ZSL

Zentrum für Schulqualität
und Lehrerbildung
Baden-Württemberg

Berufskolleg – LernSCHRITTE für das Fach Mathematik zum Kompetenzbereich Funktionaler Zusammenhang: Funktionsklassen

ZSL – 02.2021

Redaktionelle Bearbeitung

Redaktion	Tanja Rieger, Ministerium für Kultus, Jugend und Sport, Stuttgart Tina Sarhan, Zentrum für Schulqualität und Lehrerbildung, Stuttgart
Autor/in	Ingrid Kolupa, Albert-Schweizer-Schule Villingen-Schwenningen Evelyn Klement, Kaufmännische Schule Geislingen Rüdiger Hölzel, Walther-Rathenau-Gewerbeschule
Erscheinungsjahr	2021

Impressum

Herausgeber	Land Baden-Württemberg vertreten durch das Zentrum für Schulqualität und Lehrerbildung (ZSL) Interimsadresse: Neckarstr. 207, 70190 Stuttgart Telefon: 0711 21859-0 Telefax: 0711 21859-701 E-Mail: poststelle@zsl.kv.bwl.de Internet: www.zsl.kultus-bw.de

Das Prinzip der Lernlandschaften und Kompetenzraster für das Berufskolleg

Lernlandschaften und Kompetenzraster für projekthaftes Arbeiten und unter Berücksichtigung der SOL Methoden, werden für den Schulversuch AVdual/BFPE seit einigen Jahren entwickelt und bereitgestellt. Das zugrundeliegende pädagogische Konzept wurde zuvor schon an der Gemeinschaftsschule praktiziert. Mit dem Bildungsplan 2016 wurden auch für die allgemeinbildenden Schulen für einzelne Fächer Kompetenzraster entwickelt, die ein individuelles Lernen unterstützen.

Das vorliegende Lernmaterial mit Kompetenzrastern bildet eine Brücke aus dem Übergangsbereich des beruflichen Schulwesens in den Bereich der Sekundarstufe II der beruflichen Schulen. Eine Reihe von Handreichungen und Veröffentlichung der Kultusverwaltung liefert Unterstützung und begleitendes Material für die didaktische Gestaltung der Übergänge zwischen Schularten und Bildungsgängen:

https://www.schule-bw.de/themen-und-impulse/individuelles-lernen-und-individuelle-foerderung/berufliche-schulen

https://lehrerfortbildung-bw.de/st_if/bs/if/unterrichtsgestaltung/unterricht/

Das Lernmaterial für das Berufskolleg kann natürlich auch ohne die Kompetenzraster verwendet werden. Das vorliegende Lernmaterial, bezieht sich aber jeweils auf bestimmte Kompetenzen und kann folglich einer Kompetenzrasterzelle zugeordnet werden. Der Vorteil beim Lernen ergibt sich aus der Transparenz für die Lernenden bezüglich der Lernfortschritte und der Unterstützung der Selbstlernfähigkeit. Falls Sie in Klassen mit digitalen Endgeräten arbeiten und Moodle nutzen, kann das Lernmaterial auch über DAKORA kompetenzbezogen bereit gestellt, genutzt und von den Lernenden abgespeichert sowie von der Lehrkraft kommentiert werden. Die Wirkung der individuellen Förderung wird damit nochmals deutlich erhöht.

Kompetenzraster Mathematik – BK (Version 6, 01.10.2019)

Kompetenzbereich	Basis	LFS 1	LFS 2	LFS 3	LFS 4	LFS 5	LFS 6	LFS7
1. Zahl	Ich kann mit Zahlen in Dezimal- und Bruch-schreibweise, mit Quadratwurzeln und Potenzen sowie der Normdarstellung umgehen.	Ich kann mit Potenzen mit rationalen Exponenten umgehen.	Ich kann mit Logarithmen umgehen.	Ich kann mit irrationalen Zahlen umgehen (z. B. π und e).	* Ich kann mit komplexen Zahlen umgehen.			
2. Rechnen	Ich kann alle grund-legenden Rechen-operationen auch ohne Taschenrechner ausführen. Ich kann mit Potenzen rechnen.	Ich kann mit Potenzen mit rationalen Exponenten rechnen.	Ich kann einfache Funktionsterme ableiten.	Ich kann mithilfe der Kettenregel Funktionsterme ableiten.	Ich kann grundlegende Integrationsregeln anwenden und Integrale berechnen.	* Ich kann mit komplexen Zahlen rechnen.		
3. Terme, Variablen und Gleichungen	Ich kann mit Termen umgehen und lineare und quadratische Gleichungen lösen.	Ich kann Gleichungen höheren Grades mithilfe geeigneter Strategien lösen.	Ich kann Gleichungen näherungsweise lösen.	Ich kann Exponential-gleichungen lösen.	Ich kann mit linearen Gleichungssystemen mit drei und mehr Variablen umgehen.	Ich kann trigonometrische Gleichungen lösen.		
4. Messen	Ich kann den Flächeninhalt von geometrischen Figuren berechnen.	Ich kann mit dem Bogenmaß umgehen.						
5. Raum und Form	Ich kann geometrische Objekte in einem Koordinatensystem darstellen.							
6. Funktionaler Zusammenhang: Techniken und Strategien	Ich kann Geraden und Parabeln in Tabellen und Graphen darstellen, sie untersuchen und zur Lösung von Anwendungs-problemen nutzen.	Ich kann die mathematische Fachsprache bei funktionalen Zusammenhängen anwenden.	Ich kann bei Funktionen mit den Parametern für Streckung, Spiegelung und Verschiebung umgehen.	Ich kann die Änderungsrate einer Funktion an einer Stelle bestimmen und als Wert der Ableitungsfunktion deuten.	Ich kann mit Ableitungen umgehen, und damit Änderungs-raten und Tangenten(steigungen) bestimmen.	Ich kann Funktionen und ihre Graphen auf Monotonie, Extrema und Wendepunkte untersuchen und Optimierungsprobleme lösen.	Ich kann das Integral als orientierten Flächeninhalt bzw. als Bestandsänderung interpretieren.	Ich kann Integrale berechnen, von Graphen begrenzte Flächeninhalte bestimmen bzw. den Bestand zu einer Änderungsfunktion rekonstruieren.
7. Funktionaler Zusammenhang: Funktionsklassen	Ich kann mit Geraden und Parabeln umgehen.	Ich kann mit Potenzfunktionen umgehen.	Ich kann mit Polynomfunktionen umgehen.	Ich kann mit einer gegebenen Exponentialfunktion umgehen und sie nutzen, um Aussagen zu Wachstumsvor-gängen zu machen.	Ich kann Exponentialfunktionen (insbesondere die e-Funktion) modellieren und ihre Graphen untersuchen.	Ich kann die charakteristischen Eigenschaften von trigonometrischen Funktionen erläutern und nutzen.	Ich kann trigonometrische Funktionen modellieren und an ihnen Berechnungen durchführen.	
8. Daten	Ich kann Daten aus Tabellen, Texten und Diagrammen ent-nehmen und darstellen.							

Materialien/Kompetenz **Ich kann grundlegende Integrationsregeln anwenden und Integrale berechnen**	**Mathematik M02.04**
Teilkompetenz: - Ich kann die Stammfunktionen zu den Funktionstermen x^n, e^x, sin(x) und cos(x) angeben.	LernPROJEKT LernTHEMA **LernSCHRITT**

Information

Die Stammfunktion

Eine differenzierbare Funktion $F(x)$ heißt Stammfunktion der Funktion $f(x)$, wenn gilt:

$$F'(x) = f(x) \,.$$

Ist $F(x)$ Stammfunktion von $f(x)$, dann ist auch jede Funktion $F^*(x)$ eine Stammfunktion von $f(x)$, wenn gilt:

$$F^*(x) = F(x) + c \ \text{ und } c \in \mathbb{R} \,.$$

Arbeitsauftrag

(Aufgabe 1)
Stammfunktion zu x^n angeben

Gegeben ist $f(x) = x^4$. Geben Sie die Stammfunktion $F(x)$.

(Aufgabe 2)
Stammfunktion zu e^x angeben

Gegeben ist $f(x) = e^x$. Geben Sie die Stammfunktion $F(x)$.

(Aufgabe 3)
Stammfunktion zu sin(x) angeben

Gegeben ist $f(x) = \sin(x)$. Geben Sie die Stammfunktion $F(x)$.

(Aufgabe 4)
Stammfunktion zu cos(x) angeben

Gegeben ist $f(x) = \cos(x)$. Geben Sie die Stammfunktion $F(x)$.

Selbstreflexion

Wie zufrieden bin ich mit meiner Bearbeitung bei diesem Arbeitsmaterial.	un-zufrieden	geht so	zufrieden	sehr zufrieden
Ich habe die Bearbeitung des Arbeitsmaterials dokumentiert.	nein		ja	

Das habe ich gelernt:

Das kann ich jetzt:	nicht	nur mit Hilfe	meistens	immer sicher
Ich kann die Stammfunktionen zu dem Funktionsterm x^n angeben.				
Ich kann die Stammfunktionen zu dem Funktionsterm e^x angeben.				
Ich kann die Stammfunktionen zu dem Funktionsterm sin(x) angeben.				
Ich kann die Stammfunktionen zu dem Funktionsterm cos(x) angeben.				

Materialien/ Kompetenz

Ich kann mit Geraden und Parabeln umgehen

Mathematik
M07.B

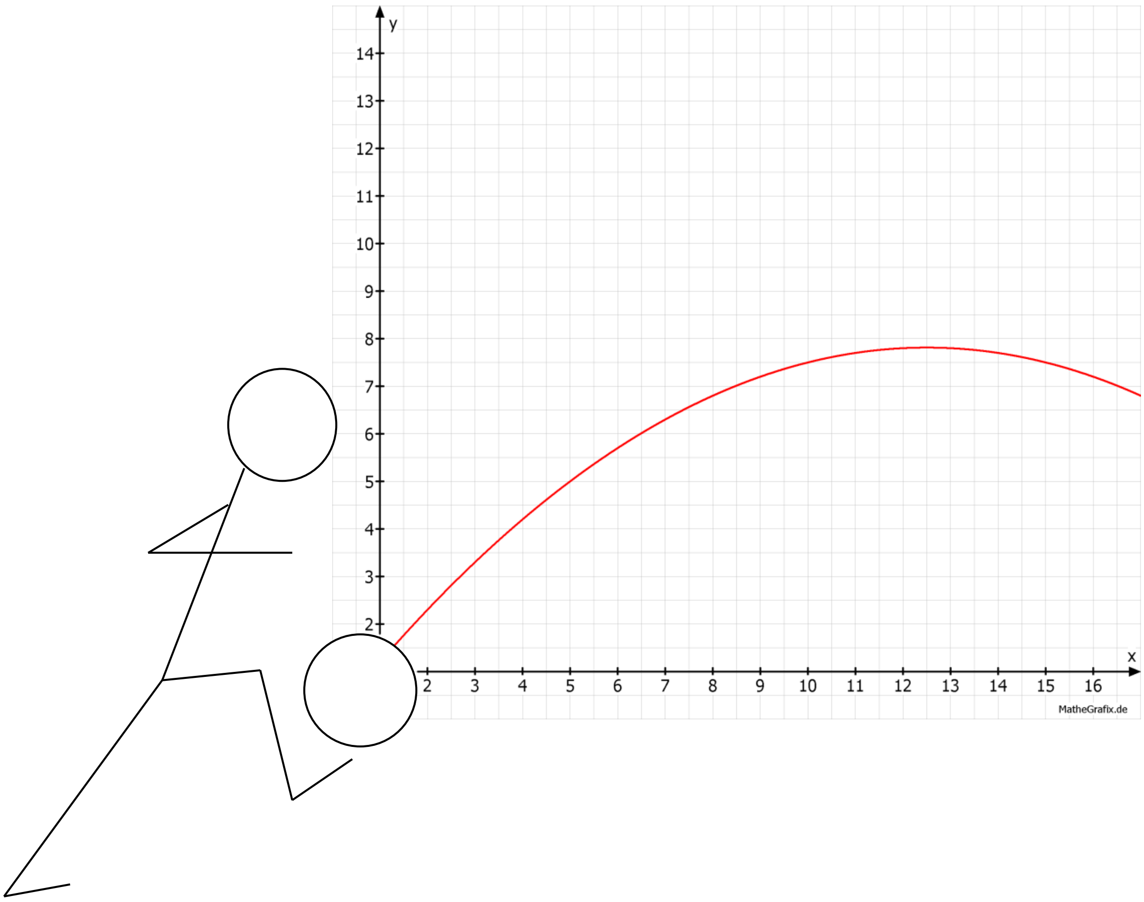
Teilkompetenzen:

- Ich kann quadratische Gleichungen der Form $ax^2 + bx + c = 0$ mithilfe einer geeigneten Strategie lösen. (M_3_B)
- Ich kann bei quadratischen Gleichungen entscheiden, ob sie lösbar sind und ggf. die Anzahl der Lösungen angeben. (M_3_B)
- Ich kann eine Parabel mit der Gleichung $y = ax^2 + bx + c$ mit Hilfe einer Tabelle zeichnen. (M_6_B)
- Ich kann den Schnittpunkt einer Parabel mit der y-Achse bestimmen. (M_6_B)
- Ich kann die Nullstellen einer Parabel berechnen. (M_6_B)
- Ich kann Schnittpunkte zweier Graphen (Parabeln und Geraden) rechnerisch und zeichnerisch bestimmen. (M_6_B)
- Ich kann Anwendungsaufgaben mithilfe quadratischer Funktionen lösen. (M_6_B)
- Ich kann Geraden und Parabeln als Graphen von linearen und quadratischen Funktionen interpretieren und ihre Funktionsgleichung angeben. (M_6_1)
- Ich kann die Eigenschaften von Parabeln (Scheitelpunkt, Öffnung) angeben.
- Ich kann eine Parabel zu einer Gleichung der Form $y = a(x – d)^2 + e$ zeichnen und den Scheitelpunkt benennen.
- Ich kann einer Parabel einer Gleichung der Form $y = a(x – d)^2 + e$ zuordnen und umgekehrt.
- Ich kann die Scheitelform $y = a(x – d)^2 + e$ in die Normalform $y = ax^2 + bx + c$ überführen.
- Ich kann die Normalform $y = ax^2 + bx + c$ mithilfe funktionaler Überlegungen (z.B. Symmetrie, Nullstellen, Scheitelpunkt) oder durch quadratische Ergänzung in die Scheitelform $y = a(x – d)^2 + e$ überführen
- Ich kann mithilfe zweier Punkte oder einem Punkt und teilweise gegebener Funktionsgleichung die Gleichung einer quadratischen Funktion bestimmen

LernPROJEKT

LernTHEMA

LernSCHRITT



Was Sie schon vorab können sollten…

- Lineare Gleichungssysteme lösen.

Information

Quadratische Funktionen

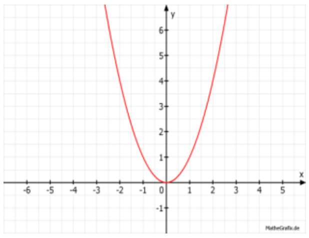
Eine Funktion f mit $f(x) = ax^2 + bx + c$ heißt quadratische Funktion.

Sie kann auf **drei Arten dargestellt** werden:

a) … einem Funktionsterm. Die **Hauptform** der quadratischen Funktion ist $f(x) = ax^2 + bx + c$. Sie wird bei Berechnungen verwendet. Außerdem gibt es noch die **Scheitelform** $f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$. An ihr lässt sich der Scheitelpunkt der Parabel ablesen $S(x_S/y_S)$.

b) … einer Wertetabelle.

c) … einem Graph/Schaubild.



Das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = x^2$ ist eine **Normalparabel**.

Scheitelpunktform $f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$

Streckfaktor a:

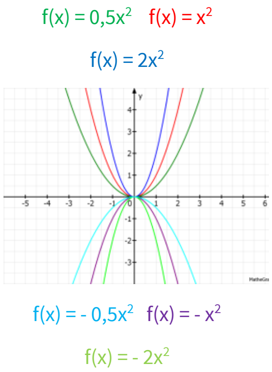
Die Funktion f mit $f(x) = ax^2$ liefert auch das Schaubild einer symmetrischen Parabel. Allerdings handelt es sich nun nicht mehr um eine Normalparabel.

Arbeitsauftrag

Das a als Koeffizient vor dem x^2 hat zwei Bedeutungen.

Finden Sie sie heraus, indem Sie den Graphen und die Funktionsterme der sechs Parabeln aufmerksam anschauen!

Streckfaktor a:



Merke!

Die Zahl für a ist **positiv**, bedeutet die Parabel ist nach

____.

Die Zahl für a ist **negativ**, bedeutet die Parabel ist nach

____.

Ist a eine Zahl **zwischen 0 und 1** oder **zwischen 0 und -1** (0<a<I1I), wird die Parabel __________________________________ als die Normalparabel.

Ist a eine Zahl **größer als 1** oder **kleiner als -1** (a>I1I), wird die Parabel __________________________ _______________ als die Normalparabel.

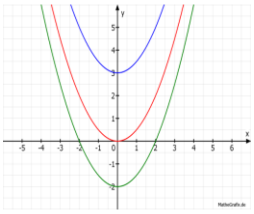
Verschiebung entlang der y-Achse: $\pm y_S$

Merke!

Um das Schaubild der Parabel $\mathbf{f(x) = x^2 + y_S}$ zeichnen zu können, wird die Parabel entlang der y-Achse verschoben:

$\mathbf{y_S > 0}$**:** Verschiebung nach ________________ entlang der y-Achse,

$\mathbf{y_S < 0}$**:** Verschiebung nach ________________ entlang der y-Achse.



$f(x) = x^2 + 3$

$f(x) = x^2$

$f(x) = x^2 - 2$

Der **Scheitel** hat dann die Koordinaten (___ / ___).

Auch diese Parabel ist **symmetrisch** zur y-Achse.

Verschiebung entlang der x-Achse: $\pm x_S$

Zeichnen Sie die zu den folgenden Gleichungen gehörenden Parabeln (unterschiedliche Farben) mit Hilfe der Wertetabellen (WTR) in das gegebene Koordinatensystem und beschriften Sie die eingezeichneten Parabeln. Vergleichen Sie die Lage der eingezeichneten Parabeln mit der Lage der Normalparabel.

f: $y = (x-2)^2$

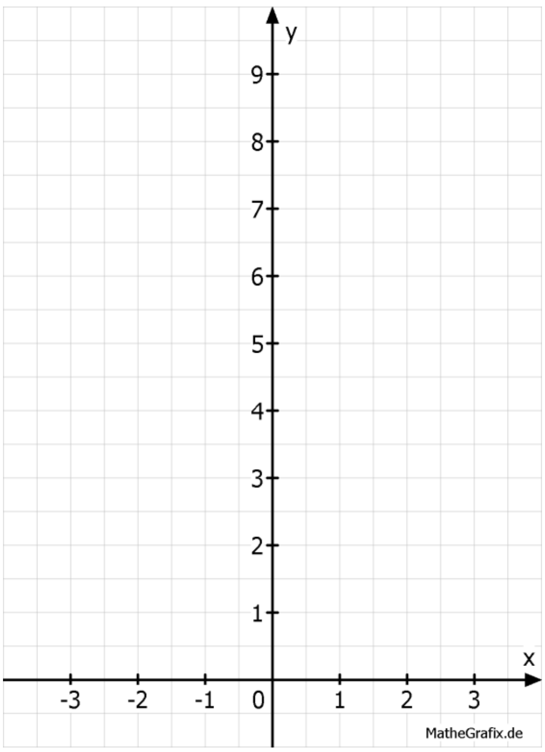
x	-3	-2	-1	0	1	2	3

h: $y = (x+1)^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = (x+1)^2$							

l: $y = x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2$							



Merke!

Wird in einer Parabelgleichung **vom x eine Zahl subtrahiert** und das anschließende Ergebnis quadriert („hoch 2 genommen"), so wird die Parabel nach ____________________ verschoben.

Wird in einer Parabelgleichung **vom x eine Zahl addiert** und das anschließende Ergebnis quadriert („hoch 2 genommen"), so wird die Parabel nach ____________________ verschoben.

Die Scheitelpunktform: $f(x) = a\,(x - x_s)^2 + y_s$

Merke!

Bei dieser Gleichung wurde jetzt alles, was wir bisher im Einzelnen betrachtet haben, kombiniert:

- Wir haben eine Verschiebung in y-Richtung ($+y_S$)
- Wir haben eine Verschiebung in x-Richtung $(x - x_s)^2$
- Wir haben eine nach unten/bzw. nach oben geöffnete Parabel (± a)
- Wir haben eine schmalere/breitere Parabel als die Normalparabel ($a < 1$; $a > 1$)

Die **Scheitelpunktform** heißt so, da man direkt die _______________________ des Scheitels ablesen kann. Außerdem erfährt man was über die Öffnung der Parabel. Diese Gleichung eignet sich, wenn man _________________________ ____.

Bsp.: Die Gleichung der Parabel lautet $y = 2(x - 3)^2 - 1{,}5$ so hat der Scheitel die Koordinaten S (3/-1,5).

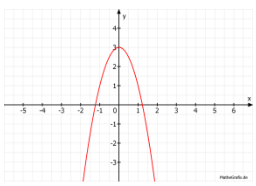
Noch Fragen zu den Schaubildern von Parabeln? Schauen Sie sich dieses Video an:
https://youtu.be/KEuNUglIlyI

Arbeitsauftrag

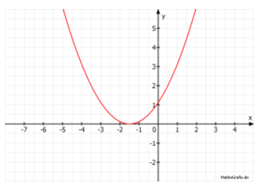
Aufgabe 1:

Ordnen Sie jedem Schaubild eine passende Funktionsgleichung zu!

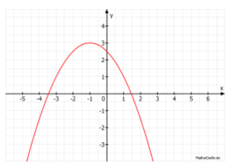
Nr. 1



Nr. 2



Nr. 3



$f(x) = 0{,}5\,(x + 1{,}5)^2$

zeigt Graph Nr. ____

$f(x) = -0{,}5\,(x + 1)^2 + 3$

zeigt Graph Nr. ____

$f(x) = -2x^2 + 3$

zeigt Graph Nr. ____

Aufgabe 2:

Skizzieren Sie die angegebenen Parabeln in ein gemeinsames Koordinatensystem.

a) $f(x) = 0{,}25\,(x - 2)^2 - 1$
b) $p(x) = -\,1{,}5\,(x + 1)^2 + 2{,}5$

Die Scheitelpunktform und die Hauptform der Parabel im Vergleich

Merke!

Scheitelpunktform:	**Hauptform der Parabel:**
$f(x) = a\,(x - x_S)^2 + y_S$	$f(x) = ax^2 + bx + c$
a = Öffnung	a = Öffnung
x_S = x-Koordinate des Scheitels	c = „y-Achsenabschnitt“
y_S = y-Koordinate des Scheitels	

Die Gleichungen sind jeweils geeignet für….

- Man kann den Scheitel ab-lesen - Schnelles Zeichnen auch ohne Wertetabelle möglich	- Zeichnen nur mit Wertetabelle möglich - Berechnungen möglich: Nullstellen und Schnittpunkte

Ich muss zwischen den einzelnen Gleichungen wechseln können!

Wie wechsle ich zwischen den beiden Funktionstermen?

a) Von der Scheitelform zur allgemeinen Parabelgleichung:

Bsp.: $f(x) = 0{,}5\,(x + 2)^2 - 2{,}5$ → **SCHEITELPUNKTFORM**

$f(x) = 0{,}5\,(x^2 + 4x + 4) - 2{,}5$ Ausmultiplizieren (Binom)

$f(x) = 0{,}5x^2 + 2x + 2 - 2{,}5$ Zusammenfassen

$f(x) = 0{,}5x^2 + 2x - 0{,}5$ → **HAUPTFORM DER PARABEL**

b) Von der allgemeinen Parabelgleichung zur Scheitelform: Quadrati-sches Ergänzen

Bsp.: $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$ → **HAUPTFORM DER PARABEL**

$f(x) = 2\,(x^2 - 2x + 0{,}5)$ a ausklammern

$f(x) = 2\,[(x^2 - 2x + 1) - 1 + 0{,}5]$ Binom finden und ergänzen

$f(x) = 2\,[(x - 1)^2 - 0{,}5]$ Binom in Produktform

$f(x) = 2\,(x - 1)^2 - 1$ → **SCHEITELPUNKTFORM**

Noch Fragen zum Quadratischen Ergänzen? Dann schauen Sie sich dieses Video an:
https://youtu.be/JLADCKXbeNE

Der Scheitelpunkt der Parabel

Merke!

Der Scheitelpunkt ist immer der **niedrigste Punkt** (bei nach oben geöffneter Parabel) oder der **höchste** (bei nach unten geöffneter Parabel) Punkt der Parabel! Er liegt immer auf der **Symmetrieachse** der Parabel (x_S = Symmetrieachse!). Der Scheitelpunkt liegt somit immer **zwischen den beiden Nullstellen** (Nullstellen = Schnittpunkte mit der x-Achse).

Arbeitsauftrag

Aufgabe1:

Berechnen Sie die Scheitelpunktkoordinaten und geben Sie die Scheitelpunktform der Parabel an.

a) $f(x) = -x^2 + 4x - 1$ b) $f(x) = x^2 - 6x + 4$

Aufgabe 2:

Geben Sie die Parabel in der Hauptform an!

a) $f(x) = \frac{1}{3}(x - 1)^2 - 2$ b) $f(x) = (x - 3{,}5)^2 - 1$

Aufgabe 3:

Jannik springt im Freibad vom Sprungbrett. Seine Flugkurve ist parabelförmig und wird durch die Funktion f mit $f(x) = -5x^2 + 8x + 5$ beschrieben.

a) Aus welcher Höhe sprang Jannik ab?
b) Was ist Janniks größte Höhe während des Sprungs?

Schnittpunkte berechnen

Merke!

Berechnet werden folgende Schnittpunkte:

1. Die Schnittpunkte mit der x-Achse (S_x/Nullstellen)
2. Die Schnittpunkte mit der y-Achse (S_y)
3. Schnittpunkte zweier Kurven (Gerade und Parabel oder zwei Parabeln)

Um Schnittpunkte berechnen zu können, muss man **quadratische Gleichungen** lösen können.

Für die Gleichungen verwendet man die Funktionsgleichungen von Parabeln, am besten in der Hauptform.

Im **ersten** Schritt stellt man die **Nullform** her:

$f(x) = 0$ → Nullform der Parabel

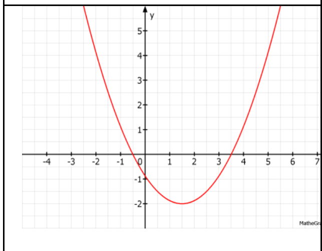
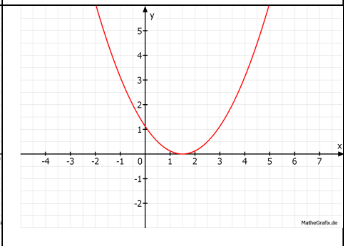
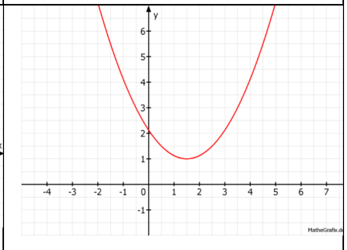
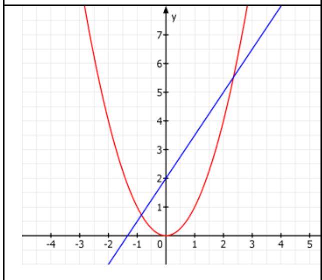
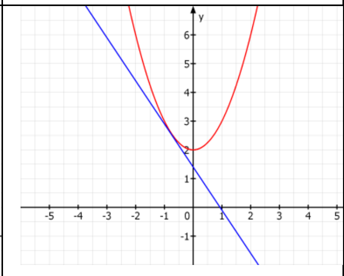
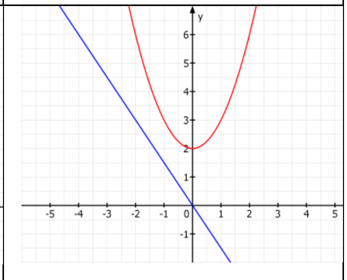
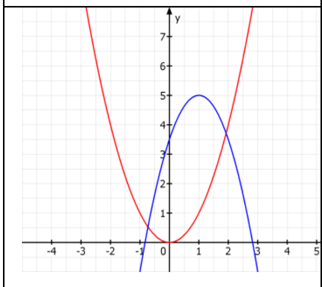
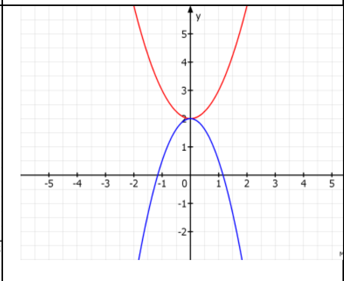
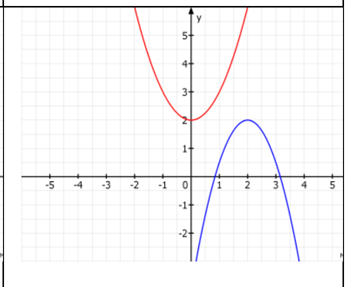
Im **zweiten** Schritt wird die Gleichung gelöst, in dem man das passende Verfahren aus den uns bekannten **vier möglichen Verfahren** auswählt:

$ax^2 + c = 0$	$(x + b)(x + c) = 0$	$ax^2 + bx = 0$	$ax^2 + bx + c = 0$
<u>Wurzelziehen</u> $ax^2 = -c$ $x^2 = \frac{a}{c}$ $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{a}{c}}$	<u>Produktform/ Satz vom Nullprodukt</u> $(x + b)(x + c) = 0$ $x_1 = -b$ und $x_2 = -c$ lassen sich als Lösungen ablesen (sind Nullstellen der Parabel)	<u>Ausklammern/ Satz vom Nullprodukt</u> $x \cdot (ax + b) = 0$ $x_1 = 0$ NR (Teil in der Klammer) $ax + b = 0$ $ax = -b$ $x_2 = \frac{-b}{a}$	<u>Mitternachts-formel/ abc-Formel</u> $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Werte einsetzen, Diskriminante $D = b^2 - 4ac$ gibt Info darüber, wie viele Lösungen vorliegen
<u>Beispiel:</u> $4x^2 - 24 = 0$ $4x^2 = 24$ $x^2 = 6$ $\underline{x_{1,2} = +\sqrt{6}}$	<u>Beispiel:</u> $-0{,}5\,(x - 3)\,(x + 4) = 0$ $\underline{x_1 = 3}$ und $\underline{x_2 = -4}$	<u>Beispiel:</u> $9x^2 - 6x = 0$ $x \cdot (9x - 6) = 0$ $\underline{x_1 = 0}$ $9x - 6 = 0$ $9x = 6$ $\underline{x_2 = \frac{6}{9}}$	<u>Beispiel:</u> $x^2 - 6x + 9 = 0$ $x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \times 1 \times 9}}{2 \times 1}$ $x_{1,2} = \frac{6 \pm 0}{2}$ $\underline{x_{1,2} = 3}$

Dabei können sich unterschiedliche **Anzahlen an Lösungen** ergeben:

(Diskriminante D)

$D = b^2 - 4ac$

Zwei (einfache) Lösungen, wenn D > 0 (positiv)	**Eine (dopppelte) Lösung, wenn D = 0**	**Keine Lösung, wenn D < 0 (negativ)**
		
Die Parabel p und die x-Achse **schneiden** sich in **zwei Punkten**	Die Parabel p und die x-Achse **berühren** sich in einem Punkt	Die Parabel p und die x-Achse haben **keine gemeinsamen** Punkte
		
		
Die beiden Kurven **schneiden** sich in **zwei Punkten**	Die beiden Kurven **berühren sich in einem Punkt**	Die beiden Kurven haben **keine gemeinsamen Punkte**

Zusätzliche Infos zu Anwendungsaufgaben finden Sie unter:
https://youtu.be/nFltqA6QVSc

Arbeitsauftrag

Aufgabe 1:

Lösen Sie die nachfolgenden Gleichungen:

a) $x^2 - 5x - 7 = 0$
b) $-3x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{1}{3} = 0$

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die Nullstellen der Parabel.

a) $p(x) = 0{,}5x^2 - 1{,}5x + 1{,}125$

Aufgabe 3:

Berechnen Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

a) $f(x) = 3 \cdot (x - 1) \cdot (x - 2)$ b) $h(x) = 2x^2 - 16$

Aufgabe 4:

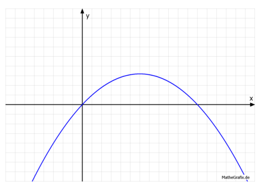
Geben Sie zu den Nullstellen die Gleichung der verschobenen Normalparabel an:

a) $x_1 = 3$ und $x_2 = 6$ b) $x_1 = 5$ und $x_2 = -5$

Aufgabe 5:

Beim Fußball schießt ein Spieler einen Freistoß. Die parabelförmige Flugkurve wird mit der Funktion $f(x) = -\frac{1}{18}x^2 + \frac{4}{3}x$ beschrieben.

Berechnen Sie wo der Ball seinen höchsten Punkt erreicht und wo er wieder auf den Boden kommt.

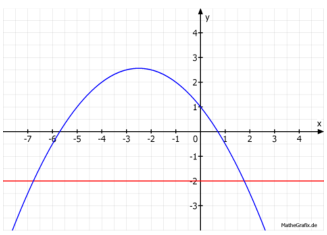


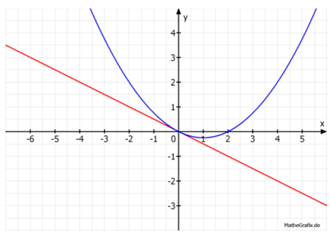
Aufgabe 6:

Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Parabel p mit $p(x) = 4x^2 - 80x + 280$ und der Gerade g mit $g(x) = -16x^2 + 24$.

Aufgabe 7:

a) Ordnen Sie jedem Graphen eine Gleichung zu.
b) Lesen Sie die möglichen Schnittpunkte/Berührpunkte der beiden Kurven ab und berechnen Sie diese exakt.





$-2 = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x + 1$

$0{,}5x = 0{,}25x^2 - 0{,}5x$

Aufstellen von Funktionstermen der Parabel

Fall 1:

Kennt man den **Scheitelpunkt** der Parabel und einen **weiteren Punkt** auf ihr, verwendet man die Scheitelpunktform.

Beispiel:		Scheitelpunkt (2/-14) und Punkt P (5/4).
Scheitelpunktform:		$p(x) = a\,(x - x_S)^2 + y_S$
Einsetzen:	S(2/-14)	$p(x) = a\,(x - 2)^2 - 14$
	P(5/4)	$4 \quad = a\,(5 - 2)^2 - 14$
Nach a auflösen:		$a = 2$
Ergebnis:		$\underline{p(x) = 2\,(x - 2)^2 - 14}$

Fall 2:

Kennt man **zwei Nullstellen** der Parabel und einen **weiteren Punkt** auf ihr, verwendet man die Produktform.

Beispiel:	Nullst. $x_1 = 1$ und $x_2 = 4$ und Punkt A (3/2)
Produktform:	$f(x) = a\,(x - x_1)(x - x_2)$
Einsetzen beider Nullstellen:	$f(x) = a\,(x - 1)(x - 4)$
Punkt A:	$2 = a\,(3 - 1)(3 - 4)$
Nach a auflösen:	$a = -1$
Ergebnis:	$\underline{f(x) = -\,(x - 1)(x - 4)}$

Fall 3:

Wenn **drei beliebige Punkte** der Parabel bekannt sind, verwendet man die Hauptform und erstellt ein **lineares Gleichungssystem (LGS).** Ein LGS lässt sich mit einem der folgenden drei Verfahren lösen:

Gleichsetzungsverfahren, Additionsverfahren oder Einsetzungsverfahren.

Beispiel: Auf der Parabel p liegen die Punkte R(-1/3), A(0/2) und B(2/-4). Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung der quadratischen Funktion p.

Ansatz: $p(x) = ax^2 + bx + c$

Punkte einsetzen:	R(-1/3) :	$3 \quad = a \;- b + c$
	A(0/2) :	$\mathbf{2 \quad = c}$
	B(2/-4) :	$-4 \quad = 4a + 2b + c$

c = 2 vereinfacht das LGS zu

$$3 \quad = a \;- b + 2$$
$$\underline{-4 \quad = 4a + 2b + 2}$$
$$1 \quad = a \;- b \qquad / \cdot(-4)$$
$$\underline{-6 \quad = 4a + 2b}$$

$$-4 \quad = -4a + 4b$$
$$\underline{-6 \quad = 4a + 2b} \qquad / +$$
$$-10 = 6b$$
$$\mathbf{b = -\frac{5}{3}}$$

Arbeitsauftrag

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie die Funktionsterme der quadratischen Funktionen.

a) f(0) = 3, f(-2) = 9 und f(2) = 1.
b) S (1/0,5) und A(3/-1)
c) S_{x1}(-1/0); S_{x2}(1,5/0) und B(1/0,5).

Aufgabe 2:

Eine 10 m breite Straße führt durch einen Tunnel. Der höchste Punkt des Tunnels liegt 12 m hoch mittig über der Straße. Ermitteln Sie eine Funktionsgleichung für den Tunnelbogen.

Selbstreflexion

Reflexionsfragen	trifft zu	trifft eher zu	trifft eher nicht zu	trifft nicht zu
Ich kenne die **Hauptform der Parabel**. Ich kann die zugehörige **Wertetabelle** erstellen und die Parabel in ein **Koordinatensystem** einzeichnen.				
Ich kenne die **Scheitelpunktform** der Parabel, kann die **Öffnung** a und die **Verschiebungen in x- wie in y-Richtung** angeben.				
Ich kann zwischen den beiden Gleichungen der Parabel wechseln.				
Ich kann den **Scheitelpunkt** der Parabel berechnen.				
Ich kann quadratische Gleichungen **grafisch lösen**.				
Ich kann **quadratische Gleichungen** mithilfe der vier mir bekannten **Verfahren** (Wurzelziehen, Produktform/Satz vom Nullprodukt, Ausklammern/Satz vom Nullprodukt und der abc-Formel) **rechnerisch lösen**.				
Ich kann **Nullstellen** von Parabeln berechnen.				
Ich kann den **Schnittpunkt mit der y-Achse** berechnen.				
Ich kann erklären wann eine quadratische Gleichung **eine, zwei oder gar keine Lösung** hat.				
Ich kann die Bedeutung der **Diskriminante D** erläutern.				
Ich kann **Schnittpunkte zweier Kurven** berechnen.				
Ich kann die **Gleichung einer Parabel** mit der Angabe von Punkten rechnerisch **aufstellen**.				
Ich kann **Anwendungsaufgaben** zu Parabeln und quadratischen Gleichungen lösen.				
Wie zufrieden bin ich auf einer Skala von 1 (gar nicht) bis 10 (sehr) mit meiner neuen Kompetenz? Kreisen Sie ein.	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10			

Materialien/ Kompetenz
Ich kann mit Geraden und Parabeln umgehen

Mathematik M07.B

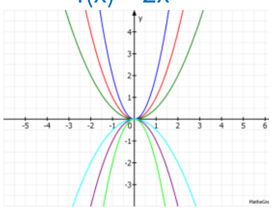
LernPROJEKT
LernTHEMA
LernSCHRITT

Parabeln – LÖSUNGEN

Streckfaktor a:
Merke!
Die Zahl für a ist **positiv**, bedeutet die Parabel ist nach **oben geöffnet.**
Die Zahl für a ist **negativ**, bedeutet die Parabel ist nach **unten geöffnet.**

Ist a eine Zahl **zwischen 0 und 1** oder **zwischen 0 und -1** (0<a<I1I), wird die Parabel **breiter** als die Normalparabel.
Ist a eine Zahl **größer als 1** oder **kleiner als -1** (a>I1I), wird die Parabel **schmaler** als die Normalparabel.

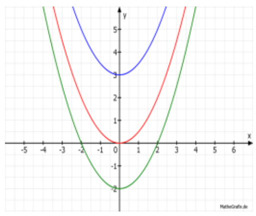
$f(x) = 0,5x^2$ $f(x) = x^2$
$f(x) = 2x^2$



$f(x) = -0,5x^2$ $f(x) = -x^2$
$f(x) = -2x^2$

Verschiebung entlang der y-Achse: $\pm y_S$
Merke!
Um das Schaubild der Parabel $\mathbf{f(x) = x^2 + y_S}$ zeichnen zu können, wird die Parabel entlang der y-Achse verschoben:
$y_S > 0$**:** Verschiebung nach **oben** entlang der y-Achse,
$y_S < 0$**:** Verschiebung nach **unten** entlang der y-Achse.

Der **Scheitel** hat dann die Koordinaten $(0 \ / \ y_S)$.
Auch diese Parabel ist **symmetrisch** zur y-Achse.



$f(x) = x^2 + 3$

$f(x) = x^2$

$f(x) = x^2 - 2$

Verschiebung entlang der x-Achse: $\pm x_S$
Zeichnen Sie die zu den folgenden Gleichungen gehörenden Parabeln (unterschiedliche Farben) mit Hilfe der Wertetabellen (WTR) in das gegebene Koordinatensystem und beschriften Sie die eingezeichneten Parabeln. Vergleichen Sie die Lage der eingezeichneten Parabeln mit der Lage der Normalparabel.

f: $y = (x-2)^2$

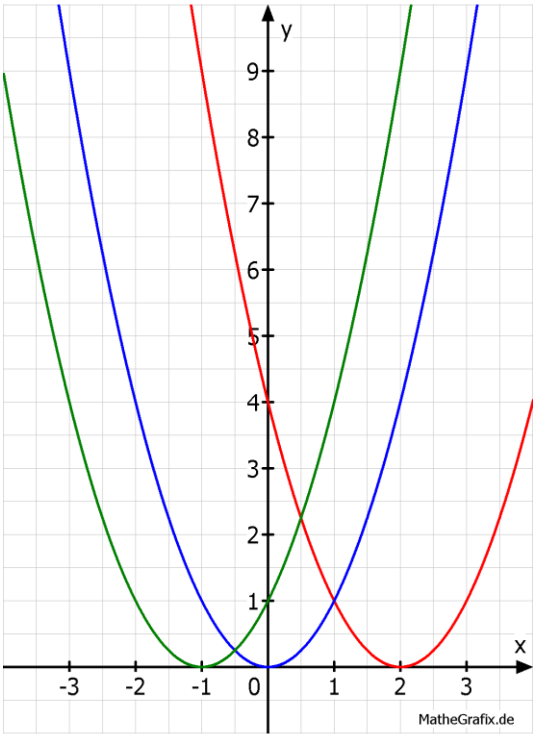
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
	25	16	9	4	1	0	1

h: $y = (x+1)^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = (x+1)^2$	4	1	0	1	4	9	16

l: $y = x^2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9



Merke!

Wird in einer Parabelgleichung **vom x eine Zahl subtrahiert** und das anschließende Ergebnis quadriert („hoch 2 genommen"), so wird die Parabel nach rechts verschoben.

Wird in einer Parabelgleichung **vom x eine Zahl addiert** und das anschließende Ergebnis quadriert („hoch 2 genommen"), so wird die Parabel nach links verschoben.

Die Scheitelpunktform: $f(x) = a\,(x - x_s)^2 + y_s$

Die **Scheitelpunktform** heißt so, da man direkt die Koordinaten des Scheitels ablesen kann. Außerdem erfährt man was über die Öffnung der Parabel. Diese Gleichung eignet sich, wenn man die Parabel zeichnen möchte.

Bsp. Die Gleichung der Parabel lautet $y = 2(x - 3)^2 - 1{,}5$ so hat der Scheitel die Koordinaten S (3/-1,5).

Arbeitsauftrag

Aufgabe 1:

Ordnen Sie jedem Schaubild eine passende Funktionsgleichung zu!

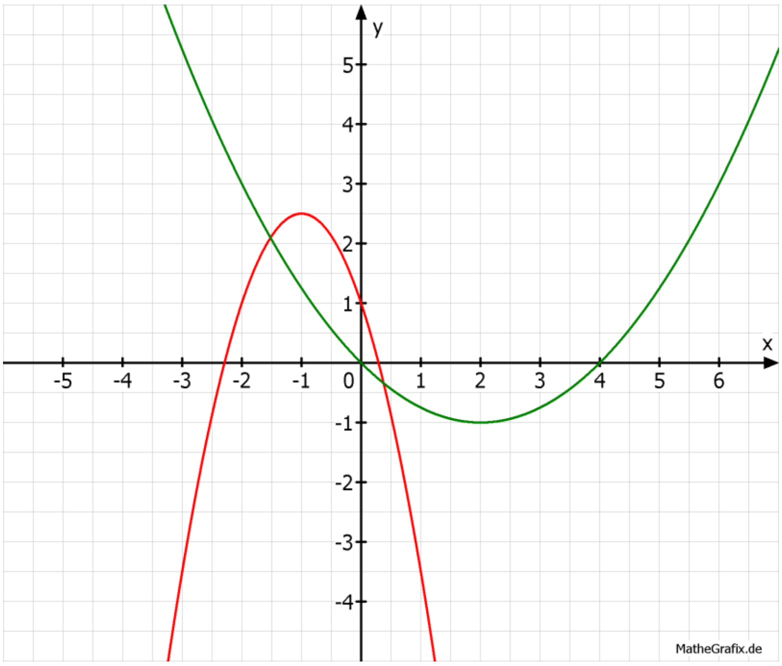
$f(x) = -0{,}5\,(x + 1)^2 + 3$	$f(x) = -2x^2 + 3$	$f(x) = 0{,}5\,(x + 1{,}5)^2$
zeigt Graph Nr. 3	zeigt Graph Nr. 1	zeigt Graph Nr. 2

Aufgabe 2:

Skizzieren Sie die angegebenen Parabeln in ein gemeinsames Koordinatensystem.

c) $f(x) = 0{,}25\,(x - 2)^2 - 1$

d) $p(x) = -1{,}5\,(x + 1)^2 + 2{,}5$



Der Scheitelpunkt der Parabel:

Aufgabe1:

Berechnen Sie die Scheitelpunktkoordinaten und geben Sie die Scheitelpunktform der Parabel an.

a) $f(x) = -x^2 + 4x - 1$
$f(x) = - [x^2 - 4x + 4 - 4 + 1]$
$f(x) = - [(x - 2)^2 - 3]$
$f(x) = - (x - 2)^2 + 3$ S (2 / 3)

b) $f(x) = x^2 - 6x + 4$
$f(x) = x - 6x + 9 - 9 + 4$
$f(x) = (x - 3)^2 - 5$ S (3 / -5)

Aufgabe 2:

Geben Sie die Parabel in der Hauptform an!

a) $f(x) = \frac{1}{3}(x - 1)^2 - 2$
$f(x) = \frac{1}{3}(x^2 - 2x + 1) - 2$
$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} - 2$
$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$

b) $f(x) = (x - 3{,}5)^2 - 1$
$f(x) = x^2 - 7x + 12{,}25 - 1$
$f(x) = x^2 - 7x + 11{,}25$

Aufgabe 3:
Jannik springt im Freibad vom Sprungbrett. Seine Flugkurve ist parabelförmig und wird durch die Funktion f mit $f(x) = -5x^2 + 8x + 5$ beschrieben.

a) Aus welcher Höhe sprang Jannik ab?
Aus 5 m Höhe sprang Jannik ab, da c = 5.

b) Was ist Janniks größte Höhe während des Sprungs?
Der Scheitel steht für den höchsten Punkt auf Janniks Flugkurve. Berechnet wird er folgendermaßen:
$f(x) = -5\left(x^2 - \frac{8}{5}x - 1\right)$
$f(x) = -5\left[\left(x^2 - \frac{8}{5}x + \frac{64}{100}\right) - \frac{64}{100} - 1\right]$
$f(x) = -5\left[\left(x - \frac{8}{10}\right)^2 - \frac{41}{25}\right]$
$f(x) = -5\left(x - \frac{8}{10}\right)^2 + \frac{41}{5}$ in Dezimalen: $f(x) = -5(x - 0{,}8)^2 + 8{,}2$
Der Scheitel hat die Koordinaten S(0,8 / 8,2). Somit erreicht Jannik als größte Höhe 8,20 m während seines Sprungs.

Schnittpunkte berechnen

Aufgabe 1:
Löse die nachfolgenden Gleichungen:

a) $x^2 - 5x - 7 = 0$

abc-Formel: $x_{1,2} \frac{5 \pm \sqrt{25-4*1*(-7)}}{2*1} = \frac{5 \pm \sqrt{25+28}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{53}}{2}$

$x_1 = \frac{5+\sqrt{53}}{2} \approx 6,1$

$x_2 = \frac{5-\sqrt{53}}{2} \approx -1,1$

b) $-3x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{1}{3} = 0$

abc –Formal: $x_{1,2} = \frac{-\frac{4}{3} \pm \sqrt{\frac{16}{9} - 4*(-3)*(-\frac{1}{3})}}{2*(-3)} = \frac{-\frac{4}{3} \pm \sqrt{-\frac{20}{9}}}{-6}$

keine Lösung, da D < 0!!!

Aufgabe 2:
Berechnen Sie die Nullstellen der Parabel.

a) $p(x) = 0{,}5x^2 - 1{,}5x + 1{,}125$

$p(x) = 0$
$0 = 0{,}5x^2 - 1{,}5x + 1{,}125$

abc-Formel: $x_{1,2} \frac{1,5 \pm \sqrt{2,25-4*0,5*1,125}}{2*0,5} = \frac{1,5 \pm \sqrt{0}}{1} = 1,5$

Da D = 0, hat die Parabel nur eine Nullstelle bei x = 1,5

Aufgabe 3:
Berechnen Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

a) $f(x) = 3 \cdot (x - 1) \cdot (x - 2)$

S_{x1} (1 / 0) und S_{x2} (2 / 0) $f(x) = (3x - 3) \cdot (x - 2)$
$f(x) = 3x^2 - 6x - 3x + 6$
$f(x) = 3x^2 - 9x + 6$
S_y (0 / 6)

b) $h(x) = 2x^2 – 16$

$h(x) = 2(x^2 – 8)$

$S_{x1}(\sqrt{8} / 0)$ und $S_{x2}(-\sqrt{8} / 0)$ und $S_y(0 / -16)$

Aufgabe 4:

Geben Sie zu den Nullstellen die Gleichung der verschobenen Normalparabel an:

a) $x_1 = 3$ und $x_2 = 6$ $f(x) = (x - 3)(x – 6)$

b) $x_1 = 5$ und $x_2 = -5$ $f(x) = (x – 5)(x + 5)$

Aufgabe 5:

Beim Fußball schießt ein Spieler einen Freistoß. Die parabelförmige Flugkurve wird mit der Funktion $f(x) = -\frac{1}{18}x^2 + \frac{4}{3}x$ beschrieben.

Berechnen Sie wo der Ball seinen höchsten Punkt erreicht und wo er wieder auf den Boden kommt.

Höchster Punkt = Scheitelpunkt:

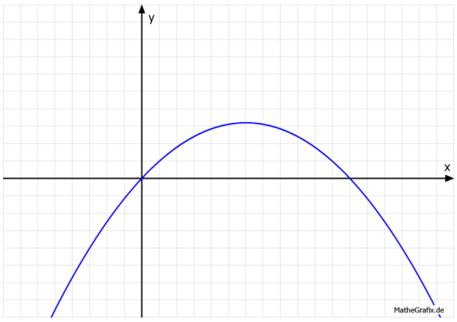
$f(x) = -\frac{1}{18}x^2 + \frac{4}{3}x$

$f(x) = -\frac{1}{18}(x^2 – 24x)$

$f(x) = -\frac{1}{18}[(x – 24x + 144) – 144]$

$f(x) = -\frac{1}{18}[(x – 12)^2 – 144]$

$f(x) = -\frac{1}{18}(x – 12)^2 + 8$ *S(12 / 8)*



Der Ball erreicht den Boden an der zweiten Nullstelle:

$F(x) = 0$

$0 = -\frac{1}{18}x^2 + \frac{4}{3}x$

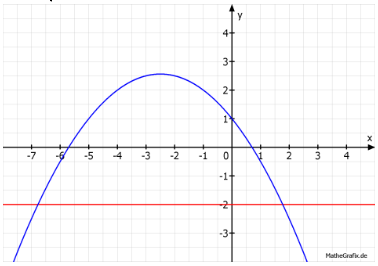
$0 = x(-\frac{1}{18}x + \frac{4}{3})$ $x_1 = 0$

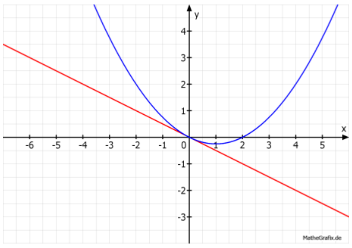
$0 = (-\frac{1}{18}x + \frac{4}{3})$ $x_2 = 24$

Nach 24 m erreicht der Ball wieder den Boden.

Aufgabe 6:

a) Ordnen Sie jedem Graphen eine Gleichung zu.
c) Lesen Sie die möglichen Schnittpunkte/Berührpunkte der beiden Kurven
d) ab und berechnen Sie diese exakt.





$-2 = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x + 1$

➔ Abbild 1

$0{,}5x = 0{,}25x^2 - 0{,}5x$

➔ Abbild 2

Aufstellen von Funktionstermen der Parabel

Aufgabe 1:

Bestimmen Sie die Funktionsterme der quadratischen Funktionen.

a) f(0) = 3, f(-2) = 9 und f(2) = 1.

Ansatz:	f(x)	$= ax^2 + bx + c$		
f(0)= 3	3	= c		(1)
f(-2) = 99		= 4a - 2b + c	(2)	
f(2) = 1 1		= 4a + 2b + c	(3)	
	9	= 4a - 2b + 3	/-3	(2)
	1	= 4a + 2b + 3	/ -3	(3)
	6	= 4a – 2b		(2)
	-2	= 4a + 2b	+	(3)
	4	= 8a	/:8	(4)
	a	= 0,5		

Um b zu bekommen, setzt man a und c in (2) oder (3) ein:

9 = 4·0,5 – 2b + 3		(2)
9 = 5 – 2b	/ -5	
4 = -2b	/ : (-2)	
-2 = b		

Ergebnis: $f(x) = 0{,}5x^2 – 2x + 3$

b) S (1/0,5) und A(3/-1)

Ansatz: Scheitelpunktform: $f(x) = a\,(x – x_S)^2 + y_S$

S (1 / 0,5)	$f(x) = a\,(x – 1)^2 + 0{,}5$
A (3 / -1)	$-1 = a\,(3 – 1)^2 + 0{,}5$

$-1 = a \cdot 4 + 0{,}5$ / - 0,5

$-1{,}5 = 4a$ /: 4

$-0{,}375 = a$

Ergebnis: $f(x) = -0{,}375\,(x – 1)^2 + 0{,}5$

c) $S_{x1}(-1/0)$; $S_{x2}(1{,}5/0)$ und B(1/0,5).

Ansatz: Produktform: $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Einsetzen $x_1 = -1$: $f(x) = a(x + 1)(x - x_2)$

$x_2 = 1{,}5$ $f(x) = a(x + 1)(x - 1{,}5)$

B(1/0,5) $0{,}5 = a(1 + 1)(1 - 1{,}5)$

$0{,}5 = a \cdot 2 \cdot (-0{,}5)$

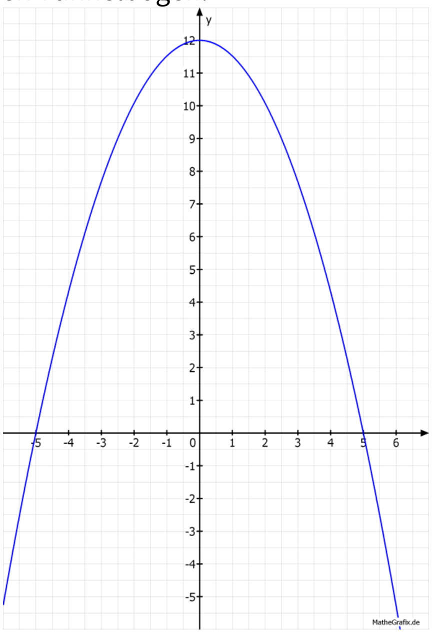
$0{,}5 = - a$

$A = -0{,}5$

Ergebnis: $f(x) = -0{,}5\,(x + 1)(x - 1{,}5)$

Aufgabe 2:

Eine 10 m breite Straße führt durch einen Tunnel. Der höchste Punkt des Tunnels liegt 12 m hoch mittig über der Straße. Ermitteln Sie eine Funktionsgleichung für den Tunnelbogen.



$f(x) = a \cdot (x + 5)(x - 5)$

Jetzt setzt man den Punkt (0 / 12) ein, um a auszurechnen:

$12 = a \cdot (0 + 5)(0 - 5)$

$12 = a\,(-25)$ /: (-25)

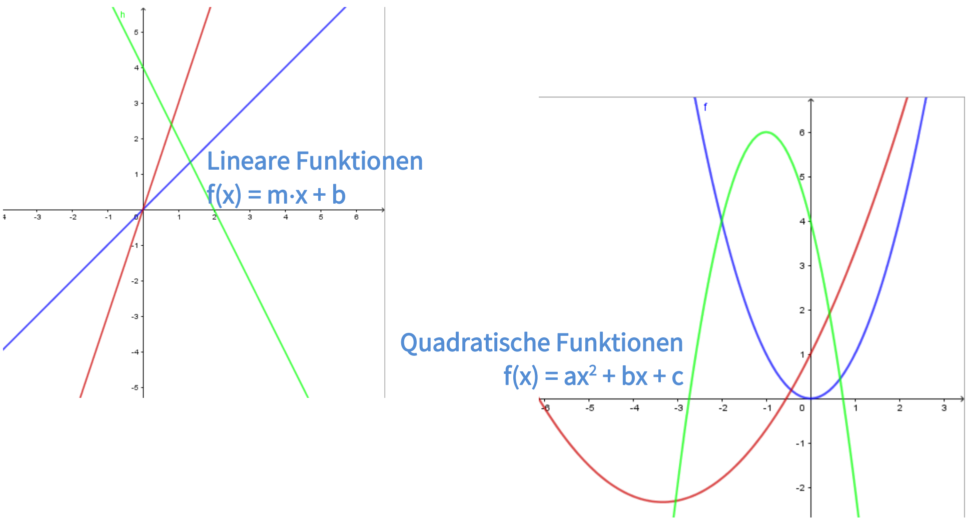
$a = -\frac{12}{25}$

$$f(x) = -\frac{12}{25}(x + 5)(x - 5)$$

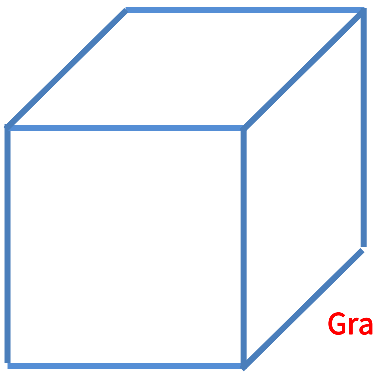
Kompetenz **Ich kann den Graphen der Potenzfunktion f mit $f(x) = x^n$ (mit einer natürlichen Zahl n) mithilfe einer Wertetabelle zeichnen und aufgrund ihrer charakteristischen Eigenschaften skizzieren**	**Mathematik** **M07.01.01**
	LernPROJEKT
	LernTHEMA
	LernSCHRITT

Was Sie schon vorab können sollten:

- Ich kenne die Graphen von linearen und quadratischen Funktionen.
- Ich kann die mathematische Fachsprache bei funktionalen Zusammenhängen anwenden. (M6.01)



Neu: Potenzfunktionen



Z. B.
Volumen eines Würfels:

$V = a^3$

Graph der Funktion $f(x) = x^3$?

Erstellt mit Geogebra

Potenzfunktionen

Bisher kennen Sie die Graphen von linearen Funktionen (Geraden) und von quadratischen Funktionen (Parabeln).

Es gibt aber auch Funktionen mit einem höheren Exponenten, z. B. $f(x) = x^3$ oder $f(x) = x^4$ oder $f(x) = x^5$, allgemein: $f(x) = x^n$ mit $n \in \mathbb{N}$ und $x \in \mathbb{R}$ Solche Funktionen heißen **Potenzfunktionen**.

Zuerst geht es darum, ihre Graphen kennenzulernen.

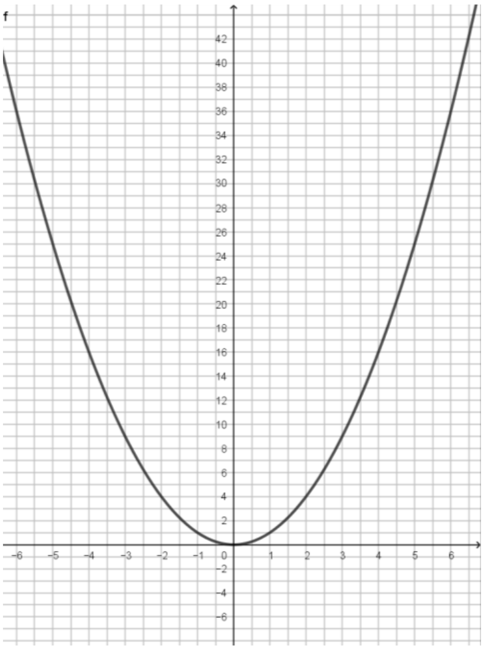
Arbeitsauftrag

Aufgabe 1:

oder

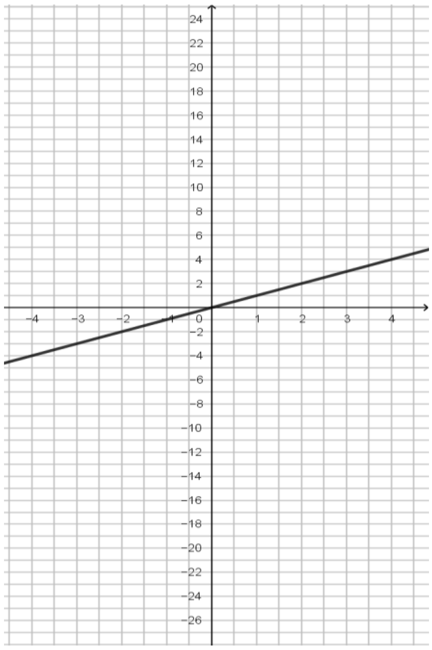
Potenzfunktionen mit geradem Grad,

eingezeichnet ist bereits $f(x) = x^2$.



Potenzfunktionen mit ungeradem Grad,

eingezeichnet ist bereits $f(x) = x$.



Erstellen Sie mit dem Taschenrechner eine Wertetabelle der Funktion f mit $f(x) = x^4$:

x	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3

Zeichnen Sie den Graphen in das Koordinatensystem ein.

Erstellen Sie mit dem Taschenrechner eine Wertetabelle der Funktion f mit $f(x) = x^3$:

x	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3

Zeichnen Sie den Graphen in das Koordinatensystem ein.

Holen Sie sich jetzt ein Tablet und öffnen Sie Geogebra Graphic.

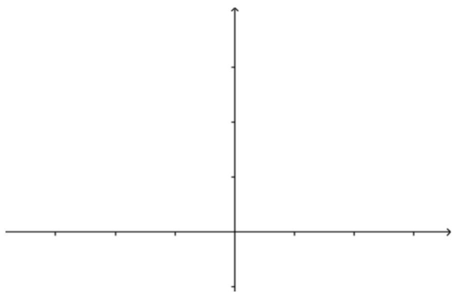
Aufgabe 2:

oder

Lassen Sie sich in einem gemeinsamen Koordinatensystem die Graphen der Funktionen

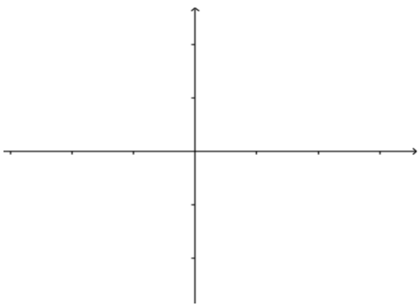
$f_1(x) = x^2$; $f_2(x) = x^4$; $f_3(x) = x^6$ und $f_4(x) = x^8$ anzeigen.

Skizzieren Sie den typischen Verlauf einer Potenzfunktion mit geradem Exponenten.



$f_1(x) = x$; $f_2(x) = x^3$; $f_3(x) = x^5$ und $f_4(x) = x^7$ anzeigen.

Skizzieren Sie den typischen Verlauf einer Potenzfunktion mit ungeradem Exponenten.



Kreuzen Sie an, welche Eigenschaft für die jeweiligen Graphen gelten.

n gerade		n ungerade
O	Der Graph verläuft durch den Ursprung.	O
O	Der Graph verläuft durch den Punkt P(1 │ 1).	O
O	Der Graph verläuft durch den Punkt Q(– 1 │ 1).	O
O	Der Graph verläuft durch den Punkt R(– 1 │ – 1).	O
O	Der Graph ist achsensymmetrisch.	O
O	Der Graph ist punktsymmetrisch.	O
O	Der Graph verläuft „von oben nach oben“.	O
O	Der Graph verläuft „von unten nach oben“.	O

Hier finden Sie Hilfe:

Erklärvideo: https://www.youtube.com/watch?v=68hg6Ve3Px8 (bis 4:43)

Erklärung: https://www.mathebibel.de/potenzfunktionen (nur positive Exponenten)

Zusammenfassung

Graphen von Potenzfunktionen **mit geraden Exponenten** sind

____________symmetrisch, sie gehen durch die Punkte __________________ ________

und verlaufen von ____.

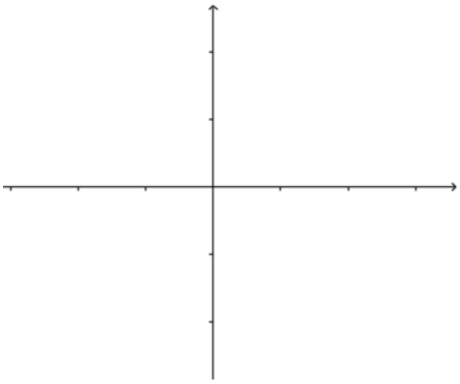
Graphen von Potenzfunktionen **mit ungeraden Exponenten** sind

____________symmetrisch, sie gehen durch die Punkte ___________________

_________ und verlaufen von ____.

Aufgabe 3:

Skizzieren Sie die Graphen von $f(x) = x^{17}$ und $g(x) = x^{12}$.



Aufgabe 4:

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^{10}$. Sie geht durch die Punkte ________________________, sie ist _________symmetrisch und verläuft von ____.

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^{9}$. Sie geht durch die Punkte ________________________, sie ist _________symmetrisch und verläuft von ____.

Selbstreflexion

Wie zufrieden bin ich mit meiner Bearbeitung bei diesem Arbeitsmaterial.	unzufrieden	geht so	zufrieden	sehr zufrieden
Ich habe die Bearbeitung des Arbeitsmaterials dokumentiert.	nein		ja	

Das habe ich gelernt:

Das kann ich jetzt:	nicht	nur mit Hilfe	meistens	immer sicher
Ich kann den Graphen einer Potenzfunktion mit Hilfe einer Wertetabelle zeichnen.				
Ich kann den Graphen einer vorgegebenen Potenzfunktion skizzieren.				
Ich kann mit Hilfe des Exponenten Punkte angeben, durch die der Graph einer Potenzfunktion geht.				
Ich kann mit Hilfe des Exponenten die Symmetrie des Graphen angeben.				

Kompetenz:
Ich kann den Graphen der Potenzfunktion f mit $f(x) = x^n$ (mit einer natürlichen Zahl n) mithilfe einer Wertetabelle zeichnen und aufgrund ihrer charakteristischen Eigenschaften skizzieren

Mathematik

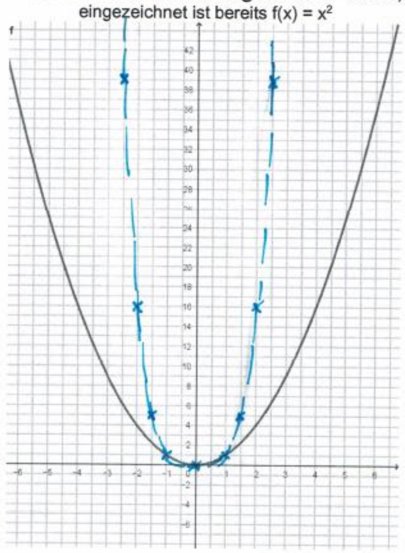
M07.01.01

Lösung

Lösungsvorschläge zur Selbstkontrolle

Aufgabe 1:

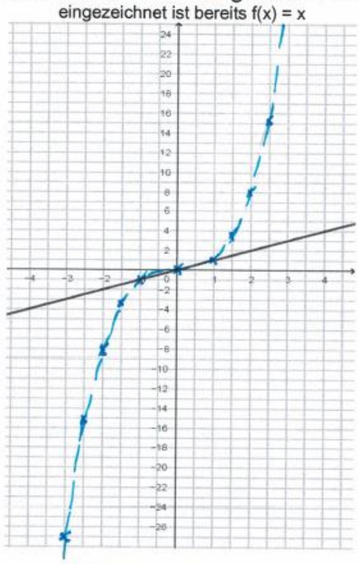
Potenzfunktionen mit geradem Grad,
eingezeichnet ist bereits $f(x) = x^2$



Wertetabelle für $f(x) = x^4$

x	– 3	– 2	– 1	0	1	2
f(x)	81	16	1	0	1	16

Potenzfunktionen mit ungeradem Grad,
eingezeichnet ist bereits $f(x) = x$

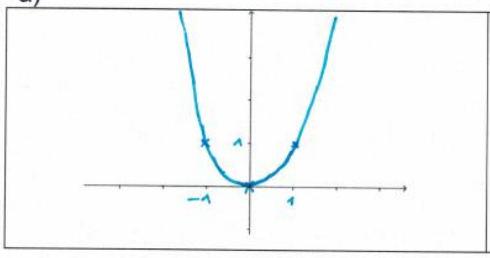


Wertetabelle für $f(x) = x^3$

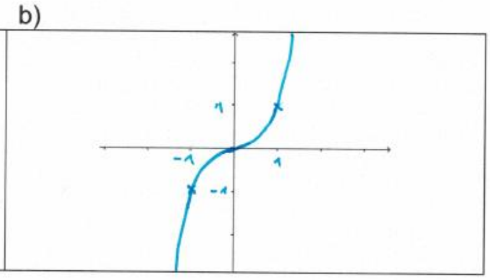
x	– 3	– 2	– 1	0	1	2	3
f(x)	– 27	– 8	– 1	0	1	8	27

Aufgabe 2:

a)



b)



n gerade		n ungerade
X	Der Graph verläuft durch den Ursprung.	X
X	Der Graph verläuft durch den Punkt P(1 | 1).	X
X	Der Graph verläuft durch den Punkt Q(– 1 | 1).	O
O	Der Graph verläuft durch den Punkt R(– 1 | – 1).	X
X	Der Graph ist achsensymmetrisch.	O
O	Der Graph ist punktsymmetrisch.	X
X	Der Graph verläuft „von oben nach oben“.	O
O	Der Graph verläuft „von unten nach oben“.	X

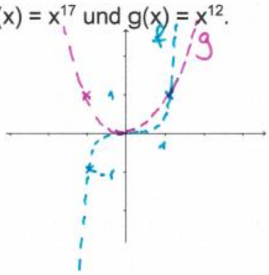
Zusammenfassung

Graphen von Potenzfunktionen **mit geradem Exponenten** sind achsen symmetrisch, sie gehen durch die Punkte O(0|0); P(1|1); Q(-1|1) und verlaufen von „oben nach oben".

Graphen von Potenzfunktionen **mit ungeradem Exponenten** sind punkt symmetrisch, sie gehen durch die Punkte O(0|0); P(1|1); R(-1|-1) und verlaufen von „unten nach oben".

Aufgabe 4:

Skizzieren Sie die Graphen von $f(x) = x^{17}$ und $g(x) = x^{12}$.



Aufgabe 5:

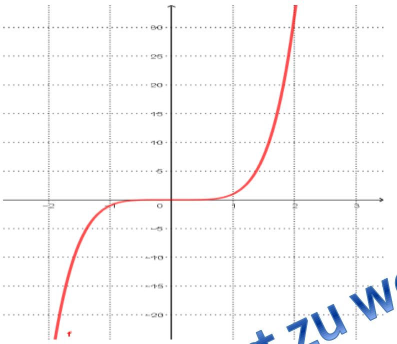
a) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^{10}$.
Sie geht durch die Punkte O(0|0); P(1|1); Q(-1|1), sie ist achsen symmetrisch und verläuft von „oben nach oben".

b) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^9$.
Sie geht durch die Punkte O(0|0); P(1|1); R(-1|-1), sie ist punkt symmetrisch und verläuft von „unten nach oben".

Kompetenz **Ich kann Graphen von Potenzfunktionen und Funktionsgleichungen einander zuordnen**	**Mathematik M07.01.02**
	LernPROJEKT
	LernTHEMA
	LernSCHRITT

Was Sie schon vorab können sollten:

- Ich kann den Graphen der Potenzfunktion f mit $f(x) = x^n$ (mit einer natürlichen Zahl n) mithilfe einer Wertetabelle und aufgrund ihrer charakteristischen Eigenschaften skizzieren.



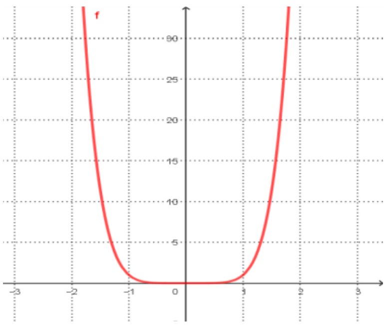
Wer gehört zu wem?

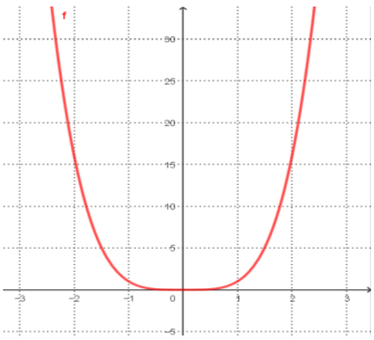
$f(x) = x^4$

$f(x) = x^5$

$f(x) = x^6$

$f(x) = x^7$

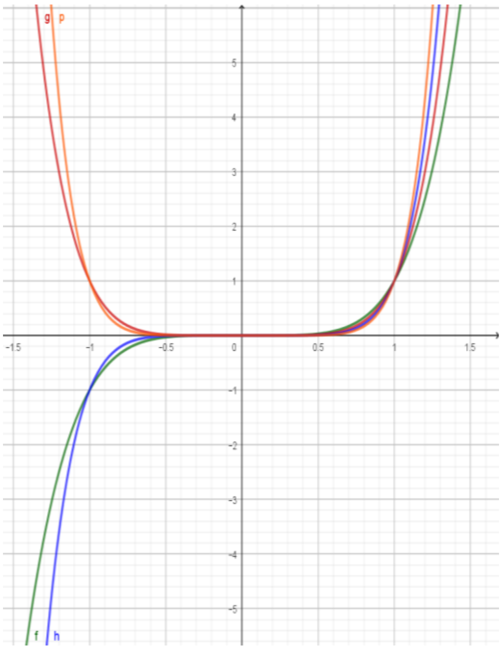




Erstellt mit Geogebra

Arbeitsauftrag

Graphen von Potenzfunktionen



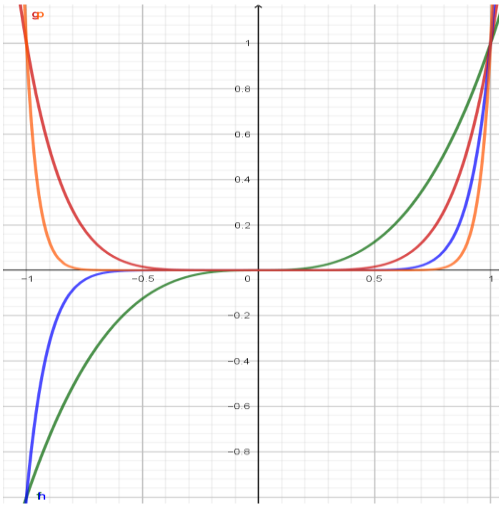
Man kann Graphen von Potenzfunktionen anhand der Symmetrie in solche mit geradem Exponenten (rot und orange) und solche mit ungeradem Exponenten (blau und grün) unterscheiden.

Je größer der Exponent der Potenzfunktion ist, desto steiler verläuft der Graph für x außerhalb des Intervalls von – 1 bis 1, also für $x \notin [-1; 1]$:

Der orangefarbene Graph ist dort am steilsten (liegt am dichtesten an der y-Achse), deshalb ist sein Exponent am größten. Der blaue Graph ist steiler als der grüne, deshalb ist der Exponent des blauen Graphen größer als der des grünen.

Für x zwischen – 1 und 1, mathematisch: $-1 < x < 1$, schmiegt sich der Graph immer stärker an die x-Achse, je größer der Exponent wird:

Der orangefarbene Graph schmiegt sich am stärksten an die x-Achse, seine Funktion hat den größten Exponenten. Der grüne Graph schmiegt sich am schwächsten an die x-Achse, seine Funktion hat den kleinsten Exponenten.



Hier wird es zusätzlich auch erklärt:
https://www.youtube.com/watch?v=6ozyyLkVrwY (bis 2:39 Min.)

Den Exponenten bestimmen

Für x = 1 erhält man bei allen Potenzfunktionen denselben Funktionswert: 1n = 1, zur Bestimmung des Funktionsterms hilft das nicht.

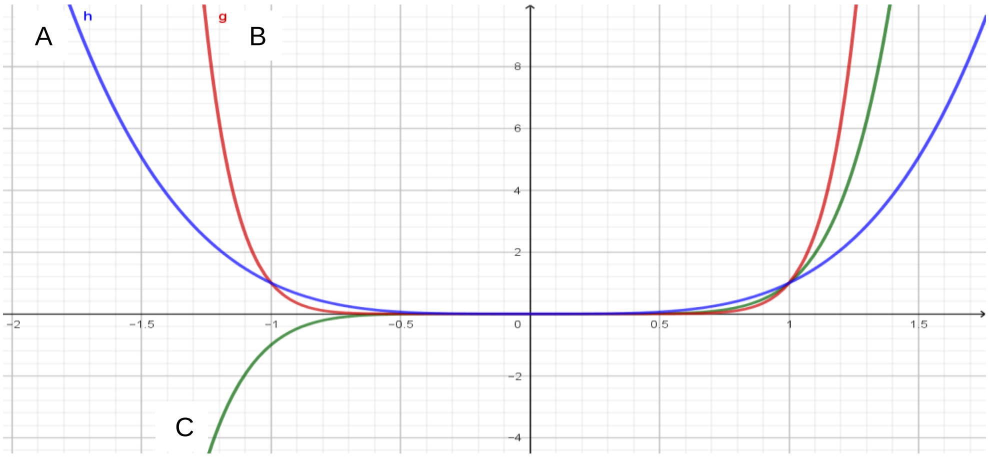
Deshalb schaut man sich den Funktionswert an der Stelle x = 2 an:
$2^2 = 4$; $2^3 = 8$; $2^4 = 16$ usw.
Also kann man das n bestimmen, indem man prüft, welchen Funktionswert die 2 hat.

Aufgabe 1:

oder

Gegeben sind die Graphen der Funktionen $f_1(x) = x^4$; $f_2(x) = x^7$ und

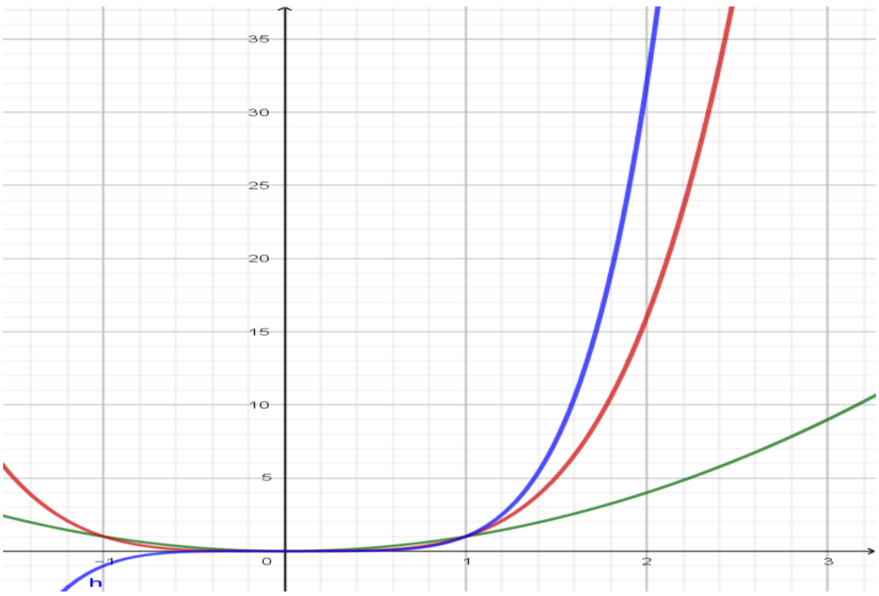
$f_3(x) = x^{10}$.



Ordnen Sie die Funktionen den Graphen zu.

A: ________________; B: _________________; C: __________________

Aufgabe 2:



Gegeben sind drei Graphen von Potenzfunktionen der Form $f(x) = x^n$.

Bestimmen Sie für jeden Graphen den Funktionsterm mit Hilfe des Punktes $P(2 \mid f(2))$.
Grün: ____

Rot: ____

Blau: ____

Wenn es Ihnen schwerfällt, finden Sie auf der nächsten Seite eine Unterstützungsmöglichkeit.

Unterstützung für Aufgabe 2

1. Berechnen Sie:

   $2^2 = 2 \cdot 2 =$ _________

   $2^3 = 2 \cdot 2$____ = _________

   $2^4 = 2 \cdot 2$_________ = _________

   $2^5 = 2 \cdot 2$______________ = _________

   $2^6 = 2 \cdot 2$___________________ = _________

2. Lesen Sie jetzt für jeden Graphen den Punkt mit dem x-Wert 2 ab und entscheiden Sie, welcher Exponent dazu gehört.

Selbstreflexion

Wie zufrieden bin ich mit meiner Bearbeitung bei diesem Arbeitsmaterial?	unzufrieden	geht so	zufrieden	sehr zufrieden
Ich habe die Bearbeitung des Arbeitsmaterials dokumentiert.	nein		ja	

Das habe ich gelernt:

Das kann ich jetzt:	nicht	nur mit Hilfe	meistens	immer sicher
Ich kann Graphen von Potenzfunktionen nach der Größe der Exponenten ordnen.				
Ich kann zu dem Graphen einer Potenzfunktion den Exponenten bestimmen.				

Kompetenz
Ich kann Graphen von Potenzfunktionen und Funktions-gleichungen einander zuordnen

Mathematik
M07.01.02

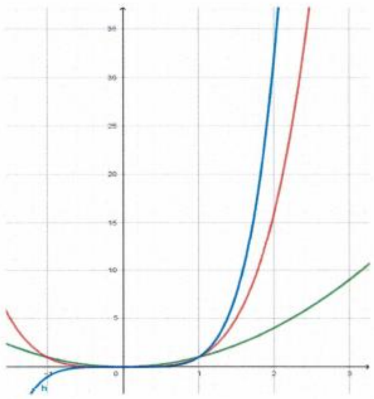
Lösungsvorschläge zur Selbstkontrolle

Lösung

Aufgabe 1:

A: $f_1(x) = x^4$; B: $f_3(x) = x^{10}$; C: $f_2(x) = x^7$

Aufgabe 2:



Gegeben sind drei Graphen von Potenzfunktionen der Form $f(x) = x^n$.

Bestimmen Sie für jeden Graphen den Funktionsterm mit Hilfe des Punktes $P(2 \mid f(2))$.

Grün:
$f(2) = 2^2 = 4$; $f(x) = x^2$

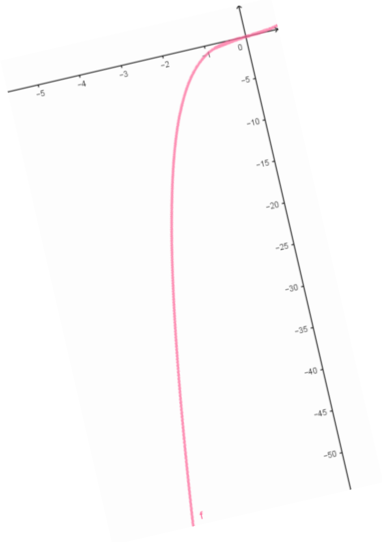
Rot:
$f(2) = 16 = 2^4$; $f(x) = x^4$

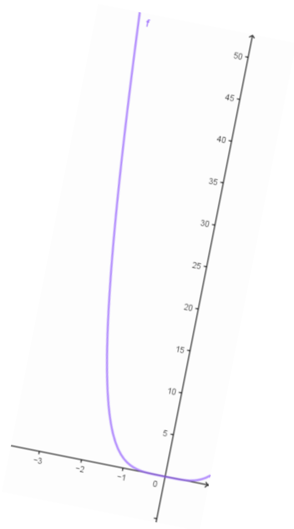
Blau:
$f(2) = 32 = 2^5$; $f(x) = x^5$

Kompetenz **Ich kann Aussagen über den Globalverlauf einer Potenzfunktion in mathematischer Sprache machen**	**Mathematik M07.01.03**
	LernPROJEKT
	LernTHEMA
	LernSCHRITT

Was Sie schon vorab können sollten:

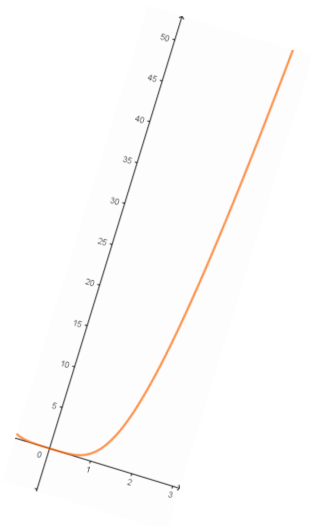
- Ich kann den Graphen der Potenzfunktion f mit $f(x) = x^n$ (mit einer natürlichen Zahl n) mithilfe einer Wertetabelle zeichnen und aufgrund ihrer charakteristischen Eigenschaften skizzieren.

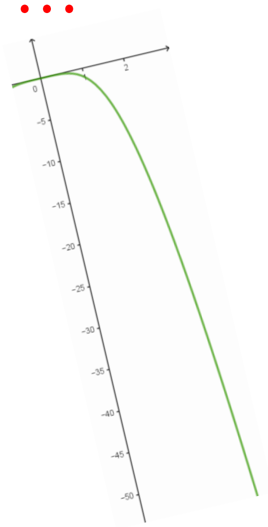




Von …

… nach …





Erstellt mit Geogebra

Arbeitsauftrag

Aufrischung

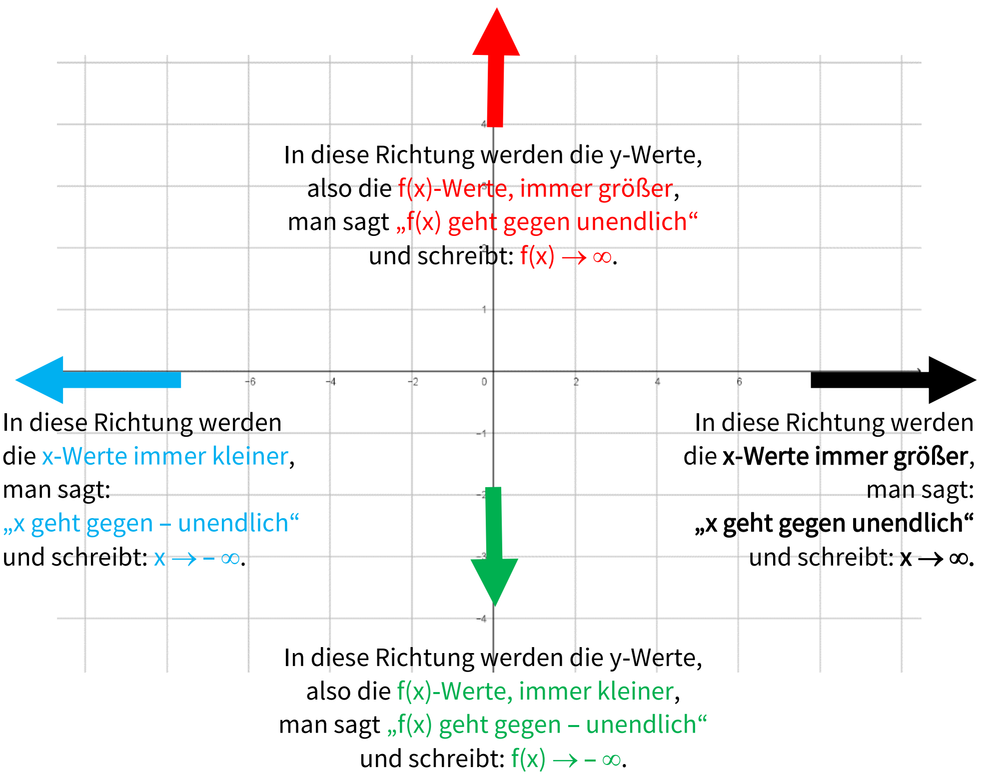
Graphen von Potenzfunktionen mit geraden Exponenten verlaufen

von ____,

Graphen von Potenzfunktionen mit ungeraden Exponenten verlaufen

von ____,

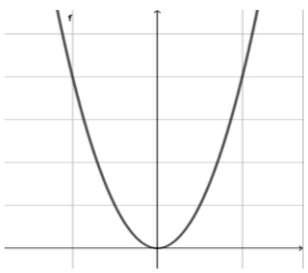
Die mathematische Sprache



Aufgabe 1:

a) Der Globalverlauf für Potenzfunktionen mit geradem Exponenten

„von oben“,
d. h.
je kleiner die x-Werte,
also x → _______,
desto größer werden die
Funktionswerte,
also f(x) → _______.



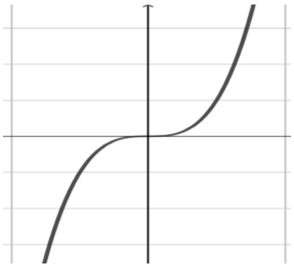
„nach oben“,
d. h.
je **größer** die **x-Werte**,
also **x** → _______,
desto größer werden die
Funktionswerte,
also f(x) → _______.

Mathematische Schreibweise

Für x → ______ gilt: f(x) → _______. Für x → _______ gilt: f(x) → ______.

b) Der Globalverlauf für Potenzfunktionen mit ungeradem Exponenten.
Setzen Sie ggf. farbige Markierungen.

„von unten“,
d. h.
je kleiner die x-Werte,
also x → _______,
desto kleiner werden die Funktionswerte,
also f(x) → _______.



„nach oben“,
d. h.
je größer die x-Werte,
also x → _______,
desto größer werden die Funktionswerte,
also f(x) → _______.

Mathematische Schreibweise:

Für x → _______ gilt f(x) → _______. Für x → _______ gilt f(x) → ______.

Aufgabe 2:

Skizzieren Sie den Graphen der Funktion und geben Sie den Globalverlauf des Graphen an. Benutzen Sie ggf. die farbigen Markierungen.

oder

Funktion	Skizze	Mathematische Schreibweise
$f(x) = x^6$		
$f(x) = x^7$		
$f(x) = x^{13}$		
$f(x) = x^{14}$		

(Zusatz-) Aufgabe 3:

Erstellen Sie für die folgende Aufgabe ein Erklärvideo:
Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $f(x) = x^5$ und $g(x) = x^8$. Geben Sie den Globalverlauf des Graphen in mathematischer Schreibweise an.

Selbstreflexion

Wie zufrieden bin ich mit meiner Bearbeitung bei diesem Arbeitsmaterial.	unzufrieden	geht so	zufrieden	sehr zufrieden
Ich habe die Bearbeitung des Arbeitsmaterials dokumentiert.	nein		ja	

Das habe ich gelernt:

Das kann ich jetzt:	nicht	nur mit Hilfe	meistens	immer sicher
Ich kann mit Hilfe des Exponenten den globalen Verlauf einer Potenzfunktion mathematisch beschreiben.				

Kompetenz:
Ich kann Aussagen über den Globalverlauf einer Potenzfunktion in mathematischer Sprache machen

Mathematik
M07.01.03

Lösung

Lösungsvorschläge zur Selbstkontrolle

Aufrischung

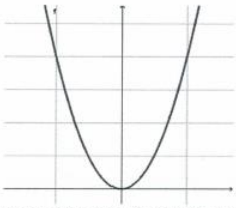
Graphen von Potenzfunktionen mit geraden Exponenten verlaufen
von „oben nach oben“,

Graphen von Potenzfunktionen mit ungeraden Exponenten verlaufen
von „unten nach oben“,

Aufgabe 1:

„von oben“

d. h. je kleiner die x-Werte,
also $x \to -\infty$,
desto größer werden die Funktionswerte,
also $f(x) \to +\infty$.



„nach oben“

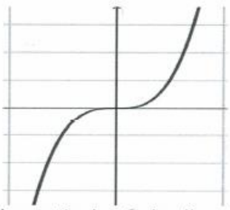
d. h. je größer die x-Werte,
also $x \to +\infty$,
desto größer werden die Funktionswerte,
also $f(x) \to +\infty$.

Mathematische Schreibweise:

Für $x \to -\infty$ gilt $f(x) \to +\infty$. Für $x \to +\infty$ gilt $f(x) \to +\infty$.

„von unten“

d. h. je kleiner die x-Werte,
also $x \to -\infty$,
desto kleiner werden die Funktionswerte,
also $f(x) \to -\infty$.



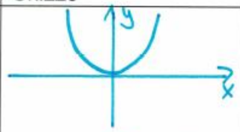
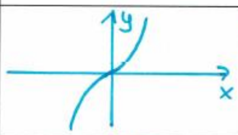
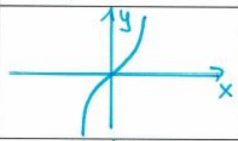
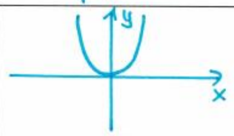
„nach oben“

d. h. je größer die x-Werte,
also $x \to +\infty$,
desto größer werden die Funktionswerte,
also $f(x) \to +\infty$.

Mathematische Schreibweise:

Für $x \to -\infty$ gilt $f(x) \to -\infty$. Für $x \to +\infty$ gilt $f(x) \to +\infty$.

Aufgabe 2:

Funktion	Skizze	Mathematische Schreibweise
$f(x) = x^6$		Für $x \to -\infty$ gilt: $f(x) \to +\infty$; für $x \to +\infty$ gilt: $f(x) \to +\infty$.
$f(x) = x^7$		Für $x \to -\infty$ gilt: $f(x) \to -\infty$, für $x \to +\infty$ gilt: $f(x) \to +\infty$
$f(x) = x^{13}$		Für $x \to -\infty$ gilt: $f(x) \to -\infty$, für $x \to +\infty$ gilt: $f(x) \to +\infty$
$f(x) = x^{14}$		Für $x \to -\infty$ gilt: $f(x) \to +\infty$, für $x \to +\infty$ gilt: $f(x) \to +\infty$.

Materialien/Kompetenz **Ich kann mit Polynomfunktionen umgehen**	**Mathematik** **M07.02.09**
Teilkompetenz: - Ich kann Polynomfunktionen verschieben und strecken, sowohl in x- als auch in y-Richtung.	LernPROJEKT LernTHEMA **LernSCHRITT**

Information

Polynomfunktion in y-Richtung verschieben

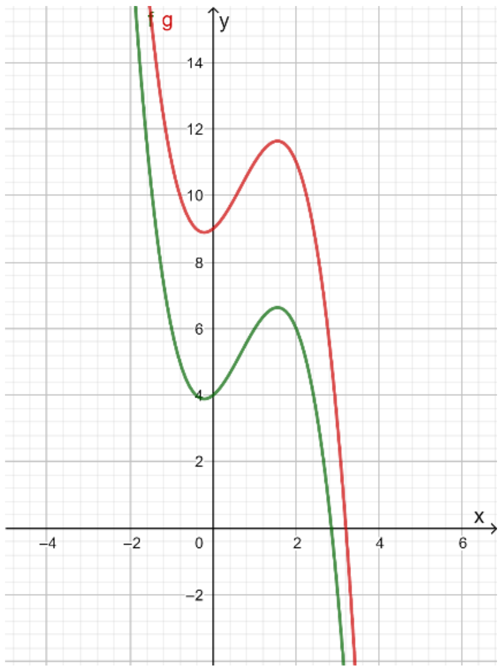
Gegeben ist $f(x)$. Die in y-Richtung um d verschobene Funktion $f(x)$ soll $g(x)$ heißen:

$$f(x) \Rightarrow g(x) = f(x) \mathbf{+ d}$$

Beispiel:

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 + x + 4 \xrightarrow[\qquad\qquad\qquad]{Verschiebung\ in\ y-Richtung\ um\ 5}$$

$$g(x) = -x^3 + 2x^2 + x + 4 \mathbf{\ + 5} = -x^3 + 2x^2 + x + 9$$



Polynomfunktion in x-Richtung verschieben

Gegeben ist $f(x)$. Die in x-Richtung um c verschobene Funktion $f(x)$ soll $g(x)$ heißen:

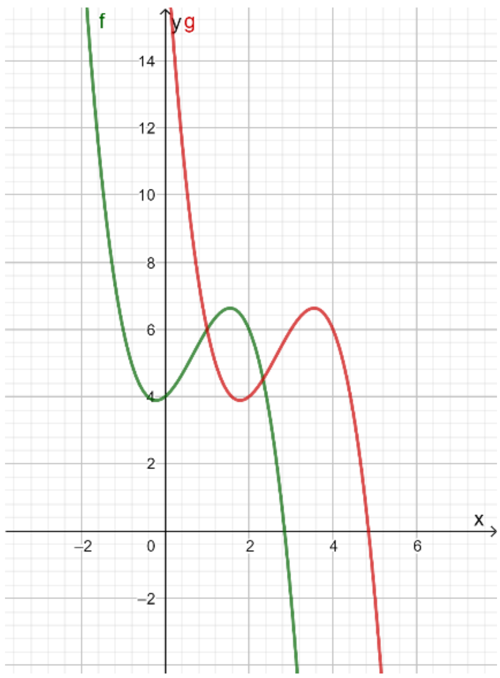
$$f(x) \Rightarrow g(x) = f(x - \mathbf{c})$$

Beispiel:

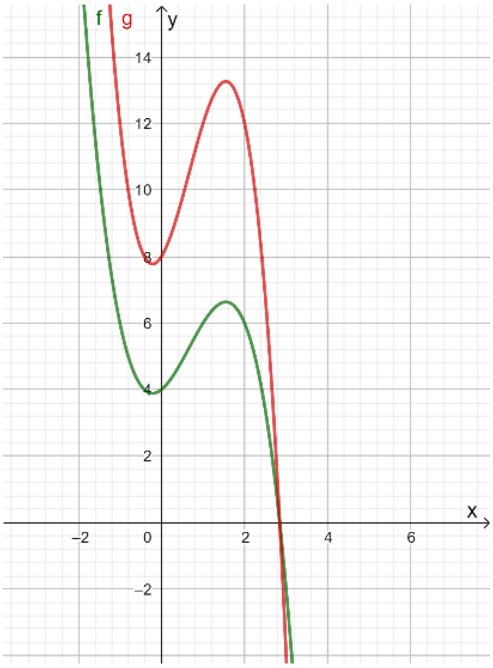
$$f(x) = -x^3 + 2x^2 + x + 4 \xrightarrow[\qquad\qquad\qquad]{Verschiebung\ in\ x-Richtung\ um\ 2}$$

$$g(x) = -(x - \mathbf{2})^3 + 2(x - \mathbf{2})^2 + (x - \mathbf{2}) + 4$$

$$= -x^3 + 8x^2 - 19x + 18$$



Polynomfunktion in y-Richtung strecken



Gegeben ist $f(x)$. Die in y-Richtung mit Faktor a gestreckte Funktion $f(x)$ soll $g(x)$ heißen:

$$f(x) \Rightarrow g(x) = \boldsymbol{a} \cdot f(x)$$

Beispiel:

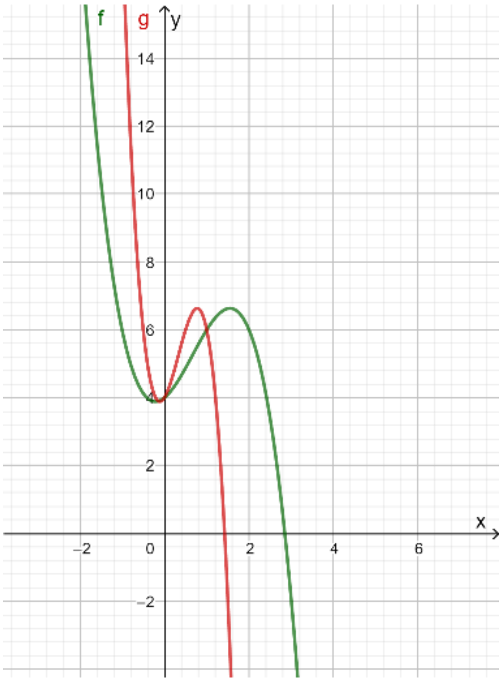
$f(x) = -x^3 + 2x^2 + x + 4$

$\xRightarrow{Streckung\ in\ y-Richtung\ um\ 2}$

$g(x) = \mathbf{2} \cdot (-x^3 + 2x^2 + x + 4\,)$

$= -2x^3 + 4x^2 + 2x + 18$

Polynomfunktion in x-Richtung strecken



Gegeben ist $f(x)$. Die in y-Richtung mit Parameter b gestreckte Funktion $f(x)$ soll $g(x)$ heißen:

$$f(x) \Rightarrow g(x) = f(\boldsymbol{b} \cdot x)$$

Beispiel:

$f(x) = -x^3 + 2x^2 + x + 4$

$\xRightarrow{Streckung\ in\ x-Richtung\ um\ 2}$

$\mathrm{g(x)} = -(\mathbf{b} \cdot x)^3 + 2(\mathbf{b} \cdot x)^2 + (\mathbf{b} \cdot x) + 4$

$= -8x^3 + 8x^2 + 2x + 4$

Achtung: Der Parameter b mit $0 < b < 1$ bewirkt eine „Dehnung“ in x-Richtung. Der Parameter b mit $b > 1$ bewirkt eine „Stauchung“ in x-Richtung. Der Begriff Streckfaktor wir deshalb für $\frac{1}{b}$ verwendet.

Arbeitsauftrag

(Aufgabe 1)
Polynomfunktion in y-Richtung verschieben

Gegeben ist $f(x) = \frac{1}{2}\,x^4 + 3x^2 - x - 3$. Die Funktion $f(x)$ soll in y-Richtung um $d = 4$ verschoben werden. Geben Sie die neue Funktion $g(x)$ in der Normalform an. Zeichnen Sie $f(x)$ und $g(x)$.

(Aufgabe 2)
Polynomfunktion in x-Richtung verschieben

Gegeben ist $f(x) = \frac{1}{2}\,x^4 + 3x^2 - x - 3$. Die Funktion $f(x)$ soll in x-Richtung um c= 4 verschoben werden. Geben Sie die neue Funktion $g(x)$ in der Normalform an. Zeichnen Sie $f(x)$ und $g(x)$.

(Aufgabe 3)
Polynomfunktion in y-Richtung stecken

Gegeben ist $f(x) = \frac{1}{2}\,x^4 + 3x^2 - x - 3$. Die Funktion $f(x)$ soll in y-Richtung mit Faktor $a = \frac{1}{4}$ gestreckt werden. Geben Sie die neue Funktion $g(x)$ in der Normalform an. Zeichnen Sie $f(x)$ und $g(x)$.

(Aufgabe 4)
Polynomfunktion in x-Richtung strecken

Gegeben ist $f(x) = \frac{1}{2}\,x^4 + 3x^2 - x - 3$. Die Funktion $f(x)$ soll in x-Richtung mit Parameter $b = 2$ gestreckt werden. Geben Sie die neue Funktion $g(x)$ in der Normalform an. Zeichnen Sie $f(x)$ und $g(x)$.

Selbstreflexion

Wie zufrieden bin ich mit meiner Bearbeitung bei diesem Arbeitsmaterial.	unzufrieden	geht so	zufrieden	sehr zufrieden
Ich habe die Bearbeitung des Arbeitsmaterials dokumentiert.	nein		ja	

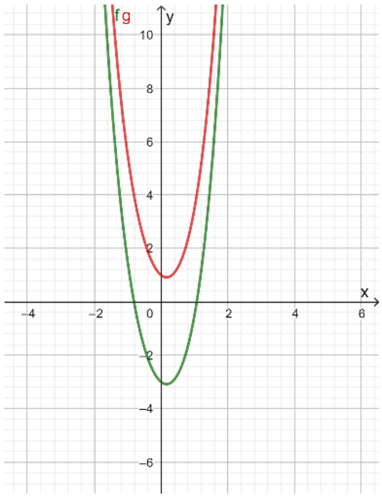
Das habe ich gelernt:

Das kann ich jetzt:	nicht	nur mit Hilfe	meistens	immer sicher
Ich kann Polynomfunktionen in y-Richtung verschieben.				
Ich kann Polynomfunktionen in x-Richtung verschieben.				
Ich kann Polynomfunktionen in y-Richtung stecken.				
Ich kann Polynomfunktionen in x-Richtung stecken.				
Ich kann den Funktionsterm einer Polynomfunktion nach einer Verschiebung bzw. einer Streckung in y- bzw. x-Richtung in die Normalform umrechnen.				

Materialien/Kompetenz **Ich kann mit Polynomfunktionen umgehen**	**Mathematik M07.02.09**
Teilkompetenz: - Ich kann Polynomfunktionen verschieben und strecken, sowohl in x- als auch in y-Richtung.	**Lösung**

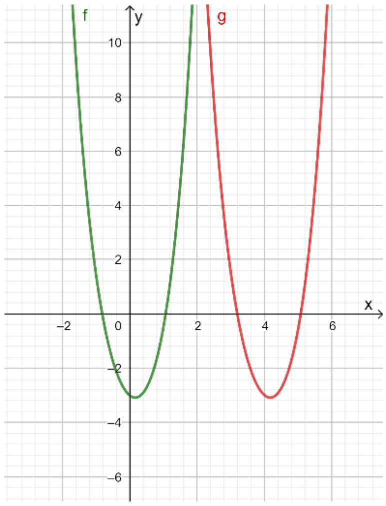
Lösung

(Aufgabe 1)
Polynomfunktion in y-Richtung verschieben



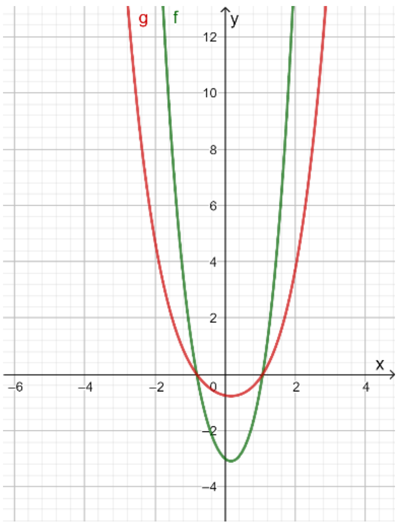
$g(x) = \frac{1}{2}\,x^4 + 3x^2 - x - 3\ \color{red}{\mathbf{+\,4}} = \frac{1}{2}\,x^4 + 3x^2 - x + 1$

(Aufgabe 2)
Polynomfunktion in x-Richtung verschieben

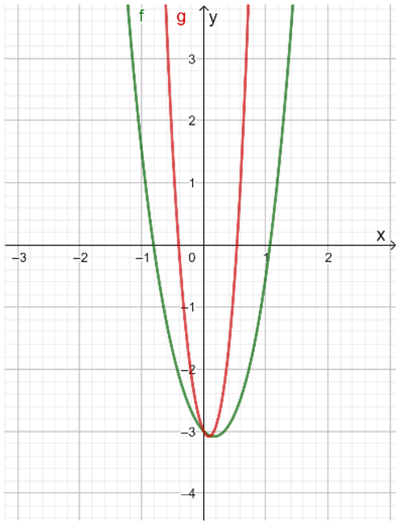


$g(x) = \frac{1}{2}\,(x - \color{red}{\mathbf{4}})^4 + 3(x - \color{red}{\mathbf{4}})^2 - (x - \color{red}{\mathbf{4}}) - 3 = \frac{1}{2}\,x^4 - 8\,x^3 + 51x^2 - 153x + 177$

(Aufgabe 3)
Polynomfunktion in y-Richtung stecken



$g(x) = \color{red}{\mathbf{\frac{1}{4}}} \cdot \left(\frac{1}{2}\,x^4 + 3x^2 - x - 3\right) = \frac{1}{8}\,x^4 + \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$



(Aufgabe 4)
Polynomfunktion in x-Richtung strecken

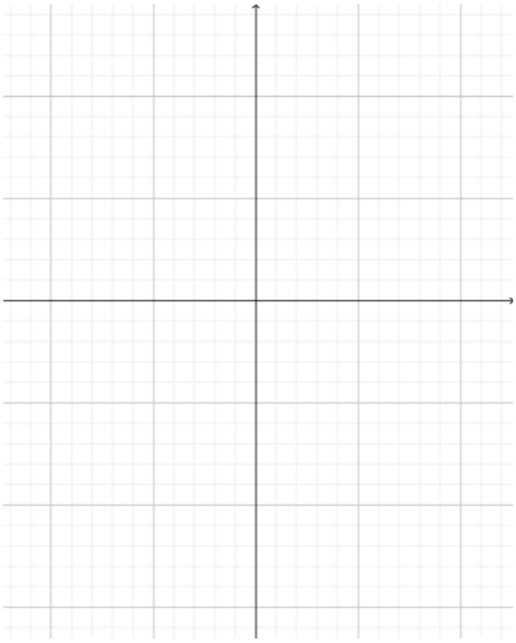
$$g(x) = \frac{1}{2}\,(\mathbf{2}\cdot x)^4 + 3(\mathbf{2}\cdot x)^2 - (\mathbf{2}\cdot x) - 3 \;= 8\,x^4 + 12\,x^2 - 2\,x - 3$$

Lernnachweis	Mathematik M07.01

Teil 1: Ohne Hilfsmittel

Aufgabe 1

a) Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen $f(x) = x^8$, $g(x) = x^7$ und $h(x) = x^{12}$ in das Koordinatensystem.



b) Beschreiben Sie das Globalverhalten des Graphen von f umgangssprachlich.

____

____

____

c) Beschreiben Sie das Globalverhalten des Graphen von g in mathematischer Sprache.

____

____

Aufgabe 2

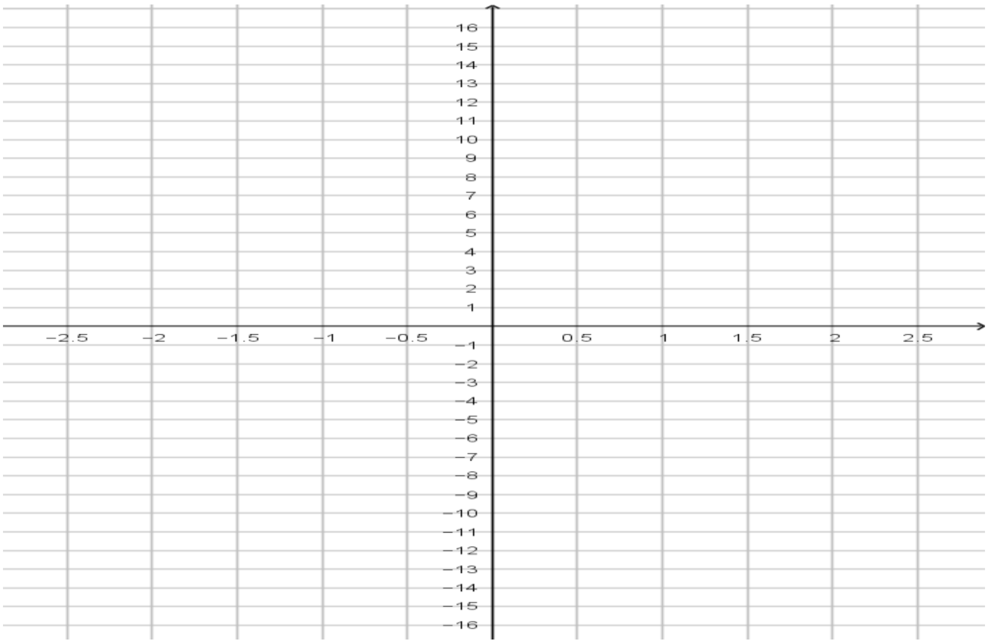
Kreuzen Sie an, ob die Aussagen wahr oder falsch sind.

	wahr	falsch
Der Graph der Funktion f mit $f(x) = x^4$ ist punkt-symmetrisch.	O	O
Der Punkt $P(1 \mid 1)$ liegt auf dem Graphen von f mit $f(x) = x^9$.	O	O
Der Graph von f mit $f(x) = x^5$ verläuft von unten nach oben.	O	O
Für den Graphen von f mit $f(x) = x^{13}$ gilt: Für $x \to -\infty$ geht $f(x) \to \infty$.	O	O
Die Graphen aller Potenzfunktionen gehen durch die Punkte $O(0 \mid 0)$ und $P(1 \mid 1)$.	O	O
Die Graphen der Potenzfunktionen mit geraden Exponenten gehen durch den Punkt $Q(-1 \mid -1)$.	O	O
Die Graphen der Potenzfunktionen mit geradem Exponenten sind achsensymmetrisch.	O	O
Für Graphen von Potenzfunktionen mit ungeradem Exponenten gilt: Für $x \to \infty$ geht $f(x) \to \infty$.	O	O

Teil 2: Mit Hilfsmittel

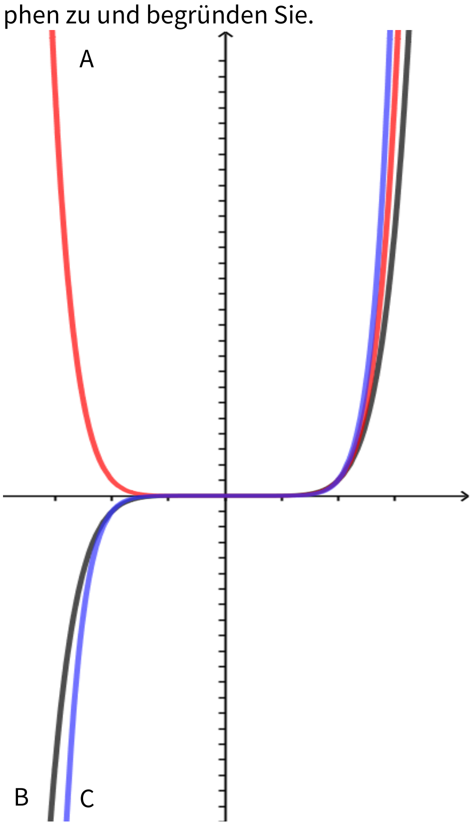
Aufgabe 3

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3$.
Zeichnen Sie mit Hilfe einer Wertetabelle ihren Graphen.



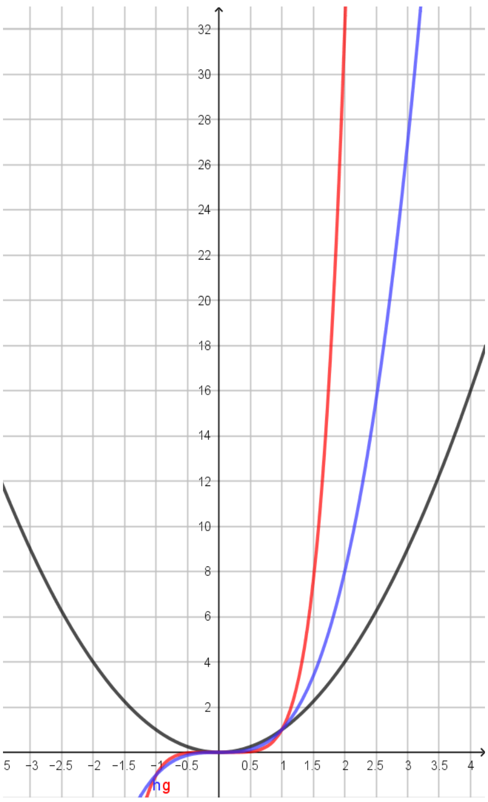
Aufgabe 4

Gegeben sind die Funktionen
$f(x) = x^7$, $g(x) = x^8$ und $h(x) = x^9$.
Ordnen Sie diese Funktionen den Graphen zu und begründen Sie.



Aufgabe 5

Bestimmen Sie für jeden Graphen den Exponenten n der jeweiligen Potenzfunktion.



Lernnachweis	Mathematik M07.01

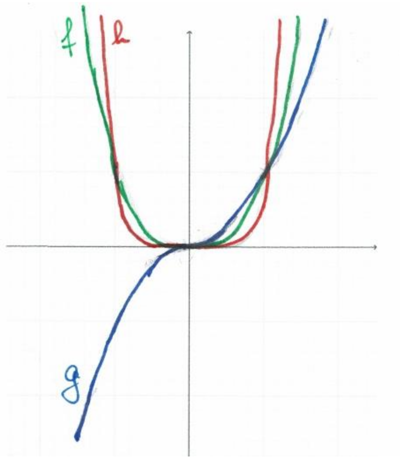
Lösung

Lösungsvorschläge

Teil 1: Ohne Hilfsmittel

Aufgabe 1

a)



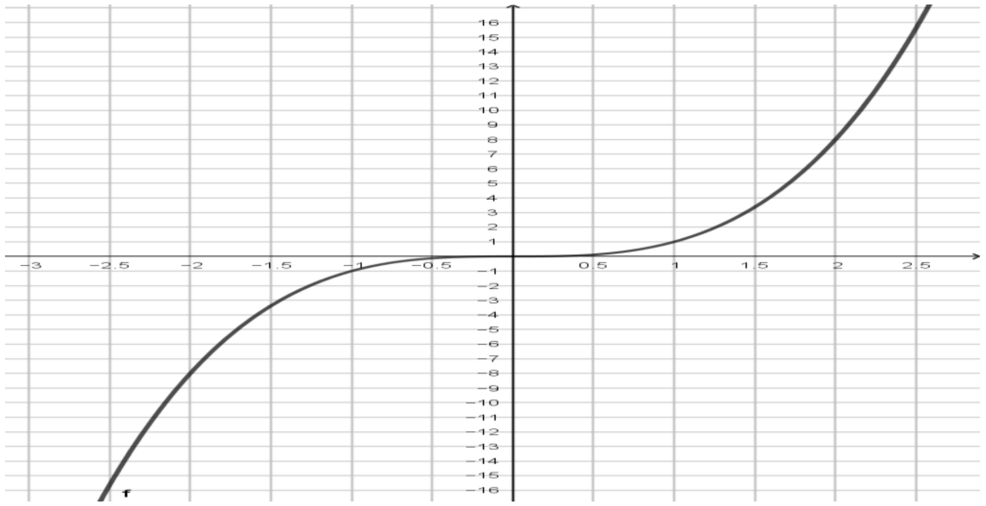
b) Der Graph der Funktion f „kommt von oben und geht nach oben“.

c) Für $x \to -\infty$ gilt: $f(x) \to -\infty$ und für $x \to \infty$ gilt: $f(x) \to \infty$.

Aufgabe 2

	wahr	falsch
Der Graph der Funktion f mit $f(x) = x^4$ ist punkt-symmetrisch.		X
Der Punkt P(1 │ 1) liegt auf dem Graphen von f mit $f(x) = x^9$.	X	
Der Graph von f mit $f(x) = x^5$ verläuft von unten nach oben.	X	
Für den Graphen von f mit $f(x) = x^{13}$ gilt: Für $x \to -\infty$ geht $f(x) \to \infty$.		X
Die Graphen aller Potenzfunktionen gehen durch die Punkte O(0 │ 0) und P(1 │ 1).	X	
Die Graphen der Potenzfunktionen mit geraden Exponenten gehen alle durch den Punkt Q(– 1 │ – 1).		X
Die Graphen der Potenzfunktionen mit geradem Exponenten sind alle achsensymmetrisch.	X	
Für Graphen von Potenzfunktionen mit ungeradem Exponenten gilt: Für $x \to \infty$ geht $f(x) \to \infty$.	X	

Aufgabe 3



Aufgabe 4

Wegen der Achsensymmetrie von Potenzfunktionen mit geradem Exponenten gehört **g zu A**.

h hat einen größeren Exponenten als f, deshalb muss der Graph von h für $x > 1$ dichter an der y-Achse verlaufen, also gehört **h zu C**
und **f zu B**.

Aufgabe 5

Für den schwarzen Graphen gilt: $f(2) = 4 = 2 \cdot 2 = 2^2$, also $\mathbf{f(x) = x^2}$.

Für den blauen Graphen gilt: $f(2) = 8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$, also $\mathbf{f(x) = x^3}$.

Für den roten Graphen gilt: $f(2) = 32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$, also $\mathbf{f(x) = x^5}$.