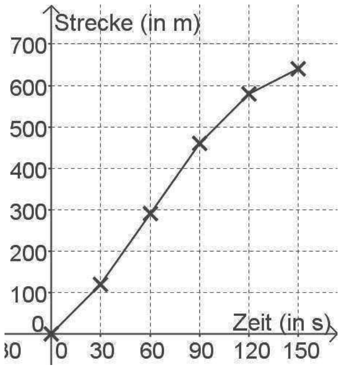
Beschreiben und Darstellen von Abhängigkeiten
Solche Abhängigkeiten kann man mit Hilfe einer Tabelle beschreiben.

Zeit	0 s	30 s	60 s	90 s	120 s	150 s	...
zurückgelegte Strecke	0 m	120 m	290 m	460 m	580 m	640 m	...

Diese Zuordnungen (der Zeit wird eine zurückgelegte Strecke zugeordnet) lassen sich auch in einem Diagramm veranschaulichen – sinnvoll ist hier meist ein Punkt- oder Liniendiagramm. Dabei wird die eine Größe (z.B. Zeit) auf der x-Achse (das ist die waagrechte Achse), die andere Größe (z.B. zurückgelegte Strecke) auf der y-Achse (das ist die senkrechte Achse) abgetragen.
Punktdiagramm:



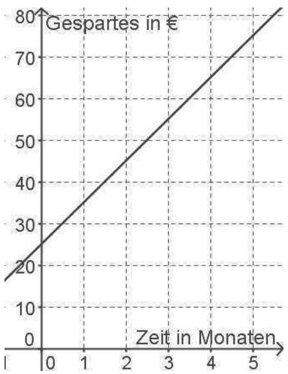
Liniendiagramm:
Um ein Liniendiagramm zu erstellen, zeichnest du in das Koordinatensystem zunächst die gegebenen Daten als Punkte ein und verbindest diese dann.



Lesen und Deuten von Graphen und Tabellen
Häufig kann man die Abhängigkeiten auch in Worten formulieren. Wenn Diagramme Situationen aus der Wirklichkeit veranschaulichen, kann man aus den Diagrammen auch Rückschlüsse für die Wirklichkeit ziehen.
Bsp.:
Je länger der Radfahrer unterwegs ist, desto weiter ist er gefahren. Zu Beginn sieht man, dass er erst beschleunigen musste, deshalb wurde in den ersten 30 s eine kürzere Strecke zurückgelegt. Zwischen der 90. und der 120. Sekunde wurde ebenfalls eine geringere Strecke zurückgelegt als zuvor, d.h. der Radfahrer ist langsamer gefahren, vielleicht weil da ein Berg war.

Abhängigkeiten zwischen zwei Größen
Oft sind zwei Größen so voneinander abhängig, dass sich eine Gesetzmäßigkeit erkennen lässt.
Bsp.: Jens spart auf einen MP3-Player. Er hat bereits 25 € gespart. Jeden Monat kann er weitere 10 € sparen, die er von seinem Taschengeld übrig hat. Das gesparte Geld kann man in Abhängigkeit der Monate als Tabelle und als Schaubild darstellen:

Monat	0	1	2	3	4	5
Gespartes Geld in €	25	35	45	55	65	75



Außerdem gibt es eine dritte mögliche Darstellungsform, nämlich mit einer Gleichung.
Für einen x-beliebigen Monat lässt sich Jens‘ Geldbestand berechnen durch:

$$G(x) = 25 + 10x$$

Bspw. hat er nach3 Monaten Folgendes gespart:

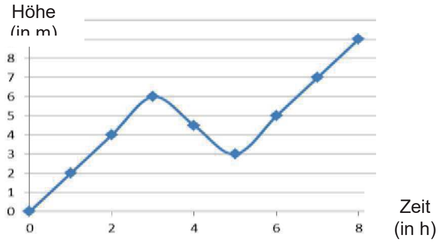
$$G(3) = 25 + 10 \cdot 3 = 25 + 30 = 55$$

Genaueres zu solchen Formen der Abhängigkeit findest du auch in **Flyer 13.**

Lösungen 2 (Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① a) Da die Geschwindigkeit zunimmt, muss es bergab oder ebenerdig gehen, aber nicht bergauf.
b) Zunächst scheint es bergauf zu gehen, denn der Fahrer wird bis zur 6. Min. langsamer. Dann ist seine Geschwindigkeit konstant - vermutlich geht es konstant bergauf. Ab der 15. Minute beschleunigt er wieder, vermutlich hat er nun den Berggipfel erreicht und es wird eben bzw. geht sogar leicht bergab. Am Schluss (ab der 26. Min.) beschleunigt er nochmals, vermutlich ist das der Schlusssprint.

②
a)



b) Nach 8 Stunden.

③ 1 C; 2 A; 3 B

Testaufgaben zum Abschluss

❶ In der Tabelle ist das Durchschnittsgewicht eines weiblichen Säuglings angegeben.

Alter (in Monaten)	0	2	4	6	8	10	12
Körpergewicht (in kg)	3,8	4,7	6	7,4	8,3	9,1	9,8

a) Zeichne ein Punktdiagramm, das das Gewicht in Abhängigkeit vom Alter veranschaulicht.
b) In welchen Monaten nimmt der Säugling am stärksten zu?
c) Wie schwer wäre ein 12-jähriges Mädchen, wenn es jedes Jahr so viel zunehmen würde wie im 1. Lebensjahr?

❷ Clara spart auf ein neues Handy. In ihrem Sparschwein befinden sich schon 120 €. Jeden Monat wirft sie 15 € ein, die sie bei ihrem Nebenjob verdient.
a) Stelle den Inhalt Sparschweins in Abhängigkeit von der Zeit in einer Tabelle und einem Diagramm dar.
b) Wann kann sie sich ein Handy leisten, das 250 € kostet?

❸ Das nebenstehende Schaubild zeigt die Flughöhe eines Adlers im Verlauf von 8 min. Beschreibe den Verlauf des Fluges.

❹ Ein Rechteck hat die Seitenlänge a = 2 cm und die Seitenlänge b.
a) Erstelle eine Tabelle und ein Diagramm, die den Umfang des Rechtecks in Abhängigkeit von der Länge der Seite b veranschaulichen.
b) Erstelle eine Tabelle und ein Diagramm, die den Flächeninhalt des Rechtecks in Abhängigkeit von der Länge der Seite b veranschaulichen.
Tipp: Umfang eines Rechtecks: U = 2a + 2b
Flächeninhalt eines Rechtecks: A = a · b

Aufgaben 2 (Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① Bei einem Radrennen wurde in der letzten halben Stunde des Rennens die Geschwindigkeit eines Testfahrers laufend gemessen und in nebenstehendem Diagramm festgehalten.
Ein neuer Fahrer sieht dieses Diagramm und meint: „Ich finde es unfair, dass es zum Ziel hin bergauf geht!“
a) Nimm zu der Aussage des neuen Fahrers Stellung.
b) Beschreibe, welche Aussagen sich über die Radstrecke aufgrund des Diagramms treffen lassen.

② Eine Schnecke möchte eine 9 m hohe Mauer hinaufkriechen. In 3 h schafft sie 6 m. Dann muss sie 2 h lang ausruhen, wobei sie wieder 3 m nach unten rutscht usw.
a) Veranschauliche in einem Liniendiagramm, wie weit die Schnecke im Lauf der Zeit gekommen ist.
b) Wann ist sie oben angekommen?

③ Verschiedene Gefäße werden gleichmäßig mit Wasser gefüllt. Die Graphen geben die Füllhöhe in Abhängigkeit von der Zeit an. Welcher Graph gehört zu welchem Gefäß?

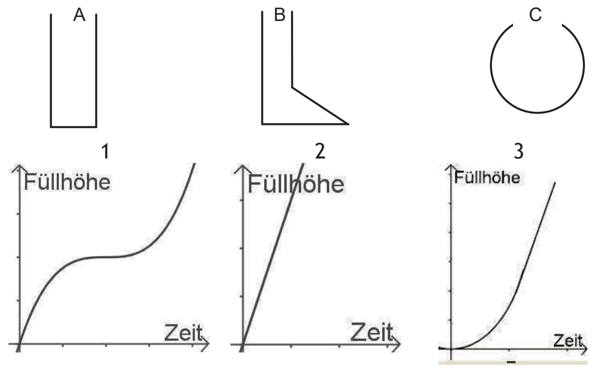
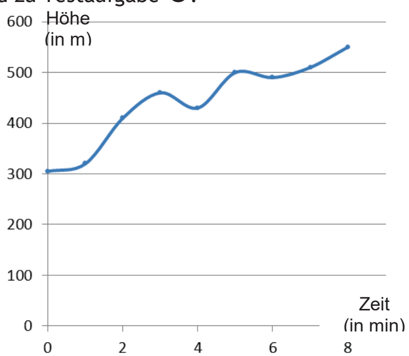


Schaubild zu Testaufgabe ❷:



Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① In einem Obstladen kosten 1 kg Äpfel 2,50 €.
- a) Erstelle eine Tabelle, die den Preis der Äpfel in Abhängigkeit vom Gewicht darstellt.
- b) Erstelle aus dieser Tabelle ein Liniendiagramm, das den Preis der Äpfel in Abhängigkeit vom Gewicht angibt.

② In einer Schokoladenfabrik sollen 1000 Schokoosterhasen verpackt werden. Wenn nur eine Verpackungsmaschine benutzt wird, dauert das 192 Minuten.
- a) Erstelle eine Tabelle, die die Verpackungsdauer in Abhängigkeit von der Anzahl der eingeschalteten Maschinen angibt.
- b) Erstelle aus dieser Tabelle ein Liniendiagramm, das die Verpackungsdauer von allen Tafeln in Abhängigkeit von der Anzahl der eingeschalteten Maschinen angibt.

③ Entscheide jeweils, ob es sich um eine proportionale Abhängigkeit, eine antiproportionale Abhängigkeit oder um weder noch handelt.
- a) Für 100 km mit dem Auto benötigt Frau Mayer durchschnittlich 6,5 l Benzin.
- b) 2 Maler benötigen zum Streichen eines Zimmers 4 h.
- c) Der Umfang eines Kreises ist π-mal sein Durchmesser.
- d) Der Flächeninhalt eines Kreises ist $\pi \cdot r^2$.

④ In der Tabelle siehst du jeweils eine Abhängigkeit zwischen zwei Größen dargestellt. Berechne mit Hilfe des Dreisatzes die fehlenden Werte.

a)

0,5	1	2	8	[]
3	6	12	Δ	78

b)

0,5	1	2	8	[]
480	240	120	Δ	7,5

⑤ Herr Müllers Auto verbraucht auf 300 km 24 l Benzin. Wie viel Benzin braucht er für eine Strecke von 560 km?

⑥ Eine Packung mit 12 Bleistiften kostet im Großhandel 0,36 €.
- a) Wie viel kosten 100 Bleistifte?
- b) Wie viele Bleistifte erhält man für 2,88 €?

⑦ 6 Postboten brauchen insgesamt 420 Minuten, um in einem Stadtviertel alle Briefe auszutragen.
- a) Wie lange bräuchten 8 Postboten dafür?
- b) Wie lange brauchen die Postboten, wenn zwei von ihnen sich krank melden?

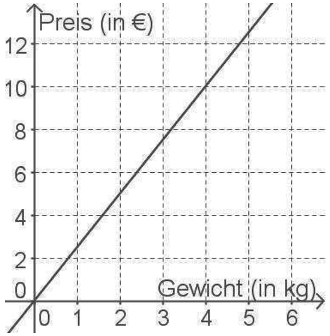
Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

①

a)

Äpfel in kg	0,5	1	2	3	4	5	6
Preis in €	1,25	2,5	5	7,5	10	12,5	15

b)

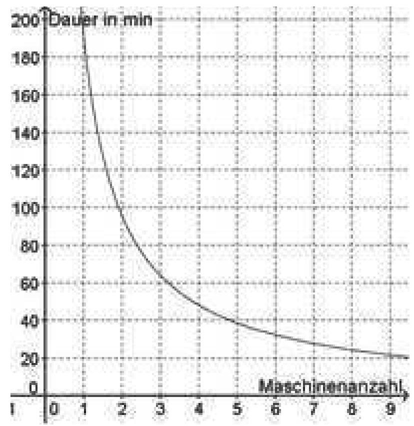


②

a)

Anzahl der Maschinen	1	2	3	4	5	6
Dauer in min	192	96	64	48	38,4	32

b)



③ a) + c) proportional b) antiproportional d) weder noch

④ a) Δ = 48, [] = 13 b) Δ = 30, [] = 32

⑤ 44,8 l

⑥ a) 3,00 € b) 96 Bleistifte

⑦ a) 315 min b) 630 min

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

umklappen
üben
verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 13

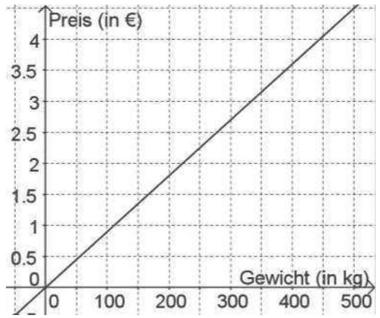
Kompetenz: FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE 5 und 6
Ich kann mit proportionalen Zuordnungen umgehen und den Dreisatz „je mehr, desto mehr“ bei Aufgaben aus dem Alltag anwenden.
Ich kann den Dreisatz „je mehr, desto weniger“ bei Aufgaben aus dem Alltag anwenden.

Erklärungen und Beispiele

Abhängigkeiten zwischen zwei Größen
Manchmal sind zwei Größen in der Mathematik voneinander abhängig.
Bsp.:
- Was man beim Metzger bezahlen muss, ist davon abhängig, wie viel man von einer bestimmten Wurstsorte kauft.
- Wie lange man braucht, um ein Haus zu bauen, ist u.a. davon abhängig, wie viele Menschen beim Hausbau helfen.

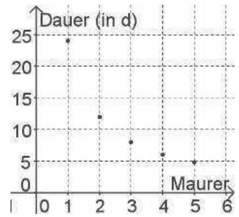
Abhängigkeiten zwischen zwei Größen beschreiben
Mithilfe einer Tabelle kann man beschreiben, wie eine Größe von einer anderen abhängt. Diese Abhängigkeit lässt sich auch in einem Diagramm veranschaulichen, indem man eine Größe auf der x-Achse, die andere Größe auf der y-Achse abträgt.

Bsp. 1: Beim Metzger kosten 100g Lyoner 90 ct.
Die untere Tabelle zeigt, wie der Preis des Einkaufs von der gekauften Menge Lyoner abhängt.
Das Diagramm rechts veranschaulicht diesen Zusammenhang.



Wurstmenge in g	100	200	300	400	500	600	700
Preis in €	0,90	1,80	2,70	3,60	4,50	5,40	6,30

Bsp. 2: Ein Maurer braucht zum Bau eines Hauses 24 Tage.
Die untere Tabelle zeigt, wie die Dauer des Hausbaus von der Anzahl der Maurer abhängt.
Das Diagramm rechts veranschaulicht diesen Zusammenhang.



Maurer	1	2	3	4	5	6	7
Dauer in Tagen	24	12	8	6	4,75	4	3,4

Besondere Abhängigkeiten
Wenn eine Größe von einer anderen abhängt, gibt es manchmal besondere Abhängigkeiten:
1. Fall: Wenn sich der Wert der 1. Größe verdoppelt (verdreifacht, vervierfacht…), dann verdoppelt (verdreifacht, vervierfacht…) sich auch der Wert der 2. Größe. Man spricht dann von einer **proportionalen Abhängigkeit**.
Das Schaubild bei proportionalen Abhängigkeiten ist eine Gerade, die durch den Punkt (0|0) im Koordinatensystem geht (s. Bsp. 1)
Bsp.: Wenn sich das Gewicht der gekauften Menge Wurst verdreifacht (also z.B. kauft man 300g statt 100g) dann muss man auch dreimal so viel dafür bezahlen (0,90 € • 3 = 2,70 €).
2. Fall: Wenn sich der Wert der 1. Größe verdoppelt (verdreifacht, vervierfacht…), dann halbiert (drittelt, viertelt…) sich der Wert der 2. Größe. Man spricht dann von einer **antiproportionalen Abhängigkeit**.
Das Schaubild bei antiproportionalen Abhängigkeiten siehst du in Bsp. 2.
Bsp.: Wenn sich die Menge der arbeitenden Maurer verdreifacht (z.B. 6 statt 2), dann braucht man nur ein Drittel der Zeit für den Hausbau (12 : 3 = 4 Tage).

Der Dreisatz
Der Dreisatz ist eine Methode, um bestimmte Arten von (Text-) Aufgaben mit Hilfe von nur 3 Sätzen zu lösen.
1. Fall: „Je-mehr-desto-mehr"-Dreisatz
Bsp.: 4kg Erdbeeren kosten auf dem Markt 30 €. Wie viel kosten 7kg?
Je mehr Erdbeeren man kauft, desto mehr muss man dafür bezahlen. Daher spricht man hier von einem „Je-mehr-desto-mehr"-Dreisatz. Solche Aufgaben rechnet man folgendermaßen (genau gleich geht das für „je-weniger-desto-weniger"-Aufgaben):

: 4	4 kg	Erdbeeren kosten	30 €	: 4
• 7	1 kg	Erdbeeren kostet	7,50 €	• 7
	7 kg	Erdbeeren kosten	**52,50 €**	

Die gesuchte Größe steht bei Dreisatzaufgaben immer rechts unten!
Alternativ: Rechnen mit der Formel: Sei x der Preis für 7kg Erdbeeren.
Dann ist $x = \frac{30\,€}{4} \cdot 7 = 52{,}50\,€$

2. Fall: „Je-mehr-desto-weniger"-Dreisatz
Bsp.: Für 2 Ponys reicht ein Futtervorrat 30 Tage. Wie lange reicht er für 5 Ponys?
Je mehr Ponys von dem Vorrat essen, desto weniger Tage reicht er. Daher spricht man hier von einem „Je-mehr-desto-weniger"-Dreisatz. Solche Aufgaben rechnet man folgendermaßen (genau gleich geht das für „je-weniger-desto-mehr"-Aufgaben):

: 2	2	Ponys haben Futter für	30 Tage.	• 2
• 5	1	Pony hat Futter für	60 Tage.	: 5
	5	Ponys haben Futter für	**12 Tage.**	

Alternativ: Rechnen mit der Formel: Sei x die Anzahl der Tage, wenn man 5 Ponys hat.
Dann ist $x = \frac{30 \cdot 2}{5} = 12$

Lösungen 2 (Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① Der Flächeninhalt verneunfacht sich. Es handelt sich um keine proportionale Zuordnung!

② Überlegung: 50m – 30m = 20m; 6,5kg – 4,9kg = 1,6kg
Also wiegen 20m Kabel 1,6kg.
Daraus lässt sich mit Hilfe des Dreisatzes berechnen, dass 50m Kabel 4kg wiegen. Also wiegt die Kabeltrommel 2,5kg.

③ a) Der Vorrat reicht dann noch 9,8 Tage
Erklärung: Nach 6 Tagen würde der Proviant für 348 Personen noch 12 Tage reichen. Insgesamt sind ab diesem Zeitpunkt 348 + 78 = 426 Personen an Bord. Also Dreisatz (je mehr, desto weniger):

348	Personen essen	12 Tage
1	Person isst	4176 Tage
426	Personen essen	9,8 Tage

b) Es könnten noch 174 Personen an Bord kommen.
Erklärung: Nach 6 Tagen würde der Proviant noch 12 Tage für 348 Personen reichen. Er muss aber nur noch 8 Tage reichen, weil die Kreuzfahrt insgesamt nur 14 Tage gehen soll. Also Dreisatz (je mehr, desto wenig er):

12	Tage reicht der Proviant für	348 Personen
1	Tag reicht der Proviant für	4176 Personen
8	Tage reicht der Proviant für	522 Personen

④ 96 € ⑤ 16 Tage

Testaufgaben zum Abschluss

❶ In der Tabelle siehst du jeweils eine Abhängigkeit zwischen zwei Größen dargestellt. Berechne mit Hilfe des Dreisatzes die fehlenden Werte.

a)

0,5	1	2	5	[]
7	14	28	Δ	112

b)

0,5	1	2	8	[]
320	160	80	Δ	4

❷ Die Formel für den Flächeninhalt eines Rechtecks ist A = a•b.
a) Gegeben sei ein Rechteck mit a = 5 cm und b = 7 cm. Man verdreifacht nun die Seite a. Wie verändert sich dadurch der Flächeninhalt?
b) Wie verändert sich bei einem beliebigen Rechteck der Flächeninhalt, wenn man a versiebenfacht und b fest lässt?

❸ Aus 10 kg Weizen erhält man rund 8 kg Mehl.
a) Wie viel Mehl erhält man aus 35 kg Weizen?
b) Wie viel Weizen benötigt man, um 52 kg Mehl daraus zu machen?

❹ Eine Packung Meerschweinchenfutter reicht für 8 Meerschweinchen 2 Tage. Wie lange reicht diese Packung für 5 Meerschweinchen?

Aufgaben 2 (Modellieren, Reflektieren, Vernetzen)

① Der Flächeninhalt eines Kreises lässt sich mit der Formel $A = \pi \cdot r^2$ berechnen.
Wie verändert sich der Flächeninhalt, wenn sich der Radius verdreifacht?

② Eine Kabeltrommel mit 50 m Kabel wiegt 6,5 kg. Die gleiche Trommel mit 30 m Kabel wiegt 4,9 kg.
Bestimme das Gewicht der Trommel rechnerisch.

③ Ein Passagierschiff startet eine Kreuzfahrt mit 348 Personen an Bord. Der Lebensmittelvorrat reicht für 18 Tage.
a) Nach sechs Tagen werden 78 Personen zusätzlich an Bord genommen. Wie lange reicht der Vorrat jetzt noch?
b) Wie viele Personen könnten nach sechs Tagen an Bord genommen werden, wenn die Kreuzfahrt insgesamt 14 Tage dauert?

④ **Fünfsatzaufgabe (Tipp: Wende den Dreisatz zweimal an!):**
5 Bäcker verdienen in 3 Stunden 240 €.
Wie viel verdienen 3 Bäcker in 2 Stunden?

⑤ **Fünfsatzaufgabe (Tipp: Wende den Dreisatz zweimal an!):**
24 Maurer stellen eine Mauer in 15 Tagen fertig, wenn sie täglich 8 Stunden arbeiten.
Wie lange brauchen 20 Maurer für die gleiche Arbeit, wenn sie täglich 9 Stunden arbeiten?

Weitere Übungsaufgaben

Hier findest du weitere Erklärungen und Aufgaben zu den Themen dieses Flyers:
www.mathe1.de/mathematikbuch/funktionen_dreisatz_11.htm

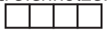
→ dann entsprechend durchklicken!

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Setze die Zahlenreihen zweimal fort:

a) 3 6 12 24

b) 4 5,5 7 8,5 10

② Jana legt mit Streichhölzern Muster unterschiedlicher Längen aus Quadraten. Sie berechnet die Anzahl der Streichhölzer bei x Quadraten mit dem Term $4 + 3\cdot(x - 1)$. 

a) Lege eine Tabelle an, in der du für verschiedene Längen das Muster zeichnest, die Anzahl der Streichhölzer nachzählst und mit Janas Term vergleichst.

b) Wie kommt Jana zu ihrem Term? Versuche zu erklären, dass man die Streichholzanzahl auch mit dem Term $3\cdot x + 1$ bestimmen kann.

③ Ordne den Beschreibungen den richtigen Term zu.

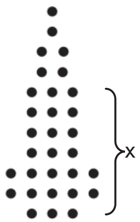
a) Wie groß ist der Umfang eines Rechtecks mit der Seitenlänge 4 und der Seitenlänge x?

b) Multipliziere eine Zahl mit 3 und addiere zum Ergebnis 4.

c) Florian hat 3 kg Mirabellen gepflückt. Jede weitere Stunde pflückt er zusätzliche 4 kg.

d) Aus wie vielen Perlen besteht die Rakete?

e) Wie groß ist der Flächeninhalt des in a) beschriebenen Rechtecks?



1) $3 + 4\cdot x$ 2) $2\cdot(4 + x)$ 3) $4\cdot x$ 4) $3\cdot x + 10$ 5) $3\cdot x + 4$

④ Schreibe die Rechenvorschrift als Term.

a) Multipliziere 7 mit einer gedachten Zahl und addiere zum Ergebnis 12.

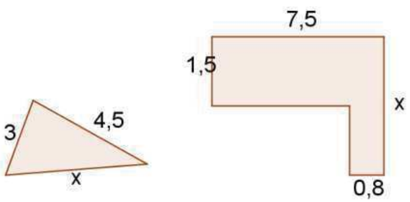
b) Addiere zu einer gedachten Zahl 25 und multipliziere diese Summe mit der Differenz aus der gedachten Zahl und 25.

c) Dividiere eine gedachte Zahl durch 10 und subtrahiere vom Ergebnis das Doppelte der Zahl.

⑤ Finde zu der Zeichnung einen passenden Term.

a) Wie groß ist der Umfang des Dreiecks?

b) Wie groß ist der Umfang und der Flächeninhalt der Figur?



Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

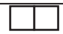
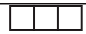
①

a) 48 96 (die Zahlen werden verdoppelt)]

b) 11,5 13 (es wird immer 1,5 dazu addiert)

②

a)

	x	gezählt	$4 + 3\cdot(x - 1)$
	1	4	$4 + 3\cdot(1 - 1) = 4$
	2	7	$4 + 3\cdot(2 - 1) = 7$
	3	10	$4 + 3\cdot(3 - 1) = 10$

b) Für das erste Quadrat braucht man 4. Für jedes weitere außer dem ersten noch drei. Deswegen $3\cdot(x - 1)$.
Insgesamt also $4 + 3\cdot(x - 1)$.
Man könnte die Reihe auch aus C–förmigen Teilen mit je 3 Streichhölzern legen und für den Abschluss 1 weiteres dazu nehmen. Dann lautet der Term $3 \cdot x + 1$

③

a2 b5 c1 d4 e3

④

a) $7 \cdot x + 12$ b) $(x + 25) \cdot (x - 25)$ c) $x : 10 - 2 \cdot x$

⑤

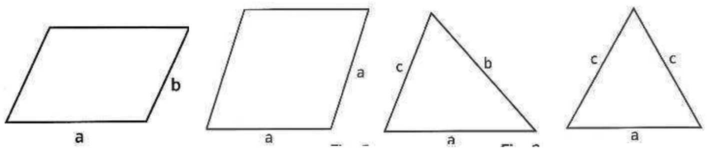
a) $U = 3 + 4{,}5 + x = x + 7{,}5$

b) $U = 1{,}5 + 7{,}5 + x + 0{,}8 + (7{,}5 - 0{,}8) + (x - 1{,}5) = 15 + 2\cdot x$

$A = 1{,}5 \cdot 7{,}5 + 0{,}8\cdot(x - 1{,}5) = 11{,}25 + 0{,}8\cdot(x - 1{,}5)$

$= 11{,}25 + 0{,}8x - 1{,}2 = 11{,}05 + 0{,}8x$

zu Testaufgabe 4:



1 2 3 4

Weitere Übungsaufgaben

Weitere Aufgaben mit Lösungen findest du unter

www.aufgabenfuchs.de/mathematik/gleichung/terme–aufstellen.shtml

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

Umklappen
Üben
Verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 14

Kompetenz: TERME 3 und 4
Ich kann bei einfachen Mustern und Zahlenreihen deren Gesetzmäßigkeiten erkennen und sie fortsetzen. Ich kann Terme mit Variablen aufstellen.

Erklärungen und Beispiele

Terme mit einer Variablen:

Bsp:
Der Handyvertrag von Max setzt sich aus einer Grundgebühr von 4,95 € und Telefonkosten von 0,06 € pro Minute zusammen. Für das Verschicken von SMS besitzt er eine Flat, die 5 € kostet.
Um seine monatlichen Telefonkosten zu berechnen, verwendet Max immer die gleiche Rechnung:

Festkosten + Telefonkosten pro Minute · Minutenzahl.

In dieser Rechnung ändern sich immer nur die Minutenzahlen, je nachdem, wie viel Max telefoniert. Deshalb setzt er für diese die Variable x ein und kann nun seine Kosten für jeden Monat leicht berechnen.

Kosten für 54 min Telefonieren: 9,95 € + 0,06 € · 54 = 13,19 €
Kosten für 150 min Telefonieren: 9,95 € + 0,06 € · 150 = 18,95 €
Kosten in €, allgemein für x Minuten: $9{,}95 + 0{,}06 \cdot x$

Muss man bei Berechnungen denselben Rechenterm ganz oft verwenden und ändert sich dabei immer nur derselbe Wert, so kann man für diesen eine Variable (meistens x) einführen. Jetzt muss man sich den Rechenweg nicht immer neu überlegen.

Terme aufstellen:

Eine große Schwierigkeit besteht oftmals darin, den Term aufzustellen. Dabei kann das folgende Muster dienlich sein:

Bsp:
Max hat zum Geburtstag insgesamt 100 € erhalten und eröffnet damit sein erstes Konto. Er nimmt sich vor, nun jeden Monat 6 € zu sparen.

1. Überlege, für welche Größenberechnung ein Term aufgestellt werden soll. [hier: gesparter Betrag]

2. Überlege, von was die gesuchte Größe abhängt.
[hier: der gesparte Betrag hängt von der Anzahl der Monate ab; für diese Größe wird die Variable x eingeführt]

Findest du an dieser Stelle noch keinen Term, dann

3. schreibe dir einige Rechnungen auf. Oft ist eine Tabelle hilfreich.

[hier:

Monate	Rechenausdruck	Gesparter Betrag
0		100
1	$100 + 6$	106
2	$100 + 6 \cdot 2$	112
3	$100 + 6 \cdot 3$	118

4. Führe jetzt eine Variable ein und beschreibe, wofür die Variable steht. [hier: Anzahl der Monate]

5. Schreibe den Term mit der Variablen auf.
$100 + 6 \cdot x$

Muster erkennen und beschreiben:
Bei dieser Zahlenreihe ist das Muster schnell zu erkennen. Es werden immer drei zur vorigen Zahl addiert.
−1 2 5 8 11 14 17 …
Um die zehnte Zahl dieser Reihe zu bestimmen, kann man diese einfach fortführen 20 23 26.

Will man die 87−ste Zahl bestimmen, würde es mit dieser Methode schon sehr lange dauern. Schneller geht es, das Muster mit einem Term zu beschreiben:

Dazu geht man im Grunde vor, wie oben beschrieben:

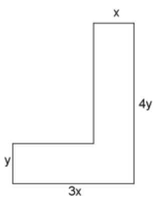
Zahl Nr.	Berechnung	Wert
1	-1	-1
2	$-1 + 3 = -1 + \mathbf{1} \cdot 3$	2
3	$-1 + 3 + 3 = -1 + \mathbf{2} \cdot 3$	5
4	$-1 + 3 + 3 + 3 = -1 + \mathbf{3} \cdot 3$	8

Man erkennt, dass für die fünfte Zahl der Reihe zu −1 das Vierfache von Drei addiert wird.

Für die 87ste Zahl der Reihe rechnet man also $-1 + 86 \cdot 3 = 257$.
Allgemein kann man für die Berechnung der x−ten Zahl schreiben:
$-1 + (x - 1) \cdot 3$

Formeln aufstellen und Größen berechnen:
Formeln zur Berechnung von Umfang, Flächeninhalt oder Volumen von Figuren oder Körpern sind ebenfalls Terme. Mit ihnen lassen sich Zusammenhänge zwischen verschiedenen Größen ausdrücken. Sie sind allgemein gehalten und werden oft mit mehreren Variablen notiert.

Das Vorgehen beim Aufstellen der Formeln und beim Einsetzen der Werte funktioniert aber gleich wie oben.



Bsp.: Eine Formel für den Flächeninhalt A und den Umfang U der Figur lauten:

$A = 3x \cdot y + x \cdot 3y$
$U = y + 3x + 4y + x + 3y + 2x$

Lösungen 2 (Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

①

a) $2 \cdot x + 1$ $\quad \frac{1}{x}$

b) $3 \cdot 2^x$ $\quad 4 + (x - 1) \cdot 1{,}5$ oder $1{,}5 \cdot x + 2{,}5$

②
a) $1980 + 40 \cdot x$ oder $1980 + 2000 \cdot x - 1960 \cdot x$
b) $70 + 4{,}5 \cdot x - 6 \cdot x$ oder $70 - 1{,}5 \cdot x$

③
a) $V = 30 \cdot 25 \cdot (x - 0{,}8) + 50 \cdot 25 \cdot 0{,}8 = 750 \cdot (x - 0{,}8) + 1000 = 750x + 400$

b) O = Links und Rechts + Boden + Vorne und Hinten
$2 \cdot 25 \cdot x + 50 \cdot 25 + 2 \cdot (30 \cdot x + 20 \cdot 0{,}8) = 110x + 1282$
④
$K = 6 \cdot 25 + 4 \cdot 50 + 4 \cdot x = 4 \cdot x + 350$

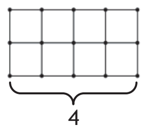
⑤
a) etwa $8 + 5(x - 1)$, denn für das erste Kästchen werden 8, für jedes weitere, außer dem ersten, werden nur noch 5 Perlen benötigt.
b) A D E

Testaufgaben zum Abschluss

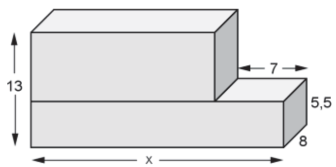
❶ Finde zu der Tabelle einen passenden Term, der für jedes x den vorgegebenen Wert annimmt.

x	1	2	3	4
Wert	2	5	8	11

❷
Thilo legt mit Streichhölzern Muster aus zwei Reihen von Quadraten.
a) Lege eine Tabelle an, in der du für mindestens 4 verschiedene Längen das Muster zeichnest und die Anzahl der Streichhölzer bestimmst.
b) Finde 2 verschiedene Terme zur Berechnung der Streichholzanzahl bei beliebiger Länge x.



❸
Wie groß ist der Rauminhalt des Körpers in Abhängigkeit von x (TR erlaubt).



❹
Auf Seite 4 findest du 4 Figuren.
Gebe zu jeder eine Formel für ihren Umfang an.

Aufgaben 2 (Modellieren, Reflektieren, Vernetzen)

①
a) Finde zu den Tabellen einen passenden Term, der für jedes x den vorgegebenen Wert liefert.

x	1	2	3	4
Wert	3	5	7	9

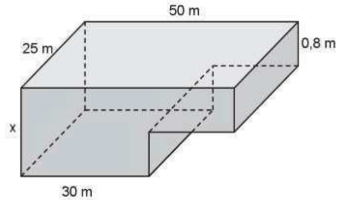
x	1	2	3	4
Wert	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

b) Versuche für die Zahlenreihen aus „Aufgaben 1“ 1 einen Term zu bestimmen.

② Finde zu der Beschreibung einen passenden Term.
a) Auf einer Insel leben 1980 Finken. Jedes Jahr werden ca. 2000 Finken geboren und 1960 sterben.

b) Evelyn hat 70 € gespart. Jede Woche bekommt sie 4,50 € Taschengeld. Täglich gibt sie in der Schule 1,20 € für ein Getränk und Süßigkeiten aus.

③ In Filderstadt soll ein Freibadbecken gebaut werden.
a) Stelle einen Term mit der Variablen x für den Rauminhalt des Beckens auf.



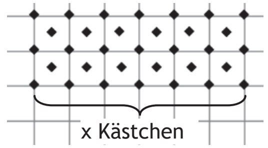
b) Die Tiefe des Beckens ist noch nicht festgelegt. Stelle dennoch einen Term auf, mit dem man berechnen kann, wie viel Quadratmeter Fliesen für die Auskleidung des Beckens gebraucht werden.

④ Gib eine Formel zur Berechnung der Kantenlänge K für das Freibadbecken aus Aufgabe 3 an.

⑤
a) Finde einen Term für die Anzahl der Perlen in dem Muster.

b) Welche der folgenden Terme passen ebenfalls zu diesem Muster?

A $2x + 3(x + 1)$ B $5 + 2x$
C $8 + 5(x + 1)$ D $3 + 2x + 3x$
E $3 + 5x$



Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Setze für die Variable x jeweils die Zahl 3 [−7] ein und berechne den Wert des Terms.

a) $3x + 9$

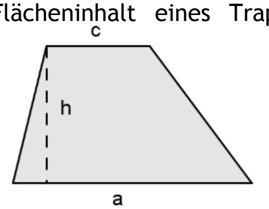
b) $6x + 3\cdot(x + 10) + 8\cdot(3 - 2x)$

② Berechne die Termwerte für 0; 1; 3 und −5.

	0	1	3	−5
$2x^2 + 3x - 4$				
$3 + (2x + 2)\cdot 5$				

③ Die Formel für den Flächeninhalt eines Trapezes lautet

$A = \frac{(a+c)}{2}\cdot h$



Berechne den Flächeninhalt für ein Trapez mit den Längen a = 3 m, c = 9 m und h = 4 m.

④ Setze in die Terme für x die Zahl 2 ein und für y die Zahl −5 und berechne den Wert der Terme.

a) $4x - (5y + 30) - 2xy$

b) $3x\cdot(y - 10) + 5 + y\cdot 2$

c) $\frac{1}{5} + 3\cdot\frac{2}{y} - \frac{2+x}{y}$

⑤ Schreibe die Rechenvorschrift als Term.

a) Multipliziere 7 mit einer gedachten Zahl und addiere zum Ergebnis 12.

b) Das Ergebnis der Rechnung von oben lautet 110. An welche Zahl wurde zu Beginn gedacht?

Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

①

a) $3\cdot 3 + 9 = 18$ $\qquad$ $3\cdot(-7) + 9 = -12$

b) $18 + 3\cdot 13 + 8\cdot(-3) = 33$

$-42 + 3\cdot(-7 + 10) + 8\cdot(3 - 2\cdot(-7)) = 103$

②

	0	**1**	**3**	**−5**
$2x^2 + 3x - 4$	−4	1	23	31
$3 + (2x + 2)\cdot 5$	13	23	43	−37

③

$A = \frac{3+9}{2}\cdot 4 = 6\cdot 4 = 24\,m^2$

④

a) $4\cdot 2 - (5\cdot(-5) + 30) - 2\cdot 2\cdot(-5) = 8 - 5 + 20 = 23$

b) $3\cdot 2\cdot(-5 - 10) + 5 + (-5)\cdot 2 = 6\cdot(-15) + 5 - 10 = -90 - 5 = -95$

c) $\frac{1}{5} + \frac{6}{-5} - \frac{4}{-5} = \frac{1}{5} - \frac{6}{5} + \frac{4}{5} = -\frac{1}{5}$

⑤

a) $7\cdot x + 12$

b) $(110 - 12) : 7 = 14$

Hier kannst du nochmal nachlesen

www.de.bettermarks.com/mathe-portal/mathebuch/berechnen-von-termwerten.xhtml

www.schule-bw.de/unterricht/faecher/mathematik/3material/sek1/zahl/ter/term5/variable/index.html

Weitere Übungsaufgaben

Weitere Aufgaben mit Lösungen findest du unter

www.aufgabenfuchs.de/mathematik/gleichung/terme-aufstellen.shtml

www.schule-bw.de/unterricht/faecher/mathematik/3material/sek1/zahl/ter/term5/variable/variableuebung

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

Umklappen
Üben
Verstehen

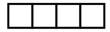
dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 15

Kompetenz: TERME 5
Ich kann den Wert von Termen berechnen und mit Formeln umgehen.

In Flyer Nr. 14 hast du wiederholt, wie man Terme mit einer Variablen aufstellt.
Oft werden diese Terme dafür benötigt, für unterschiedliche Einsetzungen schnell den entsprechenden Wert berechnen zu können.

Zahlen in Terme einsetzen:
Hat man einen Rechenausdruck mit einer Variablen x, setzt man bei den einzelnen Berechnungen für jedes x in diesem Term die jeweils gleiche Zahl ein.

Bsp.: 
Die Anzahl der benötigten Streichhölzer für das Legen des Musters in beliebiger Länge x lässt sich mit dem Term $3\cdot(x - 1) + 4$ berechnen.

Will man nun den Streichholzbedarf für die Länge 7 wissen, ersetzt man im Term jedes x durch die Zahl 7 und berechnet anschließend den Wert des Rechenausdrucks.

$3\cdot(7 - 1) + 4 = 3\cdot 6 + 4 = 22$

Eine Variable ist also ein Platzhalter für eine x-beliebige Zahl!

Achtung:
Das Multiplikationszeichen zwischen einer Zahl und der Variablen wird oft weggelassen. Beim Einsetzen einer Zahl für die Variable muss man es aber wieder mit einfügen, sonst wird das Ergebnis falsch.

Bsp:
Statt $2\cdot x + 3\cdot x$ schreibt man auch $2x + 3x$. Setzt man für x die Zahl 7 ein ergibt sich nicht 27 + 37 = 64 sondern $2\cdot 7 + 3\cdot 7 = 35$!!!

Eine weitere Fehlerquelle beim Berechnen von Termwerten ist, dass man die Rechenregeln missachtet.

Bsp: $3 + 2 \cdot x^2 - 5\cdot x$; der Termwert soll für x = 4 berechnet werde. Es gilt „Hoch vor Punkt vor Strich“

$3 + 2 \cdot 4^2 - 5\cdot 4 = 3 + 2 \cdot 16 - 20 = 3 + 32 - 20 = 15$

Ungang mit Formeln:
Formeln stellen einen Zusammenhang zwischen verschiedenen Größen her, z.B. zwischen der Seitenlänge x und dem Flächeninhalt A eines Quadrates: $A = x^2$.

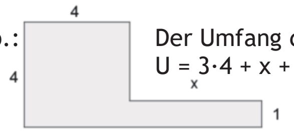
Formeln sind im Grunde nichts anderes als Berechnungsterme für häufig verwendete Größen. Auch sie werden mit Hilfe von (mehreren) Variablen notiert.

Bsp: Umfang eines Rechtecks: $U = 2a + 2b$

Flächeninhalt eines Dreiecks: $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

Geschwindigkeit: $v = \frac{s}{t}$

Formeln sollten immer so kurz und präzise wie möglich gehalten werden. Wenn du eine Formel selbst erstellst, solltest du sie also so weit wie möglich vereinfachen:

Bsp.: 

Der Umfang dieser Figur lässt sich durch $U = 3\cdot 4 + x + 1 + x + 3$ berechnen.

Sinnvoller, weil einprägsamer und kürzer, wäre
$U = 16 + 2\cdot x$

Formeln umstellen:
Oftmals hat man eine Formel für den Sachzusammenhang, möchte jedoch die andere Größe berechnen. Dann muss man die Formel umstellen.

Bsp.: Das Volumen eines Quaders berechnet sich durch $V = G \cdot h$.
Will man nun die Höhe h bei gegebenem Volumen V und gegebener Grundfläche G berechnen, muss man die Formel zu $h = V : G$ umstellen.

Das kann man zum Beispiel durch Rückwärtsrechnen schaffen.

Lösungen 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

①
a) Term: $-3 - 2\cdot(x - 1) = -2\cdot x - 1$
für 50 ergibt sich der Wert −101

b) Term: $6 + 5\cdot(x - 1) = 5x + 1$
für 100 ergibt sich der Wert 501

②
a) $G = 3\text{ cm} \cdot 6\text{ cm} = 18\text{ cm}^2$ $V = \frac{1}{3}\cdot 18 \cdot 10 = 60\text{ cm}^3$
b) $G = 3 \cdot V : h = 3 \cdot 45 : 15 = 9\text{ cm}^2$

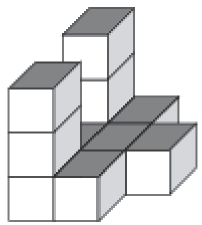
③
a) $V = = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 : 2 \approx 261{,}8\text{dm}^3$

b) $V = = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 : 2 \approx 134\text{ dm}^3$, also 134 l

c) 1 dm^3 wiegt also 2,6 kg
Volumen des Brunnens: $261{,}8 - 134 = 127{,}8\text{ dm}^3$
Masse des Brunnens: $127{,}8\text{ dm}^3\cdot 2{,}6\text{ kg/dm}^3 = 332{,}28\text{ kg}$

Testaufgaben zum Abschluss

❶ Wenn x für die Anzahl der Stockwerke der Türme steht, dann berechnet sich die Anzahl der verbrauchten Klötze mit dem Term $2\cdot x + 7$.



a) Wie viel Klötze braucht man für 3; 16; 20 Stockwerke?

b) Wie hoch wird der Turm, wenn man 52 Klötze zur Verfügung hat?

❷ Berechne ohne TR die Termwerte für 0; 1; 3 und −5. Notiere deine Rechenschritte.

	−5	0	1	3
$x^2 + 3x - 6$				
$3 + (6x + 2)\cdot 5$				

❸ Setze in den Term für x die Zahl 4 ein und für y die Zahl −3 und berechne den Wert.

a) $2x - (5y + 30) + 3xy$

b) $\frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{2}{y} + \frac{2 + x}{y}$

Aufgaben 2
(Modellieren, Reflektieren, Vernetzen)

①
a) Finde zu den Tabellen einen passenden Term, der für jedes x den vorgegebenen Wert liefert und ergänze den fehlenden Wert.

a)

x	1	2	3	4	50
Wert	−3	−5	−7	−9	

b)

x	1	2	3	4	100
Wert	6	11	16	21	

②
Die Formel für das Volumen einer rechteckigen Pyramide lautet $V = \frac{1}{3} G \cdot h$ (G steht für Grundfläche)

a) Berechne das Volumen für eine Pyramide mit den Grundflächenseiten 3cm und 6cm und einer Höhe von 10cm.

b) Eine Pyramide hat ein Volumen von 45cm^3 und eine Höhe von 15cm. Wie groß ist ihre Grundfläche?

③
Das Volumen einer Kugel berechnet sich durch $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

a) Bestimme das Volumen einer Halbkugel mit dem Radius r = 5 dm.

b) Aus dieser Halbkugel wird mittig ein halbkugelförmiges Wasserbecken mit einem Radius von 4 dm ausgefräst. Wie viel Wasser passt in das Becken?

c) Der Brunnen besteht aus massivem Granit. 1 m^3 Granit wiegt 2,6 t.
Wie viel kg wiegt der Brunnen, wenn er leer ist?

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Löse die folgenden Gleichungen sowohl durch geschicktes Probieren als auch durch Rückwärtsrechnen.

a) $x \cdot 3 + 9 = 21$ b) $24x - 17 = 103$

c) $(2x - 2) : 8 = 0$ d) $(4x - 7) \cdot 2 = 42$

② Löse die folgenden Gleichungen durch Rückwärtsrechnen. Für Teilaufgabe c) und d) kannst du den Taschenrechner benutzten.

a) $-12x + 3 = -117$ b) $(-x + 67) : 4 + 3 = 18$

c) $(0{,}25\,x - 2{,}3) \cdot (-3{,}4) = 6{,}035$ d) $-7{,}2 + 2{,}4\,(x - 1{,}7) = 10{,}08$

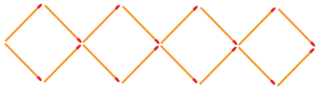
③ Welche der folgenden Gleichungen haben die Zahl 6 als Lösung?

a) $7x - 12 = 30$ b) $-3x + 4 = 22$

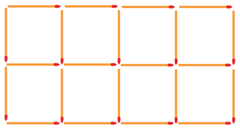
c) $(x - 5) \cdot 12 = 12$ d) $(54 : (3x)) - 7 = -4$

④ Stelle zu jedem Streichholzmuster einen passenden Term auf und berechne, wie lang man das Muster jeweils legen kann, wenn man insgesamt 32 [72] Streichhölzer zur Verfügung hat.

a)

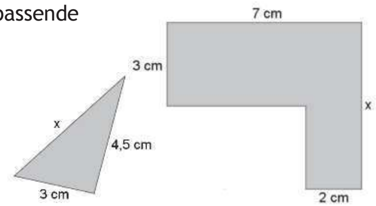


b)



⑤ Berechne jeweils, welche Zahlen sich die Personen gedacht haben, indem du eine passende Gleichung aufstellst und sie nach x auflöst.
a) Andreas denkt sich eine Zahl. Er multipliziert die Zahl mit 4 und addiert dann 7. Als Ergebnis erhält er 63.
b) Christian denkt sich eine Zahl. Er multipliziert diese Zahl mit 7. Dann addiert er 4. Das Ergebnis multipliziert er mit 5. Als Ergebnis erhält er 160.
c) Ariane denkt sich eine Zahl. Sie multipliziert diese Zahl mit 4. Dann addiert sie 16. Das Ergebnis verdoppelt sie. Als Ergebnis erhält sie -48.

⑥ Stelle zu jeder Figur eine passende Gleichung auf und löse sie.
a) Der Umfang des Dreiecks beträgt 13 cm. Wie lang ist die Seite x?
b) Die rechte Figur hat einen Flächeninhalt von 25 cm². Wie lang ist die Seite x?



Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

①
a) $x = (21 - 9) : 3 = 4$ b) $x = (103 + 17) : 24 = 5$
c) $x = (0 \cdot 8 + 2) : 2 = 1$ d) $x = (42 : 2 + 7) : 4 = 7$

②
a) $x = (-117 - 3) : (-12) = 10$
b) $-x = (18 - 3) \cdot 4 - 67 = -7$, also $x = 7$
c) $x = (6{,}035 : (-3{,}4) + 2{,}3) : 0{,}25 = 2{,}1$
d) $x = (10{,}08 + 7{,}2) : 2{,}4 + 1{,}7 = 8{,}9$

③
6 als Lösung haben a), c), d)

④
a) Term: 4x — bei 32: $4x = 32 \rightarrow x = 32 : 4 = 8$
bei 72: $4x = 72 \rightarrow x = 72 : 4 = 18$
b) Term: 5x + 2 — bei 32: $5x + 2 = 32 \rightarrow x = (32 - 2) : 5 = 6$
bei 72: $5x + 2 = 32 \rightarrow x = (72 - 2) : 5 = 14$

⑤
a) Gleichung: $x \cdot 4 + 7 = 63$ Lösung: $x = (63 - 7) : 4 = 14$
b) Gleichung: $(x \cdot 7 + 4) \cdot 5 = 160$ Lösung: $x = (160 : 5 - 4) : 7 = 4$
c) Gleichung: $(x \cdot 4 + 16) \cdot 2 = -48$ Lösung: $x = (-48 : 2 - 16) : 4 = -10$

⑥
a) U = 3 cm + 4,5 cm + x = x + 7,5 cm
Also ist die Gleichung: x + 7,5 cm = 13 cm
Also ist x = 5,5 cm
b) A = 7 cm · 3 cm + 2 cm · x - 2 cm · 3 cm
Also ist die Gleichung:
7 cm · 3 cm + 2 cm · x - 2 cm · 3 cm = 25 cm²
Also x = 5 cm

Weitere Übungsaufgaben

Hier kannst du nochmal nachlesen, wie man eine Gleichung lösen kann (interessant ist für dich im Moment nur der 1. Teil der Homepage):

www.mathematik-wissen.de/aequivalenzumformungen_bei_gleichungen.htm

Weitere Aufgaben findest du unter
www.soenkevoss.de/Mathematikaufgaben/7.%20Klasse/Aufgaben%20einfache%20Gleichungen.pdf

…und die zugehörigen Lösungen unter
www.soenkevoss.de/Mathematikaufgaben/7.%20Klasse/Loesungen%20einfache%20Gleichungen.pdf

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

umklappen
üben
verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 16

Kompetenz: TERME, VARIABLEN, GLEICHUNGEN 6
Ich kann einfache Gleichungen lösen.

Erklärungen und Beispiele

Gleichungen
Eine Gleichung besteht aus zwei Termen, die mit einem Gleichheitszeichen verbunden sind.
Bsp: $3 + 4 = 7$; $5 \cdot 12 = 15 \cdot 4$; $3x - 8 = 10$

Gleichungen aufstellen
Durch Gleichungen lassen sich alltägliche Probleme mathematisch beschreiben und lösen. Oft muss man dazu eine Gleichung erst einmal aufstellen. Dazu kannst du ganz ähnlich vorgehen wie beim Aufstellen von Termen:

Bsp: Max hat zum Geburtstag insg. 100 € erhalten und eröffnet damit sein erstes Konto. Er nimmt sich vor, nun jeden Monat 8 € zu sparen, denn er will sich ein Fahrrad kaufen, das 204 € kostet. Jetzt überlegt er sich, wie viele Monate er dafür sparen muss.

1. Überlege, für welche Größe ein Term aufgestellt werden soll. [hier: gesparter Betrag]
2. Überlege, von was diese Größe abhängt - dies ist die gesuchte Größe. [hier: der gesparte Betrag hängt von der Anzahl der Monate ab; für diese Größe wird die Variable x eingeführt]
3. Findest du an dieser Stelle noch keinen Term, dann schreib dir einige Rechnungen auf. Oft ist eine Tabelle hilfreich. [Die Tabelle für unser Bsp. findest du auf Flyer 11]
4. Führe jetzt eine Variable ein und beschreibe, wofür die Variable steht. [hier: Anzahl der Monate]
5. Schreibe den Term mit der Variablen auf. [hier: 100 + 8·x]
6. Verbinde nun diesen Term durch ein Gleichheitszeichen mit der gewünschten Größe. [hier: Max will 204 € haben. Also 100 + 8x = 204]

➔ Du suchst jetzt einen Zahlwert für die Variable x, mit dem diese Gleichung erfüllt ist. Dazu musst du diese Gleichung lösen.

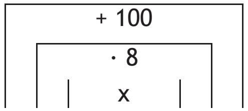
Lösen einer Gleichung
Die Lösung einer Gleichung ist eine Zahl x, für die eine wahre Aussage entsteht, also beispielsweise der Term auf der einen Seite der Gleichung den auf der anderen Seite angegebenen Wert annimmt [im oberen Beispiel 204 €].
Eine Gleichung mit einer Variablen zu lösen bedeutet, herauszufinden, welche Zahl für die Variable stehen muss!
Dafür gibt es zwei Möglichkeiten:

1. Lösen durch gezieltes Probieren
Setze für die Variable x systematisch nacheinander einige Werte ein und überprüfe, ob der Term den vorgegebenen Wert annimmt. Übersichtlich kannst du das in einer Tabelle darstellen.
Du musst dazu für x nicht alle Zahlen von 1 bis zur richtigen Zahl der Reihe nach einsetzen, sondern kannst auch größere Schritte machen, bis du dem gewünschten Ergebnis näher kommst.
Bsp.:

x	1	5	10	12	13
$100 + 8 \cdot x$	108	140	180	196	204

Wenn x=13, dann ist $100 + 8 \cdot 13 = 204$. Er muss also 13 Monate sparen.

2. Lösen durch Rückwärtsrechnen
Gleichungen können auch durch Rückwärtsrechnen gelöst werden. „Rückwärtsrechnen" bedeutet hierbei, dass man jeden Rechenschritt wieder rückgängig macht.
Dazu kann man sich vorstellen, dass man beim Aufstellen einer Gleichung das x „verpackt" hat. Beim Rückwärtsrechnen „entpackt" man das x nun in genau der umgekehrten Reihenfolge.
Dabei gelten beim Rückwärtsrechnen / Entpacken folgende Regeln:
Strichrechnung: aus + wird - und aus - wird +
Punktrechnung: aus · wird : und
aus : wird ·
Bsp.: 100 + 8x = 204
So wurde das x verpackt:



Der Wert des gesamten verpackten Pakets beträgt 204.
So entpackst du das x (so löst du eine Gleichung):

$+100 + 8 \cdot x$	$= 204$	$\mid - 100$	*(Entferne die „+100-Schachtel mit -100.)*
$8 \cdot x$	$= 104$	$\mid : 8$	*(Entferne die „·8-Schachtel" mit : 8.)*
x	$= 13$		

oder: $x = (204 - 100) : 8 = 13$
Wie du siehst, kann man die Rechnung, die man durchführen wird, durch einen Strich abgetrennt hinter die Gleichung schreiben.

Weiteres Beispiel: Tom denkt sich eine Zahl. Er multipliziert sie mit 6 und addiert dann 4. Das Ergebnis multipliziert er mit 5. Als Ergebnis erhält er 110. Welche Zahl hat Tom sich gedacht?
Das Problem wird beschrieben durch die Gleichung $(x \cdot 6+4) \cdot 5=110$.
Lösen der Gleichung:

$(x \cdot 6 + 4) \cdot 5$	$= 110$	$\mid : 5$
$x \cdot 6 + 4$	$= 22$	$\mid - 4$
$x \cdot 6$	$= 18$	$\mid : 6$
x	$= 3$	

oder: $x = ((110 : 5) - 4) : 6 = 3$

Probe
Um festzustellen, ob eine Zahl die Lösung für eine Gleichung sein kann, setzt man die Zahl in den Term ein und berechnet das Ergebnis. Dann vergleicht man dieses Ergebnis mit dem gewünschten Ergebnis der Gleichung. Stimmt beides überein, so ist die ursprüngliche Zahl die Lösung der Gleichung, sonst nicht.
Bsp.: Ist 7 die Lösung der Gleichung $(x \cdot 8 + 4) : 3 = 20$?
Einsetzprobe: $(7 \cdot 8 + 4) : 3 = (56 + 4) : 3 = 60 : 3 = 20$ ✓
Also ist 7 die Lösung!

Lösungen 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① Term zur Berechnung der benötigten Bauklötzchen: 1 + 3x
Länge mit 31 Klötzchen: 10
Länge mit 277 Klötzchen: 92
(Dabei wird hier als Länge die Anzahl der Steine, die oben auf der Mauer stehen, genommen.)

② a) Gleichung: 2x + 3 = 27 (x steht für das Alter von Ralf)
Lösung: x = 12, also ist Ralf 12 und Thomas 15.
b) Gleichung: 4x = 80 (x steht für das Alter von Bianca)
Lösung: x = 20, also ist Bianca 20 und Peter 60.

③ a) „Denk dir eine Zahl. Multipliziere sie mit 7 und addiere dann 4. Das Ergebnis multiplizierst du mit 10. Welche Zahl erhältst du?"
b) Friederike hat sich die Zahl 8 gedacht.

④ Term für die Telefonkosten: 12 + 0,21x [x sind die telefonierten Minuten] → Gleichung: 12 + 0,21x = 31,95
Also x = 95, d.h. Katrin hat 95 Minuten telefoniert.

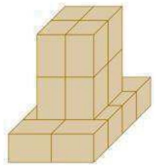
⑤ a) 24 kg b) 2 kg

⑥ Preis der 2. Hafersorte: x; Preis für die gesamte Hafermischung:
$6 \cdot 45$ € + $13{,}5 \cdot x$ oder: $(6 + 13{,}5) \cdot 36$ €
Also lässt sich folgende Gleichung aufstellen:
$6 \cdot 45$ € + $13{,}5 \cdot x = (6 + 13{,}5) \cdot 36$ € *bzw.* 270 € + $13{,}5 \cdot x$ = 702 €
Also x = (702 € - 270 €) : 13,5 = 32 €, d.h. 1 t von Hafer 2 kostet 32 €.

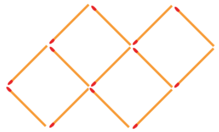
Testaufgaben zum Abschluss

❶ Löse die folgenden Gleichungen durch Rückwärtsrechnen.
a) $x \cdot 7 + 5 = 40$ b) $8x - 7 = 65$
c) $(15x - 12) : 6 = -7$ d) $(-7x + 10) \cdot (-3) = 222$

❷ Wenn x für die Anzahl der Stockwerke steht, dann berechnet sich die Anzahl der Klötze mit dem Term 4x + 8.
Wie viele Stockwerke kann man bauen, wenn man insgesamt 24 [56] Klötze zur Verfügung hat?



❸ Martin legt mit Streichhölzern ein Muster. Stelle zu diesem Streichholzmuster einen passenden Term auf und berechne, wie lang man das Muster legen kann, wenn man insgesamt 52 [106] Streichhölzer zur Verfügung hat. Dabei besteht die erste Figur aus einem Quadrat, die zweite aus zwei usw.



❹ Steffen spart für ein neues Mountainbike. Im Internet findet er ein tolles Angebot.
Er hat bereits 190 € gespart. Von den Großeltern bekommt er zum Geburtstag 70 €. Seine Eltern schenken ihm 50 €.
Wie lange muss Steffen noch sparen, wenn er monatlich 15 € Taschengeld sparen kann?

Aufgaben 2
(Modellieren, Reflektieren, Vernetzen)

① Dirk baut aus Bauklötzen eine Mauer. Berechne, wie lang man diese Mauer bauen kann, wenn man 31 [277] Klötzchen zur Verfügung hat.

② Wie alt sind jeweils die genannten Personen?
a) Ralf und Thomas sind zusammen 27. Thomas ist 3 Jahre älter als Ralf.
b) Bianca und Peter sind zusammen 80. Peter ist dreimal so alt wie Bianca.

③ Friederike und der Zauberer Oz spielen Zahlenrätsel.
Friederike denkt sich eine Zahl und befolgt die Anweisungen des Zauberers. Daraus ergibt sich für den Zauberer die folgende Gleichung: $(x \cdot 7 + 4) \cdot 10 = 600$
a) Schreibe die Rede für den Zauberer.
b) Bestimme die Zahl, die Friederike sich gedacht hat.

④ Katrin hat einen Handyvertrag, bei dem sie 12 € Grundgebühren im Monat bezahlt. Dafür hat sie eine SMS-Flatrate. Pro telefonierte Minute bezahlt sie 0,21 €. Sie erhält eine Rechnung über 31,95 € für den Monat Dezember.
Wie viele Minuten hat Katrin im Dezember telefoniert?

⑤ **Zum Knobeln:**
a) Bei einem Fisch nimmt der Kopf ein Drittel seines Gewichts und der Schwanz ein Viertel seines Gewichts in Anspruch. Das Mittelstück wiegt 10 kg. Wie viel wiegt der ganze Fisch?
b) Ein Ziegelstein wiegt 1 kg mehr als ein halber Ziegelstein. Wie viel wiegt ein Ziegelstein?

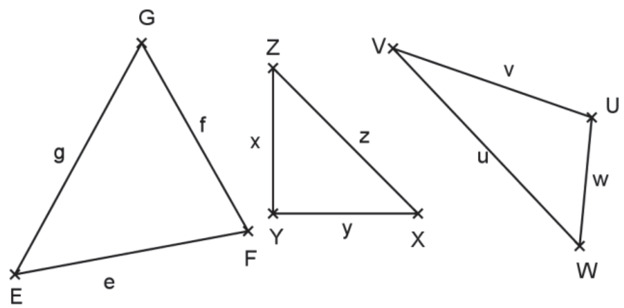
⑥ Ein Getreidehändler mischt 6 t Hafer zu 45,00 € je t und 13,5 t einer anderen Hafersorte.
1 t der Mischung kostet 36,00 €.
Wie viel kostet die andere Hafersorte?

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Für jedes Quadrat gilt:
- Die vier Seiten sind gleich lang.
- gegenüberliegende Seiten sind parallel.
- Benachbarte Seiten sind zueinander orthogonal.
- Die Diagonalen sind gleich lang.
- Die Diagonalen halbieren sich.
- Die Diagonalen stehen orthogonal aufeinander.

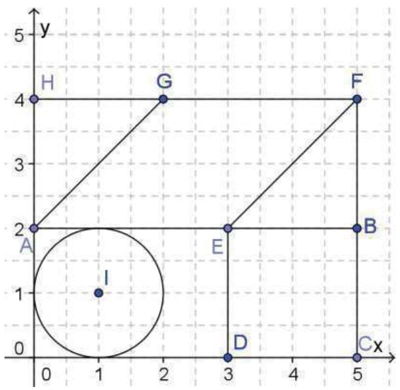
a) Welche der Eigenschaften gelten auch für Rechtecke?
b) Welche der Eigenschaften gelten auch für Parallelogramme?

② Bei allen Dreiecken wurden Fehler bei der Beschriftung gemacht. Finde sie.



③ Welche geometrischen Grundkörper lassen sich auf dem Bild der Burg auf Seite 5 erkennen? Welche fehlen?

④ Das große Rechteck 0CFHenthält kleinere Figuren.



a) Wie viele Rechtecke erkennst du?

b) Welche weiteren Figuren kannst du erkennen? Beschreibe sie durch ihre Eckpunkte.

Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

①
a) 2, 3, 4, 5 b) 2, 5

②
Dreieck EFG: Seiten wurden reihum bezeichnet.
Dreieck XYZ: Eckpunkte im Uhrzeigersinn beschriftet
Dreieck UVW: Seiten v und w vertauscht.

③
Quader als Gebäude und Türme, **Zylinder** als Türme mit **Kegeln** als Dächer.
Pyramiden als Dächer der großen Türme. **Prismen** mit dreieckiger Grundfläche als Dächer der Hauptgebäude.
Es fehlen Würfel und Kugel.

④
a) 5 Rechtecke:
0CFH, 0DEA; 0CBA, ABFH, DCBE (als Quadrat auch ein Rechteck)

b) **Quadrat** DCBE,
Kreis um I mit Radius 1cm,
Dreiecke EBF und AGH,
Parallelogramm AEFG,
Trapeze DCFE, ABFG, AEFH,

Weitere Informationen und Übungsaufgaben

Hier kannst du weitere Informationen zu den Grundkörpern erfahren:
www.mathe-online.at/lernpfade/koerper/?navig=l&kapitel =1

Aufgaben zu Vierecken findest du unter
www.aufgabenfuchs.de/mathematik/flaeche/viereck/vierecksarten.shtml

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

Umklappen
Üben
Verstehen

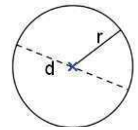
dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 17

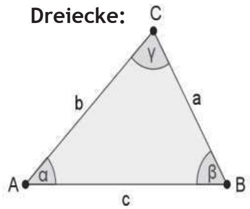
Kompetenz: RAUM und FORM 1 und 2
Ich kann geometrische Objekte fachgerecht benennen und unterscheiden.
Ich kann sie anhand ihrer Eigenschaften beschrieben und erklären, in welcher Beziehung sie zueinander stehen.

Objekte der Ebene:
Die grundlegenden geometrischen Objekte der Ebene sind Kreise, Dreiecke und Vierecke.

Kreise:
r: Radius,
d: Durchmesser (doppelter Radius)

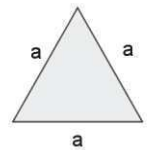


Dreiecke:

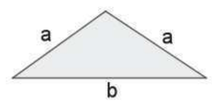


Die Ecken eines Dreiecks werden **gegen den Uhrzeigersinn** in der Regel mit A, B und C bezeichnet. Die Seite, die dem Eckpunkt A gegenüberliegt, wird mit a bezeichnet, usw.
Die Winkel an den Ecken A, B und C bekommen die entsprechenden griechischen Buchstaben zugeordnet.

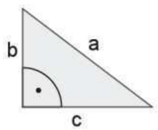
Bei Dreiecken unterscheidet man zwischen
- **spitzwinkligen** Dreiecken, wenn **alle** Innenwinkel kleiner 90° sind,
- **rechtwinkligen** Dreiecken, wenn **ein** Innenwinkel genau 90° ist,
- **stumpfwinkligen** Dreiecken, wenn **ein** Innenwinkel größer als 90° ist.
- **gleichschenkligen** Dreiecken, wenn zwei Seiten gleich lang sind und
- **gleichseitigen** Dreiecken, wenn alle Seiten gleich lang sind.



spitzwinkliges und gleichseitiges

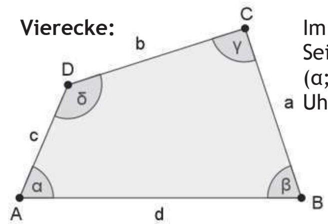


stumpfwinkliges und gleichschenkliges



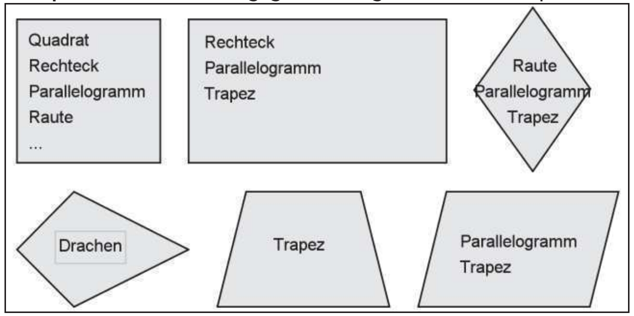
rechtwinkliges Dreieck

Vierecke:



Im Viereck werden Ecken (A;B;C;D), Seiten (a; b; c; d) und Winkel (α;β;γ;δ) reihum gegen den Uhrzeigersinn beschriftet.

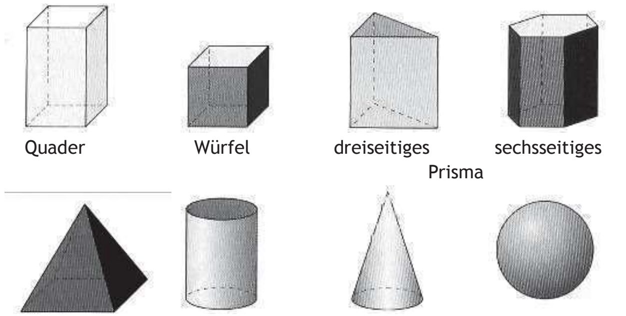
Bei Vierecken unterscheidet man
- **Quadrat**: es hat vier rechte Winkel und gleich lange Seiten.
- **Rechteck**: es hat vier rechte Winkel, die gegenüberliegenden Seiten sind gleich lang.
- **Parallelogramm**: die gegenüberliegenden Seiten sind parallel und gleich lang.
- **Raute**: alle Seiten sind gleich lang.
- **Drachen**: zwei Paare benachbarter Seiten sind gleich lang.
- **Trapez**: mind. ein Paar gegenüberliegender Seiten ist parallel.



Vergleicht man die unterschiedlichen Vierecksformen miteinander, so kann man etwa feststellen:
„Ein Quadrat ist immer ein Rechteck, weil im Quadrat alle Winkel rechte sind.“
ABER: *„Ein Rechteck ist nicht immer ein Quadrat!“*

„Ein Rechteck ist immer ein Parallelogramm, weil im Rechteck die gegenüberliegenden Seiten parallel sind.“
ABER: *„Ein Parallelogramm ist nicht immer ein Rechteck!“*

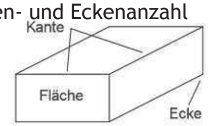
Objekte im Raum:



Quader · Würfel · dreiseitiges Prisma · sechsseitiges Prisma

Pyramide · Zylinder · Kegel · Kugel

Körper können durch ihre Flächen-, Kanten- und Eckenanzahl beschrieben werden.



Bsp: Ein Quader hat 8 Ecken und besteht aus 6 rechteckigen Flächen. Er hat 12 Kanten, von denen die parallelen Kanten gleich lang sind.

Lösungen 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① falsche Schlussfolgerung: jedes Quadrat ist also eine Raute.

②
a) eine Pyramide mit quadratischer Grundfläche.
b) ein Kegel
c) ein Würfel
d) ein Prisma mit sechseckiger Grundfläche

③
a) „Eine Raute ist immer ein Parallelogramm, weil die gegenüberliegenden Seiten der Raute parallel sind“. ABER. „Ein Parallelogramm ist nicht immer eine Raute.“
b) „Eine Raute ist immer ein Drachen, da in der Raute alle Seiten gleich lang sind und somit auch zwei Paar benachbarter Seiten.“
c) „Ein Rechteck ist immer ein Trapez, da im Rechteck mind. ein Paar (sogar beide Paare) gegenüberliegender Seiten parallel ist.“

④
a) Kreisförmig   b) sechseckig

Testaufgaben zum Abschluss

❶ Entscheide, ob der Satz richtig ist.
a) Es gibt Quadrate, die keine Parallelogramme sind.
b) Jedes Parallelogramm ist auch ein Rechteck.

❷
Übertrage die Figuren auf dein Blatt und ergänze sie zu Parallelogrammen. Welche besonderen Vierecke ergeben sich?

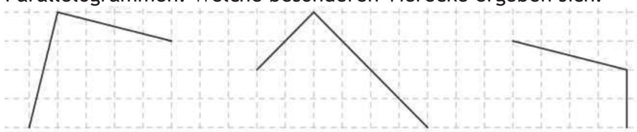


Fig. 1   Fig. 2   Fig. 3

❸
Gib jeweils zwei Gemeinsamkeiten und zwei Unterschiede zwischen Parallelogramm und Quadrat an.

❹
Ordne den Dreiecken auf Seite 3/② alle passenden Bezeichnungen zu:
„spitz-, stumpf-, rechtwinklig, gleichseitig, gleichschenklig“

❺
Ordne den Beispielen aus dem Alltag die geometrischen Bezeichnungen zu.
a) Globus   b) Postkarte   c) STOP-Schild
d) Schuhschachtel   e) Verkehrshütchen
f) Ziffernblatt einer Uhr   g) Gurkenglas
h) Tobleroneschachtel   i) Schachbrett

Aufgaben 2
(Modellieren, Reflektieren, Vernetzen)

① Tim behauptet: „Ein Quadrat hat alle Eigenschaften einer Raute, also ist jede Raute ein Quadrat.“
Was meinst du dazu?

② Welcher Körper versteckt sich hinter der Beschreibung?
a) Er hat 5 Flächen, wovon eine quadratisch ist und 5 Ecken.
b) Er hat nur eine Kante und eine Ecke und ist dennoch ein Körper.
c) Er hat 6 Flächen, 8 Ecken und 12 Kanten mit gleicher Länge.
d) Er hat 8 Flächen, davon sechs Rechtecke, 12 Ecken und 18 Kanten zwei verschiedenen Längen.

③ Bilde entsprechend der Beispiele auf Seite 2 Sätze, die die Beziehung der folgenden Objektpaare verdeutlichen:

a) Raute – Parallelogramm
b) Raute – Drachen
c) Rechteck – Trapez

④ a) Welche Form hat die Schnittfläche, wenn man eine Kugel senkrecht durchschneidet?
b) Welche Form hat die Schnittfläche, wenn man ein Prisma mit sechseckiger Fläche schräg durchschneidet?

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Lies die Koordinaten des Punktes R aus dem Koordinatensystem auf Seite 2 ab.

② Zeichne ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm und trage die folgenden Punkte darin ein:

Z(3|5), *E*(0|3), *H*(-2|1), *I*(-1|0), *U*(-4|-2), *R*(3|0), *S*(2|-1), *F*(0|-2) und *T*(5|0).

Zeichne nun das Neuneck *ZEHIUFSRT*.

Zeichne eine Parallele zu $\overline{EZ}$ durch den Punkt *I*.

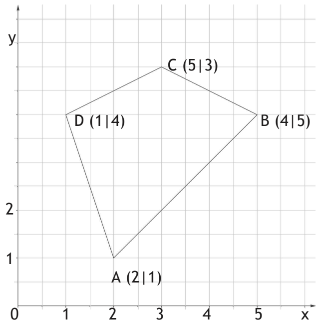
Zeichne je eine Orthogonale zu $\overline{EZ}$ durch die Punkte *R* und *T*.

Zeichne einen Kreis mit Mittelpunkt *F* und Radius 1,5cm.

Zeichne einen Kreis mit Mittelpunkt *F*, dessen Kreislinie durch den Punkt *I* verläuft.

③ Zeichne zwei zueinander parallele Geraden im Abstand 2,5cm. Zeichne nun eine Gerade, die zu den beiden Parallelen orthogonal ist.

④ Welcher Fehler wurde bei dieser Zeichnung gemacht? Erkläre und zeichne das richtige Viereck in ein neues Koordinatensystem.



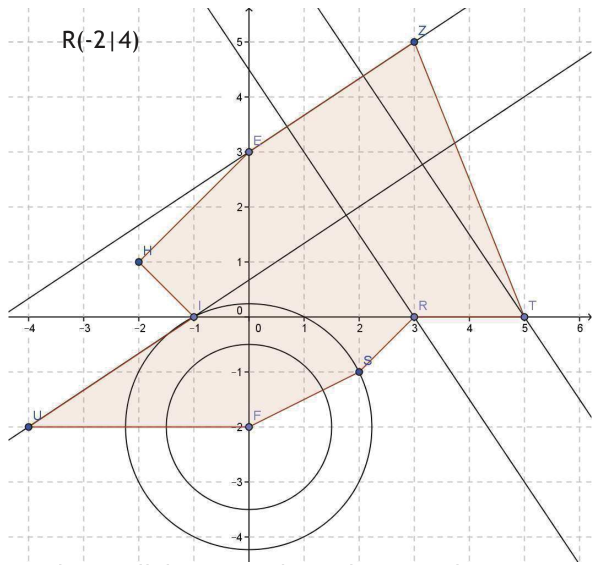
⑤ Gib an, in welchem Quadranten die folgenden Punkte liegen:
A(-3|2,2), B(1|-45), C(2|3), D(-3|0,5), E(-17|-0,8)

⑥ Zeichne auf weißes Papier (ohne Karos)
a) ein Quadrat mit 3 cm Seitenlänge
b) ein Rechteck mit 2 cm und 4 cm Seitenlänge
c) ein Parallelogramm, das *kein* Rechteck ist und 2 cm und 4 cm lange Seiten hat.
d) zwei verschiedene Rauten mit 5 cm Seitenlänge

Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① R(-2|4)

②



③ Um die Parallelen zu zeichnen, beginnst du mit einer Geraden und zeichnest die zweite mithilfe der Hilfslinien auf dem Geodreieck (25mm zur Kante). Die Orthogonale zeichnest du mithilfe der Mittellinie auf dem Geodreieck. Ist sie zu einer der Parallelen orthogonal, so gilt dies in jedem Fall auch für die zweite.

④ Bei B und C wurden jeweils die Koordinaten vertauscht!

⑤

im 1. Quadrant: C	im 2. Quadrant: A, D
im 3. Quadrant: E	im 4. Quadrant: B

⑥ a) Beginne mit zwei orthogonalen Seiten, die je 3 cm lang sind. Du kannst dann zwei weitere Orthogonalen zeichnen oder auch zwei Parallelen im Abstand 3 cm.
b) Beginne mit zwei orthogonalen Seiten, die 2 cm und 4 cm lang sind. Du kannst dann zwei weitere Orthogonalen zeichnen oder auch zwei Parallelen im Abstand von 2 cm bzw. 4 cm.
c) Beginne mit zwei *nicht* orthogonalen Seiten, die 2 cm und 4 cm lang sind. Du kannst dann zwei Parallelen im Abstand von 2 cm bzw. 4 cm zeichnen.
d) Zeichne zuerst zwei aneinanderliegende Seiten mit 5 cm Länge und unterschiedlichem eingeschlossenem Winkel. Die fehlenden Seiten erhältst du, indem du durch einen Endpunkt jeweils die Parallele zur gegenüberliegenden Seite zeichnest.

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

Umklappen
Üben
Verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

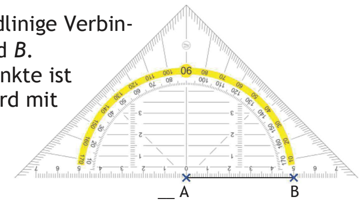
Flyer 18

Kompetenz: RAUM UND FORM 3
Ich kann ebene Figuren und zueinander parallele und orthogonale Geraden zeichnen.

Erklärungen und Beispiele

Eine **Strecke** $\overline{AB}$ ist die geradlinige Verbindung der beiden Punkte *A* und *B*.
Die Entfernung der beiden Punkte ist die **Länge** der Strecke und wird mit $|\overline{AB}|$ bezeichnet.

Man kann eine Strecke mit einer bestimmten Länge entlang der langen Kante eines Geodreiecks sehr einfach zeichnen:



Die Strecke $\overline{AB}$ kann man mit einem Geodreieck messen. Sie ist 5 cm lang: $|\overline{AB}|$ = 5 cm.

Eine gerade Linie, die keinen Anfangs- und Endpunkt hat, nennt man **Gerade**. Durch zwei verschiedene Punkte *P* und *Q* gibt es genau eine Gerade. Man benennt sie entweder anhand dieser Punkte (also: *PQ*) oder mit einem Kleinbuchstaben (z.B. *g* oder *h*...).
Beim Zeichnen einer Gerade kann man natürlich immer nur ein Stück dieser Gerade zeichnen; dieses muss man sich dann in beide Richtungen unendlich verlängerbar vorstellen.

Die Gerade g verläuft durch die Punkte P und Q

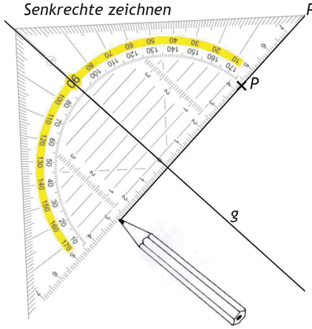
Um ebene (oder: zweidimensionale) Figuren zu zeichnen, kannst du zum Beispiel Punkte auf ein Blatt zeichnen und diese durch Strecken verbinden. Wenn du beispielsweise bei sieben Punkten immer einen mit den beiden danebenliegenden Punkten verbindest, so entsteht ein Siebeneck.

Um einen Kreis zu zeichnen, stellst du zuerst mithilfe des Geodreicks oder eines Lineals den Zirkel auf die gegebene Länge des Radius ein. Dann stichst du die Zirkelspitze in den Mittelpunkt ein und drehst den Zirkel so, dass die Bleistiftspitze des Zirkels eine Kreislinie zeichnet.

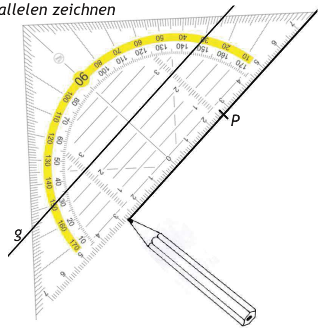
Für viele Figuren ist es wichtig, dass nebeneinanderliegende Seiten orthogonal zueinander sind (z.B. beim Rechteck) oder gegenüberliegende Seiten parallel sind (Parallelogramm).

Zwei Geraden stehen **senkrecht** (oder „orthogonal“) aufeinander, wenn sie einen rechten Winkel einschließen. Man schreibt $g \perp h$.
Zwei Geraden heißen **parallel**, wenn sie sich – auch in jeder gedachten Verlängerung – nicht schneiden. Man schreibt $g \parallel h$.
Hier siehst du, wie du Senkrechten (oder „Orthogonalen“) und Parallelen zeichnen kannst:

Senkrechte zeichnen

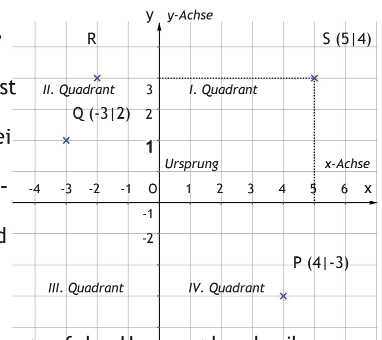


Parallelen zeichnen



Die Hilfslinien auf dem Geodreieck helfen dir, Parallelen in einem bestimmten Abstand zueinander zu zeichnen.

Um Figuren zu zeichnen, ist es oft auch sinnvoll die Lage der Eckpunkte genau benennen zu können. Dazu ist ein **Koordinatensystem** hilfreich. Es besteht aus zwei zueinander senkrechten Geraden (den „**Koordinatenachsen**“), die sich im „**Ursprung**“ O schneiden und beide mit derselben Skala versehen sind:



Alle Punkte lassen sich nun genau durch ihre Lage im Bezug auf den Ursprung beschreiben: Muss ich für einen Punkt S entlang der **x-Achse** (oder „Rechtsachse“) um 5 nach rechts und entlang der **y-Achse** (oder „Hochachse“) um 4 nach oben gehen, so habe ich den Punkt eindeutig beschrieben und kann ihn durch die **Koordinaten** 5 und 4 angeben: S(5|4).
Merke: Es wird immer zuerst die x-Koordinate und danach die y-Koordinate angegeben!
Liegt der Punkt links vom Ursprung, so ist die x-Koordinate *negativ*, ist er unterhalb vom Ursprung, so ist die y-Koordinate *negativ*. Schaue Dir dazu die Punkte P und Q in der Abbildung an!

Durch das Koordinatensystem wird die ganze Zeichenfläche in vier Felder eingeteilt,die man auch „**Quadranten**“ nennt. Der erste Quadrant liegt rechts oben. Punkte darin haben positive x- und y-Koordinaten. Es folgen im mathematischen Drehsinn (also *entgegen* dem Uhrzeigersinn) der zweite Quadrant links oben, der dritte links unten und der vierte rechts unten.

Lösungen 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① a) *g* und *k* sind senkrecht zueinander, *g* und *h* parallel, *j* und *h* wieder senkrecht.
b) *j* und *k* sind parallel zueinander: $j \parallel k$

② a) *D* (2|5) b) *P* (6|1) c) 3,15 cm (du musst dazu eine Senkrechte zur Gerade *SR* zeichnen, die durch B geht!...)

③ *T* (10|-1)

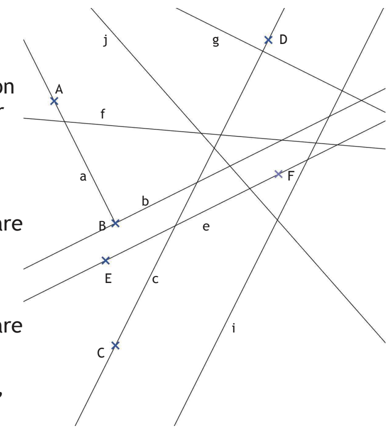
④ richtig: a) c) e) f) g) falsch: b) d) g)

⑤ Die kurzen Strecken einer Reihe sind jeweils parallel zueinander und orthogonal zu denen der nächsten Reihe. Die langen Strecken sind parallel zu einander.

⑥ Wenn nie der Sonderfall auftritt, dass drei Punkte auf einer Geraden liegen, sind es a) 6, b) 10 und c) 15 mögliche Geraden. Mit jedem zusätzlichen Punkt kommen so viele Geraden dazu, wie man zuvor schon Punkten hatte, da man den „neuen“ nun mit den bereits vorhandenen Punkten verbinden kann.

Testaufgaben zum Abschluss

❶ Zeichne ein Koordinatensystem und trage darin die folgenden Punkte ein: *A* (-2|-1), *B* (3|4), *C* (-2|4), *D* (0|3) und *E* (1|0). Zeichne nun Folgendes ein:
a) die Strecke $\overline{CD}$
b) die Gerade *g* durch *A* und *B*
c) einen Punkt *F* so, dass die Gerade *j* durch *C* und *F* senkrecht zu *g* verläuft
d) eine Gerade *k* durch *E*, die parallel zu *g* verläuft. (Welchen Abstand haben *g* und *k* ungefähr?)
e) eine Gerade *m*, die zur Geraden *g* einen Abstand von 4 cm hat. (Wie viele solcher Geraden gibt es?)



❷ a) Welche Geraden bzw. Strecken sind parallel zueinander? Notiere die Paare mit dem ∥ – Zeichen.
b) Welche Geraden bzw. Strecken sind senkrecht zueinander? Notiere die Paare mit dem ⊥ – Zeichen.

❸ Zeichne ein Dreieck *ABC*, das bei *C* einen rechten Winkel hat und dessen Seiten $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ jeweils 5 cm lang sind. Markiere den Mittelpunkt der Strecke $\overline{AC}$ und benenne ihn mit *P*.
a) Zeichne Parallelen zu $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$ durch den Punkt *P*. Benenne die Schnittpunkte mit $\overline{AB}$ *bzw.* $\overline{BC}$ mit *Q* bzw. *R*.
b) Zeichne die Strecke $\overline{QR}$.
c) Überprüfe wie $\overline{AC}$ zu $\overline{QR}$ liegt und wo die Punkte *Q* und *R* sich jeweils auf den Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$ befinden.

Aufgaben 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

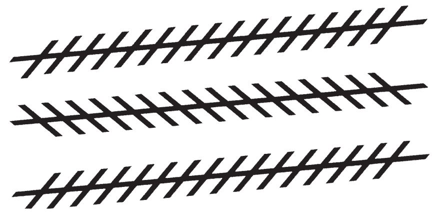
① Es gilt: $g \perp k$, $g \parallel h$ und $j \perp h$.
a) Beschreibe in Worten, wie die Geraden zueinander liegen und zeichne sie.
b) Beschreibe in Worten und mit dem passenden Symbol, wie die Geraden k und j zueinander liegen.

② Trage in ein Koordinatensystem die Punkte *A* (1|3), *B* (5|1), *C* (6|3), *Q* (10|2), *R* (8|5) und *S* (4|4) ein.
a) Ergänze einen Punkt *D* so, dass *ABCD* ein Rechteck ist. Zeichne es grün ein und gib die Koordinaten von *D* an.
b) Ergänze einen Punkt *P* so, dass *PQRS* ein Parallelogramm ist. Zeichne es rot ein und gib die Koordinaten von *P* an.
c) Ermittle den Abstand des Punktes B von der Geraden durch S und R.

③ Von einer Strecke kennst du den Endpunkt *S* (2|5) und den Mittelpunkt *M* (6|2). Gib (am besten ohne zu zeichnen!) die Koordinaten des anderen Endpunktes *T* der Strecke an!

④ Entscheide jeweils, ob die Aussage richtig oder falsch ist:
a) Wenn man ein Blatt Papier zweimal faltet, können zwei Geraden entstehen, die senkrecht zueinander sind.
b) Der Punkt *P* (0|3) liegt auf der x-Achse.
c) Die Punkte *Q* (-4|2) und *R* (4|-2) sind gleich weit vom Ursprung des Koordinatensystems entfernt.
d) Die Reihenfolge der Koordinaten spielt beim Einzeichnen in ein Koordinatensystem keine Rolle.
e) Wenn man bei einem Quadrat die vier Seitenmittelpunkte so verbindet, dass jeweils zwei nebeneinanderliegende verbunden sind, so erhält man zwei zueinander parallele Strecken.
f) Eine Gerade besitzt keine Länge.
g) Bei einem Rechteck sind die Diagonalen orthogonal zueinander.
h) Die Gerade *g* durch *A* (2|5) und *B* (7|5) ist orthogonal zur Geraden *h* durch *C* (4|3) und *D* (4|-1).

⑤ a) Entscheide ohne Messen, welche Linien parallel und welche senkrecht zueinander verlaufen.

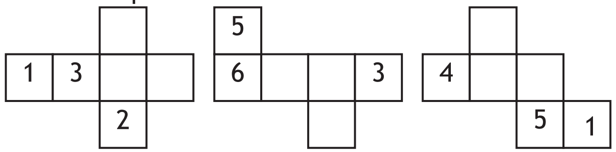


b) Überprüfe dies nun mit dem Geodreieck.
c) Zeichne auf ein weißes Blatt Papier selbst eine solche optische Täuschung.

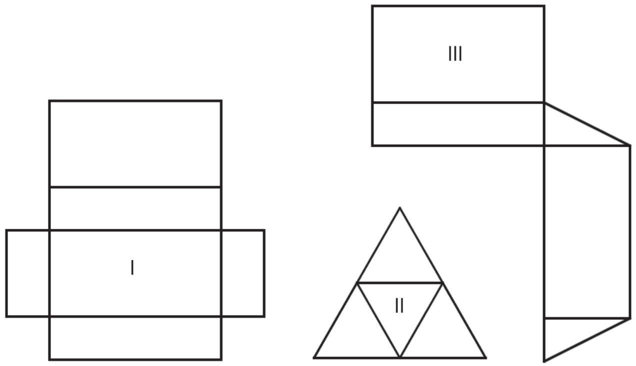
⑥ Durch zwei Punkte kann immer genau eine Gerade gezeichnet werden. Durch drei Punkte kann man also insgesamt 3 verschiedene Geraden zeichnen (sofern sie nicht auf einer Geraden liegen). Zeichne nun auf ein weißes Blatt Papier a) 4 Punkte, b) 5 Punkte und c) 6 Punkte. Überlege anschließend immer, wieviele Geraden man durch diese Punkte zeichnen kann. Zeichne diese Geraden und versuche eine Regelmäßigkeit zu erkennen!

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Die Augen auf einem Würfel sind so aufgeteilt, dass die gegenüberliegenden Augenzahlen zusammen die Summe 7 ergeben. Vervollständige die Netze entsprechend.

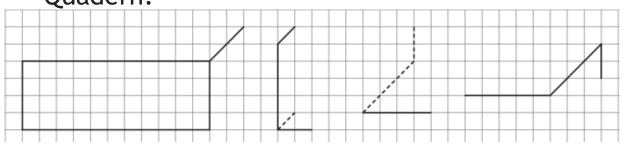


②
a) Zu welchen Körpern gehören die Netze?



b) Zeichne je ein anders aufgebautes Netz der Körper, die in a) dargestellt sind.

③ Übertrage die Zeichnungen in dein Heft und ergänze die unvollständigen Schrägbilder zu Quadern.



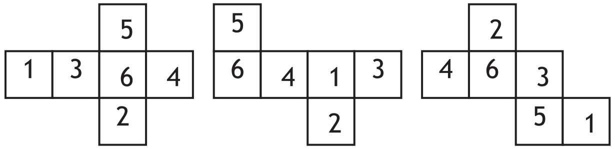
a) b) c) d)

④ Ein Quader hat die Maße a= 6 cm, b = 4 cm und h = 3 cm.

Zeichne ein Schrägbild des Körpers auf Karopapier und auf weißem Papier.

Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

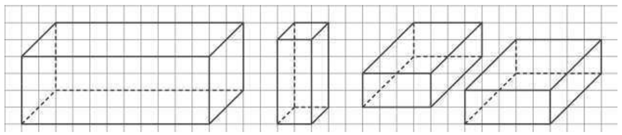
①



②
a) I: Quader;
II: Pyramide mit dreiseitiger Grundfläche
III: Prisma

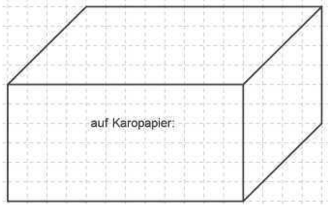
b) individuell

③

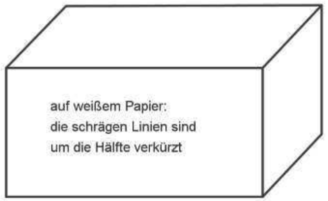


a) b) c) d)

④



bei den schrägen Linien entspricht 1 Kästchendiagonale 1 cm



bei den schrägen Linien entspricht 1 cm in echt 0,5 cm in der Zeichnung

Weitere Informationen

www.hs-vossbarg.de/Inhalte/Faecher/Mathe/Helferlein/Schraegbilder%20erstellen/Schraegbilder%20erstellen.htm

Umklappen
Üben
Verstehen

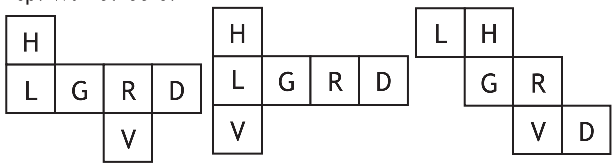
dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 19

Kompetenz: GEOMETRIE 4 und 5
Ich kann Körpernetze erkennen und entwerfen sowie Modelle von Körpern erstellen. Ich kann Schrägbilder von Körpern anfertigen.

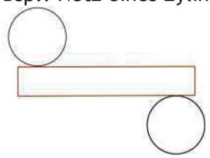
Netz eines Körpers:
Manche Körper kann man entlang der Kanten aufschneiden und die Flächen ausklappen. So entsteht ein ebenes **Netz** des Körpers.

Schneidet man den Körper unterschiedlich auf, so können auch unterschiedliche Netze entstehen. Beim Zusammenklappen entsteht daraus aber wieder ein und derselbe Körper.
Bsp. Würfelnetze:

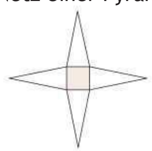


Die Form der Seitenflächen des Körpers finden sich auch im Netz wieder.

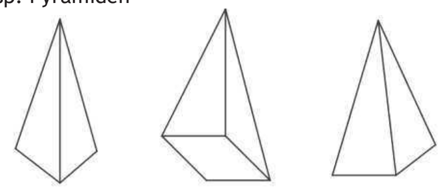
Bsp.: Netz eines Zylinders



Netz einer Pyramide



Schrägbild eines Körpers:
Um sich einen Körper besser vorstellen zu können, erstellt man oftmals ein Schrägbild. Je nach Blickrichtung sind die Schrägbilder unterschiedlich und man sieht andere Flächen.
Bsp: Pyramiden

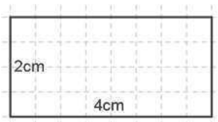


von vorne oben | von rechts unten | von rechts oben
Normalerweise zeichnet man Schrägbilder aus der Perspektive „rechts oben". Damit die Zeichnung aus dieser Perspektive real aussieht, zeichnet man **alle nach hinten verlaufenden Linien schräg und verkürzt**.

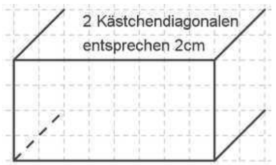
Die **Linien der Frontflächen** zeichnet man in **wahrer Größe und** in wahrem **Verlauf**.
Nicht sichtbare Kanten können gestrichelt eingezeichnet werden.

Für alle Linien gilt: Parallele Kanten des Körpers verlaufen auch im Schrägbild parallel zueinander.

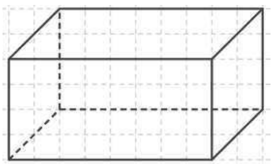
Bsp.: Schrägbild eines Quaders auf Karopapier
a = 4 cm, b = 2 cm, c = 2 cm



1.Man zeichnet die Vorderfläche in wahrer Größe



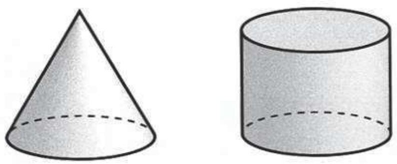
2. Man zeichnet die nach hinten verlaufenden Kanten schräg entlang der Kästchendiagonalen und verkürzt. **Für 1 cm Seitenlänge verwendet man eine Kästchendiagonale.** Die nicht sichtbare Kante wird gestrichelt eingezeichnet.



3. Man verbindet die übrigen Endpunkte entsprechend. Nicht sichtbare Linien werden gestrichelt.

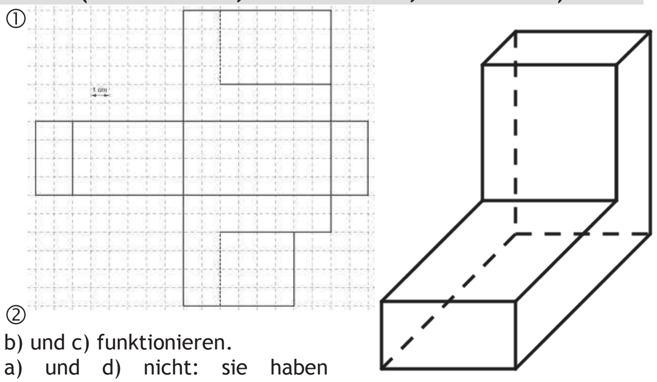
Hinweis: Zeichnet man auf weißem Papier, so werden die nach hinten verlaufenden Linien in einem Winkel von 45° gezeichnet und die Längen dieser Strecken halbiert.

Bsp Kegel und Zylinder:
Zeichnet man Schrägbilder von Körpern, bei denen Kreise schräg nach hinten verlaufen, werden daraus im Schrägbild Ellipsen.



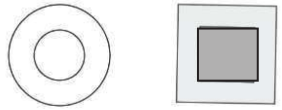
Lösungen 2
(Modellieren, Reflektieren, Vernetzen)

①

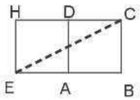


②
b) und c) funktionieren.
a) und d) nicht: sie haben zweimal eine rechte Seitenfläche, aber keine linke. Außerdem sitzt bei d) der Deckel an der falschen Stelle.

③ etwa



④
rechts: Auszug aus dem Netz:
Die Länge der kürzesten Strecke beträgt etwa 22,4 cm.
Die Länge der Strecke C-B-A-E beträgt 30 cm.



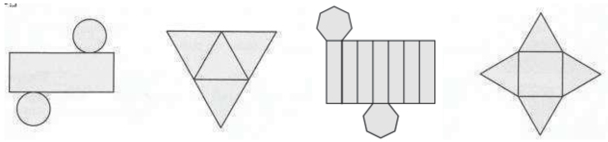
Testaufgaben zum Abschluss:

❶
a) Zeichne das Schrägbild eines Quaders mit a = 10 cm, b = 5 cm und c = 2 cm.
b) Drehe nun den Körper gedanklich so, dass die linke Seitenfläche vorne liegt und zeichne ein Schrägbild des Quaders von dieser Lage.

❷
Zeichne zwei unterschiedliche Netze des Quaders aus Aufgabe 1.

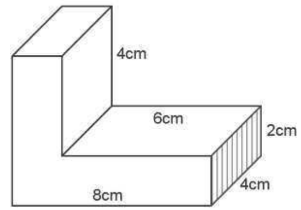
❸
Die Quader auf S. 4/Lösung 3 sind auf Karopapier gezeichnet. Gib die tatsächlichen Maße der Quader an.

❹
Zu welchen geometrischen Grundkörpern gehören die Netze?

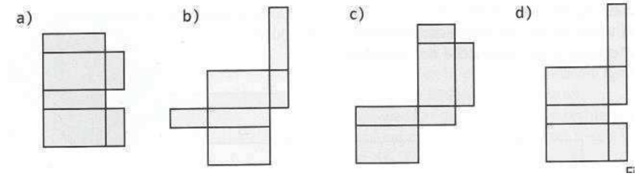


Aufgaben 2
(Modellieren, Reflektieren, Vernetzen)

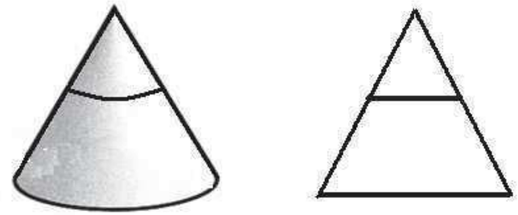
①
a) Zeichne ein Netz des Körpers.
b) Zeichne ein Schrägbild des Körpers, so dass die markierte Fläche die Frontfläche darstellt.



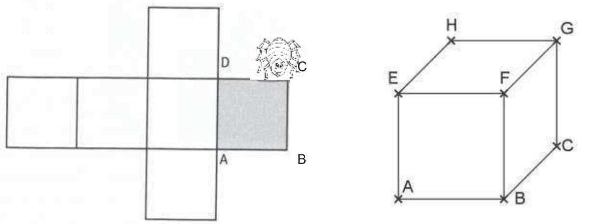
② Aus welchen Netzen lassen sich Quader basteln? Bei welchen ist das nicht möglich? Begründe.



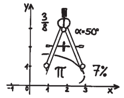
③ Abgebildet sind hier ein Kegel und eine Pyramide mit quadratischer Grundfläche, wie man sie frontal von vorne sieht. Beide Körper werden entlang der Linie durchgeschnitten. Zeichne, wie die Körper jetzt direkt von oben aussehen.



④ Eine Spinne sitzt auf der Ecke C eines Würfels mit der Kantenlänge 10 cm und möchte auf dem kürzesten Weg zur gegenüberliegenden Ecke E kommen.
Wie lang ist der kürzeste Weg?
Wie lang ist der Weg, wenn sie von C über B und A nach E läuft?



umklappen
üben
verstehen

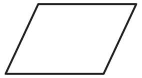


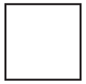
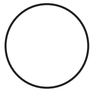
dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 20

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

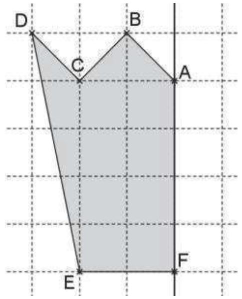
① Entscheide, ob die Figuren achsensymmetrisch, punktsymmetrisch, beides oder nichts davon sind. Zeichne ggf. alle Symmetrieachsen ein.

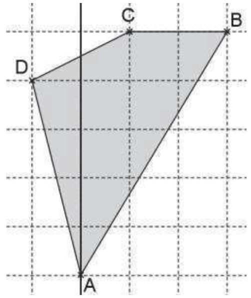
a)  b)  c) 

d)  e)  f) 

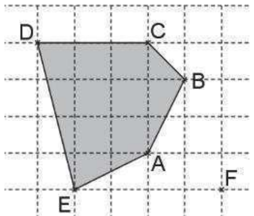
② Entscheide, welche Buchstaben des Alphabets achsen- bzw. punktsymmetrisch, beides oder nichts davon sind.

③ Übertrage die Zeichnungen in dein Heft und spiegle sie an der eingezeichneten Geraden.

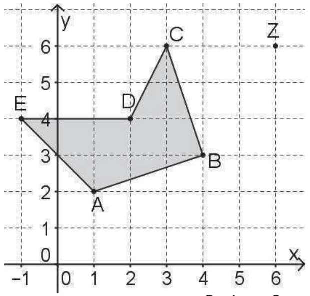
a) 

b) 

④ Übertrage die Zeichnung in dein Heft und spiegle die Figur am Punkt F (an C).

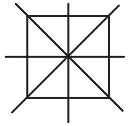


⑤ a) Lies die Koordinaten der Punkte A, B, C, D, E und Z ab und zeichne die Figur.
b) Spiegle das Fünfeck ABCDE an Z. Gib die Koordinaten der Eckpunkte der gespiegelten Figur an.

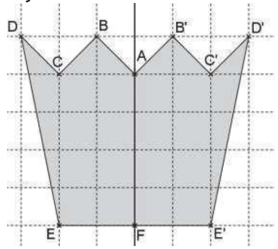


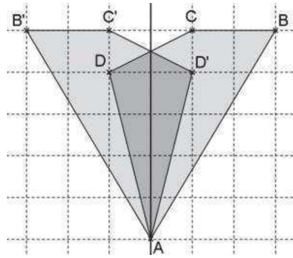
Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

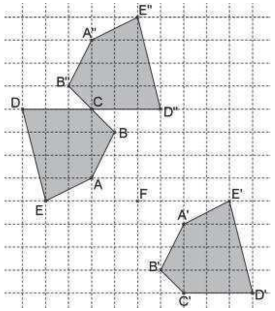
① a) weder punkt- noch achsensymmetrisch
b) achsen- und punktsymmetrisch
c) punktsymmetrisch; Symmetriezentrum ist der Schnittpunkt der Diagonalen.
d) achsensymmetrisch mit 5 Symmetrieachsen
e) achsen- u. punktsymmetrisch; Symmetriezentrum der Punktspiegelung: Schnittpunkt der Diagonalen.
f) achsen- u. punktsymmetrisch mit unendlich vielen Symmetrieachsen; Symmetriezentrum der Punktspiegelung: Mittelpunkt.

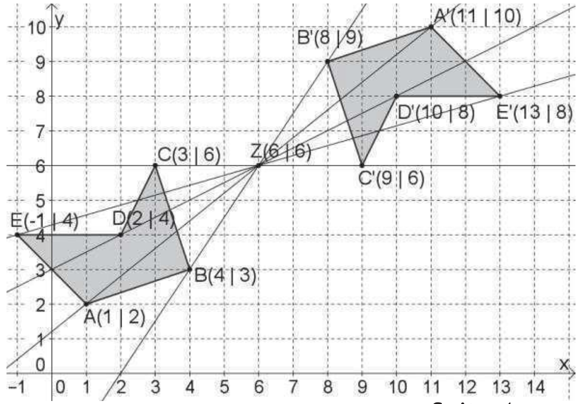


② achsensymmetrisch: A B C D E H I K M O T U V W X Y
punktsymmetrisch: H I N O S X Z

③ a) 

b) 

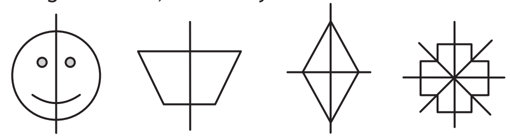
④ 

⑤ 

Kompetenz: RAUM UND FORM 6
Ich kann symmetrische Figuren erkennen, Symmetrien beschreiben und symmetrische Figuren erzeugen.

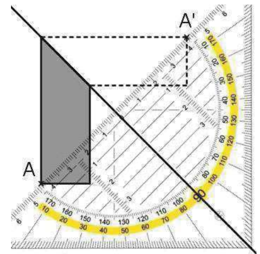
Erklärungen und Beispiele

Achsensymmetrie:
Eine Figur heißt **achsensymmetrisch**, wenn sie durch eine Achse in zwei spiegelbildliche Teile zerlegt werden kann.
Die Achse heißt **Spiegelachse** oder **Symmetrieachse**.
Es gibt auch Figuren, die mehrere Symmetrieachsen besitzen.
Bsp.: Figuren mit 1, 2 und 4 Symmetrieachsen:

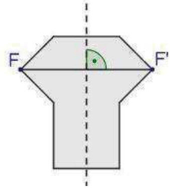


Achsenspiegelung:
Spiegelt man eine Figur an einer Geraden, so entsteht eine achsensymmetrische Figur.
Den Spiegelpunkt eines Punktes bezeichnet man auch als **Bildpunkt.**
So spiegelst du eine Figur an einer Geraden:

1. Lege die Mittellinie des Geodreiecks auf die Spiegelachse, sodass die Zentimeterskala durch einen Punkt A der Figur geht.
2. Zeichne auf der anderen Seite im gleichen Abstand einen Bildpunkt A'.
3. Bestimme entsprechend auch für alle anderen Punkte der Figur die Bildpunkte.
4. Verbinde dann die Bildpunkte in der gleichen Reihenfolge, wie sie in der Originalfigur verbunden sind.



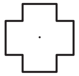
Eigenschaften der Achsensymmetrie:
- Symmetrische Strecken sind gleich lang.
- Symmetrische Winkel sind gleich groß.
- Die Verbindungsstrecke steht senkrecht auf der Symmetrieachse.



Punktsymmetrie:
Eine Figur heißt **punktsymmetrisch**, wenn es einen Punkt gibt, um den die Figur so um 180° gedreht werden kann, dass sie mit der Ausgangsfigur zur Deckung kommt.
Der Punkt Z, um den die Figur gedreht wird, heißt **Symmetriezentrum.**
Die Verbindungsstrecken von Punkt und Bildpunkt schneiden sich alle im Symmetriezentrum.

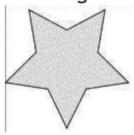
Bsp.: Figur 1 ist punktsymmetrisch, Figur 2 ist nicht punktsymmetrisch:

Figur 1:



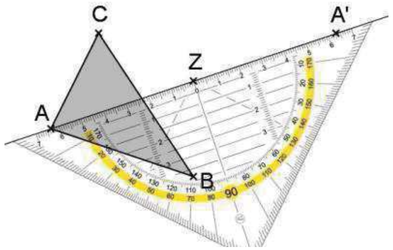
Figur 2:

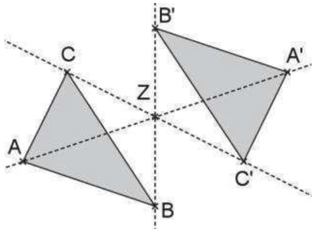
Um 180° gedreht:



Punktspiegelung:
Spiegelt man eine Figur an einem Punkt, so entsteht eine punktsymmetrische Figur.
So spiegelst du eine Figur an einem Punkt:

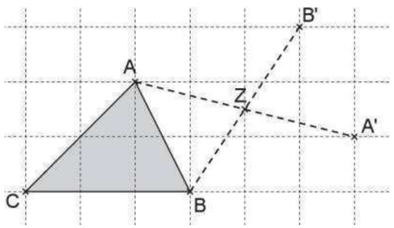
1. Zeichne eine Gerade durch einen Punkt A der Figur und das Symmetriezentrum Z.
2. Zeichne auf der anderen Seite von Z im gleichen Abstand, den A von Z hat, einen Bildpunkt A‘. Bestimme entsprechend auch für alle anderen Punkte der Figur die Bildpunkte.
3. Verbinde dann die Bildpunkte in der gleichen Reihenfolge, wie sie in der Originalfigur verbunden sind.





Eigenschaften der Punktsymmetrie:
- Spiegelpunkte sind vom Symmetriezentrum gleich weit entfernt.
- Symmetrische Winkel sind gleich groß.
- Symmetrische Strecken sind gleich lang.
- Symmetrische Strecken sind parallel.
- Alle Verbindungsstrecken schneiden sich im Symmetriezentrum.

So findest du bei einer Punkspiegelung das Symmetriezentrum:
Fall 1: Du kennst mind. 2 Bildpunkte der Punktspiegelung. Dann verbindest du jeweils die Punkte und die Bildpunkte. Der Schnittpunkt dieser beiden Strecken ist das Symmetriezentrum.



Fall 2: Du kennst nur einen Bildpunkt P‘. Dann verbindest du den Bildpunkt mit dem ursprünglichen Punkt P. Die Mitte der Strecke PP‘ ist das Symmetriezentrum.

Lösungen 2
(Modellieren, Reflektieren, Vernetzen)

① a) Quadrat, Raute, Drache
b) Quadrat, Rechteck, Raute, Parallelogramm

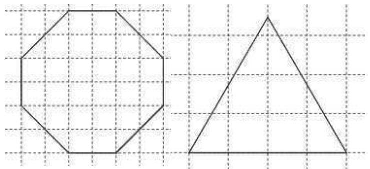
② a) P‘(4|7)
b) P‘‘(4|-7)
c) Z(0|0)

③ a) ~~OHO~~, das Symmetriezentrum entspricht dem Schnittpunkt der Geraden.
b) Lösung individuell, aber z.B.:
~~HEXE~~ ~~EICHE~~ ~~BOCK~~ DECKE HEIDE …
Senkrecht: OTTO, AUA, WUT…

④ Lösung individuell.

Testaufgaben zum Abschluss:

❶ Zeichne die Figuren maßstabsgetreu ab. Gib jeweils an, ob sie achsen- oder punktsymmetrisch oder beides sind. Markiere dann farbig ggf. alle Symmetrie-achsen und / oder das Symmetriezentrum.



❷ Übertrage die Zeichnungen in dein Heft und spiegle sie an der eingezeichneten Geraden (Fig. 1) bzw. am Punkt C (Fig.2).

Fig. 1

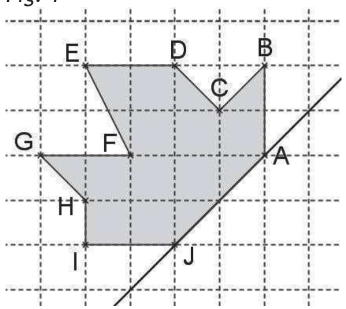
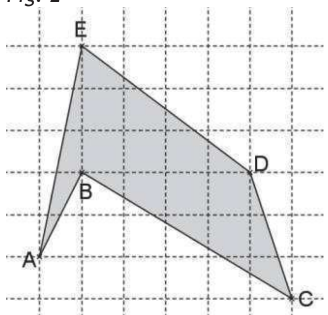
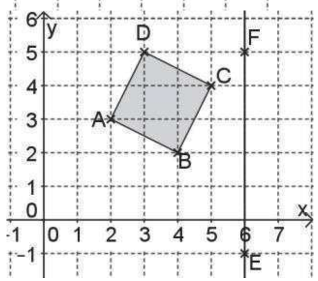


Fig. 2



❸ a) Lies die Koordinaten der Punkte A, B, C, D, E und F ab und zeichne die Figur in dein Heft.
b) Spiegle das Quadrat ABCD an der Geraden durch E und F. Gib die Koordinaten der Eckpunkt des gespiegelten Quadrats an.
c) Der Punkt P(0|-32) soll ebenfalls an der Geraden gespiegelt werden. Welche Koordinaten hat P‘?



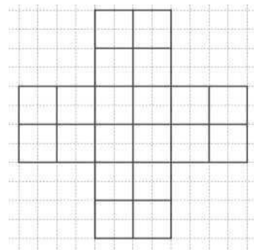
Aufgaben 2
(Modellieren, Reflektieren, Vernetzen)

① **Symmetrie von Vierecken:**
a) Bei welchen besonderen Vierecken ist (mind.) eine Diagonale immer eine Spiegelachse?
b) Bei welchen besonderen Vierecken ist der Schnittpunkt der Diagonalen immer das Symmetriezentrum einer Punktspiegelung?

② a) Der Punkt P(-4|7) wird an der y-Achse gespiegelt. Nenne die Koordinaten von P'.
b) P‘ wird nun an der x-Achse gespiegelt. Nenne die Koordinaten von P‘‘.
c) Statt zwei Achsenspiegelungen durchzuführen, hätte man auch eine Punktspiegelung durchführen können, um P‘‘ zu erhalten. Nenne die Koordinaten des Symmetriezentrums Z, das man dafür hätte wählen müssen.

③ Achsen- und Punktsymmetrie gibt es nicht nur bei einzelnen Buchstaben, sondern manchmal auch bei ganzen Wörtern.
a) Zeichne bei folgendem Wort alle Symmetrieachsen und das Symmetriezentrum ein: **OHO**
b) Finde weitere Wörter, die achsensymmetrisch sind. Manchmal musst du dazu auch die Buchstaben untereinander schreiben.
Bsp.:

④ Zeichne die Figur viermal in dein Heft. Färbe die einzelnen Karos so, dass die gefärbte Figur
a) achsen-, aber nicht punkt-symmetrisch ist.
b) punkt-, aber nicht achsen-symmetrisch ist.
c) punkt- und achsensymmetrisch ist.
d) weder achsen- noch punkt-symmetrisch ist.



Weitere Informationen

Ausführliche Erklärungen zum Vorgehen bei Spiegelungen:
www.mathematik-wissen.de/achsenspiegelung.htm
www.mathematik-wissen.de/punktspiegelung.htm

Übungen zur Achsen- und Punktspiegelung(mit Lösungen):
www.matheaufgaben.net/arbeitsblaetter/achsenspiegelung
www.matheaufgaben.net/arbeitsblaetter/punktspiegelung

→ dann entsprechend durchklicken!

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Ergänze jeweils die passende Einheit (als Wort und mit der zugehörigen Kurzschreibweise):
- a) Ein Handy wiegt 125 … .
- b) Eine Stubenfliege wird 1 … alt.
- c) Eine Schultafel ist 100 … hoch.
- d) Eine Postkarte wiegt 7 … .
- e) Für die Erstellung dieses Flyers benötigte mein Lehrer 6 … .
- f) Ein Auto ist 3 … lang.
- g) Ein Blauwal wiegt 110 … .
- h) Mein Daumen ist ungefähr 15 … breit.
- i) Mein Schulweg dauert ungefähr 15 … .
- j) Das Klassenzimmer ist 2,5 … hoch.
- k) Eine Stadionrunde ist 0,4 … lang.
- l) Ein Kasten Sprudel wiegt 12 … .

② Wandle die Größe in die gegebene Maßeinheit um.

a) 35 cm (in mm)	b) 70000 cm (in m)
c) 700 km (in m)	d) 40 dm (in mm)
e) 42 t (in kg)	f) 3000 g (in kg)
g) 3000 g (in mg)	h) 2 h (in min)
i) 2 d (in min)	j) 660 s (in min)

③ Ordne die Größen der Größe nach.
- a) 1740 m / 2 km / 35000 cm / 2600000 mm
- b) 3 d / 120 h / 470 min / 3000 s
- c) 22 kg / 9000 g / 4500 mg / 7 g / 1 t

④ Gib die Größen jeweils mit *einer* Maßeinheit an.

a) 2 min 6 s	b) 3 d 4 h
c) 5 m 7 cm	d) 2 km 39 m
e) 12 t 300 kg	f) 40 kg 52 g

⑤ Gib als *gemischte Größe* (mit zwei Maßeinheiten) an.
z.B. 128 mm = 12 cm 8 mm

a) 1050 g	b) 7802 kg	c) 26050 mg
d) 52 h	e) 825 min	f) 555 s
g) 416 dm	h) 9423 m	i) 46 cm

⑥ Gib die Größe mit Komma in der nächstgrößeren Maßeinheit an.
z.B. 128 mm = 12,8 cm

a) 21700 g	b) 6030 kg	c) 250 mg
d) 213 dm	e) 43059 m	f) 92 cm

Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

①

a) g (Gramm)	b) d (Tag)
c) cm (Zentimeter)	d) g (Gramm)
e) h (Stunden)	f) m (Meter)
g) t (Tonnen)	h) mm (Millimeter)
i) min (Minuten)	j) m (Meter)
k) km (Kilometer)	l) kg (Kilogramm)

②

a) 350 mm	b) 700 m
c) 700000 m	d) 4000 mm
e) 42000 kg	f) 3 kg
g) 3000000 mg	h) 120 min
i) 2880 min	j) 11 min

③
- a) 35000 cm = 350 m < 1740 m < 2 km = 2000 m < 2600000 mm = 2600 m
- b) 3000 s = 50 min < 470 min = 7 h 50 min < 3 d = 72 h < 120 h
- c) 4500 mg = 4,5 g < 7 g < 9000 g = 9 kg < 22 kg < 1 t = 1000 kg

④

a) 126 s	b) 76 h
c) 507 cm	d) 2039 m
e) 12300 kg	f) 40052 g

⑤

a) 1 kg 50 g	b) 7 t 802 kg	c) 26 g 50 mg
d) 2 d 4 h	e) 13 h 45 min	f) 9 min 15 s
g) 41m 6 dm	h) 9 km 423 m	i) 4 dm 6 cm

⑥

a) 21,7 kg	b) 6,03 t	c) 0,25 g
d) 21,3 m	e) 43,059 km	f) 9,2 dm

Tipps

Achte auf die **unterschiedlichen Umrechnungsfaktoren**: bei der Masse immer „mal tausend“, bei den Längen „mal zehn“ bzw. bei m → km „mal tausend“ und bei den Zeitspannen „mal sechzig“ oder bei d → h „mal vierundzwanzig“!

Vorsicht bei **Dezimalbrüchen und Zeitangaben**: 2,25 h sind nicht 2 h 25 min!!! Wegen 2,25 = 2¼ sind es 2 h und (60:4) = 15 min!

Umklappen
Üben
Verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 21

Kompetenz: MESSEN 1 und MESSEN 2 und MESSEN 3
Ich kann mit Maßsystemen umgehen und Längen, Massen und Zeitspannen schätzen.
Ich kann Größen messen und mit Messergebnissen umgehen.
Ich kann Maßangaben in andere Maßeinheiten umwandeln und mit Größen rechnen.

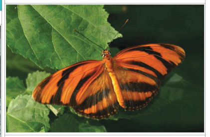
Erklärungen und Beispiele

Solche Quartettspiele kennst Du sicher auch: Je nach Thema vergleichen wir die maximale Geschwindigkeit von Autos, die Anzahl der gewonnenen Meistertitel von Fußballmannschaften oder eben die Länge, das Lebensalter oder das Gewicht von Tieren.

Eisbär C1

Länge	2,80 m
Alter	30 Jahre
Gewicht	480 kg

Schmetterling „Caroni Fackel“ E2



Länge	85 mm
Alter	10 Monate
Gewicht	22 g

Für eine **Größenangabe** benötigen wir immer eine **Maßeinheit** und eine **Maßzahl**: Ein Eisbär wird bspw. 280 cm lang. Die gewählte Maßeinheit ist Zentimeter (cm), die zugehörige Maßzahl „280“.

Für Längen sind die gewöhnlichen Maßeinheiten Millimeter (mm), Zentimeter (cm), Dezimeter (dm), Meter (m) und Kilometer (km).
Die Masse (oft auch das „Gewicht“, was eigentlich nicht stimmt!) wird meist in Milligramm (mg), Gramm (g), Kilogramm (kg) oder Tonne (t) angegeben, Zeitspannen in Sekunden (s), Minuten (min), Stunden (h), Tagen (d) oder Jahren (a), manchmal auch in Wochen oder Monaten.

Je nach Situation wird man unterschiedliche Maßeinheiten wählen: Die Länge eines Eisbären kann man gut in m oder cm angeben, die Länge eines Schmetterlings, der nur achteinhalb Zentimeter lang wird, wird man sicher nicht in m angeben!

Möchtest Du eine Größe messen und angeben, so darfst Du nie vergessen die Maßeinheit anzugeben!

Möchte man Größenangaben vergleichen oder mit ihnen rechnen (z.B. mehrere Längen addieren), so ist es meist sinnvoll, sie so umzuwandeln, dass man sie mit der gleichen Maßeinheit vorliegen hat: 480 kg sind bspw. 480000 g (Kilo-Gramm bedeutet „Tausend“ Gramm); die Masse eines Eisbären ist also viel größer als die eines Schmetterlings...

Ebenso sind 1000 m ein Kilo-Meter. Dagegen haben vorangestelltes „Milli-“, „Zenti-“ bzw. „Dezi-“ die Bedeutung „Tausendstel“, „Hundertstel“ bzw. „Zehntel“. (Das gibt es nicht nur bei den

Längen. Später werden uns auch Milliliter begegnen. Oder beim Geld haben wir den Euro-Cent, ein Hundertstel von einem Euro.)

Für die Umrechnung der Einheiten gilt:

1 km = 1000 m

1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm

1 dm = 10 cm = 100 mm

1 cm = 10 mm

1 t = 1000 kg

1 kg = 1000 g = 1000000 mg

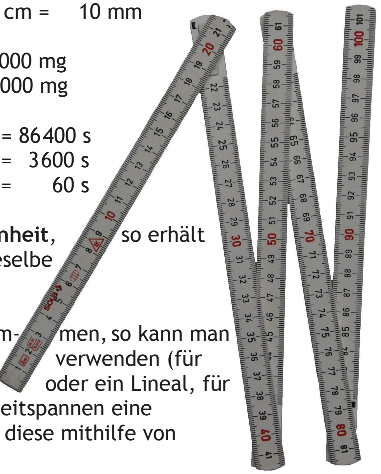
1 g = 1000 mg

1 a = 365 d

1 d = 24 h = 1440 min = 86400 s

1 h = 60 min = 3600 s

1 min = 60 s



Wählt man eine **kleine Maßeinheit**, so erhält man dementsprechend für dieselbe Größe eine **größere Maßzahl**.

Möchte man eine Größe bestimmen, so kann man entweder Messinstrumente verwenden (für Längen z.B. einen Meterstab oder ein Lineal, für Massen eine Waage oder für Zeitspannen eine (Stopp)Uhr) oder man schätzt diese mithilfe von Vergleichsgegenständen.

Zum Schätzen können bspw. folgende Werte dienen:

Längen:	Daumendicke eines Erwachsenen:	25 mm
	Handspanne eines Erwachsenen:	20 cm
	ein großer Schritt:	1 m
	Höhe einer Zimmertür:	2 m
Massen:	eine Tafel Schokolade:	100 g
	ein Liter Wasser, Sprudel oder Saft:	1 kg
Zeitspannen:	Aussprechen der Zahl „einundzwanzig“:	1 s

Ein Beispiel soll zeigen, wie man mit Größen rechnet:

Es soll das Durchschnittsgewicht von Eichhörnchen (400 g), Königspinguin (19 kg), Alligator (500 kg), Giraffe (700 kg) und Elefant (6 t) bestimmt werden.

Zunächst wandelt man in dieselbe Maßeinheit um und erhält 0,4 kg + 19 kg + 500 kg + 700 kg + 6000 kg = 7219,4 kg als Gesamtgewicht. (Will man das Komma vermeiden, so wandelt man alles in g um und erhält 400 g + 19000 g + 500000 g + 700000 g + 6000000 g = 7219400 g.)
Man behält also nach dem Umwandeln die gemeinsame Maßeinheit bei und addiert einfach die Maßzahlen. (Dasselbe gilt natürlich auch für das Subtrahieren.)
Beim Vervielfachen oder Teilen (Multiplizieren oder Dividieren mit Zahlen) wird die Maßeinheit beibehalten und die Maßzahl vervielfacht oder geteilt. Für das Durchschnittsgewicht müssen wir also 7219,4 kg : 5 rechnen und erhalten (7219,4 : 5) kg = 1443,88 kg.

Das Multiplizieren von zwei Größen miteinander macht zunächst eigentlich keinen Sinn: Was sollte bspw. „3 Stunden mal 5 Minuten“ sein? Dagegen kann man „3 mal 5 Minuten“ sehr wohl berechnen.

(Beim Berechnen von Flächeninhalten oder Rauminhalten beschäftigen wir uns auf den Flyer 23 bis 25 aber mit dem Multiplizieren von Längen.)

Lösungen 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① individuelle Lösungen

② a) 194 cm b) 113 cm
c) 193 cm d) 1660 m
e) 1475 g f) 46 h
g) 5250 kg h) 375 s

③ a) (180 min + 98 min + 124 min + 106 min) : 4 = 127 min
b) (1640 cm + 210 cm + 2203 cm + 407 cm) : 4 = 1115 cm
c) (2000 kg + 416 kg + 265,7 kg + 23,5 kg + 0,2 kg) : 5 = 541,08 kg

④ a) München → Ulm: 1 h 4 min
b) Stuttgart → Hamburg: 4 h 36 min
c) Esslingen → Dresden: 6 h 14 min
d) Filderstadt → Paris: 3 h 30 min + 7 h 4 min = 10 h 34 min

⑤ Kevin (ca. 19¼ Jahre) < Anna (22 Jahre = ca. 264 Monate) < Sebastian (ca. 27¾ Jahre) < Stefanie (ca. 30½ Jahre)

⑥ Er atmet 20 mal pro Minute, 1200 mal pro Stunde, 28800 mal pro Tag und 10512000 mal pro Jahr. Man müsste ca. 95 Jahre alt werden. (1000000000 : 10512000 ≈ 95).

Testaufgaben zum Abschluss

❶ Miss die Länge und die Breite einer Seite aus deinem Mathematikbuch. Gib beide Größen an und berechne den Durchschnittswert.

❷ Wandle die Größe in die gegebene Maßeinheit um.
a) 21 dm (in mm) b) 7450 cm (in m)
c) 3,04 km (in m) d) 5,3 t (in kg)
e) 3080 g (in kg) f) 240 s (in min)

❸ Ordne die Größen der Größe nach.
a) 2 km 23 m / 0,2 km / 435060 cm / 269000 mm
b) 2 d 4 h / 99 h / 4030 min / 55555 s / 12 h 12 min
c) 2,5 kg / 4200 g / 8200 mg / 13 g / 0,4 t

❹ Gib die Größen jeweils mit *einer* Maßeinheit an.
a) 3 h 15 min b) 2 d 33 min
c) 6 m 9 cm d) 13 km 13 m
e) 2 t 220 kg f) 4 g 55 mg

❺ Gib als *gemischte Größe* (mit zwei Maßeinheiten) an.
a) 2450 mg b) 66302 kg
c) 39 h d) 444 min
e) 1209 dm f) 73 mm

Aufgaben 2
(Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① Bestimme die folgenden Größen:
a) Das Gewicht deines Schulranzens
b) Das Gewicht deines Mathematik-Buchs
c) Deine Daumenbreite
d) Deine (Hand)Spanne
e) Deine Elle
f) Deine Zähneputz-Dauer
g) Dein Körpergewicht
h) Deine Schrittweite
i) Die Länge deines Bettes

② Finde jeweils die Größe, die genau in der Mitte zwischen den beiden angegebenen Größen liegt.
a) 130 cm / 258 cm
b) 26 cm / 2 m
c) 13 dm / 2,56 m
d) 220 m / 3 km 100 m
e) 750 g / 2,2 kg
f) 2 d 3 h / 41 h
g) 3 t / 7500 kg
h) 9 min 10 s / 200 s

③ Berechne jeweils den Durchschnittswert.
a) 3 h / 98 min / 2 h 4 min / 106 min
b) 16,4 m / 21 dm / 2203 cm / 4 m 7 cm
c) 2 t / 416 kg / 265700 g / 23,5 kg / 200 g

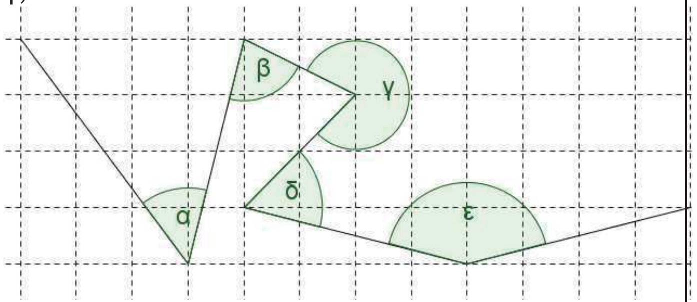
④ Berechne jeweils die Reisedauer.
a) München 16:20 → Ulm 17:24
b) Stuttgart 7:53 → Hamburg 12:29
c) Esslingen 8:29 → Dresden 14:43
d) Filderstadt 18:30 → Paris 7:04

⑤ Anna, Stefanie, Sebastian und Kevin feiern gemeinsam ihre ganz besonderen „Geburtstage“. Anna ist 22 Jahre, Stefanie 11111 Tage, Sebastian 333 Monate und Kevin 999 Wochen alt. Schätze zuerst und berechne danach, wer von den vieren am ältesten und wer am jüngsten ist.

⑥ Timo stellt fest, dass er durchschnittlich alle drei Sekunden einmal atmet. Berechne, wie oft er demnach pro Minute, pro Stunde, pro Tag und pro Jahr atmet. Wie alt müsste man werden, um 1 Milliarden mal geatmet zu haben?

Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

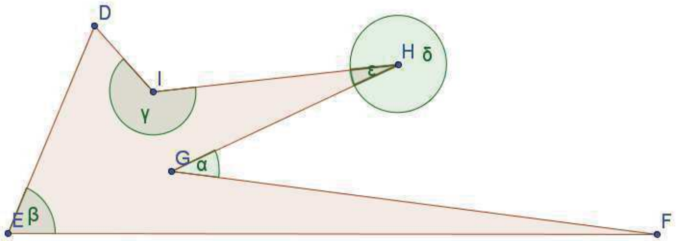
① Übertrage den Streckenzug auf ein Karopapier. Schätze dann zunächst die Größe der Winkel α, β, γ, δ und ε und miss sie anschließend.



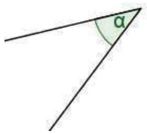
② Bestimme bei den Winkeln aus Aufg. 1 jeweils, um welche Art von Winkel es sich handelt.

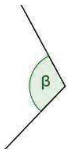
③ Zeichne die folgenden Winkel:
α = 25°; β = 87°; γ = 112°; δ = 223° und ε = 351°

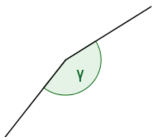
④ Betrachte die untenstehende Figur.
a) Bezeichne die Winkel α, β, γ, δ und ε mit Hilfe der Buchstaben auf den Schenkeln.
b) Zeichne in die Figur die folgenden Winkel ein:
∢ GFE; ∢ IDE; ∢HGF



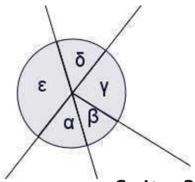
⑤ Schätze die Weite der folgenden Winkel:

a)


b)


c)


⑥ Berechne in der Figur rechts die übrigen Winkelgrößen.
a) α = 25°; β = 87°
b) β = 48°; ε = 150°



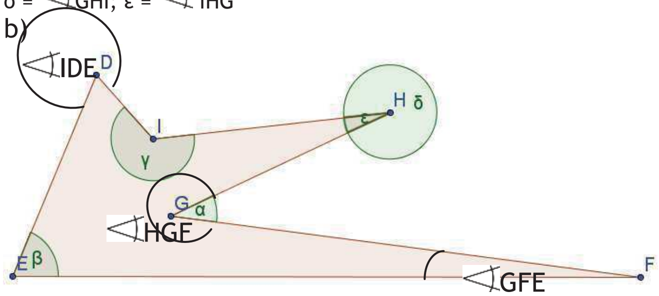
Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① α = 51°; β = 77,5°; γ = 288°; δ = 59° und ε = 152°

② Spitze Winkel: α, β, δ
Stumpfer Winkel: ε; überstumpfer Winkel: γ

③ Überprüfe durch Nachmessen!

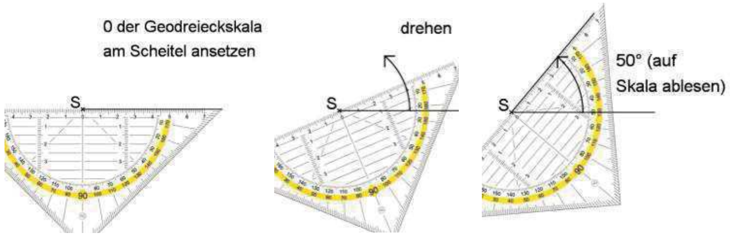
④ a) α = ∢FGH; β = ∢FED; γ = DIH;
δ = ∢GHI; ε = ∢ IHG
b)



⑤ a) α = 40° b) β = 110° c) γ = 160°

⑥ a) γ = 180° - 25° - 87° = 68° (da Nebenwinkel von α + β)
δ = 25° (Scheitelwinkel von α)
ε = 180° - 25° = 155° (Nebenwinkel von α)
b) γ = 150° - 48° = 102° (da β + γ = ε, weil Scheitelwinkel)
δ = 180° - 150° = 30° (da Nebenwinkel von ε)
α = δ = 30° (da Scheitelwinkel)

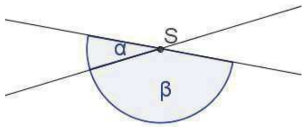
Einen Winkel zeichnen



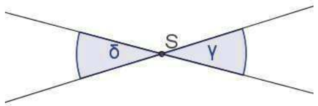
Besondere Winkel:

Kreuzen sich zwei Geraden, so entstehen 4 Winkel. Diese Winkel haben ein paar Besonderheiten:

1) Liegen die Winkel α und β nebeneinander, wie in der Zeichnung rechts, so gilt:
α + β = 180°
Man sagt: α und β sind Nebenwinkel.
Nebenwinkel ergänzen sich zu 180°.



2) Liegen die Winkel einander gegenüber, wie in der Zeichnung rechts, so gilt: γ = δ
Man sagt: γ und δ sind Scheitelwinkel.



Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

umklappen
üben
verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

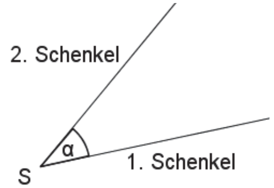
Flyer 22

Kompetenz: MESSEN 4
Ich kann Winkel messen, schätzen, bezeichnen und zeichnen.

Erklärungen und Beispiele

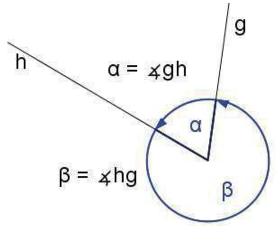
Winkel finden wir in der Geometrie überall dort, wo sich zwei Geraden oder Strecken schneiden oder wo zwei Halbgeraden einen gemeinsamen Anfangspunkt besitzen. Wir können sie mit einem Bogen markieren.

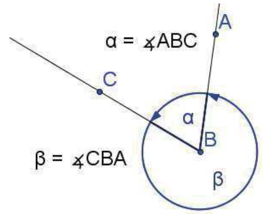
Ein **Winkel** wird durch zwei Halbgeraden, die einen gemeinsamen Anfangspunkt S haben, eingeschlossen. Die Halbgeraden nennt man **Schenkel** des Winkels, der gemeinsame Punkt S heißt **Scheitel** des Winkels.



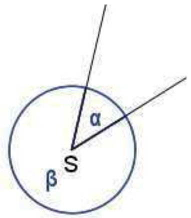
Die Schenkel haben auch eine Reihenfolge: Sie begrenzen den Winkel **gegen den Uhrzeigersinn**, man nennt sie auch 1. Schenkel und 2. Schenkel (siehe Abbildung).

Es gibt drei Möglichkeiten, **Winkel zu bezeichnen:**
1. mit griechischen Buchstaben: α („Alpha“), β („Beta“), γ („Gamma“), δ („Delta“), ε („Epsilon“) …
2. mit Hilfe der Namen der Schenkel:
3. mit Hilfe von Punkten, die auf den Schenkeln liegen:



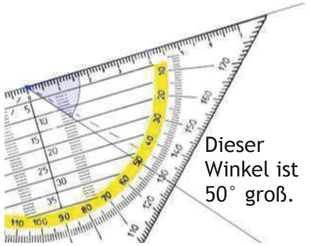


Messen von Winkeln
Winkel sind unterschiedlich groß, man spricht hier von der Weite eines Winkels. Sie wird in Grad (°) angegeben.
Die Winkelweite wird mit dem Geodreieck gemessen.
Dazu gehst du folgendermaßen vor:
Um einen Winkel zwischen 0° und 180° (im Bild α) zu messen:
1. Lege die Grundseite des Geodreiecks auf den Schenkel, so dass der Nullpunkt der Skala auf dem Scheitel liegt.



2. Lies die Skala dort ab, wo der zweite Schenkel liegt. Manchmal muss man den Schenkel erst verlängern.

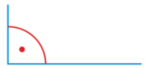
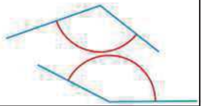
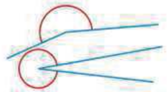
Achtung! Ein Geodreieck hat zwei Skalen. Die richtige Skala ist die, die dort startet, wo du die Grundkante auf den Schenkel gelegt hast.



Dieser Winkel ist 50° groß.

Die Winkelweite eines Winkels zwischen 180° und 360° (im Bild auf S.1 β) erhältst du, indem du die Größe des Winkels kleineren Winkels (hier α) misst und dann rechnest: β = 360°- α

Verschiedene Winkelkategorien
Winkel werden abhängig von ihrer Weite in verschiedene Kategorien eingeteilt:

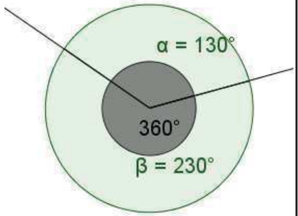
Spitzer Winkel: 0° < α < 90°	**Rechter Winkel:** α = 90°	**Stumpfer Winkel:** 90° < α < 180°
		
Gestreckter Winkel: α = 180°	**Überstumpfer Winkel:** 180° < α < 360°	**Vollwinkel:** α = 360°
		

Mit Hilfe dieser Winkelkategorien kannst du schon eine grobe Schätzung machen, wie groß ein Winkel ungefähr sein muss!

Zeichnen von Winkeln
Beim Zeichnen von Winkeln geht man ähnlich vor wie beim Messen von Winkeln:
Winkel zwischen 0° und 180° (siehe auch Bild auf S. 3):

1. Lege den Nullpunkt der Zentimeterskala des Geodreiecks genau auf den Scheitel.
2. Drehe nun das Geodreieck so weit, dass die Winkelskala genau den gewünschten Wert an der Geraden hat. Achte darauf, dass der Nullpunkt auf dem Scheitel bleibt. Beachte auch, dass du die richtige Skala verwendest.
3. Zeichne die zweite Gerade. Der Scheitel ist nun der Schnittpunkt der beiden Geraden.

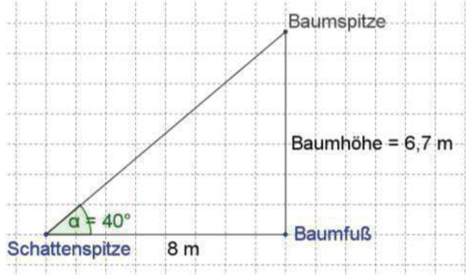
Einen Winkel β, der **zwischen 180° und 360°** groß ist, erhältst du, indem du den Winkel zeichnest, der den Winkel β zu 360° ergänzt.
Bsp.:
Du sollst einen Winkel zeichnen, der 230° groß ist.
Zeichne dann stattdessen den Winkel, der 360° – 230° = 130° groß ist:



Auf S. 3 findest du Informationen zu besonderen Winkeln!

Lösungen 2 (Modellieren, Reflektieren, Vernetzen)

①

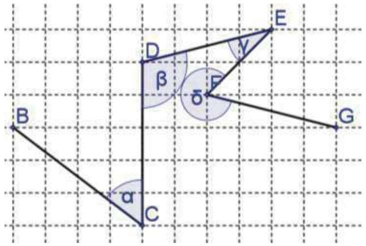


② a) (360° : 12) · 4 = 120°
b) 210° (in 5 Minuten: um 30°)
c) 14.00 Uhr
d) großer Zeiger: dreht sich in einer Stunde um 360°, in 10 Minuten um 36°
→ insgesamt 5 h 10 min Schule: 5 · 360° + 36° = 1836°
kleiner Zeiger: dreht sich in einer Stunde um 30°, also in 10 Minuten um 3°
→ insgesamt 5 h 10 min Schule: 5 · 30° + 3° = 153°

③ a) 180° b) 120° c) 90° d) 72° e) 60° f) 45°

Testaufgaben zum Abschluss:

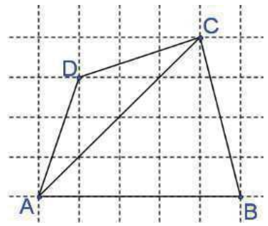
❶
a) Übertrage den Streckenzug auf Karopapier und miss dann die Winkel α, β, γ und δ.
b) Gib jeweils an, um welche Art von Winkel es sich handelt.



❷ Zeichne die folgenden Winkel: α = 75°; β = 148°; γ = 273°

❸ Schätze, wie groß die folgenden Winkel sind:
a) der Neigungswinkel der Treppe des dbg
b) die vier Innenwinkel des Lichthofes des dbg, in dem die Uhrsäule steht.

❹ Übertrage die Figur auf Karopapier und zeichne die folgenden Winkel ein:
∢CDA; ∢CBA; ∢ADC; ∢BAD

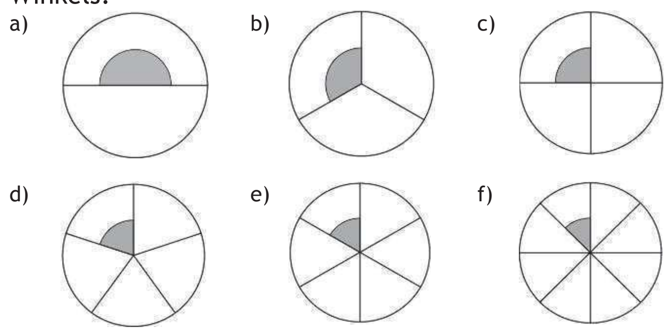


Aufgaben 2 (Modellieren, Reflektieren, Vernetzen)

① Die Sonnenstrahlen bilden mit dem waagrechten Boden einen Winkel von 40°. Dabei wirft ein Baum einen 8 m langen Schatten.
Bestimme durch eine Zeichnung die Höhe des Baumes.

② Auch bei einer Uhr finden sich Winkel, nämlich zwischen den beiden Zeigern.
a) Wie groß ist der Winkel, den die beiden Zeiger einer Uhr um 4 Uhr einschließen (1. Schenkel soll der Stundenzeiger sein!)?
b) Um wie viel Grad dreht sich der große Zeiger in 35 Minuten?
c) Nenne einen Zeitpunkt, an dem die Zeiger miteinander einen Winkel von 60° bilden.
d) Um wie viel Grad dreht sich der kleine Zeiger in der Schulzeit von 7.40 Uhr bis 12.50 Uhr? Um wie viel Grad dreht sich der große Zeiger in dieser Zeit?

③ Die folgenden Kreise sind jeweils in gleich große Teile geteilt. Bestimme die Größe des markierten Winkels.



Weitere Informationen

Erklärungen zum Thema Winkel:
www.mathematik-wissen.de/winkel.htm

Winkel mit dem Geodreieck messen (Erklärung in einem Film):
www.youtube.com/watch?v=3ZyjeNUlMrU

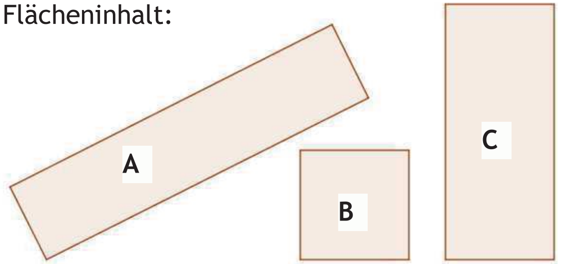
Übungen:
wydenhof.schule-ebikon.ch/winkel/
Winkel schätzen online:
www.bswals.at/wrl-z1/rech/einhei/uebung/wsch1.htm

Aufgaben 1:
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Berechne den Flächeninhalt und den Umfang der Rechtecke mit den gegebenen Seitenlängen. Rechne die Seitenlängen gegebenenfalls um.

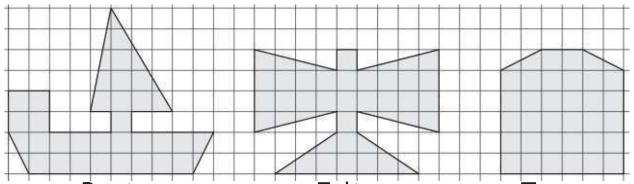
a) 8 cm, 4 cm　　　b) 200 m, 30 m
c) 2,5 m, 3 dm　　　d) 1,2 km, 350 m

② Messe die Seitenlängen und berechne den Flächeninhalt:



③ Wie breit ist ein 15 cm langes Rechteck mit dem Flächeninhalt
a) 105 cm^2　b) 307,5 cm^2　c) 2,25 dm^2

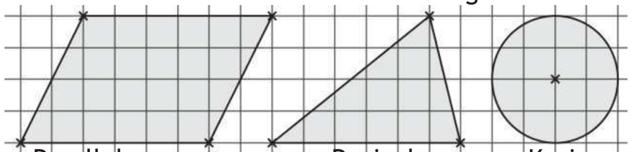
④ Schätze zunächst, welche Figur am größten ist. Bestimme dann den Flächeninhalt der Figuren



Boot　Falter　Tonne

⑤ Rechne in die Einheiten in der Klammer um.
a) 14 500 cm^2 [dm^2;m^2;a]　　c) 0,962 km^2 [a]
b) 3,625 ha [a;m^2;dm^2]　　d) 101,23 dm^2 [mm^2]

⑥ Berechne den Flächeninhalt der Figuren.



Parallelogramm　Dreieck　Kreis

Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① a) A = 8 cm · 4 cm = 32 cm^2;
U = 2·8 cm + 2·4 cm = 24 cm
b) A = 200 m · 30 m = 6000 m^2;　U = 460 m
c) A = 25 dm · 3 dm = 75 dm^2 = 0,75 m^2;
U = 56 dm = 5,6 m
d) A = 1,2 km · 0,35 km = 0,42 km^2 = 420000 m^2;
U = 3,1 km = 3100 m

② A: A = 1 cm·4,5 cm = 4,5 cm^2
B: A = 1,4 cm·1,4 cm = 1,96 cm^2
C: A = 1,4 cm·3,2 cm = 4,48 cm^2

③ a) 105 cm^2:15 cm = 7 cm
b) 307,5 cm^2 : 15 cm = 20,5 cm
c) 2,25 dm^2 = 225 cm^2　225 cm^2:15 cm = 15 cm

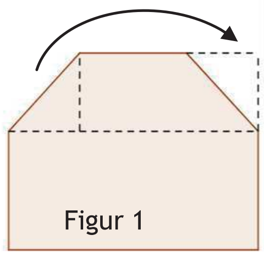
④ Boot: 33 Kästchen
Falter: 36 Kästchen
Tonne: 34 Kästchen

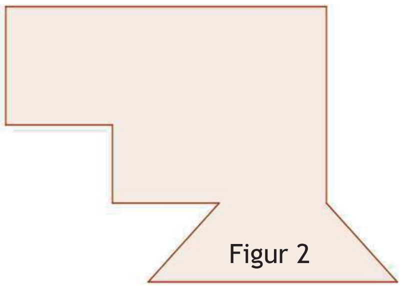
⑤ a) 145 dm^2 = 1,45 m^2 = 0,0145 a
b) 362,5 a = 36250 m^2 = 3 625 000 dm^2
c) 9620 a
d) 1012300 mm^2

⑥ Parallelogramm: A = 6 cm^2, Dreieck: A = 3 cm^2, Kreis: A = 3,14 cm^2

Zusammengesetzte Figuren

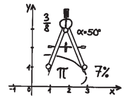
Der Flächeninhalt zusammengesetzter Figuren lässt sich bestimmen, indem man die Figuren in Rechtecke aufteilt oder Teile zu Rechtecken zusammenfügt.





Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

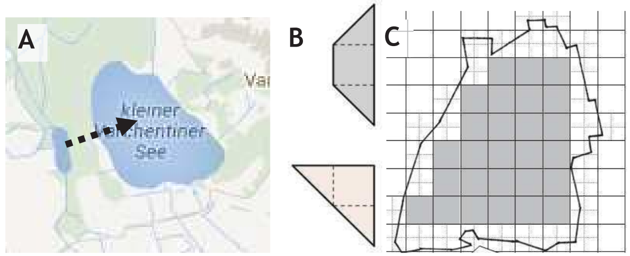
Umklappen
Üben
Verstehen



dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 23

Kompetenz: MESSEN 5
Ich kann Umfang und Flächeninhalt von einfachen ebenen Figuren berechnen und mit Flächenmaßen umgehen.



Flächen vergleichen:
Zwei Flächen kann man vergleichen, indem man
A) sie aufeinander legt,
bzw. überprüft, ob die eine vollständig in die andere passt,

B) eine Fläche zerlegt und versucht, damit die andere zu legen,

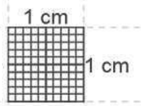
C) sie mit gleichen Plättchen (z. B. Quadrate) auslegt.

Flächeneinheiten:
Damit Flächeninhalte vergleichbar sind, hat man sich auf bestimmte Standardgrößen dieser Quadratplättchen geeinigt:

Ein Quadratplättchen mit den Seitenlängen 1 cm hat somit den Flächeninhalt 1 cm · 1 cm = 1 cm^2. Besondere Einheiten sind dabei Ar (10 m·10 m) und Hektar (100 m·100 m).
Insgesamt ergeben sich also:

mm^2 - cm^2 - dm^2 - m^2 - a - ha - km^2

Zur Erinnerung:



Die Umrechnungszahl zur nächsten Flächeneinheit ist 100 (Verschiebung des Kommas um zwei Stellen).
Man kann sehen, dass ein Quadratzentimeter aus 100 Quadratmillimetern besteht.

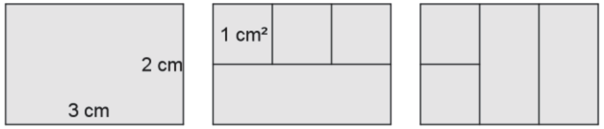
Bsp:

$1\text{ a} \overset{\cdot 100}{=} 100\text{ m}^2$　　$10\text{ a} \overset{:100}{=} 0{,}1\text{ ha}$

$3{,}2\text{ m}^2 \overset{\cdot 100}{=} 320\text{ dm}^2 \overset{\cdot 100}{=} 32000\text{ cm}^2$　　$120\text{ cm}^2 \overset{:100}{=} 1{,}2\text{ dm}^2$

Entsprechend ist die Umrechnungszahl zur übernächsten Flächeneinheit 10 000 (100·100).

Flächeninhalt und Umfang eines Rechtecks berechnen:
Anschaulich ergibt sich der Flächeninhalt eines Rechtecks durch Auslegen mit gleich großen Plättchen, etwa mit Quadratzentimeterplättchen.



Das Rechteck lässt sich mit 2·3 Quadraten oder 3·2 Quadraten, also 6 Quadraten der Größe 1 cm^2 auslegen.
Der Flächeninhalt A beträgt also $2 \cdot 3\ cm^2 = 3 \cdot 2\ cm^2 = 6\ cm^2$

Allgemein gilt für den Flächeninhalt A eines Rechteckes mit der Länge a und der Breite b:

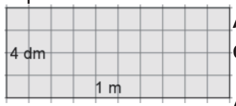
$$A = a \cdot b$$
(Länge · Breite)

Die Formel für den Umfang U lautet:

$$U = 2 \cdot a + 2 \cdot b = 2 \cdot (a+b)$$

Achtung:
Die Seitenlängen des Rechtecks müssen in **derselben Längeneinheit** angegeben sein bzw. vor dem Berechnen in dieselbe umgerechnet werden. Die Maßeinheit der Fläche ist immer eine Flächeneinheit!

Bsp:



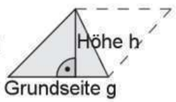
$A = 4\ dm \cdot 10\ dm = 40\ dm^2 \overset{:100}{=} 0{,}4\ m^2$
oder
$A = 0{,}4\ m \cdot 1\ m = 0{,}4\ m^2 \overset{\cdot 100}{=} 40\ dm^2$

<u>Seitenlänge eines Rechtecks berechnen:</u>
Mit der Formel für den Flächeninhalt eines Rechtecks kann man durch Rückwärtsrechnen bei gegebenem Flächeninhalt A und einer gegebenen Seitenlänge die Länge der zweiten Seite berechnen.
Bsp: Ein Rechteck mit einer Länge von 12 cm hat den Flächeninhalt 156 cm^2. Wie breit ist es?

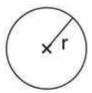
$A = a \cdot b$, also $156\ cm^2 = 12\ cm \cdot b$
$b = 156\ cm^2 : 12\ cm = 13\ cm$
Die Breite des Rechtecks beträgt 13 cm.

Flächeninhalt von Parallelogramm, Dreieck und Kreis:
Ein Parallelogramm kann man durch Umlegen zu einem Rechteck umformen. Daraus lassen sich Flächenformeln für Parallelogramm und Dreieck ableiten:

$A = g \cdot h$



$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$
(halbes Parallelogramm)



$A = \pi\ r^2$
$\approx 3{,}14 \cdot r^2$

Lösungen 2
(Modellieren, Reflektieren, Vernetzen)

① $430\ m^2 - 112\ m^2 - 74\ m^2 = 244\ m^2$
Für den Garten hat Familie Maier 244 m^2 Gestaltungsplatz.

② a) A verdoppelt sich, beispielsweise statt $A = 4\ cm \cdot 5\ cm = 20\ cm^2$ gilt jetzt $A = 2 \cdot 4\ cm \cdot 5\ cm = 40\ cm^2$.
b) A halbiert sich, beispielsweise statt $A = 4\ cm \cdot 5\ cm = 20\ cm^2$ gilt jetzt $A = 4\ cm \cdot 5\ cm : 2 = 10\ cm^2$.
c) A vervierfacht sich.
d) A verdreifacht sich.

③ $A = 75\ cm \cdot 12\ cm = 900\ cm^2$
$900\ cm^2 : 15\ cm = 60\ cm$
Bei 15 cm Breite müsste das Rechteck 60 cm lang sein.
Ein Quadrat mit derselben Fläche hat eine Seitenlänge von 30 cm, denn $30\ cm \cdot 30\ cm = 900\ cm^2$

④ Figur 1: $A = 30\ mm \cdot 27\ mm - 10\ mm \cdot 15\ mm = 660\ mm^2$
$U = 114\ mm = 11{,}4\ cm$
Figur 2: $A = 5{,}3\ m \cdot 1{,}2\ m + 2{,}4\ m \cdot 1{,}2\ m + 1\ m \cdot 0{,}9\ m = 10{,}14\ m^2$
$U = 19{,}6\ cm$

⑤ kleinste Spielfläche: $A = 90\ m \cdot 45\ m = 4050\ m^2$
Platz pro Spieler: $4050\ m^2 : 22 \approx 184\ m^2$
größte Spielfläche: $A = 120\ m \cdot 90\ m = 10800\ m^2$
Platz pro Spieler: $A = 10800\ m^2 : 22 \approx 491\ m^2$

Die Spielfläche pro Spieler kann zwischen 184 m^2 und 491 m^2 variieren.

⑥ Handfläche: ungefähr 55 cm^2
1 Fuß = 30,48 cm => 1 Quadratfuß ≈ 929 cm^2
1 eigener Fuß ≈ 24 cm => 1 eigener Quadratfuß ≈ 576 cm^2

Testaufgaben

❶ Zeichne zwei verschiedene Rechtecke mit dem Flächeninhalt 30 cm^2.

❷ Gib Flächeninhalt und Umfang des Rechtecks an:
a) a = 12 m, b = 25 m b) a = 135 m, b = 250 dm
c) a = 35 mm, b = 1,2 cm

❸ Bestimme die fehlende Seitenlänge des Rechtecks:
a) a = 15 m; A = 75 m^2 b) A = 4,55 ha, b = 1300 m
c) A = 225 m^2, Quadrat

❹ Messe die entsprechenden Längen der zusammengesetzten Figuren von Seite 4 und berechne ihren Flächeninhalt (TR erlaubt).

Aufgaben 2
(Modellieren, Reflektieren, Vernetzen)

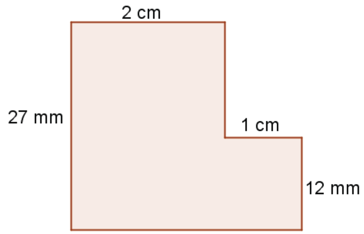
① Familie Maier hat sich ein Grundstück der Größe 4,3 a gekauft. Darauf möchte sie ein Einfamilienhaus mit einer Grundfläche von 112 m^2 bauen. Zusätzlich werden für eine Garage, die Zufahrt und die Terrasse 74 m^2 benötigt. Wie groß kann die Familie ihren Garten gestalten?

② Wie verändert sich die Fläche A eines Rechtecks, wenn man
a) die Länge verdoppelt,
b) die Breite halbiert,
c) Länge und Breite verdoppelt
d) die Länge versechsfacht und die Breite halbiert?

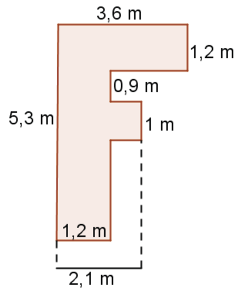
③ Ein Rechteck ist 75 cm lang und 12 cm breit. Wie lang muss ein 15 cm breites Rechteck sein, wenn es denselben Flächeninhalt haben soll? Gibt es auch ein Quadrat, das denselben Flächeninhalt hat?

④ Berechne Flächeninhalt und Umfang der Figuren.

Figur 1:



Figur 2:



⑤ Ein Fußballfeld muss mindestens 90 m lang und 45 m breit sein, seine Länge darf aber 120 m und seine Breite 90 m nicht überschreiten.
Berechne die Größe der Spielfläche, die jedem Spieler rechnerisch mindestens/höchstens zur Verfügung steht.

⑥ Welche Größe hat deine Handfläche?
Wie groß ist etwa (d)ein Quadratfuß?

Aufgaben 1:
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

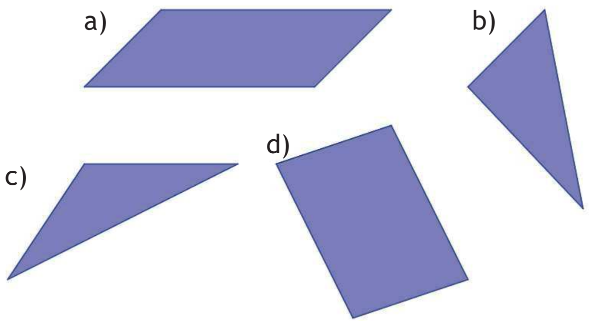
① Berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms. Rechne Längen gegebenenfalls in dieselbe Einheit um.

a) Seitenlänge: 5 cm; zugehörige Höhe: 3 cm.
b) Seitenlänge: 2,5 cm; zugehörige Höhe: 4 cm.
c) Seitenlänge: 9 dm; zugehörige Höhe: 25,3 m.

② Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks. Rechne Längen ggf. in dieselbe Einheit um.

a) $c = 4$ cm; $h_c = 3$ cm b) $a = 2{,}8$ dm; $h_a = 10$ dm
c) $b = 6$ m; $h_b = 3$ cm d) $c = 12{,}2$ cm; $h_c = 30$ mm

③ Bestimme den Flächeninhalt der unten abgebildeten Parallelogramme und Dreiecke. Miss dazu eine Seite und zeichne die zugehörige Höhe.

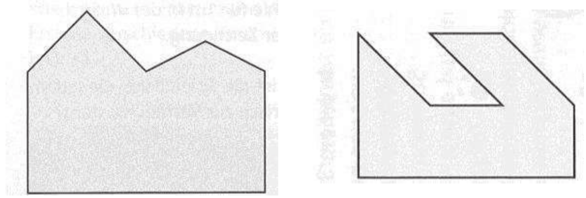


④ Berechne den Umfang und den Flächeninhalt des Kreises.

a) r = 21 cm b) r = 13,5 dm c) d = 48 m

⑤ Berechne den Radius und den Durchmesser des Kreises. Wähle dazu $\pi \approx 3$.
a) U = 120 cm b) U = 24 mm c) A = 243 cm²

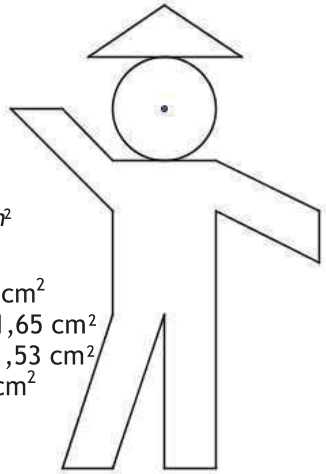
⑥ Zerlege die Figuren in Dreiecke, Parallelogramme und Rechtecke. Miss die notwendigen Längen und bestimme den Flächeninhalt der Figuren.



Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① a) A = 5 cm · 3 cm = 15 cm²
b) A = 2,5 cm · 4 cm = 10 cm²
c) A = 9 dm · 253 dm = 2277 dm²

② a) $A = \frac{4\,cm \cdot 3\,cm}{2} = 6\,cm^2$
b) $A = \frac{2{,}8\,dm \cdot 10\,dm}{2} = 14\,dm^2$
c) $A = \frac{600\,cm \cdot 3\,cm}{2} = 900\,cm^2$
d) $A = \frac{122\,mm \cdot 30\,mm}{2} = 1830\,mm^2$



③ a) A = 3,1 cm · 1 cm = 3,1 cm²
b) A = (2,2 cm · 1,5 cm) : 2 = 1,65 cm²
c) A = (3,4 cm · 0,9 cm) : 2 = 1,53 cm²
d) A = 2,3 cm · 1,6 cm = 3,68 cm²

④ (Berechnung mit Formeln, s. S. 2)
a) U ≈ 132 cm; A ≈ 1385 cm²
b) U ≈ 84,8 dm; A ≈ 572,6 dm²
c) U ≈ 150,8 m; A ≈ 1809,6 m²

⑤ a) r = 120 cm : (2 · 3) = 20 cm; d = 40 cm
b) r = 24 mm : (2 · 3) = 4 mm; d = 8 mm
c) r² = 243 cm² : 3 = 81 cm², also r = 9 cm; d = 18 cm

⑥ Fig. 1: A ≈ 5,89 cm²
Fig. 2: A ≈ 3,825 cm²

Zusammengesetzte Figuren

Flächeninhalt von zusammengesetzten Flächen:
Den Flächeninhalt einer zusammengesetzten Fläche bestimmt man, indem man die Fläche so unterteilt, dass man nur noch Teilflächen hat, deren Flächeninhalt man bestimmen kann.
Also: Aufteilen in Rechtecke, Quadrate, Dreiecke, Parallelogramme, Kreis(sektoren)…

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

umklappen
üben
verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

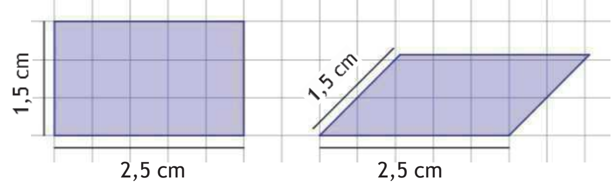
Flyer 24

Kompetenz: MESSEN 5 (Teil 2)
Ich kann Umfang und Flächeninhalt von einfachen ebenen Figuren berechnen und mit Flächenmaßen umgehen.
Teil 2: Parallelogramm, Dreieck, Kreis

Erklärungen und Beispiele

In Flyer 20 hast du wiederholt, wie man den Flächeninhalt und den Umfang von Rechtecken berechnet. Es gibt daneben aber auch noch andere geometrische Figuren, deren Umfang und Flächeninhalt leicht berechnet werden können.

Umfang und Flächeninhalt des Parallelogramms
Wenn man ein Rechteck und ein Parallelogramm mit gleichen Seitenlängen vergleicht, dann fällt auf, dass sie zwar denselben Umfang besitzen, der Flächeninhalt aber unterschiedlich groß ist:

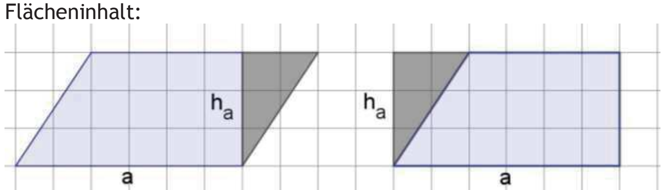


Umfang U = (1,5 cm + 2,5 cm) · 2
Flächeninhalt A = 2,5 cm · 1,5 cm = 3,75 cm²

U = (1,5 cm + 2,5 cm) · 2
A: ca. 11 Kästchen = 2,75 cm²

Den **Umfang eines Parallelogramms** berechnet man also mit
U = (a + b) · 2 = 2a + 2b

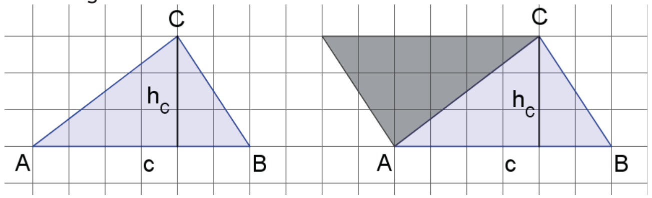
Für den Flächeninhalt überlegt man sich Folgendes:
Wenn man auf der einen Seite eines Parallelogramms ein rechtwinkliges Dreieck abschneidet und dieses auf der anderen Seite wieder ansetzt, so erhält man ein Rechteck mit dem gleichen Flächeninhalt:



Die Strecke, entlang der man schneidet, heißt Höhe des Parallelogramms zur Seite a. Der Flächeninhalt des Rechtecks und somit auch des Parallelogramms lässt sich jetzt leicht berechnen: Multipliziere die Länge einer Seite des Parallelogramms mit der zugehörigen Höhe.

$$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

Flächeninhalt des Dreiecks
Der Flächeninhalt eines Dreiecks lässt sich leicht mit Hilfe eines Parallelogramms berechnen: Man kann nämlich genau das gleiche Dreieck mit demselben Flächeninhalt so anlegen, dass ein Parallelogramm entsteht:

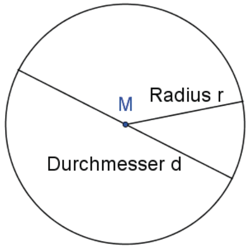


Der Flächeninhalt des Dreiecks ist dann halb so groß wie der Flächeninhalt des entstandenen Parallelogramms. Daher lässt sich der Flächeninhalt des Dreiecks so berechnen:
Multipliziere die Länge einer Seite des Dreiecks mit der zugehörigen Höhe und dividiere das Ergebnis durch 2.

$$A = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

Der Kreis: Die Kreiszahl π
Der Quotient aus der Länge des Kreisumfangs und der Länge des Durchmessers eines Kreises hat bei jedem Kreis denselben Wert, die sog. „Kreiszahl“, die mit dem griechischen Buchstaben π („pi“) bezeichnet wird. Der Wert von π ist eine Kommazahl mit unendlich vielen Stellen hinter dem Komma, die sich nicht in regelmäßiger Folge wiederholen: $\pi = 3{,}14159265359...$
Die ersten zwei Stellen hinter dem Komma sollte man sich noch merken, also $\pi \approx 3{,}14$.

Umfang und Flächeninhalt eines Kreises:
Mit π kann man den Umfang (= Länge der Kreislinie) und den Flächeninhalt eines Kreises mit Radius r bzw. Durchmesser d folgendermaßen berechnen:



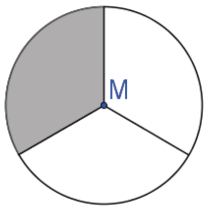
Umfang: $U = 2\pi r = \pi d$

Flächeninhalt: $A = \pi r^2$

Bsp.: Ein Kreis hat den Radius r = 5 cm.
Umfang $U = 2\pi \cdot 5\text{ cm} \approx 31{,}4\text{ cm}$
Flächeninhalt $A = \pi \cdot (5\text{ cm})^2 \approx 78{,}5\text{ cm}^2$

Flächeninhalt eines Kreissektors:
Manchmal möchte man den Flächeninhalt eines Kreissektors (= Kreisausschnitt) berechnen. Dazu berechnet man zunächst den Flächeninhalt des gesamten Kreises und multipliziert dies dann mit dem Anteil, den der Kreisausschnitt am ganzen Kreis hat.

Bsp.: Wie groß die graue Fläche im Schaubild?
Man sieht: Die gefärbte Fläche ist ein Drittel des gesamten Kreises.
Flächeninhalt des gesamten Kreises:



$A = \pi \cdot (1{,}3\text{ cm})^2 \approx 5{,}3\text{ cm}^2$

Flächeninhalt des gefärbten Kreissektors:

$A = 5{,}3\text{ cm}^2 \cdot \frac{1}{3} \approx 1{,}77\text{ cm}^2$

Lösungen 2 (Modellieren, Reflektieren, Vernetzen)

① a) A = 4800 cm²
b) Die beiden Dreiecke oben und unten sind gleich groß. Das Parallelogramm lässt sich in 2 Dreiecke teilen, die gleich groß sind. Also hat man 4 gleich große Dreiecke. Eine Seite ist 40 cm lang, die zugehörige Hohe 120 cm : 4 = 30 cm.
Also A = 4 · (40 cm · 30 cm : 2) = 2400 cm²
c) Gefärbter Anteil: 2400 cm² von 4800 cm², also
2400 : 4800 = 0,5 = 50%

② a) A verdoppelt sich (statt $A = a \cdot h_a$ gilt jetzt $A = 2a \cdot h_a$
b) A halbiert sich (statt $A = a \cdot h_a$ gilt $A = a \cdot 0{,}5\, h_a = 0{,}5a \cdot h_a$
c) A vervierfacht sich   d) A verdreifacht sich

③ a) A vervierfacht sich (statt $A = \pi r^2$ gilt jetzt
$A = \pi(2r)^2 = \pi\, 4\, r^2 = 4\, \pi\, r^2$
b) A viertelt sich   c) A verneunfacht sich

④ a) Umfang der Erde: U ≈ 40 053,840 km,
also vergrößerter Umfang $U_{neu} \approx 40\,053{,}841$ km.
Radius des vergrößerten „Seilrings“:

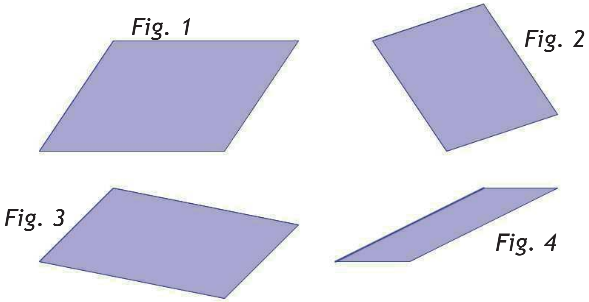
$$r = \frac{U_{neu}}{2\pi} \approx 6378{,}0001592\ km$$

also ist der Abstand zwischen Äquator und Seil jetzt
6378,0001592 km – 6378 km = 0,0001592 km = 15,92 cm.
Eine Katze könnte also unter dem Seil durchschlüpfen.

⑤ $A = \pi \cdot (2\text{cm})^2 - 2 \cdot \pi \cdot (0{,}5 \cdot 2\text{ cm})^2 \approx 6{,}3\text{ cm}^2$

Testaufgaben

❶ Berechne die Flächeninhalte der Parallelogramme.



❷ Berechne jeweils den Flächeninhalt des Dreiecks.
a) c = 7 cm; h_c = 2 cm   b) a = 5,5 m; h_a = 3 dm

❸ Berechne jeweils den Flächeninhalt und den Umfang des Kreises.
a) r = 12 cm   b) d = 108 mm

❹ Zerlege die Figur (Männchen) auf Seite 3. Miss die notwendigen Längen und bestimme ihren Flächeninhalt.

Aufgaben 2 (Modellieren, Reflektieren, Vernetzen)

① Absperrungen auf der Straße werden oft durch Bilder wie das nebenstehende kenntlich gemacht. (Die Streifen sind dann in der Regel rot.)
Die Seitenlängen des Schildes sollen 120 cm und 40 cm betragen.

a) Berechne den Flächeninhalt des ganzen Schildes.
b) Berechne den Flächeninhalt des dunklen Teils des Schildes.
c) Berechne, welcher Anteil des Schildes dunkel gefärbt ist.

② Wie verändert sich die Fläche A eines Parallelogramms, wenn man

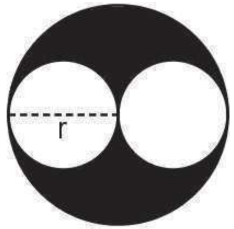
a) die Länge verdoppelt,
b) die Breite halbiert,
c) Länge und Breite verdoppelt
d) die Länge versechsfacht und die Breite halbiert?

③ Wie verändern sich der Flächeninhalt eines Kreises, wenn man seinen Radius

a) verdoppelt,
b) halbiert,
c) verdreifacht?

④ Denke dir ein Seil um den Äquator gespannt (Erdradius 6378 km). Das Seil wird nun um 1 m verlängert. Kann zwischen dem Seil und dem Äquator eine Katze durchschlüpfen?
Überprüfe deine Vermutung durch eine Rechnung!

⑤ Berechne den Flächeninhalt der dargestellten Figur. Der eingezeichnete Radius r ist 2 cm lang.



Aufgaben 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① Wandle die Größe in die angegebene Maßeinheit um.
a) 7 l (in ml) b) 3 m^3 (in dm^3)
c) 26000 ml (in l) d) 500000 dm^3 (in m^3)
e) 34 l (in cm^3) f) 2,5 m^3 (in cm^3)
g) 2800 cm^3 (in l) h) 3,6 dm^3 (in cm^3)

② Ordne die Volumina der Größe nach und ordne sie den Gegenständen richtig zu:

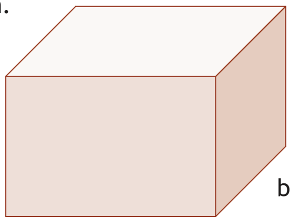
1 mm^3 / 0,24 dm^3 / 200 m^3 / 82 cm^3 / 5,8 dm^3 / 350 ml / 4 cm^3 / 1,4 l / 160 l

eine Badewannenfüllung / Fußball / Salzkorn / Kaffeebecher / Smartphone / Gehirn eines Menschen / Spielwürfel / Treibstofftank eines Jumbojet / Gehirn eines Bonobos

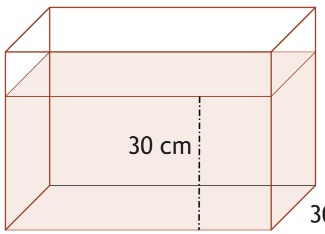
③ Berechne das Volumen des Quaders.
a) Länge 4 m, Breite 2 m, Höhe 6 m
b) Länge 25 cm, Breite 30 cm, Höhe 0,2 m
c) Länge 16 mm, Breite 20 cm, Höhe 1,5 dm

④ Berechne den Oberflächeninhalt des Quaders.
a) Länge 4 m, Breite 2 m, Höhe 6 m
b) Länge 25 cm, Breite 30 cm, Höhe 0,2 m
c) Länge 16 mm, Breite 20 cm, Höhe 1,5 dm

⑤ Gib das Volumen und die Oberfläche des abgebildeten Quaders an.



⑥ Gib das Füllvolumen in dem abgebildeten Behälter in Litern an.



Lösungen 1
(Basisaufgaben, Grundkompetenzen)

① a) 7000 ml b) 3000 dm^3
c) 26 l d) 500 m^3
e) 34000 cm^3 f) 2500000 cm^3
g) 2,8 l h) 3600 cm^3

② 1 mm^3 (Salzkorn) < 4 cm^3 (Spielwürfel) < 82 cm^3 (Smartphone) < 0,24 dm^3 = 240 cm^3 (Kaffeebecher) < 350 ml = 350 cm^3 (Gehirn Bonobo) < 1,4 l = 1400 cm^3 (Gehirn Mensch) < 5,8 dm^3 = 5800 cm^3 (Fußball) < 160 l = 160000 cm^3 (Badewannenfüllung) < 200 m^3 = 200000000 cm^3(Treibstofftank eines Jumbojet)

③ a) V = 4 m · 2 m · 6 m = 48 m^3
b) V = 25 cm · 30 cm · 20 cm = 15000 cm^3
c) V = 1,6 cm · 20 cm · 15 cm = 480 cm^3

④ a) A = 2 · 4 m · 2m + 2 · 4m · 6 m + 2 · 2 m · 6 m = 88 m^2
b) A = 2 · 25 cm · 30 cm + 2 · 25 cm · 20 cm + 2 · 30 cm · 20 cm = 3700 cm^2
c) A = 2 · 1,6 cm · 20 cm + 2 · 1,6 cm · 15 cm + 2 · 20 cm · 15 cm = 712 cm^2

⑤ V = 12 cm · 10 cm · 7 cm = 840 cm^3
A = 2 · 12 cm · 10 cm + 2 · 12 cm · 7 cm + 2 · 10 cm · 7 cm = 548 cm^3

⑥ V = 5 dm · 3 dm · 3 dm = 45 dm^3 = 45 l

Tipps

Achte auf die **unterschiedlichen Umrechnungsfaktoren**: bei Volumina (wie bei der Masse) immer „mal tausend“, aber bei den Flächenmaßen „mal hundert“!

Wandle die Größenangaben bei Quadern immer zuerst so um, dass Länge, Breite und Höhe in derselben Maßeinheit angegeben sind. Erst dann darfst Du multiplizieren!

Auch für das Rechnen mit Volumina muss man natürlich zuerst alle Angaben in dieselbe Maßeinheit umwandeln!
Zum Beispiel: 3 l + 250 cm^3 + 0,05 m^3 =
3000 cm^3 + 250 cm^3 + 50000cm^3 = 53250 cm^3 = 53,25 l

Umklappen
Üben
Verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

Flyer 25

Kompetenz: MESSEN 6
Ich kann Rauminhalt und Oberflächeninhalt von Quadern berechnen und mit Volumenmaßen umgehen.

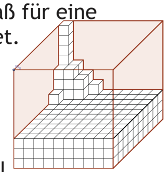
Erklärungen und Beispiele

Nach den Dir wohl vertrauten Größenangaben für Längen, Zeitspannen und Massen hast Du auch Maßeinheiten für Flächenmaße kennengelernt und kannst die Größe eines Rechtecks berechnen.

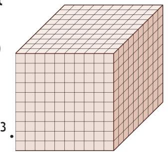

Messbecher für 2 l

Wenn Du beispielsweise einen Kuchen backen möchtest, sind manche Größen aber nicht als Masse (oder „Gewicht“) angegeben, sondern in „Liter“ (l) oder „Milliliter“. Dabei handelt es sich um sogenannte **„Volumina“** (das ist der Plural von „Volumen“).

Meistens werden Volumina als **Raummaße** angegeben und man möchte die Größe eines festen Körpers z.B. eines Holzbalkens angeben, der eine bestimmte Läge, Breite und Dicke hat. Oft geht es aber auch um **Hohlmaße**; darunter versteht man die Größe eines Behälters, eine Füllmenge oder das Maß für eine Flüssigkeitsmenge, die sich in einem Gefäß befindet.



Als **Standardmaß bei den Volumina** gilt der Kubikmeter; dies ist ein Würfel mit einer Kantenlänge von 1 m. Man schreibt dafür 1 m^3. Dementsprechend ist ein Kubikdezimeter (1 dm^3) ein Würfel mit Kantenlänge 10 cm, also ein Zehntel so lang, so breit und so hoch wie ein Kubikmeter; d. h. 1000 dm^3 = 1 m^3. (ebenso: 1000 cm^3 = 1 dm^3)



Hohlmaße gibt man dagegen in der Regel nicht in m^3, dm^3 oder cm^3 an, sondern meist in Litern oder Millilitern (ml). Es gilt: 1 l = 1 dm^3 und 1 ml = 1 cm^3.

Natürlich gibt es auch noch ganz andere Volumeneinheiten: Beim Brennholz spricht man z.B. von einem Festmeter (fm) Holz (das ist dann ein Kubikmeter samt den eingeschlossenen Lücken zwischen den Holzstücken). In den USA verwendet man dagegen ganz andere Hohlmaße: 1 barrel (die Größe eines Fasses, in dem man bspw. Öl handelt) sind ca. 159 l, 1 gallon entspricht etwa 3,8 l und 1 pint sind etwa 0,48 l.

Für die Umrechnung unserer Einheiten gilt:
1 m^3 = 1000 dm^3 = 1000000 cm^3 = 1000000000 mm^3
1 dm^3 = 1000 cm^3 = 1000000 mm^3
1 cm^3 = 1000 mm^3

1 l = 10 dl = 100 cl = 1000 ml
1 dl = 10 cl = 100 ml (Deziliter = Zehntel-Liter)
1 cl = 10 ml (Zentiliter = Hundertstel-Liter)

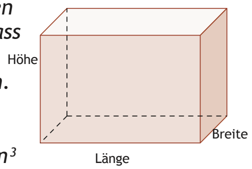
1 l = 1 dm^3 = 1000 cm^3 1 dl = 0,1 dm^3 = 100 cm^3
1 cl = 0,01 dm^3 = 10 cm^3 1 ml = 1 cm^3

Z. B. Entsprechen 2,5 dl also 25 cl oder 250 ml bzw. 250 cm^3.

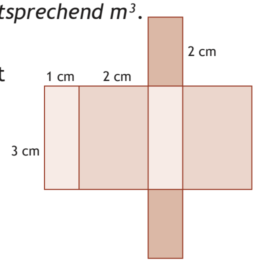
Beim Berechnen von Volumina beschränken wir uns zunächst auf Quader oder auf Körper, die man aus Quadern zusammensetzen kann. (Erst später folgen dann etwa Zylinder oder Pyramiden.)

Ein Holzbalken mit der Länge $l = 3$ m, der Breite $b = 24$ cm und der Dicke $h = 12$ cm hat eine Grundfläche der Größe $l \cdot b = 300 \text{ cm} \cdot 24 \text{ cm} = 7200 \text{ cm}^2$.
Um den **Rauminhalt eines Quaders** zu berechnen, multipliziert man diese Grundfläche noch mit der Höhe. Man erhält für das Volumen $V = l \cdot b \cdot h = 300 \text{ cm} \cdot 24 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} = 86400 \text{ cm}^3$. In dm^3 umgewandelt wären dies $86{,}4 \text{ dm}^3$ (oder aber $0{,}0864 \text{ m}^3$). Der Umrechnungsfaktor bei Volumina ist 1000. Man muss das Komma also immer um drei Stellen verschieben!

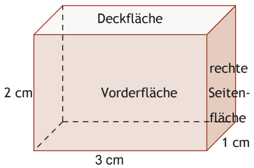
MERKE: Berechnung des Volumens eines Quaders
1) *Länge, Breite und Höhe bestimmen*
2) *Umwandeln der drei Größen, sodass dieselbe Maßeinheit vorliegt*
3) *Multiplizieren der drei Maßzahlen. Als Maßeinheit wählt man die zugehörige Volumeneinheit, also: bei drei Größen in cm sind dies cm^3 oder bei drei Größen in m entsprechend m^3.*



Bei der Berechnung des (gesamten) **Oberflächeninhalts eines Quaders** fällt auf, dass jeweils zwei der sechs Seitenflächen identisch sind. Insgesamt erhält man für die Oberfläche:
$A = 2 \cdot l \cdot b + 2 \cdot l \cdot h + 2 \cdot b \cdot h$.



Zum Beispiel hat ein Quader mit 3 cm Länge, 1 cm Breite und 2 cm Höhe ein Volumen von $V = l \cdot b \cdot h =$
$3 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^3$.
Sein Oberflächeninhalt beträgt
$A = 2 \cdot l \cdot b + 2 \cdot l \cdot h + 2 \cdot b \cdot h =$
$2 \cdot 3 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} + 2 \cdot 3 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}$
$+ 2 \cdot 1 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}$
$= 6 \text{ cm}^2 + 12 \text{ cm}^2 + 4 \text{ cm}^2 = 22 \text{ cm}^2$.



Will man das Füllvolumen eines Schwimmbeckens bestimmen, das 20 m lang und 6,50 m breit ist und eine Tiefe von 160 cm hat, so wandelt man zuerst die Größenangaben um, z. B.: $l = 200$ dm, $b = 65$ dm und $h = 16$ dm. Das Volumen beträgt also $V = l \cdot b \cdot h = 200 \text{ dm} \cdot 65 \text{ dm} \cdot 16 \text{ dm} = 208000 \text{ dm}^3$. Die Wahl von dm als Maßeinheit hat nebenbei den Vorteil, dass man nun die Füllmenge leicht in Liter angeben kann: es sind 208 000 l.

Soll nun die Fläche bestimmt werden, die mit Fliesen zu bekleben ist, wenn die Seitenwände und der Boden gefliest werden sollen, so ist der Oberflächeninhalt des entsprechenden Quaders zu berechnen, wobei die obere „Deckfläche“ natürlich nicht vorkommt:

Es ist also $A = l \cdot b + 2 \cdot l \cdot h + 2 \cdot b \cdot h = 200 \text{ dm} \cdot 65 \text{ dm} + 2 \cdot 200 \text{ dm} \cdot 16 \text{ dm} + 2 \cdot 65 \text{ dm} \cdot 16 \text{ dm} = 13000 \text{ dm}^2 + 6400 \text{ dm}^2 + 2080 \text{ dm}^2 = 21480 \text{ dm}^2$. Dies sind $214{,}8 \text{ m}^2$, denn: Achtung! Bei den Flächenmaßen ist der Umrechnungsfaktor von einer Einheit zur nächsten 100 und nicht 1000 wie bei den Volumina!

Lösungen 2 (Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

① $V = 37 \text{ cm} \cdot 16 \text{ cm} \cdot 24 \text{ cm} = 14208 \text{ cm}^3 = 14{,}208$ l

② a) $V = 7 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} = 343 \text{ cm}^3$
$A = 6 \cdot 7 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} = 294 \text{ cm}^2$
b) $294 \text{ cm}^2 = 0{,}0294 \text{ m}^2$. Dies ist etwa ein Siebzehntel von $0{,}5 \text{ m}^2$ (denn $0{,}5 \text{ m}^2 : 0{,}0294 \text{ m}^2 \approx 17$).
Demnach benötigt man ca. $240 \text{ ml} : 17 \approx 14$ ml.
c) Masse $m = 343 \cdot 19{,}32 \text{ g} = 6626{,}76 \text{ g} \approx 6{,}6$ kg

③ a) Für *einen* Container: $A = 2 \cdot 12{,}19 \text{ m} \cdot 2{,}44 \text{ m} + 2 \cdot 12{,}19 \text{ m} \cdot 2{,}59 \text{ m} + 2 \cdot 2{,}44 \text{ m} \cdot 2{,}59 \text{ m} = 135{,}2706 \text{ m}^2$
Für 30 Container: $A = 30 \cdot 135{,}2706 \text{ m}^2 \approx 4058 \text{ m}^2$
b) Für *einen* Container: $V = 12{,}19 \text{ m} \cdot 2{,}44 \text{ m} \cdot 2{,}59 \text{ m} = 77{,}035924 \text{ m}^3$
Für ein Schiff mit 4000 Containern:
$V = 4000 \cdot 77{,}035924 \text{ m}^3 \approx 308\,143 \text{ m}^3$
Das sind ca. 308 Millionen Liter oder knapp 2 Millionen barrel.

④ $G = 3 \text{ dm} \cdot 6 \text{ dm} = 18 \text{ dm}^2$. Da $V = G \cdot h = 18 \text{ dm}^2 \cdot h$ gleich 63 l sein soll, gilt: $18 \text{ dm}^2 \cdot h = 63 \text{ dm}^3$. Man erhält $h = 63:18$ dm $= 3{,}5$ dm. Das Wasser steht also 3,5 dm bzw. 35 cm hoch.

⑤ Links:
$V = 2 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} + 3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = 39 \text{ cm}^2$
$A = 2 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} + 2 \cdot 4 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} + 5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} + 2 \cdot 3 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = 84 \text{ cm}^2$
Rechts:
$V = 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} - 2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 208 \text{ cm}^3$
$A = 3 \cdot 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} + 3 \cdot 2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} + 3 \cdot (2 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} + 4 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm}) = 216 \text{ cm}^2$ (oder gleich $6 \cdot 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm}$...)

Testaufgaben zum Abschluss

❶ Gib die Größe in der angegebenen Maßeinheit an.
a) 12 l (in ml / in cm^3 / in m^3)
b) 2500 cm^3 (in m^3 / in l)
c) 2,52 m^3 (in cm^3 / in l)
d) 4500 ml (in dm^3 / in m^3)

❷ Berechne das Volumen eines Quaders mit
a) $l = 4$ cm, $b = 2$ cm, $h = 9$ cm
b) $l = 1$ dm, $b = 11$ mm, $h = 2$ cm

❸ Ordne die Volumina der Größe nach.
4 l / 19 cm^3 / 0,8 m^3 / 250 ml / 1,8 l / 20 dm^3 / 416 cm^3 / 0,5 dm^3 / 2 m^3

❹ Bestimme den Oberflächeninhalt und das Füllvolumen eines Postpakets der Größe „S“.
(„S“ steht für „small“. Für diese Pakete gilt Breite x Tiefe x Höhe : 22 x 17,5 x 10 cm.)

❺ Ein Kubikdezimeter frisch gefallenen Schnees wiegt etwa 80 g. Es hat 16 cm hoch geschneit. Berechne die Schneemasse, die auf einem Hausdach mit 61 m^2 Fläche liegt.

Aufgaben 2 (Modellieren, Vernetzen, Reflektieren)

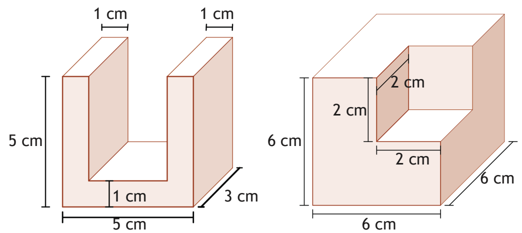
① Wieviel Liter passen in einen Schuhkarton, der 37 cm lang, 16 cm hoch und 24 cm breit ist?

② a) Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt eines Holzwürfels, der 7 cm Kantenlänge hat.
b) Wie viel Farbe benötigt man zum Streichen des Würfels etwa, wenn auf der Farbdose angegeben wird, dass 240 ml für einen halben Quadratmeter ausreichen?
c) Wie schwer wäre ein solcher Würfel aus Gold? (Zur Information: 1 cm^3 Gold wiegt 19,32 g)

③ Beim Transport auf Containerschiffen werden immer Container der gleichen Größe verladen: sie sind 12,19 m lang, 2,44 m breit und 2,59 m hoch.
a) Ein Unternehmer möchte 30 seiner Container außen mit einem Schutzanstrich gegen Rost streichen. Wie groß ist die gesamte zu streichende Fläche?
b) Ein großes Containerschiff kann bis zu 4000 Container laden. Wie groß ist das gesamte Transportvolumen dieses Schiffes? Wieviel barrel sind das?

④ Ein Aquarium mit 30 cm mal 60 cm Grundfläche ist 40 cm hoch. Es werden zunächst 63 l Wasser eingegossen. Wie hoch steht das Wasser im Aquarium?

⑤ Berechne Volumen und Oberflächeninhalt der beiden abgebildeten Figuren. (Achtung: die Figuren sind nicht maßstabsgetreu abgebildet!)



Umklappen
Üben
Verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

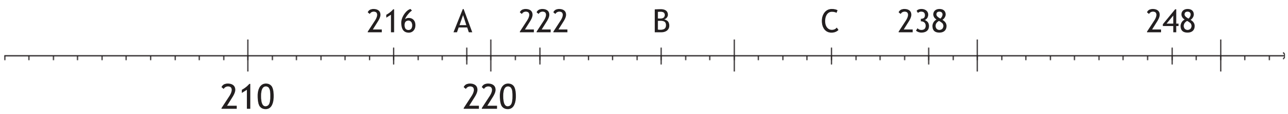
LÖSUNGSBLATT
Flyer 01

Kompetenz: ZAHLEN 1
Ich kann den Aufbau unseres Zahlsystems erklären und kann mit natürlichen Zahlen umgehen.

❶ Vier Milliarden dreihundertneunundsiebzig Millionen achthundertfünfundzwanzigtausenddreihundertvierundsechzig

4379825364 ≈ 4 380 000 000
4379825364 ≈ 4 379 825 000
4379825364 ≈ 4 379 825 400

❷ A = 219
B = 227
C = 234



❸ a) 984 **>** 799

b) 299 856 **<** 478 213

❹ Die Aufzählung muss nicht mit dem <-Zeichen erfolgen:

77938 < 466312 < 717202 < 2500010

❺ *Eines* der möglichen Zahlenpaare sollte zumindest genannt werden:
673 und 789 oder 674 und 788

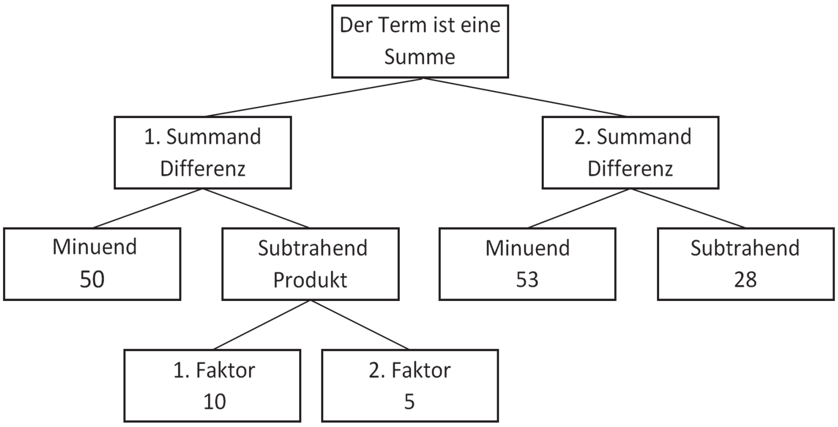
Umklappen
Üben
Verstehen

LÖSUNGSBLATT
Flyer 02

dietrich bonhoeffer gymnasium

Kompetenz: Variable 1 und 2
Ich kann die Rechengesetze bei Termen mit natürlichen Zahlen anwenden.
Ich kann Zahlterme aufstellen und ihren Wert berechnen.

❶



❷ a) $4 \cdot 5 + 2 + 6 = 20 + 8 = 28$, die 10 ist ein Dividend.

b) $2 + 40 - 42 : 6 = 42 - 7 = 35$ die 8 ist ein (1.) Faktor.

❸ a) $(8 \cdot 19) : 2 = 76$

b) $280 - (30 : 6) = 280 - 5 = 275$

❹ a) 2 b) 15 c) 5

❺ a) $(3 + 4) \cdot 12$ b) $13 + 5 \cdot (6 - 2) \cdot 2$ c) $(56 - 6) \cdot 8$

LÖSUNGSBLATT
Flyer 03

Kompetenz: RECHNEN 1, 2 und 3
Ich kann einfache Rechnungen mit natürlichen Zahlen sicher im Kopf ausführen. Ich kann sie schriftlich addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.

❶ a) 118097   b) 65305   c) 85198

❷ a) 7630   b) 535 R7   c) 66906   d) 4961280

❸ a) 81760 – 35872 = <u>45888</u>

b) 8821 + 2695 = <u>11516</u>

c) 32564 : 7 = <u>4652</u>

d) 4752 · 9 = <u>42768</u>

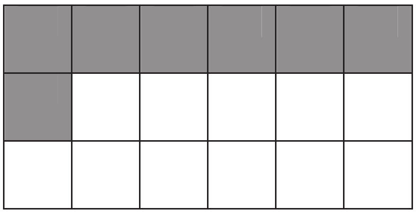
❹ a) etwa a = 7, b = 6, c = 4, d = 0, e = 5

b) etwa a = 9, b = 5, c = 4, d = 0, e = 7, f = 0

LÖSUNGSBLATT
Flyer 04

Kompetenz: ZAHLEN 4 und RECHNEN 5
Ich kann mit Brüchen und Bruchzahlen umgehen.
Ich kann Brüche addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.

❶ 7 Felder müssen eingefärbt sein, z.B.:



❷ $\frac{2}{7}$

❸ Die Aufzählung muss nicht mit dem <-Zeichen erfolgen:

$\frac{2}{5} < \frac{8}{15} < \frac{8}{9} < \frac{5}{2}$

❹

a) $\frac{7}{10}$ b) $\frac{47}{40}$ c) $\frac{25}{32}$ d) $\frac{24}{7}$

❺ $\frac{32}{7}$

❻ a) $\frac{28}{3}$ b) $\frac{4}{9}$

Umklappen
Üben
Verstehen

LÖSUNGSBLATT
Flyer 05

dietrich bonhoeffer gymnasium

Kompetenz: ZAHLEN 3 und RECHNEN 4
Ich kann mit Dezimalbrüchen umgehen, sie addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.

❶

a) 2,749536 ≈ 2,750
b) 2,749536 ≈ 2,75
c) 2,749536 ≈ 2,7495

❷

a)
```
   0,928
+ 10,490
  11,418
```

b)
```
  2,6010
+ 0,0875
+13,4400
 16,1285
```

c)
```
 22,9040
- 18,1500
-  1,0804
   3,6736
```

❸

a)
```
2,2 · 7,03
   154
       0
      66
  15,466
```

b)
```
4,26 · 13,009
    426
    1278
        0
         0
       3 834
   55,41834
```

c) 8,0652 : 1,3 = 80,652 : 13 = 6,204
```
78
 2 6
 2 6
   05
    0
    52
    52
     0
```

❹

❺

```
1,589 · 32,35
     4767
      3178
       4767
        7945
    51,40415  ≈ 51,40.
```

Herr Peters muss 51,40 € bezahlen.

Umklappen
Üben
Verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

LÖSUNGSBLATT
Flyer 06

Kompetenz: ZAHL 5 und 6
Ich kann mit der Prozentschreibweise umgehen.
Ich kann mit rationalen Zahlen umgehen und zwischen verschiedenen Darstellungsformen wechseln.

❶ $\frac{9}{4} = \frac{225}{100} = 2{,}25$; $\frac{7}{8} = \frac{875}{1000} = 0{,}875$; $4\frac{2}{3} = \frac{14}{3} = 4{,}667$;

$\frac{12}{15} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0{,}8$

❷ 14 % = $\frac{14}{100} = \frac{7}{50}$; 0,025 = $\frac{25}{1000} = \frac{1}{40}$; 9,0909 = $\frac{90909}{10000}$;

80 % = $\frac{80}{100} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

❸ $\frac{4}{10}$ = 0,4 < 0,46 < 60 % = 0,6 < $\frac{4}{6}$ = 0,667 < $\frac{7}{8}$ = 0,875 < 0,8751

❹ a) 0,125 + $\frac{15}{4} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}125 + \frac{15}{8} = \frac{1}{8} + \frac{15}{8} = \frac{16}{8} = 2$

b) $\frac{3}{18} \cdot 6{,}6 + 0{,}4 = \frac{1}{6} \cdot \frac{66}{10} + 0{,}4 = \frac{1}{1} \cdot \frac{11}{10} + 0{,}4 = 1{,}1 + 0{,}4 = 1{,}5$

❺ a) 10,13 b) 165,99

c) 3 % = 0,03 d) $\frac{156}{100}$ = 1,56

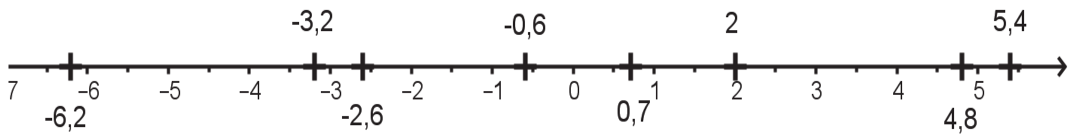
Umklappen
Üben
Verstehen

LÖSUNGSBLATT
Flyer 07

dietrich bonhoeffer gymnasium

Kompetenz: ZAHL 2 und RECHNEN 6
Ich kann mit negativen Zahlen umgehen.
Ich kann mit ihnen rechnen und rationale Zahlen addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.

❶



❷ a) zwei Zahlen aus dem Bereich von −11 bis 0.
b) zwei Zahlen aus dem Bereich −20 bis −3.
c) zwei Zahlen aus dem Bereich −20 bis −11.

❸ a) 11 b) −115 c) −37 d) 170 e) −68

❹ a) $25 + 45 - 70 = 0$ b) $-25 - 45 - (-70) = 0$

c) $25 + (-45) - 50 - (-70) = 0$

❺ a) 12 b) −9 c) 390 d) −50

Umklappen
Üben
Verstehen

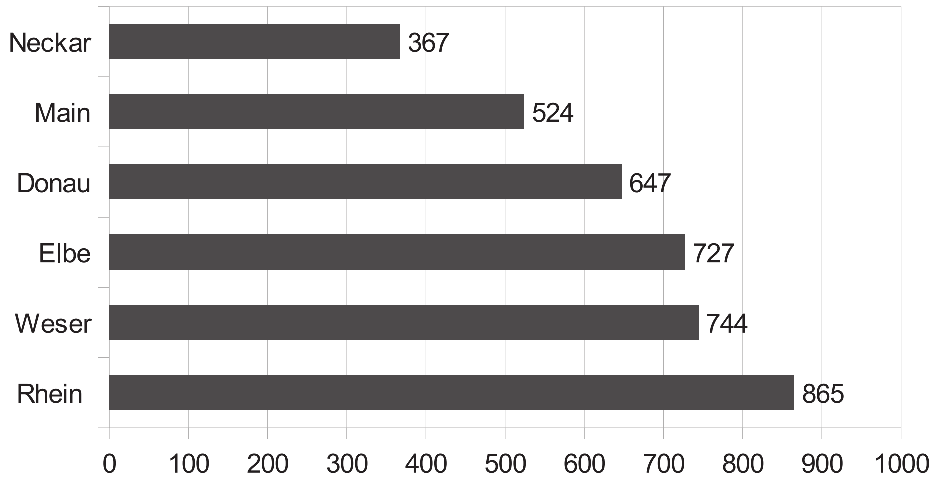
LÖSUNGSBLATT
Flyer 08

dietrich bonhoeffer gymnasium

Kompetenz: DATEN 1 und DATEN 2
Ich kann Daten erfassen, sie aus Tabellen und Texten entnehmen und aus Diagrammen ablesen. Ich kann Daten ordnen und sie in Tabellen und Diagrammen darstellen.

❶ Hase: 50 cm Hauskatze: 85 cm Steinbock: 150 cm
Braunbär: 275 cm Tiger: 280 cm

❷

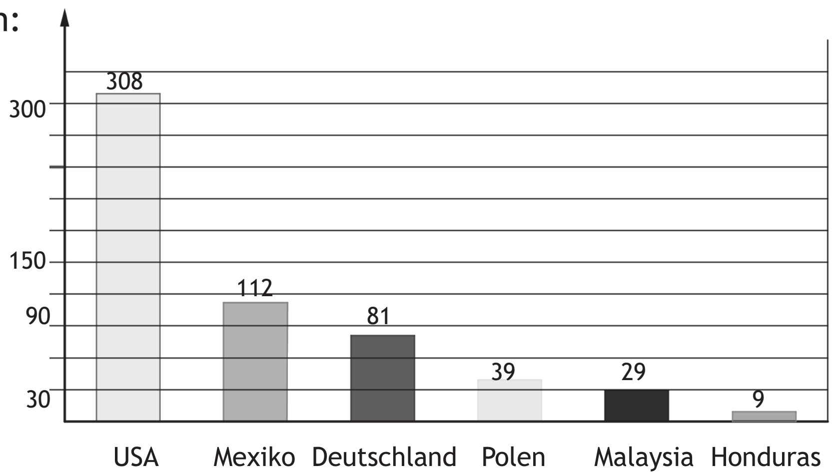


❸

a) Im **<u>Juli</u>** regnet es am wenigsten.
b) Der höchste Wert sind **<u>11</u>** Sonnenstunden pro Tag im Monatsdurchschnitt.
c) Im Oktober sind es durchschnittlich **<u>5</u> Regentage** und **<u>8</u> Sonnenstunden pro Tag**.
d) Auch im **<u>April</u>** sind es durchschnittlich 5 Regentage und 8 Sonnenstunden pro Tag.
e) Von August bis November muss man mit insgesamt 2 + 4 + 5 + 5 = **<u>16</u>** Regentagen rechnen.

❹

a) Eine Figur im Bilddiagramm steht immer gerundet für **<u>15 Millionen</u>** Einwohner.
b) Bei den **<u>USA</u>** weicht die Darstellung am weitesten ab (7 Millionen).
c) Säulendiagramm:



Umklappen
Üben
Verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

LÖSUNGSBLATT
Flyer 09

Kompetenz: DATEN 4 und DATEN 5
Ich kann Teile und Anteile bestimmen, absolute und relative Häufigkeiten angeben.
Ich kann Anteile anschaulich in Diagrammen darstellen.

❶ Benjamin: $\frac{11}{31} \approx 0{,}355 = 35{,}5\ \%$ Janina: $\frac{8}{31} \approx 0{,}258 = 25{,}8\ \%$

Amelie: $\frac{5}{31} \approx 0{,}161 = 16{,}1\ \%$ Thomas: $\frac{4}{31} \approx 0{,}129 = 12{,}9\ \%$

Klaus: $\frac{3}{31} \approx 0{,}097 = 9{,}7\ \%$

❷ a) $\frac{9}{25}$ (= 36 %)

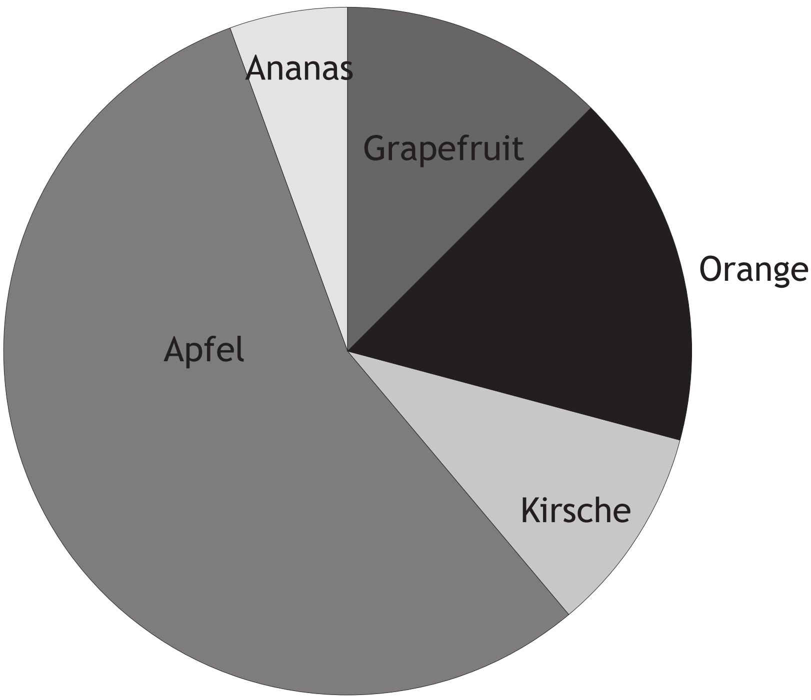
b) $\frac{39}{200}$ = 19,5 %

❸ a) (80 : 4) · 3 = 60
b) (112 : 16) · 5 = 35
c) (4600 € : 100) · 3 = 138 €

❹ Ananas: $\frac{1}{18} \cdot 360^\circ = 20^\circ$ Apfel: $\frac{5}{9} \cdot 360^\circ = 200^\circ$

Kirsche: $\frac{7}{72} \cdot 360^\circ = 35^\circ$ Orange: $\frac{1}{6} \cdot 360^\circ = 60^\circ$

Grapefruit: $\frac{1}{8} \cdot 360^\circ = 45^\circ$



Umklappen
Üben
Verstehen

dietrich bonhoeffer gymnasium

LÖSUNGSBLATT
Flyer 10

Kompetenz: DATEN 3 und DATEN 6
Ich kann den Mittelwert mehrerer Werte berechnen und Daten auswerten.
Ich kann eigene statistische Umfragen durchführen, auswerten und präsentieren.

❶ Geordnete Zahlenreihe: 1 2 3 4 5 5 5 5 6 6 7 8 8 9 13 21

Maximum:	21
Minimum:	1
Spannweite:	20
Modalwert:	5
Zentralwert:	5,5
Mittelwert:	108 : 18 = 6

❷ Individuelle Lösungen.

Teil 1 sollte eine Urliste mit 25 Nennungen, eine Auswertung mit der Anzahl der fünf am häufigsten genannten Tiere sowie der „restlichen“ Tiere sowie deren jeweiligen Anteil in Prozent enthalten. Als Veranschaulichung soll ein Streifendiagramm gezeichnet werden.

Teil 2 sollte ein Balkendiagramm enthalten, aus dem die Häufigkeit der Zuordnung zu jedem der 18 Tabellenplätze erkennbar ist. Die Kennwerte Maximum, Minimum, Spannweite, Modalwert, Zentralwert und Mittelwert sind dazu zu bestimmen und ihre Bedeutung zu erläutern. Schließlich soll ein zweites Diagramm erstellt werden: ein Kreisdiagramm mit 4 Sektoren, für das jeweils einige Plätze zusammengefasst wurden – Champions-League-Platz (1. bis 3.), Europa-League-Platz (4. bis 6.), Platz im Mittelfeld (7. bis 15.) oder Abstiegsplatz (16. bis 18.).

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

umklappen
üben
verstehen

LÖSUNGSBLATT
Flyer 11

dietrich bonhoeffer gymnasium

Kompetenz: FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE 1 und 2
Ich kann Größen aus maßstäblichen Darstellungen entnehmen.
Ich kann maßstäbliche Darstellungen anfertigen.

❶ Angaben genügen jeweils in einer Einheit.

Kartenart	Stadtplan	Wanderkarte	Deutschlandkarte
Maßstab	1 : 20 000	1 : 50 000	1 : 800 000
Strecke auf Karte	5,2 cm	13 cm = 0,13 m	20,8 cm
Strecke in Wirklichkeit	104 000 cm = 1040 m	6,5 km	166,4 km

❷ Maßstab 1 : 1000 (bei einer gemessenen Gesamtlänge von 7,5 cm)

- Eine Strecke von 450 m wäre in diesem Maßstab 45 cm lang.
- Eine gezeichnete Strecke der Länge 12 cm ist im Original 12 000 cm = 120 m lang.

❸ Maßstab ca. 1 : 30

❹ Maßstab 3 : 1: neue Breite der Kerze 6 cm.
Maßstab 1 : 2: neue Breite der Kerze 1 cm.

❺
a) Abmessung der Spielzeugpackung:
Länge 3,8 cm; Breite 1 cm; Höhe 5 cm

b) Die Spielzeugpackung hat noch 0,8 % des Volumens einer Originalpackung.

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

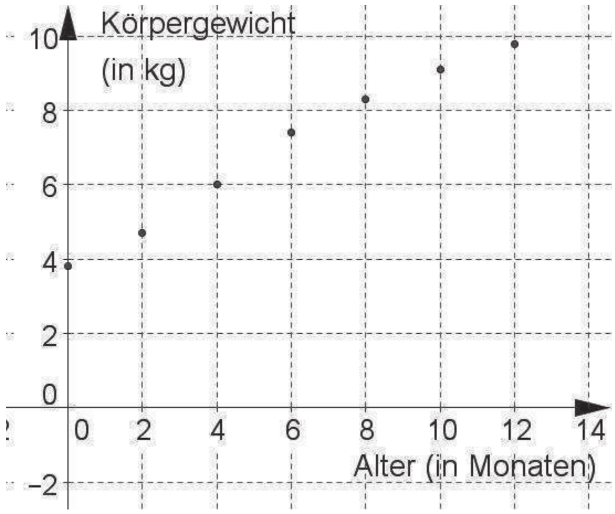
umklappen
üben
verstehen

LÖSUNGSBLATT
Flyer 12

dietrich bonhoeffer gymnasium

Kompetenz: FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE 3 und 4
Ich kann einfache Zusammenhänge zwischen Größen erkennen und beschreiben.
Ich kann Zusammenhänge zwischen Größen darstellen.

❶ a) Schaubild:

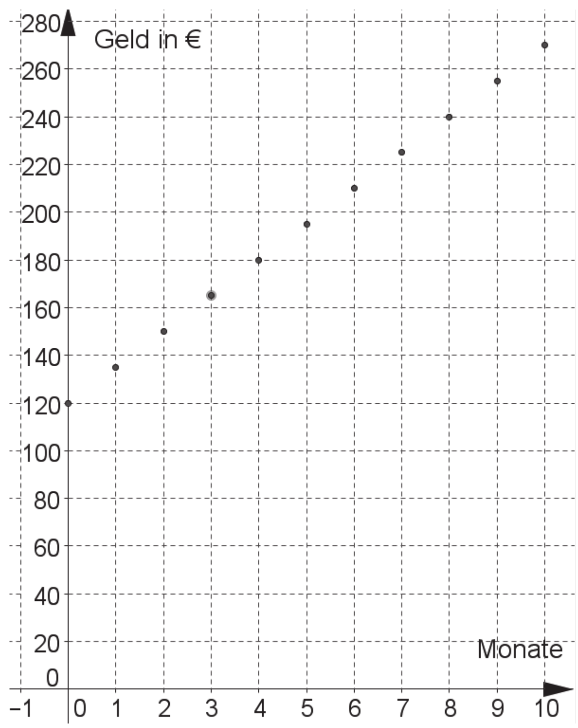


b) vom 4. bis zum 6. Monat nimmt der Säugling am stärksten zu.
c) Das 12-jährige Mädchen wäre dann 75,8 kg schwer.

❷ a)

Monate	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Geld in €	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270

b) Nach 9 Monaten kann sie sich ein Handy leisten, das 250 € kostet.



❸ Der Adler fliegt zu Beobachtungsbeginn auf 300 m Höhe. Nach ca. 1 min beginnt er zu steigen und steigt bis zur 3. Minute nach Beobachtungsbeginn auf ca. 470 m. Daraufhin sinkt er auf ca. 420 m und steigt ab der 4. Minute nach Beobachtungbeginn wieder an auf knapp 500 m Höhe. Auf dieser Höhe bleibt er während der 6. Minute. 6 Minuten nach Beobachtungsbeginn steigt er weiter und ist 8 Minuten nach Beobachtungsbeginn auf ca. 550 m Höhe. Hier endet die Beobachtung.

❹ a)

b in cm	*0*	1	2	3	4	5	6	7
U in cm	*4*	6	8	10	12	14	16	18

b)

b in cm	0	1	2	3	4	5	6	7
A in cm²	0	2	4	6	8	10	12	14

Schaubild zu a):

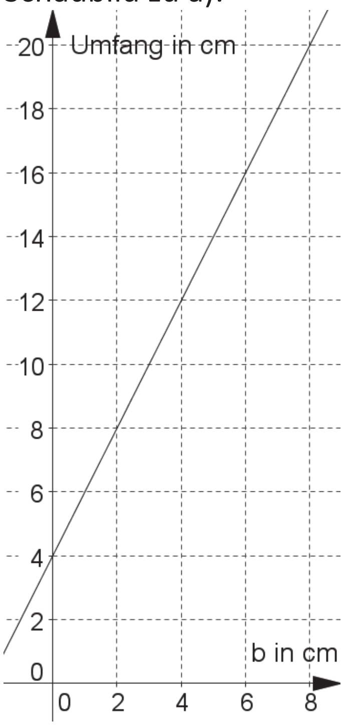
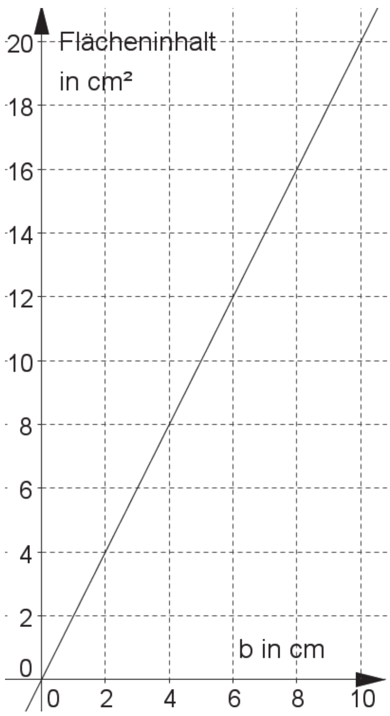


Schaubild zu b):



umklappen
üben
verstehen

LÖSUNGSBLATT
Flyer 13

dietrich bonhoeffer gymnasium

Kompetenz: FUNKTIONALE ZUSAMMENHÄNGE 5 und 6
Ich kann mit proportionalen Zuordnungen umgehen und den Dreisatz „je mehr, desto mehr“ bei Aufgaben aus dem Alltag anwenden.
Ich kann den Dreisatz „je mehr, desto weniger“ bei Aufgaben aus dem Alltag anwenden.

❶ In der Tabelle siehst du jeweils eine Abhängigkeit zwischen zwei Größen dargestellt. Berechne mit Hilfe des Dreisatzes die fehlenden Werte.

a)

0,5	1	2	5	[] = 8
7	14	28	Δ = 70	112

b)

0,5	1	2	8	[] = 40
320	160	80	Δ = 20	4

❷

a) Der Flächeninhalt verdreifacht sich (A_{alt} = 35 cm²; A_{neu} = 105 cm²).
b) Er versiebenfacht sich. *(keine Erklärung notwendig)*

❸ Aus 10 kg Weizen erhält man rund 8 kg Mehl.
a) Man erhält 28 kg Mehl.
b) Man benötigt 65 kg Weizen.

❹ Das Futter reicht 3,2 Tage.

Umklappen
Üben
Verstehen

LÖSUNGSBLATT
Flyer 14

Kompetenz: Terme, Variable, Gleichungen 3 und 4
Ich kann bei einfachen Mustern und Zahlenreihen deren Gesetzmäßigkeiten erkennen und sie fortsetzen. Ich kann Terme mit Variablen aufstellen.

❶ Term: $2 + 3(x - 1) = 3x - 1$

❷

a)

Muster	Anzahl Streichhölzer	Berechnung
Länge 1	7	7
Länge 2	12	$7 + 5 = 7 + 1 \cdot 5$
Länge 3	17	$12 + 5$ $= 7 + 5 + 5 = 7 + 2 \cdot 5$
Länge 4	22	$17 + 5$ $= 12 + 5 + 5 = 7 + 5 + 5 + 5$ $= 7 + 3 \cdot 5$

b) $7 + (x - 1) \cdot 5$ (für die Länge 1 benötigt man 7 Streichhölzer, für jede weitere nur noch 5)

oder

$5x + 2$ (die Länge x ergibt sich aus x E-Formen plus 2 Streichhölzer für den Abschluss.

❸

$V = (x - 7) \cdot 8 \cdot (13 - 5{,}5) + x \cdot 8 \cdot 5{,}5 = (x - 7) \cdot 60 + 44x$

❹

1: $U = 2a + 2b$ 2: $U = 4a$ 3: $U = a + b + c$ 4: $U = a + 2c$

Umklappen
Üben
Verstehen

LÖSUNGSBLATT
Flyer 15

dietrich bonhoeffer gymnasium

Kompetenz: TERME 5
Ich kann den Wert von Termen berechnen und mit Formeln umgehen.

❶

a) 3 Stockwerke: $2 \cdot 3 + 7 = 13$ 16 Stockwerke: $2 \cdot 16 + 7 = 39$
20 Stockwerke: $2 \cdot 20 + 7 = 47$

b) $52 - 7 = 45$ 45 Klötze bleiben für die Stockwerke
$45 : 2 = 22$ R1

Die Klötze reichen für 22 Turmstockwerke.

❷

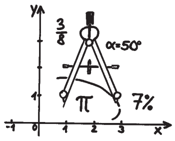
	–5	0	1	3
$x^2 + 3x - 6$	34	–6	–2	12
$3 + (6x + 2) \cdot 5$	–137	13	43	103

❸

a) $2 \cdot 4 - (5 \cdot (-3) + 30) + 3 \cdot 4 \cdot (-3) = 8 - 15 - 36 = -43$

b) $\frac{1}{3} + \frac{6}{-3} + \frac{2+4}{-3} = \frac{-1}{-3} + \frac{12}{-3} = \frac{11}{3}$

umklappen
üben
verstehen



LÖSUNGSBLATT
Flyer 16

dietrich bonhoeffer gymnasium

Kompetenz: TERME, VARIABLEN, GLEICHUNGEN 6
Ich kann einfache Gleichungen lösen.

❶ a) x = 5 b) x = 9
c) x = – 2 d) x = 12

❷ 24 Klötzchen: 4 Stockwerke
56 Klötzchen: 12 Stockwerke

❸ zugehörige Gleichung: *(x sei die Anzahl der Quadrate, die man legen kann)*
Anzahl der benötigten Streichhölzer = 1 + 3x
Mit 52 Streichhölzern kann man also 17 Quadrate legen,
mit 106 Streichhölzern kann man 35 Quadrate legen.

❹ zugehörige Gleichung: *(x sei die Anzahl der Monate, die Steffen noch sparen muss)*
Gesamtbudget = 190 € + 70 € + 50 € + 15 € • x
Also muss Steffen noch 8 Monate sparen.

Umklappen
Üben
Verstehen

LÖSUNGSBLATT
Flyer 17

dietrich bonhoeffer gymnasium

Kompetenz: RAUM und FORM 1 und 2
Ich kann geometrische Objekte fachgerecht benennen und unterscheiden.
Ich kann sie anhand ihrer Eigenschaften beschrieben und erklären, in welcher Beziehung sie zueinander stehen.

❶ a) falsch: Jedes Quadrat ist auch ein Parallelogramm.
b) falsch: Nicht jedes Parallelogramm hat vier rechte Winkel.

❷ Fig.1: Quadrat Fig.2: Rechteck Fig.3: Parallelogramm

❸ <u>Gemeinsamkeiten</u>: gegenüberliegende Seiten sind gleich lang und parallel.
<u>Unterschiede</u>: Ein Quadrat hat immer vier rechte Winkel und vier gleich lange Seiten.

❹ Dreieck EFG: spitzwinklig

Dreieck ZYX: rechtwinklig und gleichschenklig

Dreieck UVW: stumpfwinklig

❺

a) Kugel	b) Rechteck	c) Sechseck
d) Quader	e) Kegel	f) Kreis
g) Zylinder	h) Prisma	i) Quadrat (Quader)

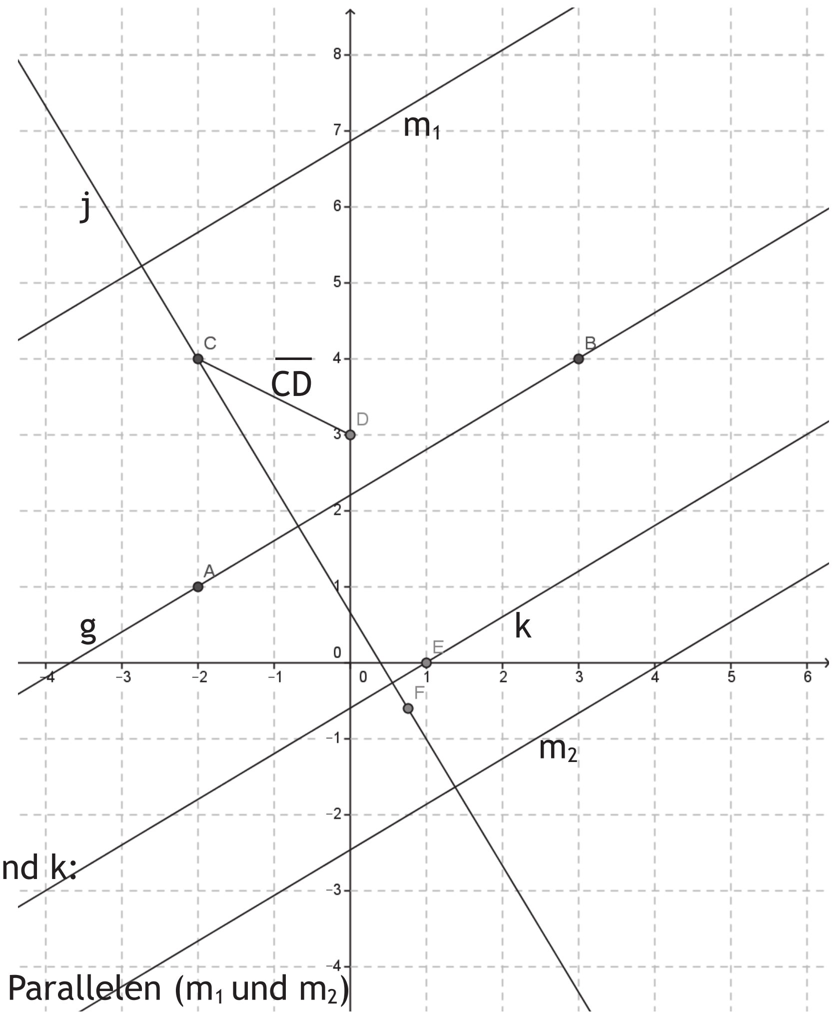
Umklappen
Üben
Verstehen

LÖSUNGSBLATT
Flyer 18

dietrich bonhoeffer gymnasium

Kompetenz: RAUM UND FORM 3
Ich kann ebene Figuren und zueinander parallele und orthogonale Geraden zeichnen.

❶

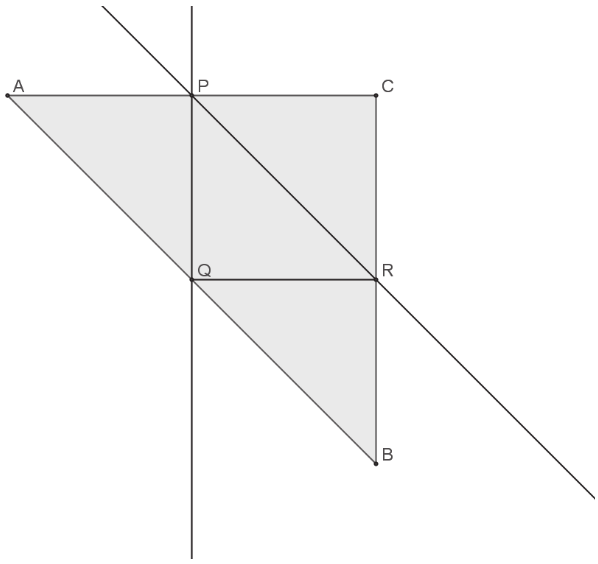


d) Abstand von g und k:
2,4 cm

e) es gibt 2 solche Parallelen (m_1 und m_2)

❷ a) $c \parallel i$, $e \parallel b$ b) $g \perp c$, $g \perp i$, $a \perp e$, $a \perp b$

❸



d) $\overline{AC} \parallel \overline{QR}$

Q liegt auf der Mitte der Seite $\overline{AB}$

R liegt auf der Mitte der Seite $\overline{BC}$

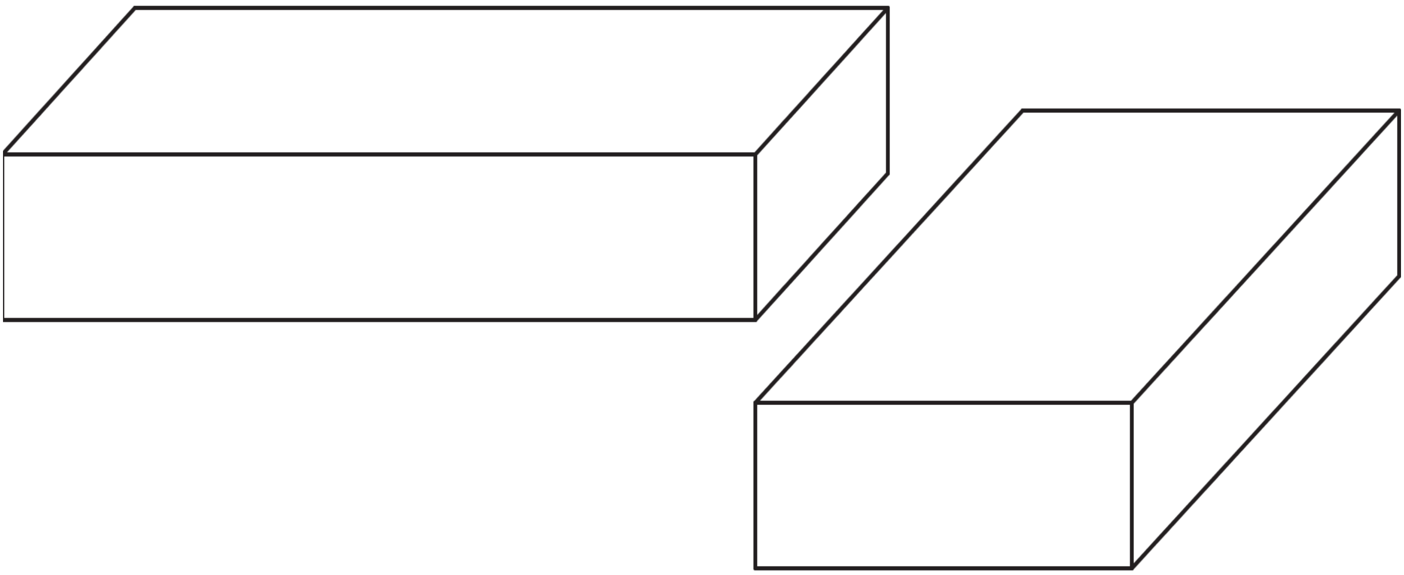
Umklappen
Üben
Verstehen

LÖSUNGSBLATT
Flyer 19

dietrich bonhoeffer gymnasium

Kompetenz: GEOMETRIE 4 und 5
Ich kann Körpernetze erkennen und entwerfen sowie Modelle von Körpern erstellen. Ich kann Schrägbilder von Körpern anfertigen.

❶



❷ individuell

❸

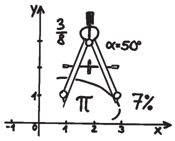
Quader a)	a = 5,5 cm,	b = 2 cm,	c = 2 cm
Quader b)	a = 1 cm,	b = 1 cm,	c = 2,5 cm
Quader c)	a = 2 cm,	b = 3 cm ,	c = 1 cm
Quader d)	a = 2,5 cm,	b = 3 cm,	c = 1 cm

❹

Zylinder
Pyramide mit dreiseitiger Grundfläche (Tetraeder)
Prisma mit siebenseitiger Grundfläche
Pyramide mit quadratischer Grundfläche

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

umklappen
üben
verstehen



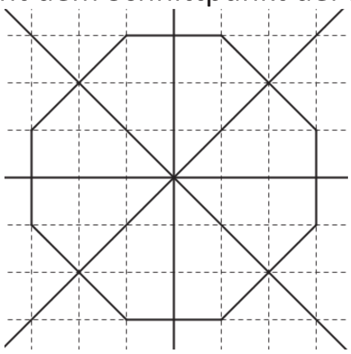
LÖSUNGSBLATT
Flyer 20

dietrich bonhoeffer gymnasium

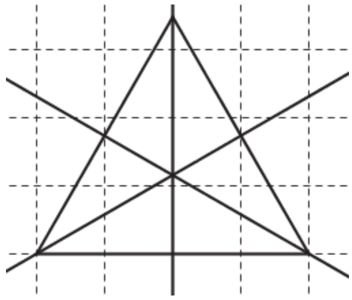
Kompetenz: RAUM UND FORM 6
Ich kann symmetrische Figuren erkennen, Symmetrien beschreiben und symmetrische Figuren erzeugen.

❶

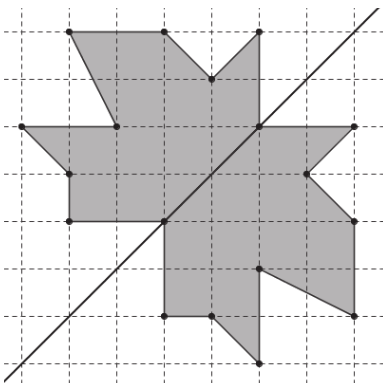
Figur 1: achsen- (4 Symmetrieachsen) und punktsymmetrisch (Symmetriezentrum entspricht dem Schnittpunkt der Achsen)



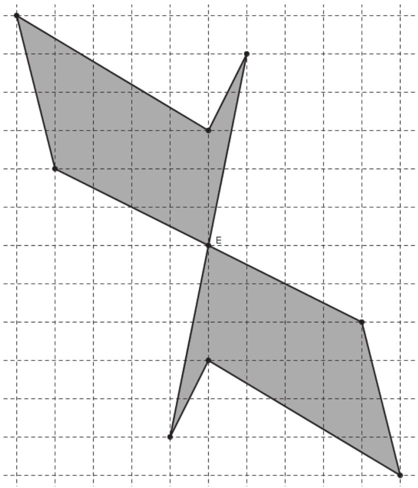
Figur 2: achsensymmetrisch (3 Symmetrieachsen)



❷ *Figur 1:*



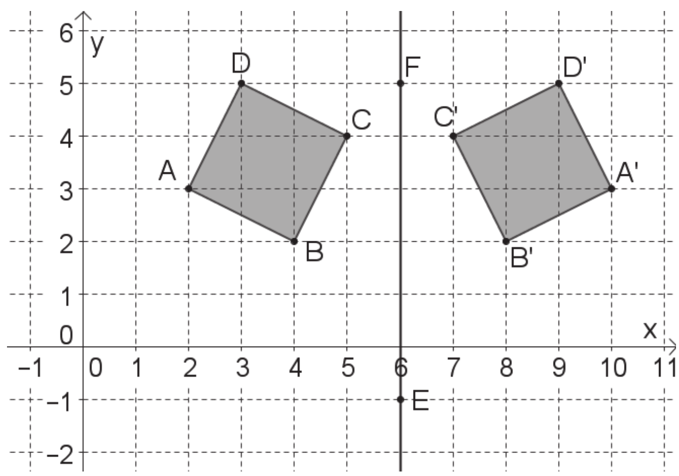
Figur 2:



❸ a) A(2|3), B(4|2), C(5|4), D(3|5), E(6|–1), F(6|5)

b) A‘(10|3), B‘(8|2), C‘(7|4), D‘(9|5)

c) P‘(12|– 32)



Umklappen
Üben
Verstehen

LÖSUNGSBLATT
Flyer 21

dietrich bonhoeffer gymnasium

Kompetenz: MESSEN 1 und MESSEN 2 und MESSEN 3
Ich kann mit Maßsystemen umgehen und Längen, Massen und Zeitspannen schätzen.
Ich kann Größen messen und mit Messergebnissen umgehen.
Ich kann Maßangaben in andere Maßeinheiten umwandeln und mit Größen rechnen.

❶ Länge einer Seite aus deinem Mathematikbuch: l = 26 cm
Breite einer Seite aus deinem Mathematikbuch: b = 19,3 cm

Durchschnitt: D = (26 cm + 19,3 cm) : 2 = 22,65 cm

❷

a) 21 dm = 2 100 mm
b) 7 450 cm = 74,5 m
c) 3,04 km = 3 040 m
d) 5,3 t = 5 300 t
e) 3 080 g = 3,08 kg
f) 240 s = 4 min

❸

a) 0,2 km < 269 000 mm < 2 km 23 m < 435 060 cm
(200 m < 269 m < 2 023 m < 4 350,6 m)

b) 12 h 12 min < 55 555 s < 2 d 4 h < 4 030 min < 99 h
(12 h 12 min < 15 h 25 min 55 s < 52 h < 67 h 10 min < 99 h)

c) 8 200 mg < 13 g < 2,5 kg < 4 200 g < 0,4 t
(8,2 g < 13 g < 2 500 g < 4 200 g < 400 000 g)

❹

a) 3 h 15 min = 195 min
b) 2 d 33 min = 2 913 min
c) 6 m 9 cm = 609 cm
d) 13 km 13 m = 13 013 m
e) 2 t 220 kg = 2 220 kg
f) 4 g 55 mg = 4 055 mg

❺

a) 2 450 mg = 2 kg 450 g
b) 66 302 kg = 66 t 302 kg
c) 39 h = 1 d 15 h
d) 444 min = 7 h 24 min
e) 1 209 dm = 120 m 9 dm
f) 73 mm = 7 cm 3 mm

Individuelle Förderung - Mathematik - Klasse 5/6

umklappen
üben
verstehen

LÖSUNGSBLATT
Flyer 22

dietrich bonhoeffer gymnasium

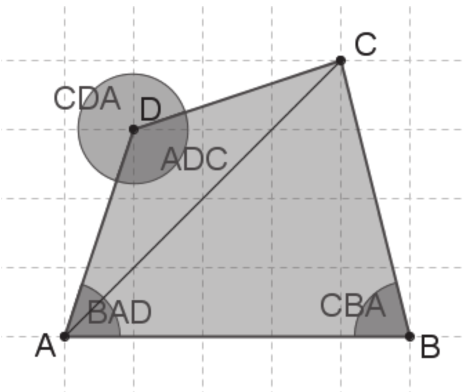
Kompetenz: MESSEN 4
Ich kann Winkel messen, schätzen, bezeichnen und zeichnen.

❶ α = 53° (spitz), β = 103° (stumpf), γ = 31° (spitz), δ = 301° (überstumpf)

❷ *Gezeichnete Winkel müssen auch richtig beschriftet sein.*

❸ a) ca. 30°
b) Innenwinkel des Lichthofs am dbg:

❹



LÖSUNGSBLATT
Flyer 23

Kompetenz: Messen 5
Ich kann Umfang und Flächeninhalt von einfachen ebenen Figuren berechnen und mit Flächenmaßen umgehen.

❶ Etwa *15 cm x 2 cm* oder *6 cm x 5 cm* oder *10 cm x 3 cm*

❷ a) $A = 300\ m^2$ $U = 74\ m$

b) $A = 3375\ m^2 = 337\,500\ dm^2$ $U = 320\ m = 3200\ dm$

c) $A = 420\ mm^2 = 4{,}2\ cm^2$ $U = 94\ mm = 9{,}4\ cm$

❸ a) $75\ m^2 : 15\ m = 5\ m$ $b = 5\ m$

b) $45\,500\ m^2 : 1300\ m = 35\ m$ $a = 35\ m$

c) 15 m, denn $15\ m \cdot 15\ m = 225\ m^2$. $A = 15\ m$

❹ Figur links: $A \approx 3{,}5\ cm \cdot 1{,}5\ cm + 2{,}5\ cm \cdot 1\ cm \approx 5{,}25\ cm^2 + 2{,}5\ cm^2 \approx 7{,}75\ cm^2$.

Figur rechts: $A \approx 4{,}5\ cm \cdot 1{,}5\ cm + 1\ cm \cdot 3\ cm + 1\ cm \cdot 2{,}5\ cm \approx 12{,}25\ cm^2$

Umklappen
Üben
Verstehen

LÖSUNGSBLATT
Flyer 24

dietrich bonhoeffer gymnasium

Kompetenz: MESSEN 5 (Teil 2)
Ich kann Umfang und Flächeninhalt von einfachen ebenen Figuren berechnen und mit Flächenmaßen umgehen.
Teil 2: Parallelogramm, Dreieck, Kreis

❶ *Die Lösungen verstehen sich aufgrund von Messungenauigkeiten als ungefähre Werte.*

Figur 1:	$A = 333{,}5\ mm^2 = 3{,}335\ cm^2$
Figur 2:	$A = 238\ mm^2 = 2{,}38\ cm^2$
Figur 3:	$A = 253\ mm^2 = 2{,}53\ cm^2$
Figur 4:	$A = 80\ mm^2 = 0{,}8\ cm^2$

❷ a) $A = 7\ cm^2$ b) $A = 8{,}25\ cm^2$

❸ *Hier sind auch Lösungen denkbar, die mit der Faustformel $\pi \approx 3$ entstanden sind.*

a) $A \approx 452{,}39\ cm^2$; $U \approx 75{,}40\ cm$

b) $A \approx 9160{,}88\ mm^2 \approx 91{,}61\ cm^2$
$U \approx 339{,}29\ mm \approx 33{,}93\ cm$

❹ Flächeninhalt des Männchens: ca. $884{,}9\ mm^2$

Umklappen
Üben
Verstehen

LÖSUNGSBLATT
Flyer 25

dietrich bonhoeffer gymnasium

Kompetenz: MESSEN 6
Ich kann Rauminhalt und Oberflächeninhalt von Quadern berechnen und mit Volumenmaßen umgehen.

❶ a) $12\ l = 12\,000\ ml = 12\,000\ cm^3 = 0{,}012\ m^3$
b) $2500\ cm^3 = 0{,}0025\ m^3 = 2{,}5\ l$
c) $2{,}52\ m^3 = 2\,520\,000\ cm^3 = 2\,520\ l$
d) $4500\ ml = 4{,}5\ dm^3 = 0{,}0045\ m^3$

❷
a) $72\ cm^2$
b) $22\ cm^2$

❸
$19\ cm^3 < 250\ ml < 416\ cm^3 < 0{,}5\ dm^3 < 1{,}8\ l < 4\ l < 20\ dm^3 < 0{,}8\ m^3 < 2\ m^3$

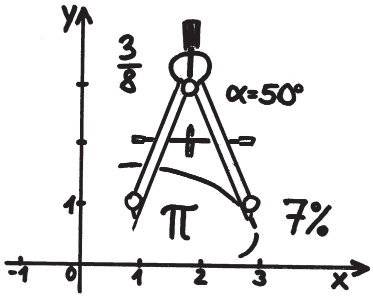
❹ $V = 22 \cdot 17{,}5 \cdot 10\ cm^3 = 3850\ cm^3 = 3{,}85\ l$

$O = 2 \cdot 22 \cdot 17{,}5\ cm^2 + 2 \cdot 22 \cdot 10\ cm^2 + 2 \cdot 17{,}5 \cdot 10\ cm^2$
$= 150\ cm^2$

❺ $V = 61 \cdot 0{,}16\ m^3 = 9{,}76\ m^3 = 9\,760\ cm^3$

Gewicht: $9\,760 \cdot 80\ g = 780\,800\ g \approx 0{,}78\ t$

Was ich in Mathematik nach Klasse 6 kann



Begleitheft

Umklappen – Üben – Verstehen
Diagnostizieren und Fördern mit Kompetenzraster und Lernflyern

Ein Projekt zum nachhaltigen Lernen im Mathematikunterricht

dietrich bonhoeffer gymnasium

Liebe Mathematikkollegin, lieber Mathematikkollege!

Beginnend in den ersten Unterrichtsstunden in Klasse 7 wird an unserer Schule das Projekt „Umklappen – Üben – Verstehen: Diagnostizieren und Fördern mit Kompetenzraster und Lernflyern“ durchgeführt, ein Projekt zum nachhaltigen Lernen und gezielten Fördern im Mathematikunterricht.
In diesem Begleitheft wollen wir Sie über den Ablauf informieren und Ihnen alle nötigen Hilfen zur Verfügung stellen.

Ziel des Projektes ist es, den individuellen Kompetenzstand der Lernenden am Übergang von Klasse 6 zu Klasse 7 mithilfe einer Eingangsdiagnostik zu erheben, ihn anhand eines Kompetenzrasters transparent zu machen und schließlich durch passende Lernflyer die Möglichkeit zur Wiederholung, Vertiefung und zum gezielten Nachlernen zu bieten.

Hierdurch soll zum einen die **Nachhaltigkeit des Lernens gestärkt** und das **Fundament für den Mathematikunterricht in Klasse 7 gesichert** werden. Zum anderen wird aber auch die verpflichtende **Vergleichsarbeit DVA** vorbereitet bzw. durch ein Instrumentarium ergänzt, das eine wesentlich differenziertere, individuelle Rückmeldung zulässt und auch als Basis für eine gezielte Förderung dienen kann. Gerade für das Gespräch mit den Lernenden selbst, insbesondere aber auch mit ihren Eltern hat sich die Arbeit mit dem Kompetenzraster und den Flyern als sehr nützlich erwiesen und zudem zu einer sehr positiven Einstellung der Eltern gegenüber dem Mathematikunterricht geführt.

Die Durchführung dieses Projektes erfordert einerseits zweifellos Ihren Einsatz, Ihr Engagement und Ihre Zeit. Andererseits werden Ihnen nicht nur fertige Materialien zur Verfügung gestellt, mit denen Sie beispielsweise die ersten Doppelstunden bereits vorbereitet haben, sondern Sie werden auch beim Wiederholen vor neuen Unterrichtsthemen in Klasse 7 erheblich entlastet.

Den Hintergrund für das Projekt liefern das im Juli 2013 veröffentlichte schulartübergreifende Kompetenzraster Orientierungsstufe 5/6 für den Mathematikunterricht sowie das erstmals im Schuljahr 2012/13 in den drei Parallelklassen am DBG durchgeführte Flyerprojekt „Umklappen – Üben – Verstehen“, bei dem auch bereits deutlich wurde, dass Lernende in Klasse 7 wesentlich selbständiger und sicherer mit Kompetenzen aus Klasse 5/6 umgingen.

In dem verwendeten **Kompetenzraster** sind die Kompetenzen des Bildungsstandard 6 Mathematik nach Kompetenzbereichen (an den Leitideen des Bildungsplans orientiert) gegliedert (→ die Zeilen des Rasters) und jeweils in sechs Lernfortschritte (→ die Spalten) unterteilt. Es bildet damit eine gut strukturierte, transparente Basis für kompetenzorientierten Mathematikunterricht.

Die Kompetenzraster basierte Arbeit hat darüber hinaus noch weitere Vorteile:

- Individuelle Unterschiede können berücksichtigt werden. Die Lernenden beschäftigen sich gezielt mit dem, was sie persönlich weiterbringt. Insbesondere für Lernende mit Schwierigkeiten kann leichter ein individuelles Unterstützungsprogramm angeboten werden.
- Den Lernenden werden Fachstrukturen und (beispielsweise spiralcurriculare) Zusammenhänge bewusst. Es kann so leichter nachhaltig und vernetzend gelernt werden.
- Lernen wird von den Lernenden als Prozess wahrgenommen, in dem sie selbst aktiv beteiligt sind und Verantwortung übernehmen.
- Lernen wird in einem „notenfreien Raum“ erlebt. Lernende erfahren, dass es um das eigene Können und Vorankommen geht und nicht um die Reduktion auf eine Ziffer.

- Den Schülerinnen und Schülern wird der Blick für die Kompetenzorientierung des Unterrichts geöffnet. Sie entdecken auch im Unterricht, dass es nicht um das Abarbeiten von Buchseiten geht, sondern um den Erwerb von Kompetenzen. Sie stellen die Frage danach, was sie eigentlich können sollten, und sie lernen auch, diese Frage selbst zu beantworten.
- Lernprozesse werden sichtbar gemacht. Während nach der vielzitierten Studie von John Hattie offene Unterrichtskonzeptionen beispielsweise de facto keine Effektstärke ausweisen, sind gerade die Reflexion des eigenen Lernprozesses, die Aktivierung des Vorwissens oder ein lernbezogenes Feedback höchst effektiv was den Lernerfolg betrifft.

Die Materialien

- **Arbeitsheft**
  Das Arbeitsheft ist für die Lernenden gedacht. Sie erhalten jeweils ihr persönliches Exemplar. Neben einer Einführung in die Arbeitsweise ist darin das Kompetenzraster enthalten, in dem nach und nach der individuelle Kompetenzstand abgebildet wird. Außerdem enthält das Arbeitsheft Selbsteinschätzungen und Testaufgaben zu allen Kompetenzen, nach Kompetenzbereichen und Lernfortschritten geordnet. Am Ende des Arbeitsheftes befinden sich zwei Übersichtstabellen, mithilfe derer die Lernenden die Flyer ermitteln können, die sie bearbeiten müssen, um vorhandene „Lücken zu schließen".

- **Lösungsheft**
  Das Lösungsheft ist zunächst für die Lehrkraft gedacht und bietet zu allen Aufgaben des Arbeitsheftes eine Lösung. Dabei sind Aufgaben und Lösungen so gestaltet, dass eine Selbstkontrolle durch die Lernenden erfolgen kann. Sie geben das Lösungsheft dazu an die Lernende heraus, die einen oder mehrere Lernfortschritte fertig bearbeitet haben.

- **Begleitheft**
  Im vorliegenden Begleitheft wird in das Projekt eingeführt. Außerdem bietet das Heft für bis zu 32 Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit der Dokumentation, indem auf 32 Doppelseiten jeweils ein Kompetenzraster und eine Flyerübersicht abgedruckt sind. Hier können Sie dokumentieren, welche Kompetenzen die einzelnen Lernenden nachgewiesen haben sowie welche Flyer sie bearbeiten sollen bzw. welche sie bearbeitet haben.

- **Materialheft Flyer**
  Im Materialheft Flyer finden Sie alle 25 Flyer als doppelseitige Kopiervorlage. Außerdem sind zu den Testaufgaben der Flyer Lösungsblätter enthalten, die lediglich für Sie als Lehrkraft bestimmt sind.

Der Ablauf

- **Vorbereitung**

  Lesen Sie sich zur Vorbereitung nicht nur dieses Begleitheft, sondern auch das Arbeitsheft samt den darin enthaltenen erklärenden Texten für die Lernenden gründlich durch. Das Arbeitsheft wird in Klassensatzstärke von unserem MINT-Bildungspartner Balluff kostenlos zur Verfügung gestellt.

  Sie sollten zudem am besten über wenigstens fünf Lösungshefte verfügen, damit mehrere Lernende gleichzeitig die Aufgaben der Eingangsdiagnostik kontrollieren können. Ggf. können Sie zusätzliche Lösungshefte der parallel unterrichtenden Kolleginnen oder Kollegen mit in Ihren Unterricht nehmen.

  Sie benötigen darüber hinaus viele Klebepunkte für die Kompetenzraster der Lernenden in ihren Arbeitsheften: insgesamt sind dies bei 42 Kompetenzfeldern bei 30 Schülerinnen und Schülern 1260 Klebepunkte...

  Halten Sie rechtzeitig zu Beginn der „Flyer-Phase“ ausreichend kopierte Flyer aus dem Materialheft zur Verfügung, um diese an die Lernenden austeilen oder für Vertretungsstunden bereitstellen zu können.

- **Arbeitsheft und Eingangsdiagnostik**

  In den ersten 3 Doppelstunden wird nach einer kurzen Einführung durch die Lehrkraft die Eingangsdiagnostik begonnen. Dazu arbeiten die Lernenden das erste Kapitel zu den Kompetenzbereichen Zahlen, Rechnen sowie Terme, Variable und Gleichungen in ihrem persönlichen Arbeitsheft durch. Zu jedem Lernfortschritt wird zunächst eine Selbsteinschätzung vorgenommen. Anschließend werden die dazu gehörenden Aufgaben bearbeitet. Die Lernenden kontrollieren dann ihre Ergebnisse mithilfe des Lösungsheftes und vermerken die Anzahl der korrekt gelösten Items zu jeder Kompetenz. Ist die angegebene Mindestanzahl (etwa 80%) bei einer Kompetenz erreicht, so legen sie das Heft der Lehrkraft vor und erhalten einen Klebepunkt in das betreffende Feld ihres Kompetenzrasters (Seite 6 im Arbeitsheft). Zugleich markieren Sie das entsprechende Feld im Kompetenzraster der jeweiligen Schülerin bzw. des Schülers in ihrem Begleitheft. Einschließlich der Hausaufgaben, die Sie erteilen, arbeiten sich die Lernenden so Lernfortschritt für Lernfortschritt durch alle Kompetenzbereiche.

  Es wird empfohlen, die Kapitel 2 und 3 zu den weiteren Kompetenzbereichen zu einem späteren Zeitpunkt durchzuführen. Während Kapitel 1 als Vorbereitung für die Prozentrechnung dient, könnte Kapitel 2 vor der Wahrscheinlichkeitsrechnung zum Einsatz kommen. Kapitel 3 kann bei Bedarf an einen noch späteren Zeitpunkt im Schuljahr verlagert werden. Alternativ können die Kapitel 2 und 3 des Arbeitsheftes auch in Vertretungsphasen o. ä. zum Einsatz kommen.

- **Auswertung der Eingangsdiagnostik**

  Im Anschluss an die Arbeit mit dem Arbeitsheft steht eine kurze Auswertung, die die Eingangsdiagnostik abschließt und es den Lernenden ermöglicht, gezielt diejenigen Flyer festzulegen, die sie künftig bearbeiten werden. Wenn Sie kapitelweise arbeiten arbeiten, so erfolgt diese Auswertung jeweils am Ende des Kapitels.

  In der „Checkliste Kompetenzfelder und Flyer“ (Seite 80f. im Arbeitsheft) wird zu jedem Feld des Kompetenzrasters anhand der Eingangsdiagnostik entschieden, ob der zugehörige Flyer bearbeitet werden soll. Dies ist zwingend der Fall, falls kein Klebepunkt erteilt wurde. Insbesondere gute Schülerinnen und Schüler können ggf. dazu angehalten werden, einen Flyer auch dann zu bearbeiten, wenn sie bei einem Lernfortschritt individuell betrachtet verhältnismäßig schlecht abgeschnitten haben und selbst gemerkt haben, dass sie hier noch Nachholbedarf haben. Die Checkliste ist dazu ebenfalls in die drei Kapitel unterteilt.

  In der darauffolgenden „Flyerübersicht“ (Seite 82 im Arbeitsheft) sind alle Flyer mit Nummer und Thema aufgeführt. Hier wird nun zu jedem Flyer festgelegt, ob er bearbeitet werden soll. Die Lernenden geben jeweils nach der Arbeitsphase mit einem Kapitel des Arbeitsheftes und dem anschließenden Ausfüllen der beiden Tabellen ihr Arbeitsheft bei der Lehrkraft ab. Sie übernehmen als Lehrkraft dann die „Flyerübersicht" zur Dokumentation in Ihr Begleitheft. So behalten Sie leicht den Überblick, wer welchen Flyer bearbeiten soll und ob dies auch geschehen ist, und können die erfolgreiche Bearbeitung gleich nebenan im jeweiligen Kompetenzraster vermerken. Nach und nach müsste sich hier das Raster in der anschließenden „Flyer-Phase" füllen...

- **„Flyer-Phase"**
  In der darauffolgenden Zeit sollen die Lernenden nun mithilfe der Flyer nachlernen, Lücken schließen oder vertiefen. Dazu geben Sie als Lehrkraft eine Strukturierung vor: beispielsweise bietet es sich an, für die Prozentrechnung in Klasse 7 die Kompetenzbereiche „Zahl" und „Rechnen" „auffrischen" zu lassen. Vor der Wahrscheinlichkeitsrechnung sollte „Daten und Zufall" „abgearbeitet" sein, vor den Termen und Gleichungen „Terme, Variable und Gleichungen" und vor der Geometrie „Raum und Form" und „Messen". Entsprechend Ihrem Stoffverteilungsplan setzen Sie jeweils eine Frist, bis zu der die Lernenden im jeweiligen Kompetenzbereich, der als Fundament benötigt wird, alle Felder des Rasters mit Klebepunkten versehen haben müssen. Entweder war dies nach der Eingangsdiagnostik ohnehin schon der Fall, oder aber die Lernenden bearbeiten nun die entsprechenden Flyer und holen sich dadurch ihren Klebepunkt.

  Die Flyer sind so aufgebaut, dass sie nach einer kurzen thematischen Einführung mit Beispielen Übungsaufgaben auf einem Basisniveau des reinen Operierens sowie vertiefende Übungsaufgaben (mit Anforderungen des Modellierens oder Problemlösens) enthalten. Beides ist mit Lösungen für die Lernenden versehen. Nach Tipps oder Hinweisen auf weitere Übungsaufgaben schließt jeder Flyer mit den sogenannten „Testaufgaben" ab. Die Lösungen dieser Testaufgaben sind nur in Ihrem Materialheft enthalten. Die Lernenden, die einen Flyer bearbeiten, geben lediglich die Lösungen dieser Testaufgaben an die Lehrkraft ab. Bei richtiger Bearbeitung vermerkt dies die Lehrkraft im Arbeitsheft der Schülerin bzw. des Schülers und klebt hier auch einen Klebepunkt in das betreffende Feld bzw. die betreffenden Felder des Rasters, sofern ein Flyer mehrere Kompetenzfelder abdeckte. Bei fehlerhafter Bearbeitung bekommen die Lernenden ihr Blatt zurück und haben die Chance, falsch bearbeitete Aufgaben direkt auf dem Blatt zu verbessern und danach erneut vorzulegen. Zu Beginn der Flyer-Phase sollte dieses Vorgehen sowie die Nutzung des Flyers einmal exemplarisch gezeigt werden.

  Die Flyer sind von den Lernenden in der Regel außerhalb des Unterrichts zu bearbeiten. Insbesondere für Vertretungsstunden sollten immer Flyer bereit gehalten werden. Es können zudem Lernende dazu ermuntert werden, Flyer zu bearbeiten, auch wenn sie den Klebepunkt im Kompetenzraster im Zuge der Eingangsdiagnostik bereits erhalten haben. Ebenso können einzelne Flyer der ganzen Klasse zur Bearbeitung aufgegeben werden, gegebenenfalls zur Vorbereitung auf ein neues Unterrichtsthema oder wenn in einem Bereich im Rahmen der Auswertung der DVA besonderer Bedarf festgestellt wurde. Hierfür eignen sich auch sehr gut Vertretungsstunden.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg und stehen für Ihre Fragen sowie für Anregungen zur Weiterentwicklung des Projekts gerne zur Verfügung.

Christian Dürner, Andreas von Scholz und Hanna Zeile

Mathematik Kompetenzraster - Orientierungsstufe

	LFS 1	LFS 2	LFS 3	LFS 4	LFS 5	LFS 6
1 Zahl Ich kann rationale Zahlen in geeigneter Form für Aufgaben in Mathematik und Umwelt einsetzen.	Ich kann den Aufbau unseres Zahlsystems erklären und mit natürlichen Zahlen umgehen.	Ich kann mit negativen Zahlen umgehen.	Ich kann mit Dezimalbrüchen umgehen.	Ich kann mit Brüchen und Bruchzahlen umgehen.	Ich kann mit der Prozentschreibweise umgehen.	Ich kann mit rationalen Zahlen umgehen und zwischen verschiedenen Darstellungsformen wechseln.
2 Rechnen Ich kann mit rationalen Zahlen sicher und geschickt rechnen.	Ich kann einfache Rechnungen sicher im Kopf ausführen.	Ich kann natürliche Zahlen schriftlich addieren und subtrahieren.	Ich kann natürliche Zahlen schriftlich multiplizieren und dividieren.	Ich kann Dezimalbrüche addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.	Ich kann Brüche addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.	Ich kann mit negativen Zahlen rechnen und rationale Zahlen addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.
3 Terme, Variable, Gleichungen Ich kann mit Termen umgehen (auch mit Variablen) und einfache Gleichungen lösen.	Ich kann die Rechengesetze bei Termen mit natürlichen Zahlen anwenden.	Ich kann Zahlterme aufstellen und berechnen.	Ich kann bei einfachen Mustern und Zahlenreihen deren Gesetzmäßigkeit erkennen und sie fortsetzen.	Ich kann Terme mit Variablen aufstellen.	Ich kann den Wert von Termen berechnen und mit Formeln umgehen.	Ich kann einfache Gleichungen lösen.
4 Daten und Zufall Ich kann Daten erheben, übersichtlich darstellen und auswerten.	Ich kann Daten erfassen, sie aus Tabellen und Texten entnehmen und aus Diagrammen ablesen.	Ich kann Daten ordnen und in Tabellen und Diagrammen darstellen.	Ich kann den Mittelwert mehrerer Werte berechnen und Daten auswerten.	Ich kann Teile und Anteile bestimmen, absolute und relative Häufigkeiten angeben.	Ich kann Anteile anschaulich in Diagrammen darstellen.	Ich kann eigene statistische Umfragen durchführen, auswerten und präsentieren.
5 Funktionale Zusammenhänge Ich kann einfache funktionale Zusammenhänge erkennen, sie beschreiben und mit ihnen Berechnungen anstellen.	Ich kann Größen aus maßstäblichen Darstellungen entnehmen.	Ich kann maßstäbliche Darstellungen anfertigen.	Ich kann einfache Zusammenhänge zwischen Größen erkennen und beschreiben.	Ich kann Zusammenhänge zwischen Größen darstellen.	Ich kann mit proportionalen Zuordnungen umgehen und den Dreisatz „je mehr, desto mehr“ bei Aufgaben aus dem Alltag anwenden.	Ich kann den Dreisatz „je mehr, desto weniger“ bei Aufgaben aus dem Alltag anwenden.
6 Raum und Form Ich kann mit grundlegenden geometrischen Objekten umgehen, sie darstellen, abbilden und zur Lösung von Problemen einsetzen.	Ich kann geometrische Objekte fachgerecht benennen und unterscheiden.	Ich kann geometrische Objekte anhand ihrer Eigenschaften beschreiben und erklären, in welcher Beziehung sie zueinander stehen.	Ich kann ebene Figuren und zueinander parallele und orthogonale Geraden zeichnen.	Ich kann Körpernetze erkennen und entwerfen sowie Modelle von Körpern erstellen.	Ich kann Schrägbilder von Körpern anfertigen.	Ich kann symmetrische Figuren erkennen, Symmetrien beschreiben und symmetrische Figuren erzeugen.
7 Messen Ich kann sicher mit Größenangaben umgehen und Größen (insbesondere Winkel und Flächeninhalte) schätzen, messen und berechnen.	Ich kann mit Maßsystemen umgehen und Längen, Massen und Zeitspannen schätzen.	Ich kann Größen messen und mit Messergebnissen umgehen.	Ich kann Maßangaben in andere Maßeinheiten umwandeln und mit Größen rechnen.	Ich kann Winkel messen, schätzen, bezeichnen und zeichnen.	Ich kann Umfang und Flächeninhalt von einfachen ebenen Figuren berechnen und mit Flächenmaßen umgehen.	Ich kann Rauminhalt und Oberflächeninhalt von Quadern berechnen und mit Volumenmaßen umgehen.

Mathematik Kompetenzraster - Orientierungsstufe

	LFS 1	LFS 2	LFS 3	LFS 4	LFS 5	LFS 6
1 Zahl Ich kann rationale Zahlen in geeigneter Form für Aufgaben in Mathematik und Umwelt einsetzen.	Ich kann den Aufbau unseres Zahlsystems erklären und mit natürlichen Zahlen umgehen.	Ich kann mit negativen Zahlen umgehen.	Ich kann mit Dezimalbrüchen umgehen.	Ich kann mit Brüchen und Bruchzahlen umgehen.	Ich kann mit der Prozentschreibweise umgehen.	Ich kann mit rationalen Zahlen umgehen und zwischen verschiedenen Darstellungsformen wechseln.
2 Rechnen Ich kann mit rationalen Zahlen sicher und geschickt rechnen.	Ich kann einfache Rechnungen sicher im Kopf ausführen.	Ich kann natürliche Zahlen schriftlich addieren und subtrahieren.	Ich kann natürliche Zahlen schriftlich multiplizieren und dividieren.	Ich kann Dezimalbrüche addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.	Ich kann Brüche addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.	Ich kann mit negativen Zahlen rechnen und rationale Zahlen addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren.
3 Terme, Variable, Gleichungen Ich kann mit Termen umgehen (auch mit Variablen) und einfache Gleichungen lösen.	Ich kann die Rechengesetze bei Termen mit natürlichen Zahlen anwenden.	Ich kann Zahlterme aufstellen und berechnen.	Ich kann bei einfachen Mustern und Zahlenreihen deren Gesetzmäßigkeit erkennen und sie fortsetzen.	Ich kann Terme mit Variablen aufstellen.	Ich kann den Wert von Termen berechnen und mit Formeln umgehen.	Ich kann einfache Gleichungen lösen.
4 Daten und Zufall Ich kann Daten erheben, übersichtlich darstellen und auswerten.	Ich kann Daten erfassen, sie aus Tabellen und Texten entnehmen und aus Diagrammen ablesen.	Ich kann Daten ordnen und in Tabellen und Diagrammen darstellen.	Ich kann den Mittelwert mehrerer Werte berechnen und Daten auswerten.	Ich kann Teile und Anteile bestimmen, absolute und relative Häufigkeiten angeben.	Ich kann Anteile anschaulich in Diagrammen darstellen.	Ich kann eigene statistische Umfragen durchführen, auswerten und präsentieren.
5 Funktionale Zusammenhänge Ich kann einfache funktionale Zusammenhänge erkennen, sie beschreiben und mit ihnen Berechnungen anstellen.	Ich kann Größen aus maßstäblichen Darstellungen entnehmen.	Ich kann maßstäbliche Darstellungen anfertigen.	Ich kann einfache Zusammenhänge zwischen Größen erkennen und beschreiben.	Ich kann Zusammenhänge zwischen Größen darstellen.	Ich kann mit proportionalen Zuordnungen umgehen und den Dreisatz „je mehr, desto mehr“ bei Aufgaben aus dem Alltag anwenden.	Ich kann den Dreisatz „je mehr, desto weniger“ bei Aufgaben aus dem Alltag anwenden.
6 Raum und Form Ich kann mit grundlegenden geometrischen Objekten umgehen, sie darstellen, abbilden und zur Lösung von Problemen einsetzen.	Ich kann geometrische Objekte fachgerecht benennen und unterscheiden.	Ich kann geometrische Objekte anhand ihrer Eigenschaften beschreiben und erklären, in welcher Beziehung sie zueinander stehen.	Ich kann ebene Figuren und zueinander parallele und orthogonale Geraden zeichnen.	Ich kann Körpernetze erkennen und entwerfen sowie Modelle von Körpern erstellen.	Ich kann Schrägbilder von Körpern anfertigen.	Ich kann symmetrische Figuren erkennen, Symmetrien beschreiben und symmetrische Figuren erzeugen.
7 Messen Ich kann sicher mit Größenangaben umgehen und Größen (insbesondere Winkel und Flächeninhalte) schätzen, messen und berechnen.	Ich kann mit Maßsystemen umgehen und Längen, Massen und Zeitspannen schätzen.	Ich kann Größen messen und mit Messergebnissen umgehen.	Ich kann Maßangaben in andere Maßeinheiten umwandeln und mit Größen rechnen.	Ich kann Winkel messen, schätzen, bezeichnen und zeichnen.	Ich kann Umfang und Flächeninhalt von einfachen ebenen Figuren berechnen und mit Flächenmaßen umgehen.	Ich kann Rauminhalt und Oberflächeninhalt von Quadern berechnen und mit Volumenmaßen umgehen.

Flyerübersicht   Name: ______________________________

Flyer-Nr.	Thema	Zugehörige Kompetenzfelder			Flyer bearbeiten	Flyer nicht bearbeiten	erfolgreich bearbeitet ✓
01	Die natürlichen Zahlen	Zahl 1			❍	❍	
02	Terme und Vorrangregeln	Terme 1	Terme 2		❍	❍	
03	Schriftlich Rechnen	Rechnen 1	Rechnen 2	Rechnen 3	❍	❍	
04	Bruchzahlen / mit Brüchen rechnen	Zahlen 4	Rechnen 5		❍	❍	
05	Dezimalbrüche / mit Dezimalbrüchen rechnen	Zahlen 3	Rechnen 4		❍	❍	
06	Umwandeln von rationalen Zahlen	Zahlen 5	Zahlen 6		❍	❍	
07	Ganze Zahlen / mit negativen Zahlen rechnen	Zahlen 2	Rechnen 6		❍	❍	
08	Daten, Tabellen und Diagramme	Daten 1	Daten 2		❍	❍	
09	Anteile bestimmen und darstellen	Daten 4	Daten 5		❍	❍	
10	Daten auswerten und Umfragen durchführen	Daten 3	Daten 6		❍	❍	
11	Maßstäbliche Darstellungen	Funktion 1	Funktion 2		❍	❍	
12	Zuordnungen erkennen, beschreiben und darstellen	Funktion 3	Funktion 4		❍	❍	
13	Dreisatz und proportionale Zuordnungen	Funktion 5	Funktion 6		❍	❍	
14	Terme mit Variablen aufstellen	Terme 3	Terme 4		❍	❍	
15	Werte berechnen und Formeln anwenden	Terme 5			❍	❍	
16	Gleichungen lösen	Terme 6			❍	❍	
17	Geometrische Grundobjekte	Geo 1	Geo 2		❍	❍	
18	Ebene Figuren	Geo 3			❍	❍	
19	Netze, Schrägbilder, Geometrie im Raum	Geo 4	Geo 5		❍	❍	
20	Symmetrie und Abbildungen	Geo 6			❍	❍	
21	Mit Maßen umgehen	Messen 1	Messen 2	Messen 3	❍	❍	
22	Winkel	Messen 4			❍	❍	
23	Rechtecke: Flächeninhalt und Umfang	Messen 5 .1			❍	❍	
24	Parallelogramm, Dreieck und Kreis	Messen 5 .2			❍	❍	
25	Quader: Volumen und Oberflächeninhalt	Messen 6			❍	❍	